

В. М. Толстопятовъ,  
Инженеръ Путей Сообщенія.

**ПРОЕКТИРОВАНИЕ**  
**ВЕРХНЯГО СТРОЕНИЯ**  
**ЖЕЛѢЗНОДОРОЖНАГО ПУТИ.**

---

Пособіе для студентовъ Императорскаго Московскаго Инженернаго Училища къ  
упражненію по проектированію верхняго строенія желѣзнодорожнаго пути.



**МОСКВА.**  
Университетская типографія, Страстной бульваръ.  
1907.

При прохожденіи курса желѣзныхъ дорогъ въ Императорскомъ Московскомъ Инженерномъ Училищѣ студенты исполняютъ нѣсколько упражненій по проектированію. Для облегченія имъ такого рода работъ вошло въ обычай издавать особыя объясненія, заключающія въ себѣ необходимыя для исполненія этихъ упражненій детальныя указанія въ развитіе соотвѣтственныхъ отдѣловъ общаго курса (подробнѣе см. Обзоръ постановки преподаванія въ И. М. И. У., составленный для III съѣзда дѣятелей по техническому и профессиональному образованію—изданіе 1904 г.). Въ число такого рода работъ студентовъ входитъ упражненіе по проектированію верхняго строенія желѣзнодорожнаго пути, при исполненіи какового и должна служить пособіемъ настоящая брошюра.

# ОГЛАВЛЕНИЕ.

	Стр.
<b>Составъ задания</b> .....	1
<b>Порядокъ проектированія</b>	
Очертанія поперечнаго сѣченія рельса и накладки.....	3
Моменты инерціи рельса и накладки.....	5
Напряженія въ частяхъ верхняго стропія.....	7
Рельсовый стыкъ.....	11
<b>Теоретическія основанія разсчета рельсъ</b>	
Общій случай.....	16
Формула Циммерманна.....	22
Формула, предложенная Инж. Сов., для опредѣленія вліянія статической нагрузки.....	25
Давленіе, передаваемое рельсомъ на шпалу.....	26
Вліяніе динамической нагрузки.....	29
Формула, предложенная Инж. Сов., для опредѣленія вліянія динамической нагрузки.....	32
<b>Нѣкоторыя данныя относительно разсчета шпаль</b> .....	34
<b>Основныя данныя относительно четырехъ нормальныхъ типовъ рельсъ русскихъ казенныхъ желѣзныхъ дорогъ</b> .....	42
<b>Примѣръ разсчета рельса</b>	
Пояснительная записка и разсчетъ къ проекту рельса нормальнаго типа $24\frac{1}{3}$ фунта въ пог. футѣ.....	44
<b>Приложенія.</b>	
Пять таблицъ чертежей рельса нормальнаго типа III вѣсомъ $24\frac{1}{3}$ фунта въ пог. футѣ и скрѣпленій къ нему.	
Таблицы и основныя формулы.	
Двѣ таблицы діаграммъ изгибающихъ моментовъ и давленій на основаніе шпаль.	

# Проектирование верхняго строения желѣзнодорожнаго пути.

## Составъ задания.

Требуется составить проектъ верхняго строения желѣзнодорожнаго пути для нормальной колеи 0.714 саж.=1524 м.м. по заданнымъ:

- 1) высоту рельса  $h$
- 2) ширину подошвы рельса  $b$
- 3) ширину головки рельса  $b_1$
- 4) тангенсу угла наклона плоскостей сопрягасанія рельса съ накладками къ плоскости, перпендикулярной оси симметрии поперечнаго сѣченія рельса —  $tg\alpha$
- 5) отношению момента инерціи пары накладокъ къ моменту инерціи рельса  $\frac{i}{J}$
- 6) типу перекрытія стыка
- 7) коэффициенту балласта  $C$
- и 8) предѣльной нагрузкѣ на колесо паровоза  $G$ .

При составленіи проекта должно приниматьъ:

Расстоянія между осями шпаль не менѣе 50 сент.

Нормальную длину рельса въ 35' = 5 саж. = 10.668 метр.

Нормальную длину шпаль  $2l = 1.25$  саж. = 2.667 метр.

Кромѣ того:

Растягивающее и сжимающее напряженія въ рельсѣ подѣ влияніемъ статической нагрузки не должны превосходить 1400 кил. на кв. сант.

Скальывающее напряженіе должно быть не болѣе  $3/4 \times 1400 = 1050$  кил. на кв. сант.

Растягивающее и сжимающее напряженія въ шпалахъ при томъ же условіи не должны превосходить:

для сосновыхъ шпаль 100 кил. на кв. сант. = 39.4 пуд. на кв. д.

для дубовыхъ шпаль 125 кил. на кв. сант. = 49.2 пуд. на кв. д.

для металлическихъ шпаль 1400 кил. на кв. сант. = 551.4 пуд. на кв. д.

Наибольшее давленіе, передаваемое шпалами на балласть, при статической нагрузкѣ не должно превосходить  $2.5 = 1.00$  пуд. на кв. д.

Количества матеріала въ головкѣ, пятѣ и шейкѣ рельса должны быть распредѣлены такимъ образомъ, чтобы находились въ предѣлахъ отношеній:

	въ головкѣ	пятѣ	шейкѣ
отъ	45%	35%	20%
до	40%	38%	22%

Работа состоитъ изъ слѣдующихъ отдѣльныхъ частей:

I) Спроектировать и вычертить въ натуральную величину поперечное сѣченіе рельса и накладки.

II) Опредѣлить моменты инерціи поперечныхъ сѣченій рельса и накладки.

III) Подобрать такую схему расположенія шпаль и такой типъ ихъ, чтобы напряженія въ рельсѣ и шпалахъ, а также давленіе на балласть подѣ влияніемъ статической нагрузки, при заданномъ наибольшемъ давленіи отъ колеса паровоза  $G$ , не превосходили допускаемыхъ предѣловъ.

IV) Спроектировать и вычертить въ половину натуральной величины фасадъ, планъ и поперечный разрѣзъ рельсового стыка, а также детально вычертить рельсовые скрѣпленія.

## Порядок проектированія.

### Очертанія поперечнаго сѣченія рельса и накладки.

Высота рельса  $h$  (рис. 1) представляет собою основной размеръ, который задается. Въ существующихъ типахъ рельсъ для нормальной колеи высота эта колеблется въ предѣлахъ отъ 105 до 152 мм.

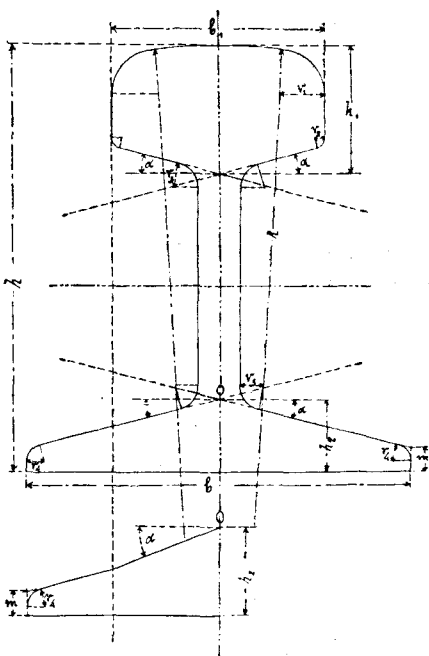
Ширина подошвы рельса  $b$  составляетъ обыкновенно отъ 0.8 до 1.0 отъ высоты рельса, при чемъ для сообщенія рельсу надлежащей устойчивости слѣдуетъ по возможности приближаться къ высшему предѣлу, хотя при этомъ рельсъ получается при томъ же моментѣ инерціи болѣе тяжелымъ.

Ширина головки рельса колеблется въ предѣлахъ отъ 50 до до 76 мм. При проектированіи слѣдуетъ стремиться къ большому предѣлу, т. к. при этомъ получается болѣе выгодное распределение матеріала въ рельсѣ и получается возможность уширить плоскости соприкасанія рельсъ и накладокъ, благодаря чему уменьшается износъ послѣднихъ и улучшается перекрытіе рельсового стыка.

Отношеніе ширины головки рельса къ ея высотѣ въ современныхъ типахъ рельсъ колеблется въ предѣлахъ отъ 2.00 до 1.50.

Принимая во вниманіе неизбежный износъ головки рельса, не слѣдуетъ дѣлать головку чрезмѣрно низкою. Нормальными техническими условіями на сооруженіе магистралей требуется, чтобы допускаемому износу \*) рельса соответствовало увеличеніе наприя-

Рис. 1.



\*) Включаемыми въ договоры на поставку рельсъ условіями гарантіи ихъ исправной службы обыкновенно требуется, чтобы послѣ  $10\frac{1}{2}$  лѣтъ службы равномерный износъ рельсъ не превышалъ 6 мм.

женія рельса не болѣе, какъ на 20<sup>0</sup>/<sub>0</sub>. При мягкой стали высота головки должна быть большею, чѣмъ при твердой.

Для перваго приближенія слѣдуетъ принимать высоту головки рельса равную  $h_1 = \frac{b_1}{1.75}$ . Если при этомъ не можетъ быть достигнуто требуемое распределение массъ (между головкою, пятою и шейкою), то высоту головки можно увеличивать или уменьшать въ указанныхъ выше предѣлахъ.

Радиусы закругленій въ различныхъ частяхъ сѣченія рельса принимаются въ слѣдующихъ предѣлахъ:

$R$ —отъ 250 до 300 м/м.

$r_1$ —отъ 12 до 13 м/м. соответственно радиусамъ бандажей колесъ.

$r_2$ —отъ 2 до 4 м/м.

Радиусы  $r_2$  слѣдуетъ дѣлать очень небольшими, чтобы по возможности не уменьшать площадей сопрягасанія рельсъ и накладокъ.

$r_3$ —отъ 5 до 7 м/м.

Радиусы  $r_3$  съ одной стороны не слѣдуетъ дѣлать чрезмѣрно малыми во избѣжаніе слишкомъ рѣзкаго перехода отъ шейки рельса къ головкѣ и пятѣ, съ другой стороны не слѣдуетъ дѣлать и слишкомъ большими, чтобы не уменьшать бесполезно площадей сопрягасанія рельсъ и накладокъ.

Высота пяты  $h_2$  принимается равною около  $\frac{1}{3}h$ .

Отложивъ эту высоту  $h_2$  отъ подошвы рельса по оси симметріи вверху, изъ полученной такимъ образомъ точки  $O$  проводятъ двѣ наклонныя прямыя подъ угломъ  $(90-\alpha)$  къ оси симметріи.

Прямыя эти продолжаютъ до пересѣченія съ перпендикулярами, возстановленными въ крайнихъ точкахъ подошвы рельса. При этомъ величина получаемыхъ отрѣзковъ  $m$  не должна быть менѣе 8 м/м.

Если при вышеуказанномъ построеніи отрѣзки  $m$  получаются менѣе 8 м/м., то надо или увеличивать высоту пяты  $h_2$ , или проводить наклонныя линіи изъ точки  $O$  лишь до пересѣченія съ линіями, служащими продолженіемъ боковыхъ граней головки рельса (рис. 1), и полученные такимъ образомъ точки пересѣченія соединять съ верхними точками отрѣзковъ  $m$ , принятыми равными 8—10 м/м.

Радиусы  $r_4$  принимаются равными:

$r_4$  = отъ 3 до 4 м/м.

Толщина шейки рельса дѣлается около 0,1 высоты рельса, но не менѣе 12 м/м., и повѣряется на скалываніе по ур. (12).

Толщина рельсовыхъ накладокъ въ частяхъ, примыкающихъ къ рельсу, должна быть такова, чтобы была использована вся нижняя наклонная плоскость головки рельса съ оставленіемъ лишь запаса въ 2 м/м. со стороны, ближайшей къ шейкѣ, для возможности подтягиванія накладокъ при ихъ износѣ.

Поверхности касанія накладокъ съ головкою и пятою рельса должны быть одинаковой ширины.

Въ остальныхъ частяхъ толщина накладокъ можетъ быть увеличена или уменьшена соответственно требуемому моменту инерціи, но не должна быть менѣе 12 м/м.

Верхняя и нижняя наклонныя поверхности накладокъ сопрягаются съ вертикальными поверхностями, обращенными къ шейкѣ рельса, цилиндрическими поверхностями радиуса на 1—2 м/м. менѣе  $r_3$ .

#### Моменты инерціи рельса и накладки.

Моменты инерціи рельса и накладки при точныхъ работахъ находятся вычисленіемъ, для предварительныхъ же расчетовъ могутъ быть опредѣлены помощью интегратора или графически по способу Мора.

Для опредѣленія момента инерціи сѣченія по способу Мора поступаютъ нижеслѣдующимъ образомъ.

Раздѣляютъ всю фигуру поперечнаго сѣченія рельса линиями, параллельными оси, относительно которой требуется опредѣлить моментъ инерціи, на нѣсколько (15—20) частей такимъ образомъ, чтобы каждая часть, безъ большого отступленія отъ очертанія рельса, могла быть разсматриваема какъ прямоугольникъ или трапеція. Принимая эти площади за силы, приложенныя въ центрахъ тяжести соответственныхъ площадей и направленныя параллельно оси, относительно которой опредѣляется моментъ инерціи, строятъ многоугольникъ силъ и веревочный многоугольникъ.

Если фигура, моментъ инерціи которой опредѣляется, вычерчена въ натуральную величину, площадь ея  $\Omega_0$ , многоугольникъ



силъ вычерченъ въ масштабѣ  $\frac{1}{m}$  \*), и полюсное разстояніе  $H$  взято равнымъ  $\frac{\Omega_0}{n}$ , то изъ подобія треугольниковъ  $ALD$  и  $OMN$  будемъ имѣть (рис. 2):

$$LD : y_1 = \frac{\omega_1}{m} : \frac{\Omega_0}{n}$$

Откуда:

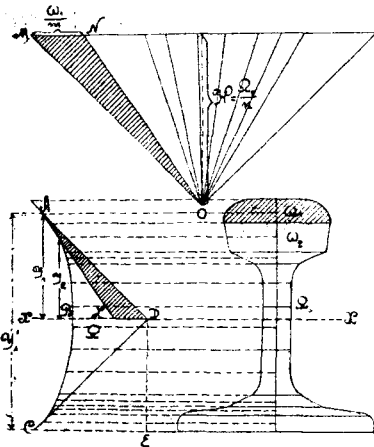
$$LD \times y_1 = \frac{\omega_1 y_1^2}{m} : \frac{\Omega_0}{n} = \frac{\omega_1 y_1^2}{\Omega_0} \times \left(\frac{n}{m}\right) \quad (1)$$

При этомъ:

$$\omega_1 y_1^2 = \frac{LD \times y_1}{2} \times \left(\frac{m}{n}\right) 2\Omega_0 = i_1$$

и равно моменту инерціи площади  $\omega_1$  относительно оси  $XX$ , если пренебречь неточностью вслѣдствіе непріятія во вниманіе вліянія момента инерціи площади  $\omega_1$  относительно собственного центра тяжести (точное выраженіе для момента инерціи площади  $\omega_1$  относительно оси  $XX$  было бы  $i_1 = i_0 + \omega_1 y_1^2$ , гдѣ  $i_0$ —моментъ инерціи площади  $\omega_1$  относительно собственного центра тяжести).

Рис. 2.



Написавъ выраженія, подобныя ур. (1), для каждой пары остальныхъ смежныхъ лучей веревочнаго многоугольника и просуммировавъ всё эти уравненія, получимъ для момента инерціи всего сѣченія относительно оси  $XX$ , проходящей черезъ центръ тяжести сѣченія, выраженіе:

$$J = \sum \omega y^2 = \sum i = \Omega \times \Omega_0 \left(\frac{2m}{n}\right) \quad (2)$$

\*)  $m$  есть число, опредѣляющее масштабъ силъ, т. е. масштабъ, принятый при черченіи многоугольника силъ; такъ, если каждый линейный сантиметръ многоугольника силъ соответствуетъ 10 кв. сант. площади фигуры, для которой мы хотимъ опредѣлить моментъ инерціи, то  $m=10$ .

гдѣ  $\Omega$ —есть площадь, ограниченная веревочнымъ многоугольникомъ и продолженіями его двухъ крайнихъ лучей.

Такъ какъ  $H = \frac{\Omega_0}{n}$ , ур. (2) можно еще переписать такъ:

$$J = \Omega \times n H \left( \frac{2m}{n} \right) = 2m\Omega H. \quad (3)$$

Если принять  $n = 2m$ , то ур. (2) приметъ видъ:

$$J = \Omega \times \Omega_0$$

По способу Мора моментъ инерціи опредѣлится тѣмъ точнѣе, чѣмъ меньше высоты частей, на которыя было разбито наследуемое сѣченіе, при чемъ опредѣляя моментъ инерціи рельса, особенно важно разбивать на мелкія части головку и пяту его, такъ какъ въ этихъ частяхъ сосредоточены главныя массы матеріала.

Подобно указанному выше легко доказать, что статическій моментъ части сѣченія, расположенной по одну сторону отъ оси  $XX$ , проходящей черезъ его центръ тяжести, относительно этой оси будетъ:

$$\Sigma \omega y = S = BD \left( \frac{m}{n} \right) \Omega_0 \quad (4)$$

а статическій моментъ всей фигуры относительно основанія:

$$\Sigma \omega y' = S' = DE \times \Omega_0 \quad (5)$$

#### Напряженія въ частяхъ верхняго строенія.

Для того чтобы опредѣлить напряженія въ частяхъ верхняго строенія, кромѣ заданныхъ поперечнаго сѣченія рельса и коэффициента балласта, необходимо еще знать типъ шпаль и пролетъ между ними, т.-е. разстояніе между осями двухъ смежныхъ промежуточныхъ шпаль. Шпальный пролетъ и типъ шпаль слѣдуетъ путемъ пробныхъ подсчетовъ подобрать такимъ образомъ, чтобы напряженія въ рельсахъ и шпалахъ и давленіе, передаваемое шпалами на балластъ, не превосходили допусковыхъ предѣловъ.

Расчетъ шпалы производится по тремъ характернымъ ея сѣченіямъ, взятымъ по срединѣ шпалы, подъ рельсомъ и въ концѣ ея.

Для этихъ трехъ сѣченій опредѣляются упругая осадка  $y$ , единичное давление на балластъ  $p$  и изгибающій моментъ  $M$  по формуламъ \*):

для середины шпалы.	для сѣченія подь рельсомъ.	для конца шпалы.	} (6)
$y_0 = P \frac{\kappa}{Cb} [\gamma_{10}]$	$y_r = P \frac{\kappa}{Cb} [\gamma_{1r}]$	$y_l = P \frac{\kappa}{Cb} [\gamma_{1l}]$	
$p_0 = P \frac{\kappa}{b} [\gamma_{10}]$	$p_r = P \frac{\kappa}{b} [\gamma_{1r}]$	$p_l = P \frac{\kappa}{b} [\gamma_{1l}]$	
$M_0 = P \frac{1}{2\kappa} [\mu_0]$	$M_r = P \frac{1}{2\kappa} [\mu_r]$	$M_l = 0$	

Въ этихъ формулахъ:

$P$ —есть наибольшее давление, передаваемое на шпалу отъ колеса паровоза черезъ рельсъ. Это давление при встрѣчающихся на практикѣ разстояніяхъ между шпалами и между осями паровозовъ по даннымъ инж. Холодецкого можно принимать равнымъ  $P=0.72G$  \*\*), если  $G$  есть наибольшее давление на рельсъ отъ одного колеса паровоза.

$$\kappa = \sqrt[4]{\frac{Cb}{4E'J}}$$

$C$ —коэффициентъ балласта, представляющій собою давление на единицу площади упругаго основанія, вызывающее упругую осадку постели равную единицѣ линейнаго измѣренія.

$b$ —ширина нижней постели шпалы.

$E'$ —модуль упругости матеріала шпалы, равный:

для сосновыхъ шпалъ	$E' = 120000$	бил. на кв. сант.
для дубовыхъ	$E' = 117000$	» » »
для металлическихъ	$E' = 2000000$	» » »

$J'$ —моментъ инерціи шпалы.

$[\gamma_{10}]$ ,  $[\gamma_{1r}]$ ,  $[\gamma_{1l}]$ ,  $[\mu_0]$  и  $[\mu_r]$ —функции отъ  $\rho = \kappa r$  и  $\lambda = \kappa l$ , при чемъ  $2r$  представляетъ собою разстояніе между точками при-

\*) Выводъ этихъ формулъ см. В. Толстопятовъ „Циммерманновскій методъ расчета брусевъ, лежащихъ на сплошномъ упругомъ основаніи“.

\*\*) См. ниже, стр. 29.

ложенія къ шпалѣ нагрузокъ, передаваемыхъ черезъ рельсы, и слѣдовательно  $2r$  = ширинѣ колеи + ширинѣ головки рельса;  $2l$  представляетъ собою длину шпалы, равную нормально для ширококолейнаго пути 1.25 с. = 266.7 сант.

Опредѣливъ величины  $\varphi$  и  $\lambda$ , можно взять значенія указанныхъ выше функций изъ таблицъ 1, 2 и 3 (см. въ концѣ текста) непосредственно, если опредѣленные нами значенія  $\varphi$  и  $\lambda$  имѣются въ таблицахъ, или путемъ интерполированія, если  $\varphi$  и  $\lambda$  имѣютъ промежуточные значенія.

Подставляя все эти величины въ ур. (6) получаемъ для трехъ характерныхъ сѣченій шпалы значенія  $y$ ,  $\rho$  и  $M$ . Изгибающій моментъ, а слѣдовательно и напряженіе матеріала шпалы достигаетъ наибольшей величины въ сѣченіи подъ рельсомъ. Напряженіе матеріала шпалы опредѣляется изъ выраженія:

$$R' = \frac{M}{w'} \quad (7)$$

гдѣ  $M$  — изгибающій моментъ, равный  $M$ , изъ ур. (6), а  $w'$  — моментъ сопротивленія шпалы.

Типъ шпалы должно подобрать такимъ образомъ, чтобы напряженіе  $R'$  не превосходило допускаемой нормы.

Разстоянія между шпалами опредѣляются съ тѣмъ расчетомъ, чтобы напряженіе въ спроектированномъ, какъ было указано, рельсѣ, подъ вліяніемъ заданной нагрузки, при выбранномъ типѣ шпалъ, не превосходило допускаемыхъ нормъ.

Шпалы подъ рельсомъ располагаются обыкновенно на одинаковыхъ взаимныхъ разстояніяхъ  $a$ , кромѣ шпалъ стыковыхъ и смежныхъ со стыковыми, разстоянія между которыми могутъ быть меньше разстояній между промежуточными шпалами.

Разстоянія  $a_1$  между осями стыковыхъ шпалъ желательно дѣлать равными 50 сант., если стыкъ располагается на вѣсу.

Разстояніе между шпалами въ 50 сант. слѣдуетъ вообще считать минимальнымъ, т. к. при еще болѣе близкомъ расположеніи шпалъ дѣлается затруднительною ихъ подбивка.

Разстоянія  $a_2$  между стыковыми шпалами и смежными съ ними промежуточными обыкновенно дѣлаются больше разстояній между стыковыми шпалами, но меньше разстояній между проме-

жуточными. При этомъ должно быть удовлетворено уравненіе:

$$L = a(n-3) + (a_1 - \Delta) + 2a_2 \quad (8)$$

гдѣ  $L$ —длина рельса.

$n$ —число шпальть подѣ рельсомъ.

$\Delta$ —средній зазоръ между двумя смежными рельсами въ стыгѣ.

При длинѣ рельсъ въ 35 фут. = 5 саж. = 10.668 мет., можно принимать  $\Delta = 8$  мм.

Разстояніе  $a$  между осями промежуточныхъ шпальть подбирается такимъ образомъ, чтобы напряженіе въ рельсъ подѣ влияніемъ статической нагрузки не превосходило 1400 кил. на кв. сант.

Для опредѣленія напряженія въ рельсъ наибольшей изгибающей рельсъ моментъ опредѣляется по формулѣ Циммерманна:

$$M = \frac{8\gamma + 7}{16\gamma + 40} \times Ga \quad (9)$$

Формула эта справедлива при значеніяхъ  $\gamma$  болѣе  $\frac{3}{4}$ , но менѣе 8.16.

На основаніи ур. (9) наибольшее растягивающее или сжимающее напряженіе въ рельсъ будетъ:

$$R = \frac{8\gamma + 7}{16\gamma + 40} \times \frac{Ga}{w} \quad (10)$$

Въ этихъ двухъ формулахъ:

$$\gamma = B : D = \frac{6EJ}{a^3} : \frac{Cb}{[\gamma_\phi]_к} \quad (11)$$

при чемъ:

$B = \frac{6EJ}{a^3}$ —есть сила, подѣ влияніемъ которой брусъ пролетомъ  $2a$  съ моментомъ инерціи  $J$  и модулемъ упругости  $E$ , свободно лежащій на двухъ опорахъ, даетъ стрѣлу прогиба равную единицѣ.

$E$ —модуль упругости рельса, равный 2000000 кил. на кв. сант.

$J$ —моментъ инерціи рельса.

$D = \frac{Cb}{[\gamma_\phi]_к}$ —есть сила, подѣ влияніемъ которой шпала въ точкѣ

приложенія этой силы (въ сѣченіи подъ рельсомъ) даетъ упругую осадку, равную единицѣ.

$w$ —есть моментъ сопротивленія рельса.

$G, a, C, b, k$  и  $[\tau_0]$ —имѣютъ прежнія значенія.

Наибольшее свальвающее напряжение въ рельсѣ—у нейтральной оси—опредѣляется по формулѣ:

$$R_c = \frac{Q \times S}{\sigma \times \delta \times J} \quad (12)$$

гдѣ  $Q$ —наибольшая вертикальная сила для данного сѣченія. Въ за-  
пасъ прочности можно принимать  $Q = G$ .

$\sigma$ —коэффициентъ ослабленія рельса отверстіями для болтовъ;  
приблизительно можно принимать  $\sigma = \frac{2}{3}$ .

$\delta$ —толщина шейки рельса.

$S$ —статическій моментъ части сѣченія рельса, расположенной  
по одну сторону отъ оси, проходящей черезъ центръ  
тяжести сѣченія и параллельной его основанію, относи-  
тельно этой оси. Статическій моментъ опредѣляется по  
ур. (4).

$J$ —моментъ инерціи рельса.

$R_c$  должно быть не болѣе:

$$\frac{3}{4} \times 1400 = 1050 \text{ кил. на кв. сант.}$$

Если бы  $R_c$  получилось болѣе этой нормы, то это показало  
бы, что шейка рельса имѣетъ недостаточную толщину, которую въ  
такомъ случаѣ слѣдуетъ соотвѣтственно увеличить.

#### Рельсовый стыкъ.

Для того, чтобы рельсы при измѣненіяхъ температуры могли  
свободно удлиняться и укорачиваться, между концами смежныхъ  
рельсѣ оставляется зазоръ.

При длинѣ рельсѣ въ  $35' = 5 \text{ саж.} = 10.668 \text{ метр.}$  и коэффициентъ  
расширенія стали  $0.00124$  (на  $100^\circ\text{C}$ ), принимая наибольшее воз-  
можное колебаніе температуры въ  $60^\circ\text{R} = 75^\circ\text{C}$ , будемъ имѣть соот-  
вѣтствующее этому измѣненію температуры измѣненіе длины  
рельса:

$$\max \Delta_{75} = \frac{10.668 \times 75 \times 0.00124}{100} = 0.00992 \text{ мет.} \approx 10 \text{ мм.}$$

Слѣдовательно, чтобы рельсы могли свободно удлиняться подъ  
вліяніемъ измѣненія температуры, необходимо, чтобы при средней

температуръ зазоръ между смежными рельсами быть не менѣе  $\frac{10}{2} = 5$  м.м. Добавляя еще 3 м.м. въ запасъ, получимъ окончательно необходимый стыковой зазоръ между концами смежныхъ рельсъ при средней температурѣ:

$$5 + 3 = 8 \text{ м.м.}$$

Этотъ нормальный средній зазоръ и принимается за основаніе при укладкѣ рельсъ, при чемъ вводится поправка \*) на температуру, при которой укладка производится.

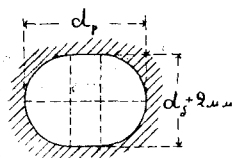
Диаметръ болтовъ ( $d_0$ ), соединяющихъ рельсы съ накладками, принимается въ предѣлахъ отъ 19 до 24 м.м. Головка болта должна быть такъ сконструирована, чтобы при завинчиваніи гайки не могъ вращаться весь болтъ.

Гайка дѣлается шестигранною и, чтобы не развинчивалась отъ сотрясеній, обыкновенно снабжается еще контргайкою, или же между гайкою и накладкою помѣщается пружинная шайба (Гровера).

Отверстія для болтовъ въ накладкахъ дѣлаются круглаго сѣченія, иногда съ дополнительнымъ угловымъ вырѣзомъ, назначеніе котораго препятствовать вращенію болта при завинчиваніи гайки. Диаметры этихъ отверстій дѣлаются на два миллиметра больше соответственныхъ диаметровъ болтовъ.

Отверстія для болтовъ въ рельсѣ дѣлаются удлиненной формы, и имѣютъ видъ, показ. на рис. 3. Вертикальный размѣръ этихъ отверстій дѣлается такимъ же, какъ размѣръ отверстій для болтовъ въ накладкѣ, т.е. на 2 м.м. больше диаметра болта. Горизонтальная ось дѣлается больше вертикальной настолько, чтобы рельсъ могъ свободно измѣнять свою длину подъ вліяніемъ температуры при самыхъ невыгодныхъ допускаемыхъ техническими

Рис. 3.



\*) Для приданія рельсовымъ зазорамъ правильной величины, соответствующей той температурѣ, при которой производится укладка, пользуются металлическими пластинками различной толщины, помѣщаемыми во время укладки между концами смежныхъ рельсъ; пластинки эти по толщинѣ должны соответствовать размѣру стыкового зазора, соответствующаго той температурѣ, при которой производится укладка.

условіями отступленіях \*) отъ проектныхъ чертежей въ расположеніи и размѣрахъ отверстій для болтовъ какъ въ рельсѣ, такъ и въ накладкахъ.

\*) Временными техническими условіями на поставку стальныхъ рельсъ и нормальными техническими условіями на изготовленіе и поставку болтовъ, гаекъ и шуруповъ, костылей, накладокъ и подкладокъ (см. сводъ распоряженій Мин. Пут. Сооб. по Службѣ Пути жел. дорогъ—выпускъ III и приказъ по Мин. Пут. Сооб. № 128 отъ 30 сент. 1900 г.) въ размѣрахъ рельсъ и рельсовыхъ скрѣпленій допускаются слѣдующія отступленія отъ проектныхъ чертежей:

	Если толщина вранокъ въ питъ 11 м.м. и болѣе.	Если толщина вранокъ въ питъ менше 11 м.м.
Для рельсъ:		
отступленія въ ширинѣ подошвы.....	± 1 м.м.	± 2 м.м.
несимметричность подошвы рельса относительно средней вертикальной оси.....	1/2 м.м.	1 м.м.
отступленія въ прочихъ размѣрахъ поперечнаго сѣченія рельса.....	± 1/2 м.м.	
несимметричность относительно средней вертикальной оси.....	1/4 "	
отступленія въ измѣреніяхъ отверстій для болтовъ, въ разстояніяхъ между ними и отъ конца рельса...	± 1 "	
въ длинѣ рельсъ при нормальной длинѣ до 28 фут..	± 3 "	
въ длинѣ рельсъ при нормальной длинѣ отъ 28 до 35 фут. ....	± 4 "	
въ углѣ наклоненія граней рельса, соприкасающихся съ накладками, отступленій не допускается.		

Для болтовъ:

въ длинѣ.....	± 3 "
въ прочихъ измѣреніяхъ.....	± 1/2 "

Для костылей:

въ длинѣ.....	± 3 "
въ ширинѣ и толщинѣ стержня.....	± 1/2 "
въ прочихъ измѣреніяхъ костыли должны быть не меньше показанныхъ на чертежахъ.	
въ очертаніи примыканія головки костыля къ рельсу отступленій не допускается.	
утолщеніе стержня подъ головкою костыля на длинѣ до 10 м.м. допускается и болѣе 1/2 м.м.	



Обозначим через:

$\Delta$ —средний стыковой зазор.

$d_p$ —горизонтальный размѣръ отверстій въ рельсѣ.

$d_n$ —діаметръ отверстія въ накладкѣ.

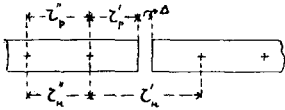
$d_6$ —діаметръ болта.

$r'_p$ —разстояніе центра перваго отверстія отъ конца рельса  
(рис. 4).

$r''_p$ —разстояніе между центрами отверстій въ рельсѣ.

$r'_n$  и  $r''_n$ —разстоянія между центрами отверстій въ накладкѣ.

Рис. 4.



Кромѣ того примемъ во вниманіе, что для свободнаго измѣненія длины рельса подъ влияніемъ температуры въ нашемъ случаѣ конецъ рельса долженъ быть въ состояніи перемѣщаться въ ту и другую сторону на  $\frac{5}{2} = 2.5$  м.м. Тогда можемъ напи-

сать уравненіе:

$$\left(\frac{\Delta}{2} + r'_p\right) + r''_p + \frac{d_p}{2} = \frac{r'_n}{2} + r''_n - \frac{d_n}{2} + d_6 + 2.5$$

откуда:

$$d_p = 2 \left[ \frac{r'_n}{2} + r''_n - \frac{d_n}{2} + d_6 + 2.5 - \left(\frac{\Delta}{2} + r'_p\right) - r''_p \right] \quad (13)$$

Изъ этого уравненія опредѣляется горизонтальный размѣръ отверстія для болта въ рельсѣ, при чемъ размѣръ этотъ долженъ быть достаточенъ при наименѣе выгоднѣйшихъ допускаемыхъ техническими условіями отступленіяхъ отъ проектныхъ чертежей всѣхъ входящихъ въ него величинъ.

Для накладокъ:

въ діаметрахъ дыръ, глубинѣ и ширинѣ шпунтовъ и въ поперечныхъ размѣрахъ.....	$\pm \frac{1}{2}$	"
въ разстояніяхъ между центрами дыръ и шпунтами...	$\pm 1$	"
въ длинѣ.....	$\pm 2$	"

Для подкладокъ:

въ толщинѣ, измѣреніяхъ дыръ и разстояніяхъ между дырами .....	$\pm \frac{1}{2}$	"
въ ширинѣ и длинѣ .....	$\pm 2$	"

Размѣръ  $d_p$  получится наибольшимъ при наибольшихъ возможныхъ значенiяхъ  $r'_n$ ,  $r''_n$  и  $d_\delta$  и наименьшихъ значенiяхъ  $d_n$ ,  $r'_p$  и  $r''_p$ .

Соотвѣтственно допускаемымъ техническими условiями отступленiямъ отъ проектныхъ чертежей горизонтальный размѣръ отверстiя для болта долженъ быть принятъ равнымъ:

$$\text{max. } d_p = 2 \left[ \frac{r'_n + 1}{2} + r''_n + 1 - \frac{d_n - \frac{1}{2}}{2} + d_\delta + \frac{1}{2} + 2.5 - \left( \frac{\Delta}{2} + r'_p - 1 \right) - (r''_p - 1) \right] = 2 \left[ \frac{r'_n}{2} + r''_n - \frac{d_n}{2} + d_\delta - \left( \frac{\Delta}{2} + r'_p \right) - r''_p + 6.75 \right]$$

а такъ какъ при нормальныхъ размѣрахъ:

$$\frac{\Delta}{2} + r'_p + r''_p = \frac{r'_n}{2} + r''_n$$

то будемъ имѣть окончателно при нормальной длинѣ рельсъ въ 35' и расчетной амплитудѣ колебанiя температуры въ 75°C.

$$\text{max. } d_p = 2 \left[ d_\delta - \frac{d_n}{2} + 6.75 \right] \quad (14)$$

Рельсовые подкладки, располагаемыя на деревянныхъ шпалахъ, должны проектироваться съ такимъ расчетомъ, чтобы на шпалу передавалось давленiе не болѣе:

при дубов. шпалахъ 30 кил. на кв. сант. = 11.8 пуд. на кв. д.  
 при сосн. шпалахъ 20 > > > = 7.9 > > >

Отверстiя для костылей располагаются въ подкладкахъ такимъ образомъ, чтобы разстояние между краями этихъ отверстiй, обращенными къ оси рельса, было на 2 м.м. менѣе ширины подошвы рельса. При этомъ отверстiя должны быть расположены такимъ образомъ, чтобы при нормальномъ положенiи рельса на подкладкѣ и нормальномъ размѣрѣ подошвы рельса отверстiя для болтовъ заходили на 1 м.м. подъ подошву рельса.

Въ отношенiи размѣровъ самыхъ отверстiй должны быть соблюдены слѣдующiя правила. Размѣры отверстiй для костылей въ направленiи длины рельса должны быть на 2 м.м. болѣе соотвѣтственнаго размѣра костыля.

Что же касается размѣровъ этихъ отверстій въ направленіи перпендикулярномъ къ длинѣ рельса, то, имѣя въ виду указанныя выше отступленія отъ проектныхъ размѣровъ, допускаемыя техническими условіями, слѣдуетъ различать два случая.

Когда подкладки имѣютъ съ наружной стороны колеи реборду, въ которую рельсъ долженъ упираться, размѣръ (поперекъ пути) отверстій для костылей, располагаемыхъ снаружи колеи, долженъ быть на 2 м.м., а размѣръ (поперекъ пути) отверстій, расположенныхъ внутри колеи, на 4 м.м. больше соответственнаго размѣра костылей.

Когда подкладки не имѣютъ наружной реборды, въ которую подошва рельса должна упираться, размѣры отверстій для всѣхъ костылей дѣлаются одинаковыми, а именно въ направленіи оси пути на 2 м.м., а въ направленіи поперекъ пути на 3 м.м. больше соответственныхъ размѣровъ костылей.

При опредѣленіи количествъ скрѣпленій, требующихся на 1 версту пути, слѣдуетъ къ количествамъ, опредѣленнымъ по типу укладки добавлять на утерю и изломъ — накладокъ и подкладокъ 1½%, болтовъ 3% и костылей 6%.

## Теоретическія основанія расчета рельса.

### Общій случай.

Для прямолинейнаго бруса, подверженнаго дѣйствию силъ, перпендикулярныхъ къ его нейтральной оси, при условіи, что ось XX параллельна этой послѣдней, будетъ имѣть мѣсто уравненіе:

$$M = \frac{EJ}{\rho}, \text{ гдѣ } \rho = \pm \frac{\left\{ 1 + \left( \frac{dy}{dx} \right)^2 \right\}^{\frac{3}{2}}}{\frac{d^2y}{dx^2}}.$$

Въ этихъ выраженіяхъ  $M$  представляетъ собою моментъ внѣшнихъ силъ,  $J$  — моментъ инерціи поперечнаго сѣченія бруса,  $E$  — модуль упругости его матеріала и  $\rho$  — радиусъ кривизны изогнутой нейтральной оси бруса въ изслѣдуемомъ сѣченіи.

Пренебрегая величиною  $\left( \frac{dy}{dx} \right)^2$ , вслѣдствіе ея малости, и беря

приближенное значение для  $\delta$ , получимъ дифференціальное уравненіе упругой линіи бруса слѣдующаго вида \*):

$$M = \pm EJ \frac{d^2 y}{dx^2}. \quad (15)$$

Знакъ второй части надо выбирать такимъ образомъ, чтобы обѣ части уравненія были одного знака.

При этомъ знакъ передъ правою частью ур. (15) зависитъ отъ выбора положительныхъ направлений координатныхъ осей и моментовъ, при чемъ существуетъ слѣдующее практическое правило.

Если, разсматривая дѣйствіе лѣвой отсѣченной части бруса на правую (т. е. опредѣляя моментъ  $M$  по внѣшнимъ силамъ, расположеннымъ слѣва отъ изслѣдуемаго сѣченія), условимся считать положительными моменты, вращающіе положительную ось  $YY$  на положительную ось  $XX$ , то уравненіе упругой линіи надо писать со знакомъ плюсъ, т.-е:

$$M = + EJ \frac{d^2 y}{dx^2}.$$

Наоборотъ, если считать положительными моменты, вращающіе положительную ось  $YY$  на отрицательную ось  $XX$ , то вторую часть уравненія упругой линіи надо брать со знакомъ минусъ, т.-е:

$$M = - EJ \frac{d^2 y}{dx^2}.$$

Очевидно, если бы мы стали разсматривать дѣйствіе правой отсѣченной части бруса на лѣвую, то, сохраняя прежнія направленія положительныхъ осей и моментовъ, знаки передъ второю частью уравненія упругой линіи пришлось бы ставить противоположные указаннымъ выше \*\*).

Положимъ теперъ, что мы имѣемъ прямолинейный брусъ, лежащій на многихъ упругихъ опорахъ и подверженный дѣйствію, какъ равномерной нагрузки, такъ и сосредоточенныхъ грузовъ.

\*) Двойной знакъ во второй части уравненія является результатомъ корня квадратнаго въ выраженіи радіуса кривизны.

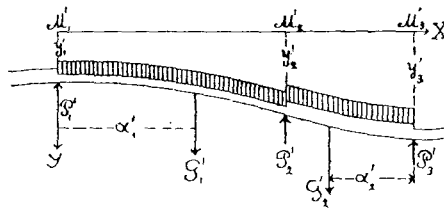
\*\*\*) Подробнѣе о правилѣ знаковъ см. В. Толстомятовъ. „Циммерманновскій методъ расчета брусевъ, лежащихъ на сплошномъ упругомъ основаніи“.

Положимъ дальѣ, что пролеты между этими упругими опорами неодинаковы, и кромѣ того, что моменты инерціи бруса, постоянныя нагрузки и сосредоточенные грузы для разныхъ пролетовъ различны.

Будемъ разсматривать два какихъ либо смежныхъ пролета угланнаго бруса, предположивъ сначала, что въ каждомъ пролетѣ кромѣ равномерной нагрузки дѣйствуетъ только по одному сосредоточенному грузу.

Обозначимъ для взятыхъ нами двухъ пролетовъ (рис. 5) послѣдовательно, начиная отъ лѣвой опоры, величины пролетовъ черезъ

Рис. 5.



$a_1$  и  $a_2$ , сосредоточенныя грузы черезъ  $G'_1$  и  $G'_2$  расстоянія ихъ отъ соответственныхъ крайнихъ опоръ черезъ  $\alpha'_1$  и  $\alpha'_2$ , равномерна распределенныя нагрузки черезъ  $q_1 a_1$  и  $q_2 a_2$ , моменты инерціи черезъ  $J_1$  и  $J_2$ , упругія осадки опоръ черезъ  $y'_1$ ,  $y'_2$  и  $y'_3$ , опорныя моменты на этихъ опорахъ черезъ  $M'_1$ ,  $M'_2$  и  $M'_3$ , и опорныя давленія черезъ  $P'_1$ ,  $P'_2$  и  $P'_3$ .

Если теперь условимся считать положительными моменты, вращающіе по направленію часовой стрѣлки, и будемъ разсматривать дѣйствіе лѣвой отсѣченной части бруса на правую, то, согласно вышеприведенному правилу знаковъ, при направленіи положительныхъ координатныхъ осей, показанномъ на рис. 5, будемъ имѣть уравненіе упругой линіи для пролета  $a_1$  въ предѣлахъ отъ опоры 1 до точки приложенія груза  $G'_1$ :

$$-EJ_1 \frac{d^2 y}{dx^2} = M_x = M'_1 + Bx - \frac{q_1 x^2}{2}. \quad (16)$$

Для того же пролета  $a_1$  въ предѣлахъ отъ точки приложенія груза  $G'_1$  до правой опоры будемъ имѣть:

$$-EJ_1 \frac{d^2 y}{dx^2} = M'_x = M'_1 + Bx - G'_1(x - \alpha'_1) - \frac{q_1 x^2}{2}. \quad (17)$$

Изъ уравненія (17) можемъ опредѣлить величину коэффициента  $B$ , такъ какъ при  $x=a_1$   $M'_x$  будетъ равно  $M'_2$ , т. е. мы будемъ имѣть:

$$M'_2 = M'_1 + Ba_1 - G'_1(a_1 - \alpha_1) - \frac{q_1 a_1^2}{2}.$$

Откуда:

$$B = \frac{M'_2 - M'_1}{a_1} + G'_1 \frac{(a_1 - \alpha'_1)}{a_1} + \frac{q_1 a_1}{2}.$$

Это выраженіе для  $B$  подставляемъ въ уравненія (16) и (17).

Аналогичныя два уравненія можемъ написать для пролета  $a_2$ .

Интегрируя затѣмъ эти четыре уравненія, и опредѣляя произвольныя постоянныя, получимъ въ результатъ слѣдующее уравненіе\*), выражающее зависимость между деформаціею бруса и дѣйствующими на него силами:

$$6EJ_1 \left( \frac{y'_2 - y'_1}{a_1} + \frac{y'_2 - y'_3}{a_2} \right) = \left[ M'_1 a_1 + 2M'_2 \left( a_1 + a_2 \frac{J_1}{J_2} \right) + M'_3 a_2 \frac{J_1}{J_2} \right] + \frac{G'_1 \alpha'_1 (a_1^2 - \alpha_1'^2)}{a_1} + \frac{G'_2 \alpha'_2 (a_2^2 - \alpha_2'^2)}{a_2} \frac{J_1}{J_2} + \frac{q_1 a_1^3}{4} + \frac{q_2 a_2^3}{4} \frac{J_1}{J_2}. \quad (18)$$

Аналогичное уравненіе можемъ написать и для всякой другой пары грузовъ  $G''_1$  и  $G''_2$ , приложенныхъ въ разстояніяхъ  $\alpha''_1$  и  $\alpha''_2$  отъ крайнихъ опоръ разсматриваемыхъ нами смежныхъ пролетовъ. Суммируя затѣмъ всѣ эти уравненія, при чемъ однако два послѣднихъ члена, выражающіе вліяніе постоянной нагрузки, конечно, должны быть взяты только одинъ разъ, получимъ слѣдующее общее уравненіе при дѣйствіи въ каждомъ пролетѣ системы грузовъ:

$$6EJ_1 \left( \frac{y_2 - y_1}{a_1} + \frac{y_2 - y_3}{a_2} \right) = \left[ M_1 a_1 + 2M_2 \left( a_1 + a_2 \frac{J_1}{J_2} \right) + M_3 a_2 \frac{J_1}{J_2} \right] + \sum \frac{G_1 \alpha_1 (a_1^2 - \alpha_1^2)}{a_1} + \sum \frac{G_2 \alpha_2 (a_2^2 - \alpha_2^2)}{a_2} \frac{J_1}{J_2} + \frac{q_1 a_1^3}{4} + \frac{q_2 a_2^3}{4} \frac{J_1}{J_2}. \quad (19)$$

\*) Подробный выводъ этого уравненія см. А. Холодецкій „Исследование вліянія внѣшнихъ силъ на верхнее строеніе желѣзнодорожнаго пути“. „Инженеръ“—№ 12, 1896 г.

Если брусъ въ обоихъ пролетахъ одинаковаго сѣченія, т.е.  $J_1=J_2=J$ , и нагруженъ только равномерно распределенною нагрузкою, т.е. при  $\sum G_1=\sum G_2=0$ , то получится такъ называемое уравненіе Клапейрона:

$$6EJ\left(\frac{y_2-y_1}{a_1} + \frac{y_2-y_3}{a_2}\right) = [M_1a_1 + 2M_2(a_1+a_2) + M_3a_2] + \frac{q_1a_1^3}{4} + \frac{q_2a_2^3}{4}. \quad (20)$$

Если брусъ кромѣ того лежитъ на неупругихъ опорахъ, т.е. при  $y_1=y_2=y_3$ , то получимъ такъ называемое уравненіе трехъ моментовъ:

$$M_1a_1 + 2M_2(a_1+a_2) + M_3a_2 + \frac{q_1a_1^3}{4} + \frac{q_2a_2^3}{4} = 0. \quad (21)$$

Если же брусъ постояннаго сѣченія лежитъ на упругихъ опорахъ, пролеты равны между собою и въ каждомъ пролетѣ дѣйствуетъ только по одному сосредоточенному грузу, т.е. когда  $a_1=a_2=a_3$  и  $q_1=q_2=0$ , то согласно ур. (19) будемъ имѣть:

$$\frac{6EJ}{a}(2y_2 - y_1 - y_3) = (M_1 + 4M_2 + M_3)a + \frac{G_1\alpha_1(a^2 - \alpha_1^2)}{a} + \frac{G_2\alpha_2(a^2 - \alpha_2^2)}{a}. \quad (22)$$

Согласно принятому нами обозначенію  $y_1$ ,  $y_2$  и  $y_3$  представляютъ собою пониженія упругихъ опоръ бруса подѣ влияніемъ нагрузки.

Если разсматриваемый брусъ представляетъ собою рельсъ, а опорами являются шпалы, лежація на упругомъ балластѣ, то указанныя величины  $y_1$ ,  $y_2$  и  $y_3$  представляютъ собою упругія осадки шпаль въ сѣченіяхъ подѣ рельсомъ, и по Циммерманну опредѣляются изъ выраженій\*):

$$y_i = \frac{\kappa P_i}{Cb} [\eta_i], \quad (23)$$

гдѣ  $P_i$  — соответственное опорное давленіе, т. е. давленіе передаваемое рельсомъ на шпалу.

\*) Подробнѣе см. В. Толстойтовъ. „Циммерманновскій методъ расчета брусевъ, лежащихъ на сплошномъ упругомъ основаніи“, стр. 53.

$C$  — коэффициент балласта.

$b$  — ширина постели шпалы.

$[\gamma_{\rho}]$  — коэффициентъ, зависящій отъ ширины колеи, отъ размѣровъ и матеріала шпалъ и отъ рода балласта; коэффициентъ этотъ можетъ быть опредѣленъ изъ помѣщенной въ концѣ настоящей брошюры таблицы 2.

$\kappa$  — коэффициентъ, зависящій отъ поперечнаго сѣченія и матеріала шпалы и отъ качества балласта;  $\kappa = \sqrt[4]{\frac{Cb}{4E'J}}$ , гдѣ  $E'$  — модуль упругости матеріала шпалы,  $J'$  — моментъ инерціи ея поперечнаго сѣченія, а  $C$  и  $b$  имѣютъ прежнія значенія.

Называя черезъ  $D$  такую величину силы  $P_i$  (въ ур. 23), при которой  $y_i$  получается равнымъ единицѣ, т. е. называя черезъ  $D$  силу, вызывающую въ точкѣ ея приложенія упругую осадку  $y_i=1$ , получимъ на основаніи ур. (23):

$$D = \frac{Cb}{\kappa[\gamma_{\rho}]} \text{ и } y_i = \frac{P_i}{D}. \quad (24)$$

На основаніи ур. (23) и (24) можно выразить упругія осадки опоръ нашей многопролетной балки черезъ опорныя давленія. Эти выраженія для упругихъ осадокъ будутъ:

$$y_1 = \frac{\kappa P_1}{Cb} [\gamma_{\rho}] = \frac{P_1}{D}; \quad y_2 = \frac{\kappa P_2}{Cb} [\gamma_{\rho}] = \frac{P_2}{D}; \quad (25)$$

$$y_3 = \frac{\kappa P_3}{Cb} [\gamma_{\rho}] = \frac{P_3}{D} \text{ и т. д.}$$

Равнымъ образомъ можно выразить черезъ опорныя давленія также и опорные моменты, при условіи лишь, что опорный моментъ крайней лѣвой опоры равенъ нулю, т. е. при  $M_1=0$ . Такъ, напр., въ томъ случаѣ, когда всѣ пролеты равны между собою и въ каждомъ пролетѣ приложено только по одному сосредоточенному грузу, а равномерно распределенной нагрузки нѣтъ вовсе, для опорныхъ моментовъ будемъ имѣть выраженія:

$$\left. \begin{aligned} M_2 &= P_1 a - G_1(a - \alpha_1) \\ M_3 &= 2P_1 a + P_2 a - G_1(2a - \alpha_1) - G_2 \alpha_2 \end{aligned} \right\}. \quad (26)$$

и т. д.



Если подставить опредѣленные такимъ образомъ выраженія для упругихъ осадокъ и для опорныхъ моментовъ въ ур. (22), то при заданныхъ размѣрахъ бруса и способѣ его нагрузки единственныя входящія въ него неизвѣстныя величины будутъ опорныя давленія.

Для балки, лежащей на  $n$  опорахъ, можно написать  $n-2$  уравненія вида (22)—по одному для каждой пары смежныхъ пролетовъ. Прибавляя къ этимъ  $n-2$  уравненіямъ еще условія  $P_1+P_2+\dots+P_n+\Sigma G=0$  и  $M_n=0$ , получимъ достаточное число уравненій для опредѣленія  $n$  опорныхъ давленій  $P_1, P_2 \dots$  и  $P_n$ .

При симметричномъ расположеніи нагрузки число различныхъ опорныхъ давленій будетъ  $\frac{n}{2}$  — при  $n$  четномъ, и  $\frac{n+1}{2}$  при  $n$  нечетномъ, а слѣдовательно столько же надо и уравненій для опредѣленія этихъ неизвѣстныхъ. Такъ какъ уравненіе  $M_n=0$  при этомъ вытекаетъ изъ самаго условія симметричности нагрузки, то оно въ счетъ идти не должно, а слѣдовательно, кромѣ условія  $P_1+P_2+\dots+P_n+\Sigma G=0$ , для опредѣленія опорныхъ сопротивленій надо еще написать уравненій вида (22):

$$\begin{aligned} & \frac{n}{2} - 1 \text{ при } n \text{ четномъ} \\ & \text{и } \frac{n+1}{2} - 1 \text{ при } n \text{ нечетномъ.} \end{aligned}$$

Вышеуказанныя формулы даютъ возможность опредѣлять напряженіе рельса при любомъ расположеніи нагрузки.

При достаточно большомъ числѣ опоръ сопротивленія крайнихъ опоръ при дѣйствіи данной системы грузовъ получатся отрицательными, т.-е. дѣйствіе нагрузки будетъ стремиться приподнять шпалы, отдѣливъ ихъ отъ балласта. Такъ какъ практически балластъ этому стремленію сопротивляться не можетъ, то, допустивъ возможность этихъ отрицательныхъ сопротивленій опоръ и введя ихъ въ расчетъ, мы получили бы невѣрные значенія и для всѣхъ положительныхъ опорныхъ сопротивленій.

Чтобы избѣжать этого, надо брать такое число опоръ  $n$ , при которомъ сопротивленія крайнихъ опоръ еще получаютъ положительными.

#### Формула Циммерманна.

Если брусъ лежитъ на четырехъ опорахъ  $n=4$ , и одиночный грузъ  $G$  приложенъ къ срединѣ средняго пролета то для опредѣленія опорныхъ сопротивленій будемъ имѣть уравненіе:

$$2P_1+2P_2=G \quad (27)$$

и кромѣ того, такъ какъ  $M_1 = 0$ ,  $M_2 = M_3$ ,  $y_2 = y_3$ ,  $G_1 = 0$ ,  $a_2 = \frac{a}{2}$ , на основаніи ур. (22) будемъ имѣть:

$$\begin{aligned} \frac{6EJ}{a} (y_2 - y_1) &= 5M_2a + \frac{G\left(a^2 - \frac{a^2}{4}\right) \frac{a}{2}}{a} = \\ &= 5M_2a + G \frac{a^2}{2} \left(1 - \frac{1}{4}\right) = \\ &= 5M_2a + \frac{3}{8} Ga^2 \end{aligned}$$

или

$$\frac{6EJ}{a} (y_2 - y_1) = 5M_2a + \frac{3}{8} Ga^2. \quad (28)$$

Выражая упругія осадки опоръ  $y_1$  и  $y_2$  и опорный моментъ  $M_2$ , какъ выше было указано, черезъ опорныя сопротивленія, будемъ имѣть на основаніи ур. (25) и (26):

$$y_2 = \frac{P_2}{D}; \quad y_1 = \frac{P_1}{D} \quad \text{и} \quad M_2 = P_1a$$

Подставляя эти величины въ ур. (28), получимъ:

$$\frac{6EJ}{a} \times \frac{P_2 - P_1}{D} = 5P_1a + \frac{3}{8} Ga^2. \quad (29)$$

Рѣшаемъ совмѣстно уравненія (27) и (29) относительно  $P_1$  и  $P_2$ , обозначивъ:

$$\frac{6EJ}{Da^3} = \gamma = \frac{B}{D},$$

гдѣ значеніе величины  $D$  было уже объяснено выше, а величина  $B$  представляетъ собою силу, подъ вліяніемъ которой балка пролетомъ  $2a$ , свободно лежащая на двухъ опорахъ и имѣющая одинаковые съ изслѣдуемымъ рельсомъ  $E$  и  $J$ , даетъ стрѣлу прогиба равную единицѣ, если сила  $B$  приложена по срединѣ пролета.

Изъ уравненій (27) и (29) будемъ при этомъ имѣть:

$$P_1 = \frac{4\gamma - 3}{16\gamma + 40} G; \quad P_2 = \frac{4\gamma + 23}{16\gamma + 40} G,$$

а слѣдовательно наибольшій моментъ, изгибающій нашу балку, лежащую на четырехъ упругихъ опорахъ, будетъ (въ сѣченіи подъ грузомъ  $G$ ):

$$M_{max.} = \frac{3}{2} P_1 a + \frac{1}{2} P_2 a = \frac{8\gamma + 7}{16\gamma + 40} G a. \quad (30)$$

Это и есть формула Циммерманна. Выше мы указали, что число опоръ  $n$  надо брать такое, при которомъ сопротивленія крайнихъ опоръ еще получаются положительными. Такъ какъ въ данномъ случаѣ сопротивленіе крайней опоры  $P_1 = \frac{4\gamma - 3}{16\gamma + 40} G$  будетъ положительно при  $4\gamma > 3$ , то слѣдовательно формула Циммерманна примѣнима до тѣхъ поръ пока  $\gamma > \frac{3}{4}$ . При  $\gamma < \frac{3}{4}$  надо рассчитывать рельсъ, какъ балку, лежащую на двухъ опорахъ. Съ другой стороны при  $\gamma > 8.16$  сопротивленія крайнихъ опоръ получаются положительными не только для балки, лежащей на 4 опорахъ, но и для балки, лежащей на 6 опорахъ, слѣдовательно въ этомъ послѣднемъ предположеніи и надо вести расчетъ рельса при  $\gamma > 8.16$ .

Такимъ образомъ формула Циммерманна справедлива, если  $\gamma$  больше  $\frac{3}{4}$ , но меньше 8.16.

Пользуясь тѣмъ же методомъ, можно опредѣлить моментъ, изгибающій рельсъ, и при дѣйствиіи на послѣдній не одиночнаго груза, а системы грузовъ. При этомъ, однако, надо замѣтить, что вліяніе системы грузовъ будетъ для работы рельса болѣе выгоднымъ, нежели вліяніе одиночнаго груза; такъ какъ грузы, расположенные въ разныхъ пролетахъ, вызываютъ въ изслѣдуемомъ сѣченіи изгибающіе моменты разныхъ знаковъ; вслѣдствіе этого при возможномъ на практикѣ расположеніи грузовъ системы, наибольшіе изгибающіе моменты отъ системы грузовъ будутъ меньше, чѣмъ наибольшіе моменты отъ одиночнаго груза.

Это обстоятельство надо имѣть въ виду при проектированіи какъ верхняго строенія, такъ и паровозовъ, такъ какъ при выборѣ разстояній между осями паровоза въ соотвѣтствіи съ разстояніями между осями шпаль, и при удачномъ распредѣленіи между осями паровоза его вѣса и нагрузки, можно достигнуть болѣе выгодныхъ условій работы верхняго строенія и при сравнительно легкихъ рельсахъ допускать движеніе по нимъ болѣе тяжелыхъ паровозовъ, а слѣдовательно возить болѣе тяжелые поѣзда.

Принятіе во вниманіе при опредѣленіи изгибающаго рельсъ момента вліянія собственнаго вѣса верхняго строенія также даетъ

уменьшеніе моментовъ, опредѣленныхъ по одной подвижной нагрузкѣ, отъ 4% до 15% \*), такимъ образомъ, пренебрегая вліяніемъ собственнаго вѣса верхняго строенія на величину изгибающихъ моментовъ при расчетѣ рельсъ, мы дѣйствуемъ также въ пользу прочности.

Формула, предложенная Инженернымъ Совѣтомъ для опредѣленія вліянія статической нагрузки.

Формула для опредѣленія изгибающаго рельсъ момента, предложенная Инженернымъ Совѣтомъ и включенная въ техническія условія на сооруженіе желѣзныхъ дорогъ первостепеннаго значенія, отличается отъ указанной выше формулы Циммерманна только тѣмъ, что въ нее не вводится непосредственно вліяніе упругости шпалъ, которыя предполагаются неупругими, т. е. не изгибающимися подъ вліяніемъ нагрузки. Такія шпалы производили бы по всей длинѣ своей равномерное давленіе на балластъ и давали бы по всей длинѣ равномерную осадку, меньшую осадки въ сѣченіи подъ рельсомъ упругой шпалы. Для исправленія этой ошибки въ предложенную Инженернымъ Совѣтомъ формулу введенъ числовой коэффициентъ.

Дѣйствительно если предположить, что шпалы неупруги, то значеніе для  $\gamma = \frac{B}{D}$  будетъ другое, чѣмъ нами было указано выше. Величина  $B$ , не зависящая отъ размѣровъ и матеріала шпалъ, не измѣнится и сохранитъ свое прежнее значеніе, т. е. будетъ равна:

$$B = \frac{6EJ}{d^3}.$$

Величина же  $D$ , т. е. величина силы, производящей упругую осадку шпалы подъ рельсомъ равную единицѣ, увеличится, такъ какъ при отсутствіи упругости шпалы эту осадку сила  $D$  должна сообщить шпалѣ на цѣлой половинѣ ея длины, (на протяженіи второй половины длины шпалы ту же осадку сообщить ей давленіе второго рельса). Такимъ образомъ вмѣсто прежняго значенія  $D = \frac{Cb}{k[\gamma_p]}$  будемъ имѣть для неупругой шпалы:

$$D = \frac{Cb(2l)}{2}, \text{ гдѣ } 2l \text{—длина шпалы.}$$

\*) См. Холодепкій. „Исслѣдованіе вліянія вѣснихъ силъ на верхнее строеніе желѣзнодорожнаго пути“. „Инженеръ“ № 1—1897 г.

Чтобы приравнять это  $D$  определенному выше значению его для упругой шпалы, в формулу, предложенную Инженернымъ Совѣтомъ, введенъ коэффициентъ 0.89, и сила  $D$  окончательно принята равною:

$$D = \frac{0.89 Cb(2l)}{2},$$

а слѣдовательно:

$$\gamma = \frac{B}{D} = \frac{12EJ}{0.89Cb(2l)a^3}.$$

Очевидно такимъ образомъ, что формула, предложенная Инженернымъ Совѣтомъ, даетъ точные результаты лишь при шпалахъ той длины, того сѣченія и матеріала, и при той ширинѣ колеи, для которыхъ былъ определенъ вышеуказанный коэффициентъ 0.89, и не годится для оцѣнки вліянія измѣненія длины, сѣченія и матеріала шпалъ, а также даетъ неточные результаты при другой, кромѣ нормальной, ширинѣ колеи. Для оцѣнки вліянія всѣхъ этихъ факторовъ надо брать для силы  $D$  ея точное значеніе  $D = \frac{Cb}{k[\eta_p]}$ , что къ тому же не является большимъ осложненіемъ, если для опредѣленія значенія  $[\eta_p]$  пользоваться таблицей 2 (см. въ концѣ).

#### Давленіе, передаваемое рельсомъ на шпалу.

При расчетѣ шпалъ необходимо знать наибольшее давленіе  $P$ , передаваемое на шпалу черезъ рельсъ (см. ур. (6)).

Это давленіе при любомъ расположеніи нагрузки можетъ быть определено на основаніи уравненій (25), (26) \*) и (19) или (22) тѣмъ же самымъ путемъ, который былъ указанъ для опредѣленія момента, изгибающаго рельсъ.

Опредѣлимъ  $P$  для нѣкоторыхъ частныхъ случаевъ.

1. Давленіе одиночнаго груза  $G$  распределяется на три шпалы, при чемъ точка приложенія груза находится надъ среднею изъ нихъ.

Расположеніе нагрузки и обозначенія показаны на рис. 6.

Принимая во вниманіе, что моменты, опорныя давленія и осадки въ сѣченіяхъ надъ первою и третьею опорами соответственно равны между собою и кромѣ того, что моменты надъ первою и третьею опорами равны нулю, для опредѣленія опорныхъ сопротивленій будемъ имѣть уравненіе:

$$2P_1 + P = G.$$

\*) Ур. (26) составлены для опредѣленнаго частнаго случая, но аналогичныя уравненія могутъ быть составлены и для всякаго иного распредѣленія пролетовъ и нагрузки.

Кромѣ того на основаніи ур. (22):

$$\frac{6EJ}{a} (2y - 2y_1) = 4Ma,$$

гдѣ  $M$ —моментъ надъ среднею опорою.

Рис. 6.

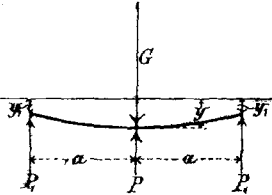
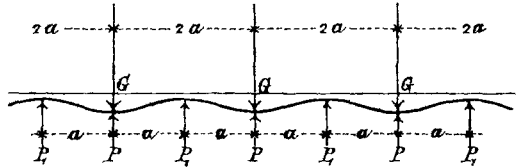


Рис. 7.



Рѣшая эти два уравненія совмѣстно, и подставляя вмѣсто  $y_1$ ,  $y$  и  $M$  ихъ выраженія черезъ опорныя сопротивленія, т. е.:

$$y_1 = \frac{P_1}{D}; \quad y = \frac{P}{D} \quad \text{и} \quad M = P_1 a$$

и кромѣ того обозначивъ:

$$\frac{6EJ}{a^3 D} = \gamma$$

будемъ имѣть:

$$P = \frac{\gamma + 2}{3\gamma + 2} G \quad (\text{форм. Шведлера}). \quad (31)$$

Эта формула была выведена Шведлеромъ, именемъ котораго и называется.

2. Одиночные грузы  $G$  расположены на бесконечно длинномъ рельсѣ на взаимныхъ разстоянiяхъ  $2a$  надъ шпалами (черезъ одну).

Расположеніе нагрузки и обозначенія показаны на рис. 7.

Для двухъ смежныхъ пролетовъ, расположенныхъ по обѣ стороны отъ одного изъ грузовъ  $G$ , принявъ во вниманіе, что изгибающіе моменты, упругія, осадки и опорныя давленія для сѣченій, расположенныхъ подъ грузами  $G$ , равно какъ и для сѣченій расположенныхъ надъ промежуточными шпалами, между собою равны, будемъ имѣть уравненія:

$$\frac{P_1}{2} + P + \frac{P_1}{2} = G$$

и на основаніи ур. (22):

$$\frac{6EJ}{a}(2y-2y_1)=(2M_1+4M)a,$$

гдѣ  $y$  и  $M$  относятся къ сѣченію надъ грузомъ  $G$ , а  $y_1$  и  $M_1$  къ сѣченію надъ промежуточною опорою.

Эти два уравненія рѣшаемъ совмѣстно, подставивъ вмѣсто  $y_1$ ,  $y$ ,  $M_1$  и  $M$  ихъ выраженія черезъ опорныя сопротивленія, а именно:

$$y_1 = \frac{P_1}{D}, \quad y = \frac{P}{D} \quad \text{и} \quad M_1 = -\frac{G-P}{4}a = -\frac{P_1a}{4} = -M.$$

При этомъ выраженія для моментовъ  $M_1$  и  $M$  получены, исходя изъ того, что изслѣдуемый брусъ въ предѣлахъ между двумя промежуточными опорами можно разсматривать, какъ брусъ длиною  $2a$  съ задѣланными концами нагруженный по срединѣ грузомъ  $G-P=P_1$ .

Обозначая кромѣ того:

$$\frac{6EJ}{a^3D} = \gamma$$

будемъ имѣть для искомага опорнаго сопротивленія  $P$  выраженіе:

$$P = \frac{4\gamma+1}{8\gamma+1} G \quad (\text{фор. Готмана}). \quad (32)$$

Формула эта была выведена Готманомъ, именемъ котораго и называется.

Подобнымъ образомъ можно опредѣлить наибольшее давленіе, передаваемое рельсомъ на шпалу, и при всякомъ иномъ расположеніи нагрузки.

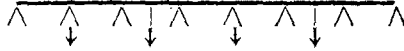
При этомъ, какъ того можно ожидать а priori, оказывается, что давленіе на шпалу возрастаетъ съ уменьшеніемъ отношенія разстоянія между паровозными осями къ разстоянію между осями шпаль.

Наиболѣе неблагопріятный случай, могущій встрѣтиться на практикѣ соответствуетъ четырехосному паровозу\*), разстояніе

\*) Трехосныхъ паровозовъ съ разстояніемъ между осями, равнымъ полторному разстоянію между шпалами, на практикѣ не встрѣчается. Для 3-хъ оснаго паровоза съ такими разстояніями между осями наибольшее давленіе на шпалу было бы  $P=0.75G$ , т. е. нѣсколько больше, чѣмъ для четырехоснаго паровоза.

между осями котораго равно полуторному разстоянію между осями шпаль (рис. 8).

Рис. 8.



Наибольшее давленіе, передаваемое рельсомъ на шпалу, для этого случая равно:

$$P=0.72 G \quad (33)$$

при чемъ оказывается\*), что величина этого давленія почти совершенно не зависитъ отъ того, какова будетъ для данного случая величина  $\gamma$ , т. е. не зависитъ ни отъ типа рельса, ни отъ типа шпаль и рода балласта. Такимъ образомъ для уменьшенія давленія на шпалы было бы бесполезно увеличивать вѣсь рельса, а слѣдовало бы уменьшать разстояніе между шпалами. Уменьшеніе давленія, передаваемого на балластъ, можетъ быть достигнуто, кромѣ уменьшенія разстоянія между шпалами, также и увеличеніемъ ширины нижней постели шпаль.

Вліяніемъ собственнаго вѣса верхняго строенія на величину давленій, передаваемыхъ рельсомъ на шпалы, и шпалами на балластъ, при расчетахъ можно пренебрегать, такъ какъ по сравненію съ давленіями отъ временной нагрузки вліяніе собственнаго вѣса верхняго строенія незначительно.

#### Вліяніе динамической нагрузки.

Выше были указаны способы опредѣленія вліянія на рельсъ статической нагрузки, при чемъ не трудно было убѣдиться въ томъ, что при любомъ положеніи сосредоточеннаго груза на рельсѣ въ пролетѣ между двумя шпалами, точка поверхности рельса, къ которой приложенъ этотъ грузъ, опустится противъ того положенія ея, которое она занимала бы при ненагруженномъ рельсѣ, при чемъ это пониженіе будетъ зависѣть съ одной стороны отъ прогиба рельса, съ другой отъ упругой осадки шпаль. При движеніи груза по рельсу каждому положенію груза будутъ соответствовать различные прогибы рельса и различныя осадки шпаль. Однако, какъ

\*) См. Холодецкій. „Исслѣдованіе вліянія внѣшнихъ силъ на верхнее строеніе желѣзнодорожнаго пути“. „Инженеръ“ № 1—1897 г.



это доказано теоретическими изслѣдованіями проф. Петрова \*) и подтверждено опытыми данными, можно со вполне достаточною для практических приложений точностью принимать, что при движеніи сосредоточеннаго груза или системы грузовъ по рельсу, траекторіи точекъ приложений къ рельсу этихъ движущихся грузовъ будутъ прямолинейны и параллельны поверхности катанія ненагруженнаго рельса, при условіи, что нагрузка передается рельсамъ черезъ совершенно правильно обточенные колеса (безъ выбоинъ) и что самые рельсы имѣютъ совершенно правильную поверхность катанія, и уложены правильно на одинаково подбитыхъ шпалахъ. При этихъ условіяхъ вліяніе скорости на динамическое давленіе ничтожно и для практическихъ примѣненій имъ можно пренебрегать.

Въ дѣйствительности, однако, столь благоприятныя условія почти никогда не имѣютъ мѣста. Выбоины въ колесныхъ бандажахъ, вертикальныя слагающія силу инерціи неуравновѣшенныхъ массъ паровоза, неровности поверхности катанія рельса, неправильности укладки рельса и подбивки шпаль — представляютъ собою рядъ факторовъ, сообщающихъ колесамъ вертикальныя скорости, а появленіе такихъ скоростей сообщаетъ траекторіямъ точекъ касанія колесъ съ рельсами волнообразный видъ и вызываетъ въ рельсахъ дополнительныя напряженія, при чемъ наибольшее вліяніе оказываютъ выбоины въ бандажахъ. Такъ какъ сообщаемыя колесамъ указанными выше факторами вертикальныя скорости возрастаютъ съ увеличеніемъ скорости движенія по рельсу, то и вызываемыя этими вертикальными скоростями дополнительныя напряженія въ рельсѣ, тоже съ увеличеніемъ скорости движенія возрастаютъ.

Въ результатъ своихъ изслѣдованій, проф. Петровъ \*\*) пришелъ къ слѣдующему выводу.

«Въ обыкновенныхъ условіяхъ практики, если будетъ призвано непозволительнымъ въ поѣзда, ходящіе со скоростями въ 75 и болѣе километровъ въ часъ, ставить паровозы съ колесами, изношенными до впадинъ на бандажахъ въ 4 мм., можно рассчиты-

\*) Н. Петровъ. „Вліяніе поступательной скорости колеса на напряженія въ рельсѣ“, и „Напряженія въ рельсахъ отъ изгибовъ въ вертикальной плоскости и вѣроятность опредѣленія этихъ напряженій опытами“, — Записки Им. Рус. Тех. О-ва, январь 1905 г. и июль 1906 г.

\*\*) Н. Петровъ. „Напряженія въ рельсахъ отъ изгибовъ въ вертикальной плоскости и вѣроятность опредѣленія этихъ напряженій опытами“. Записки Им. Рус. Тех. О-ва, июль 1906 г. стр. 565.

вать, что динамическое давленіе не будетъ превосходить статическаго болѣе, чѣмъ въ  $2\frac{1}{2}$  раза\*).

«Остатывляясь на этомъ опредѣленіи наибольшаго динамическаго давленія, слѣдуетъ имѣть въ виду, что оно относится не только къ одиночному колесу, но и къ ряду колесъ, дѣйствующихъ на рельсъ».

«Опредѣленное такимъ образомъ давленіе слѣдуетъ, повидимому, считать наибольшимъ, вызывающимъ наибольшее видоизмѣненіе рельса, наибольшій его изгибъ въ вертикальной плоскости. При такомъ расчетѣ можно допускать и наибольшее напряженіе, лишь бы оно не переходило много за предѣлъ упругости, опредѣляемый при растяженіи».

«Что касается предѣла упругости при изгибѣ, то его не слѣдуетъ отождествлять съ предѣломъ упругости при растяженіи стержня. Первоначальное положеніе крайнихъ волоконъ, при устраненіи изгиба, восстанавливается не только внутренними силами этихъ самыхъ волоконъ, но еще и напряженіемъ въ менѣе растянутыхъ слояхъ близкихъ къ крайнимъ».

«При испытаніи растяженіемъ образцовъ стали, вырѣзанныхъ изъ головки рельса, американскіе инженеры требуютъ чтобы предѣлъ упругости былъ отъ 40 до 42 кил. на кв. мм.»\*\*).

«При изгибѣ, какъ показали многіе опыты\*\*\*), предѣлъ упругости бываетъ болѣе 40 килогр. на квадр. мм. и доходитъ до 52 килогр. Поэтому, вводя вмѣсто динамическаго давленія статическое, другими словами, уменьшая дѣйствительное давленіе въ  $2\frac{1}{2}$  раза, можно и при одиночномъ колесѣ допускать лишь напряженія въ  $2\frac{1}{2}$  раза меньшія вышеуказанныхъ предѣловъ упругости, т.-е. допускать напряженія, въ крайнихъ волокнахъ головки и подошвы рельса, въ 16 до 20 килогр. на квадр. мм. Такъ какъ подѣ дѣйствіемъ многихъ колесъ рельсъ изгибается въ болѣе благоприятныхъ условіяхъ, то слѣдуетъ признать, что упомянутые предѣлы напряженій совсѣмъ не преувеличены».

Для русскихъ рельсъ требуется, чтобы разрывающее усиліе было не менѣе 60 кил. на кв. мм. (см. приказъ по Мин. П. С.

\*) Таблицы, на основаніи которыхъ сдѣланъ этотъ выводъ составлены проф. Петровымъ для скоростей движенія до 150 килом. въ часъ.

\*\*\*) Congrès International des chemins de fer. Travaux préparatoires de la 4-ème Session. Cahier 60, page 120—140.

\*\*\*) И. Кологривовъ и В. Толстоваговъ. „Отчетъ о ходѣ и результатахъ работъ седьмой сессіи международнаго желѣзнодорожнаго конгресса въ Вашингтонѣ“. Журналъ Мин. Пут. Сооб. № 6, 1905 г. стр. 23.

№ 128 отъ 30 сен. 1900 г.), а такъ какъ предѣлъ упругости для рельсъ хорошей службы составляетъ приблизительно 0.5 отъ временнаго сопротивленія (см. труды Рельс. Комис. при Инж. Сов. изд. 1906 г.), предѣлъ упругости (при растяженіи) будетъ соответствовать напряженію матеріала въ  $60 \times 0.5 = 30$  кил. на кв. м.м. Эта послѣдняя норма для предѣла упругости рельсовой стали при растяженіи устанавливается какъ минимумъ также и проектомъ новыхъ техническихъ условій на поставку рельсъ, выработанныхъ Рельсовой комиссіею при Инж. Сов. П. С. (изд. 1906 г.).

Такимъ образомъ, если разсчитывать рельсы по дѣйствию статической нагрузки, то, принимая во вниманіе, что динамическое дѣйствіе нагрузки можетъ быть до  $2\frac{1}{2}$  разъ болѣе статическаго, слѣдовало-бы при разсчетѣ на статическую нагрузку допускать напряженіе матеріала не болѣе  $30 : 2.5 = 12$  кил. на кв. м.м.

Нормальными техническими условіями на сооруженіе магистралей при статической нагрузкѣ допускается напряженіе матеріала рельсъ въ 14 кил. на кв. м.м., причемъ, однако, требуется затѣмъ производить повѣрочный разсчетъ рельсъ по динамической нагрузкѣ.

На основаніи приведенныхъ выше соображеній казалось бы, что норма напряженія въ 14 кил. на кв. м.м. \*) нѣсколько преувеличена для русскихъ рельсъ и что въ тѣхъ случаяхъ, когда предполагается движеніе скорыхъ поѣздовъ, соответственно установленнымъ у насъ условіямъ приѣмки рельсъ, при разсчетѣ на статическую нагрузку не слѣдовало-бы допускать напряженій матеріала болѣе 12 кил. на кв. м.м., причемъ эта послѣдняя норма напряженія гарантировала-бы прочность рельсъ и при динамическомъ дѣйствіи нагрузки.

Формула, предложенная Инженернымъ Советомъ, для опредѣленія вліянія динамической нагрузки.

Нормальными техническими условіями на сооруженіе магистралей, кромѣ повѣрки прочности рельсъ по формулѣ Циммерманна для одиночнаго статическаго груза, требуется производить повѣрку прочности рельса по динамической нагрузкѣ, пользуясь тою же формулою Циммерманна, но подставляя въ нее вмѣсто статической нагрузки на колесо паровоза нѣкоторую большую величину, опредѣленную на основаніи слѣдующихъ разсужденій.

\*) Принимая даже во вниманіе, что предѣлъ упругости при изгибѣ нѣсколько выше предѣла упругости при растяженіи.

Рельсъ подъ вліяніемъ нагрузки отъ колеса паровоза прогибается, при чемъ радіусъ кривизны, опредѣленный по наибольшему изгибающему моменту  $M$  (на основаніи формулы Циммерманна) будетъ:

$$\rho = \frac{EJ}{M} = 1 : \left[ \frac{8\gamma+7}{16\gamma+40} \cdot \frac{Ga}{EJ} \right].$$

Далѣе предполагается, что при движеніи колеса по рельсу траекторія точки касанія колеса и рельса будетъ также кривая съ радіусомъ кривизны  $\rho$ , и что, вслѣдствіе такой кривизны траекторіи точки касанія колеса и рельса, будетъ развиваться центробѣжная сила, подъ вліяніемъ которой вертикальное давленіе  $G$  колеса увеличится до величины  $G'$ , при чемъ вызванное центробѣжною силою увеличеніе давленія  $G$  будетъ:

$$G' - G = \frac{G'}{g} \frac{v^2}{\rho},$$

гдѣ  $v$ —скорость движенія паровоза; подставляя въ это выраженіе опредѣленное выше значеніе  $\rho$ , будемъ имѣть:

$$G' - G = \frac{8\gamma+7}{16\gamma+40} \cdot \frac{Gav^2}{EJg} \cdot G'$$

откуда:

$$G' = \frac{G}{1 - \frac{8\gamma+7}{16\gamma+40} \cdot \frac{Gav^2}{EJg}} \quad (34)$$

и напряженіе рельса подъ вліяніемъ динамической нагрузки по ур. (10) получится:

$$R = \frac{8\gamma+7}{10\gamma+40} \cdot \frac{G'a}{w} \quad (35)$$

Въ формулахъ (34) и (35) согласно нормальнымъ технич. услов. на соор. магистралей для  $\gamma$  берется тоже значеніе, что и въ формулѣ, предложенной Инженернымъ Совѣтомъ для расчета по стаческой нагрузкѣ (см. стр. 26).

Нормальными техническими условіями на сооруженіе магистралей требуется, чтобы напряженіе матеріала рельса, опредѣленное по ур. (35), не превосходило 20 кил. на кв. мм. Въ этомъ и заключается предписываемая нормальными техническими условіями повѣрка прочности рельса на динамическую нагрузку.

Изъ приведенныхъ выше данныхъ относительно дѣйствитель-

ныхъ условій движенія колеса по рельсамъ, видно, что центробѣжная сила, по которой опредѣляется величина  $G'$  совершенно фиктивна, а потому и самый способъ опредѣленія по ней вліянія динамической нагрузки не можетъ дать представленія о дѣйствительныхъ напряженияхъ матеріала рельса, хотя и можетъ дать нѣкоторыя данныя для сравненія работы рельсъ при однообразныхъ конструкціяхъ верхняго строенія.

### Нѣкоторыя данныя относительно разчета шпаль.

Величины упругой осадки, давленія на основаніе и изгибающаго момента для трехъ характерныхъ сѣченій шпалы (по срединѣ, въ сѣченіи подъ рельсомъ и въ концѣ) опредѣляются изъ ур. (6) \*).

Входящія въ составъ этихъ уравненій величины  $[\gamma_0]$ ,  $[\mu_0]$ ,  $[\gamma_\rho]$ ,  $[\mu_\rho]$  и  $[\gamma_\lambda]$  могутъ быть взяты непосредственно изъ таблицъ 1, 2 и 3 (см. въ концѣ), если  $\lambda$  и  $\rho$  выражены въ десятыхъ доляхъ единицы. Благодаря этому пользованіе ур. (6) дѣлается весьма простымъ и удобнымъ. Въ тѣхъ случаяхъ, когда  $\lambda$  и  $\rho$  не выражаются въ цѣлыхъ десятыхъ доляхъ единицы, при пользованіи таблицами 1, 2 и 3 необходимо прибѣгать къ интерполированію, но и это, конечно, не вноситъ въ расчетъ большого осложненія.

Таблицы 1, 2 и 3 имѣютъ еще то цѣнное свойство, что по нимъ непосредственно можно прослѣдить вліяніе измѣненія длины шпалы  $2l$  или ширины колеи  $2r$  на изгибающіе моменты и упругія осадки, такъ какъ  $\lambda = kl$  и  $\rho = kr$  пропорціональны длинамъ  $l$  и  $r$  (при постоянномъ  $k$ ), а величины опредѣляемыхъ изъ ур. (6) упругихъ осадокъ и изгибающихъ моментовъ пропорціональны величинамъ  $[\gamma_0]$ ,  $[\mu_0]$ ,  $[\gamma_\rho]$ ,  $[\mu_\rho]$  и  $[\gamma_\lambda]$ , если не измѣняются входящія въ указанныя уравненія выраженія  $k : Cb$  и  $1 : 2k$ .

При всѣхъ этихъ удобствахъ пользованія таблицами 1, 2 и 3 данныя этихъ таблицъ не могутъ служить основаніемъ для непосредственной оцѣнки вліянія измѣненія поперечнаго сѣченія шпалы или рода основанія (балласта), такъ какъ въ этомъ случаѣ выраженія  $k : Cb$  и  $1 : 2k$  являются также переменными величинами. Это послѣднее обстоятельство въ каждомъ частномъ случаѣ, конечно, легко можетъ быть принято въ расчетъ, но вліяніе измѣ-

---

\*) Выводъ этихъ формулъ см. В. Толстомятовъ. „Циммерманновскій методъ разчета брусьевъ, лежащихъ на сидошномъ упругомъ основаніи“.

ненія размѣровъ шпалы и рода основанія, какъ указано ниже; можно представить и въ болѣе общемъ видѣ.

Для этого замѣняемъ въ ур. (6) величину упругой осадки пропорціональнымъ ей единичнымъ давленіемъ на основаніе, и представляемъ вмѣсто к выраженіе  $1 : L$ . Тогда ур. (6) примутъ слѣдующій видъ:

$$\left. \begin{aligned} \frac{p_0 b}{P} &= \frac{[\tau_0]}{L}; & \frac{M_0}{P} &= \frac{L}{2} [\mu_0] \\ \frac{p_r b}{P} &= \frac{[\tau_r]}{L}; & \frac{M_r}{P} &= \frac{L}{2} [\mu_r] \\ \frac{p_b b}{P} &= \frac{[\tau_b]}{L} \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

Величина  $p$  обозначаетъ единичное давленіе на основаніе, слѣдовательно  $p b$ —представляетъ собою давленіе на единицу длины шпалы, а  $\frac{p b}{P}$  изображаетъ то же давленіе при единичной нагрузкѣ.

Подобнымъ же образомъ  $M : P$  представляетъ собою моментъ отъ груза равнаго единицѣ, или плечо, при которомъ грузъ  $P$  даетъ моментъ  $M$ . Такъ, напр., въ среднемъ сѣченіи шпалы получится отрицательный моментъ  $M_0$ , если шпалу, на которую дѣйствуютъ 2 груза  $P$ , положить на двѣ неподвижныя опоры, расположенныя между точками приложенія грузовъ въ разстояніяхъ  $M_0 : P$  отъ послѣднихъ. Подобнымъ же образомъ въ сѣченіи подъ грузомъ получится положительный моментъ  $M_r$ , если точки опоры будутъ расположены внѣ точекъ приложенія грузовъ въ разстояніяхъ  $M_r : P$  отъ послѣднихъ.

При такомъ преобразованіи вида формулъ возможно сравненіе изгибающихъ моментовъ при любыхъ сѣченіяхъ шпалъ и родахъ основанія, а также сравненіе единичныхъ давленій на основаніе при единственномъ условіи, чтобы не измѣнялась ширина постели шпалы. Однако, даже и несоблюденіе этого послѣдняго условія не представило бы большого затрудненія, ибо отъ давленія на погонную единицу шпалы не трудно перейти въ давленію и на квадратную единицу площади ея основанія.

При всемъ томъ, однако, пользуясь ур. (36), нельзя установить общей зависимости между изгибающими моментами и упругими осадками съ одной стороны и размѣрами и матеріаломъ шпалы и родомъ основанія — съ другой, если кромѣ  $\lambda$  и  $\rho$  считать пере-

мѣннымъ также и  $L$ . Это затрудненіе отпадаетъ, однако, само собою, если принять постоянною ширину колеи. Такъ для русской нормальной колеи, считая въ среднемъ ширину головки рельса въ  $68\frac{3}{4}$  мм, будемъ имѣть разстояніе между осями рельсъ:

$$r = \frac{152,4 + 6,8}{2} = 79,6 \text{ сант.}$$

слѣдовательно  $L = r : \rho = 79,6 : \rho$  дѣлается извѣстнымъ, какъ скоро задано  $\rho$ .

Встрѣчающіяся на практикѣ  $\rho$  и  $L$  заключаются обыкновенно въ нижеслѣдующихъ предѣлахъ:

$$\begin{array}{cccccccc} \rho = & 0,8; & 0,9; & 1,0; & 1,1; & 1,2; & 1,3; & 1,4; & 1,5; \\ L = & 99,50; & 88,44; & 79,60; & 72,36; & 66,33; & 61,23; & 56,86; & 53,07. \end{array}$$

Для этихъ значеній  $L$  и взятыхъ изъ таблицъ 1, 2 и 3 значеній  $[\eta_0]$ ,  $[\mu_0]$ ,  $[\eta_p]$ ,  $[\mu_p]$  и  $[\gamma_\lambda]$  составлены таблицы 4, 5, 6, 7, и 8. При этомъ въ таблицахъ 4, 6 и 8 приведены значенія выраженій:

$$1000[\eta_0] : L; \quad 1000[\eta_p] : L; \quad 1000[\gamma_\lambda] : L$$

отвѣчающихъ ур. (36) въ предположеніи, что давленіе на основаніе выражено въ килограммахъ, а давленіе рельсъ на шпалы— въ тоннахъ.

Выраженія:

$$-\frac{L}{2} [\mu_0] \text{ и } \frac{L}{2} [\mu_p]$$

приведенныя въ таблицахъ 5 и 7, представляютъ собою длины и выражены въ сантиметрахъ.

Для облегченія пользованія таблицами 4, 5, 6, 7, 8 и 9 въ концѣ каждой изъ нихъ приведены значенія выраженій:

$$\frac{J}{b} = \frac{C}{4E} L^4 *)$$

при  $E=2000000$  и  $E=120000$  кил. на кв. сант.,  $C=3$  и  $C=5$ . Въ таблицѣ 9 приведены величины  $l$ —въ сантиметрахъ для тѣхъ

\*) Въ этой формулѣ и въ послѣдующемъ изложеніи  $E$  представляетъ собою модуль упрукости матеріала шпаль,  $J$  моментъ инерціи поперечнаго сѣченія шпаль.

же значений  $\lambda$  и  $\rho$ , для которых определены остальные элементы этой таблицы, при чем величины  $l$  определялись изъ выражения:

$$l = \lambda L = 79,6 \frac{\lambda}{\rho}$$

Пользуясь этими послѣдними значениями  $l$ , можно всѣ выраженія, определяемые ур. (36) представить графически, въ видѣ функций отъ  $l$ , что и сдѣлано на приложенныхъ въ концѣ текста чертежахъ I и II.

На этихъ чертежахъ для каждой изъ пяти величинъ;

$$\frac{p_0 b}{P}; \quad \frac{p_r b}{P}; \quad \frac{p b}{P}; \quad -\frac{M_0}{P} \text{ и } \frac{M_r}{P}$$

начерчено по 8 кривыхъ \*). Изъ нихъ каждая въ отдѣльности показываетъ измѣненіе одной изъ указанныхъ пяти величинъ съ измѣненіемъ длины шпала при постоянномъ  $\rho$ , а совокупность каждыхъ однородныхъ восьми кривыхъ показываетъ измѣненіе тѣхъ же величинъ въ зависимости отъ измѣненія  $\rho$ . Такъ какъ:

$$\rho = \frac{r}{L} = 79,6 \sqrt[4]{\frac{Cb}{4EJ}}$$

и уменьшается съ уменьшеніемъ  $C$  и  $b$ , а также съ увеличеніемъ  $J$ , то очертаніе и взаимное расположение приведенныхъ кривыхъ характеризуетъ вліяніе рода основанія и жесткости шпала. Пунктирными линиями показаны кривыя, соответствующія неупругой шпаль, т.-е. тому случаю, когда давленіе на основаніе распределяется по длинѣ шпала равномерно ( $\rho=0$ ).

Эти послѣднія кривыя очевидно представляютъ собою предѣльныя, къ которымъ остальные тѣмъ болѣе приближаются, чѣмъ болѣе упруго основаніе и чѣмъ жеще шпала. Изъ чертежа I видно, что, принимая давленіе на основаніе распределеннымъ по длинѣ шпала равномерно, при нѣкоторыхъ значенияхъ  $l$  и  $\rho$ , результаты могутъ получаться близкіе къ дѣйствительности, но въ другихъ случаяхъ и весьма ошибочные.

Чертежами I и II и таблицами 4, 5, 6, 7, 8 и 9 можно пользо-

\*) Т. к. кривыя  $p_r b : P$  пересекаютъ кривыя  $p b : P$  тамъ, гдѣ эти послѣднія сами располагаются очень близко одна отъ другой, то для ясности первыя не доведены до пересѣченія съ послѣдними. Взамѣнъ того кривыя  $p_r b : P$  воспроизведены въ нижней части чертежа еще разъ полностью съ показаніемъ точекъ пересѣченія ихъ съ соответственными кривыми  $p b : P$ .



ваться для рѣшенія самыхъ разнообразныхъ задачъ, въ поясненіе чего приведемъ нижеслѣдующіе численные примѣры.

Опредѣлимъ давленіе на основаніе и напряженіе матеріала для деревянныхъ шпаль русскихъ нормальныхъ типовъ №№ 1, 2, 3 и 4 (см. Сводъ распоряженій Министерста Путей Сообщенія по службѣ пути. Отдѣлъ VIII, глава III) при коэффициентахъ постели 3 и 5. Эти предѣлы для коэффициента постели ближе подходят къ качеству употребляемаго на русскихъ желѣзныхъ дорогахъ балласта, чѣмъ принимаемые иногда предѣлы 3 и 8, такъ какъ щебеночный балластъ, коему соотвѣтствуетъ  $C=8$ , не имѣетъ на русскихъ желѣзныхъ дорогахъ распространенія. Съ другой стороны средняя величина коэффициента  $C$  для балласта русскихъ желѣзныхъ дорогъ считается равною 4, каковая величина и принимается обыкновенно при расчетахъ верхняго строенія желѣзнодорожнаго полотна согласно требованію § 57 русскихъ нормальныхъ техническихъ условий проектированія и сооруженія желѣзныхъ дорогъ первостепеннаго значенія.

Для расчета деревянныхъ шпаль принимаемъ: модуль упругости матеріала —  $E=120000$  кил. на кв. сант., величину давленія, передаваемого рельсомъ на шпалу, 5400 килогр. \*) и длину шпаль  $2l$  равною 1,25 саж.—266,7 сант.

Поперечныя сѣченія шпаль упомянутыхъ четырехъ типовъ представлены на прилагаемыхъ рисункахъ 9, 10, 11 и 12.

Типъ 1.

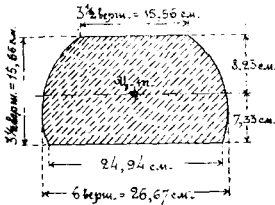


Рис. 9.

Типъ 2.

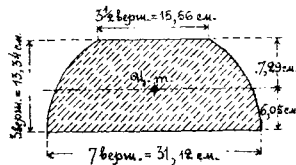


Рис. 10.

\*) При давленіи  $2G$  на ось паровоза въ 15 тоннъ, давленіе на колесо паровоза будетъ  $7\frac{1}{2}$  тоннъ или 7500 килогр., а по изслѣдованіямъ инж. Холодецкого (см. ур. (33) на страницѣ 29) наибольшее давленіе  $P$ , передаваемое рельсомъ на шпалу, при совокупномъ вліяніи системы осей четырехъ оснаго паровоза при статической нагрузкѣ, составляетъ обыкновенно около  $P=0,72G$ . Отсюда при нагрузкѣ на ось паровоза въ 15 тоннъ, будемъ имѣть  $P=0,72 \times 7500=5400$  килогр. или 5,4 тонны.

Типъ 3.

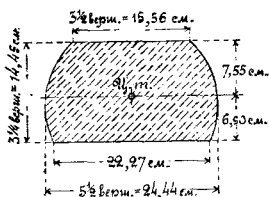


Рис. 11.

Типъ 4.

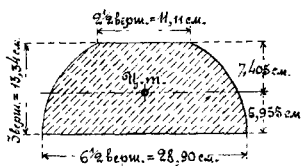


Рис. 12.

Основные элементы и определенныя подобно предыдущему давленія на основаніе и напряженія матеріала деревянныхъ шпаль, указанныхъ типовъ сопоставлены въ нижеслѣдующей таблицѣ.

Изъ таблицы видно, что изъ четырехъ сравниваемыхъ типовъ шпаль, для брусковыхъ (типы 1 и 3) получаютъ большія давленія на балласть, а для пластинныхъ (типы 2 и 4) — большія напряженія матеріала шпаль. Далѣе, сравнивая между собою упругія осадки концовъ шпаль и сѣченій подъ рельсами (или пропорциональныя этимъ осадкамъ давленія на основаніе, такъ какъ  $p = Cy$ ), видно, что осадка концовъ шпалы нѣсколько больше осадки сѣченій подъ рельсами только для типовъ 1 и 3 при  $C=3$ , для всѣхъ остальныхъ разобранныхъ случаевъ наоборотъ, осадка сѣченій подъ рельсами больше осадки концовъ.

Такъ какъ всегда остающіяся деформациі появляются ранѣе всего въ мѣстахъ наибольшаго напряженія и въ то же время, такъ какъ подбивка концовъ шпаль обращенныхъ къ краямъ балластнаго слоя, разстраивается легче, нежели подбивка среднихъ частей шпаль, желательно придавать послѣднимъ такую длину, чтобы осадка концовъ шпаль была не больше осадки сѣченій подъ рельсами. Для равенства этихъ осадокъ требуется, чтобы  $r_1$  и  $r_2$  были равны между собою.

Такая длина шпаль въ каждомъ частномъ случаѣ очевидно будетъ соответствовать точкѣ пересѣченія одноименныхъ (для одного и того же  $\rho$ ) кривыхъ  $r, b : P$  и  $r, b : P$  (эти точки пересѣченія показаны на кривыхъ  $r, b : P$ , приведенныхъ въ нижней части чертежа 1)

На основаніи этого для четырехъ нормальныхъ типовъ шпаль при измененіи  $\rho$  въ предѣлахъ отъ 0,97 до 1,3. искомая длина шпаль  $2l$  будетъ изменяться отъ 269,5 сантим. до 256,7 сантим.

Вообще же для русской нормальной колеи длины шпаль, при которых осадки концов их и сѣченій подъ рельсами равны, въ зависимости отъ  $\rho$  измѣняются въ слѣдующихъ предѣлахъ:

при $\rho = 0,8$ ;	$2l=273,4$	сант. =	1,281	саж.
„ $\rho = 0,9$	„ 271,3	„ =	1,272	„
„ $\rho = 1,0$	„ 268,7	„ =	1,259	„
„ $\rho = 1,1$	„ 265,1	„ =	1,243	„
„ $\rho = 1,2$	„ 261,0	„ =	1,223	„
„ $\rho = 1,3$	„ 256,7	„ =	1,203	„
„ $\rho = 1,4$	„ 252,2	„ =	1,182	„
и $\rho = 1,5$	„ 247,6	„ =	1,161	„

Для работы собственно шпаль было бы всего рациональнѣе придавать имъ такую длину, при которой изгибающіе моменты по срединѣ и въ сѣченіяхъ подъ рельсами были бы одинаковы. Отвѣчающія этому условію длины шпаль опредѣляются аналогично предыдущему точками пересѣченія одноименныхъ кривыхъ —  $M_0 : P$  и  $M_r : P$ , изображенныхъ на черт. II, и равны:

при $\rho = 0,8$ ;	$2l=264,8$	сант. =	1,241	саж.
„ $\rho = 0,9$	„ 260,9	„ =	1,223	„
„ $\rho = 1,0$	„ 256,0	„ =	1,200	„
„ $\rho = 1,1$	„ 250,6	„ =	1,175	„
„ $\rho = 1,2$	„ 244,4	„ =	1,146	„
„ $\rho = 1,3$	„ 237,9	„ =	1,115	„
„ $\rho = 1,4$	„ 231,4	„ =	1,085	„
„ $\rho = 1,5$	„ 224,8	„ =	1,054	„

Такимъ образомъ оказывается, что для достиженія одинаковости напряженія шпаль по срединѣ и въ сѣченіи подъ рельсомъ надо придавать имъ меньшую длину, чѣмъ для достиженія одинаковости осадокъ концовъ шпаль и сѣченій подъ рельсами, а для такихъ укороченныхъ шпаль, какъ видно изъ чертежа I, осадки концовъ будутъ больше осадокъ сѣчній подъ рельсами, что, какъ было уже указано, невыгодно въ отношеніи содержанія въ исправности пути.

ТИПЫ ШПАЛЬ.	1		2		3		4	
Коэффициенты постели.	C=3	C=5	C=3	C=5	C=3	C=5	C=3	C=5.
$J =$	7050		4900		5270		4290	
$b =$	24,94		31,12		22,27		28,90	
$\frac{J}{b} =$	282,68		157,46		236,64		148,44	
$W =$	857		672		698		579	
$\frac{1}{x} = L =$	82,01	72,18	70,35	62,35	78,44	69,04	69,81	61,44
$\rho =$	0,97	1,10	1,13	1,28	1,02	1,16	1,14	1,30
$\lambda =$	1,62	1,85	1,88	2,14	1,70	1,93	1,91	2,17
<i>Для середины шпалы:</i>								
$\frac{p_0 b}{P} =$	6,35	5,91	5,81	5,23	6,19	5,70	5,77	5,15
$p_0 =$	1,37	1,28	1,01	0,91	1,50	1,38	1,08	0,96
$\frac{M_0}{P} =$	9,49	8,48	8,26	7,24	9,11	8,04	8,19	7,12
$\sigma_0 =$	59,80	53,43	66,38	58,18	70,48	62,20	76,38	66,40
<i>Для ступеня подъ рель- соля:</i>								
$\frac{p_r b}{P} =$	8,05	8,33	8,41	8,87	8,15	8,49	8,43	8,93
$p_r =$	1,74	1,80	1,46	1,54	1,98	2,06	1,58	1,67
$\frac{M_r}{P} =$	11,82	12,00	12,02	12,06	11,90	12,05	12,03	12,05
$\sigma_r =$	74,48	75,61	96,59	96,91	92,06	93,22	112,20	112,38
<i>Для конца шпалы:</i>								
$\frac{p_l b}{P} =$	8,21	8,19	8,15	7,82	8,23	8,10	8,13	7,77
$p_l =$	1,78	1,77	1,41	1,36	2,00	1,96	1,52	1,45

*Примечание.* Величины  $\frac{M_0}{P}$  и  $\frac{M_r}{P}$  выражены в сантиметрах, остальные величины — в килограммах. Напряжения материала шпаль обозначены через  $\sigma$  (в килогр. на кв. см.).

## Основные данные относительно четырех нормальных типовъ рельсъ русскихъ казенныхъ желѣзныхъ дорогъ.

Управленіемъ желѣзныхъ дорогъ установлено четыре нормальныхъ типа рельсъ I, II, III и IV вѣсомъ соответственно въ  $32\frac{1}{2}$ ,  $28\frac{1}{2}$ ,  $24\frac{1}{3}$  \*) и  $22\frac{1}{2}$  фунта въ пог. футѣ. Для всѣхъ этихъ четырехъ типовъ рельсъ выработаны однообразный нормальный типъ скрѣпленій, при чемъ для нѣкоторыхъ типовъ рельсъ скрѣпленія имѣютъ и одинаковые размѣры, а именно для рельсъ типовъ I и II служатъ однѣ и тѣ-же накладки, и для рельсъ типовъ I, II и III одни и тѣ-же болты и костыли. Примѣненіе этихъ нормальныхъ типовъ рельсъ и скрѣпленій сдѣлано для русскихъ казенныхъ желѣзныхъ дорогъ обязательнымъ. Объ обязательности примѣненія четырехъ нормальныхъ типовъ рельсъ и нормальныхъ скрѣпленій къ первымъ тремъ типамъ рельсъ объявлено приказомъ Министра Путей Сообщенія № 14 отъ 14 января 1903 г. (См. Вѣстникъ Министерства Путей Сообщенія № 7 отъ 15 февраля 1903 г.; чертежи первыхъ трехъ типовъ рельсъ и скрѣпленій къ нимъ приложены къ № 17 Вѣстника того-же 1903 г.). Объ обязательности примѣненія нормальнаго типа скрѣпленій къ рельсамъ типа IV объявлено приказомъ Министра Путей Сообщенія № 78 отъ 1 июня 1904 г. (См. Указатель правительственныхъ распоряженій по Министерству Путей Сообщенія № 28 отъ 12 юля 1904 г.).

Основные размѣры и главнѣйшія данныя относительно указанныхъ выше нормальныхъ типовъ рельсъ и рельсовыхъ скрѣпленій сведены въ нижеслѣдующей таблицѣ.

---

\*) Чертежи рельса нормальнаго типа III и скрѣпленій къ нему приложены ниже.



### Примѣръ расчета рельса.

Пояснительная записка и расчетъ къ проекту рельса нормальнаго типа 24<sup>1</sup>/<sub>3</sub> фунта въ пог. футѣ <sup>1</sup>).

Новый рельсъ нормальнаго типа 24<sup>1</sup>/<sub>3</sub> фунта въ пог. футѣ спроектированъ по очертанію, согласно указаніямъ Инженернаго Совѣта по журналу отъ 28 октября 1898 г. за № 239 съ тѣмъ отступленіемъ, что ширина подошвы 110 м.м.— спроектирована менѣе высоты рельса 127 м.м. [при отношеніи  $\frac{110}{127}=0,866$  вмѣсто 1], такъ какъ предполагается укладывать рельсы на подкладкахъ на каждой шпаль; подкладки же замѣняютъ роль широкихъ пятъ рельса въ отношеніи большаго сопротивленія послѣднихъ *опрокидыванію*.

При проектированіи рельса принять за исходный пунктъ типъ рельса строящейся Варшавско-Калишской жел. дороги, который выработанъ Съѣздомъ инженеровъ службы пути, съ увеличеніемъ высоты головки и толщины краевъ подошвы, причемъ достигнуто увеличеніе ширины площади нижней грани головки, дабы, по возможности, увеличить плоскость соприкасанія рельса съ накладкою и тѣмъ способствовать уменьшенію изнашиваемости металла.

Площадь поперечнаго сѣченія рельса  $\Omega_0 = 41,67$  кв. см.

Распредѣленіе матеріала:

въ головкѣ	44,1%	[требуется около	45%
въ шейкѣ	20,4%	[ > >	20%
и въ пятѣ	35,5%	[ > >	35%

Вѣсъ погоннаго метра рельса  $\Delta\Omega_0 = 0,785 \times 41,67 = 32,71$  килограм.

Вѣсъ погоннаго фута рельса  $0,744 \times 32,71 = 24,336$  фунтовъ.

<sup>1</sup>) Пояснительная записка и расчетъ къ проекту рельса нормальнаго типа 24<sup>1</sup>/<sub>3</sub> фунта въ пог. футѣ приведены здѣсь въ томъ видѣ, какъ они были составлены въ Управленіи жел. дор. съ измѣненіемъ лишь обозначеній соотвѣтственно предыдущему изложенію, и съ небольшими редакціонными измѣненіями, вызванными тѣмъ, что пояснительная записка и расчетъ соединены нами въ одно цѣлое. Этотъ рельсъ представляетъ собою одинъ изъ четырехъ нормальныхъ типовъ (32<sup>1</sup>/<sub>2</sub>, 28<sup>1</sup>/<sub>2</sub>, 24<sup>1</sup>/<sub>3</sub> и 22<sup>1</sup>/<sub>2</sub> фунт. въ пог. фут.), выработанныхъ Управленіемъ жел. дор., и заказываемыхъ теперь для казенной сѣти жел. дор.,

**Статическій моментъ:**

полваго сѣченія относительно подошвы. .  $S' = 261,26 \text{ см.}^3$

а половины сѣченія, относительно оси параллельной основанію и проходящей черезъ центр тяжести сѣченія . . . . .  $S = 92,35 \text{ см.}^3$

Моментъ инерціи относительно оси, проходящей черезъ центр тяжести и параллельной подошвѣ рельса  $J = 925,67 \text{ см.}^4$ ;

и относительно оси симметріи  $J_1 = 133,68 \text{ см.}^4$

Разстояніе нейтральной оси до подошвы рельса:

$$z' = \frac{S'}{\Omega_0} = \frac{261,26}{41,67} = 6,27 \text{ см.}$$

и до верха головки  $z = h - z' = 12,70 - 6,27 = 6,43 \text{ см.}$  [половина высоты рельса  $\frac{12,70}{2} = 6,35 \text{ см.}$ ].

Соответствующій большому моменту инерціи ( $J$ ) и большому разстоянію ( $z$ ) нейтральной оси отъ крайняго волокна моментъ сопротивленія сѣченія (относительно головки рельса) будетъ:

$$w = \frac{J}{z} = 143,96 \text{ см.}^3$$

Разстояніе между центрами сжатія и растяженія элементовъ рельса:

$$\chi = \frac{J}{S} = \frac{925,67}{92,35} = 10,02 \text{ см.}$$

Отношеніе между моментами инерціи:

$$\frac{J}{J_1} = \frac{925,67}{133,68} = 6,9$$

$$\text{и } \frac{J_1}{J} = 0,145$$

Кромѣ того для расчета принимаемъ:

Давленіе оси паровоза на рельсы  $2G = \dots \dots \dots 15 \text{ тоннъ.}$

Коеффицентъ податливости баласта  $C = \dots \dots \dots 4$

Длина шпаль  $2l = 1,25 \text{ сажени} = \dots \dots \dots 266,62 \text{ см.}$

Ширина постели шпаль новаго типа:

брусовыхъ  $b = 5 \text{ вершковъ} = \dots \dots \dots 22,22 \text{ см.}$

и пластинныхъ  $b' = 6,5 \text{ вершковъ} = \dots \dots \dots 28,88 \text{ см.}$

Модуль упрукости рельсовой стали  $E = \dots \dots \dots 2,000,000 \text{ кил./см.}^2$ .



При этихъ данныхъ будемъ имѣть моментъ, изгибающій рельсъ, по формулѣ, предложенной Инженернымъ Совѣтомъ:

$$M = \frac{8\gamma + 7}{16\gamma + 40} Ga = \mu Ga,$$

гдѣ:  $G$ —давленіе одного колеса на рельсъ, равное 7,500 килогр.,  
 $a$ —разстояніе между осями промежуточныхъ шпалъ, имѣняющееся,—въ зависимости отъ числа шпалъ подъ рельсовымъ звеномъ длиною 35' футъ=1066,6 сантиметра,—отъ 69 до 89 см.,

$$\gamma = \frac{B}{D}; \text{ гдѣ } B = \frac{6EJ}{a^3} \text{ и } D = \frac{0,89Cb(2l)}{2}.$$

Напряженіе въ рельсъ— $R$  при изгибѣ отъ статическаго груза:

$$R = \frac{M}{w}$$

не должно превосходить 14 килогр. на м.м.<sup>2</sup>

Эту величину необходимо признать какъ самый высшій предѣлъ по сравненію съ заграничными дорогами, гдѣ, вообще, напряженіе отъ статическаго груза не достигаетъ 13 кил. на м.м.<sup>2</sup> при коэффициентѣ податливости балласта  $C=4$ .

Для перехода къ динамической нагрузкѣ слѣдуетъ замѣнить  $G$  черезъ  $G'$ , причемъ:

$$G' = \frac{G}{1 - \frac{Mv^2}{gEJ}},$$

гдѣ:  $v$ —скорость движенія груза въ сантиметрахъ въ секунду,

$g$ —ускореніе силы тяжести=981 сант. въ секунду.

Подставивъ въ послѣднюю формулу:

$$G = \frac{M}{\mu a} \text{ и } \frac{M}{J} = \frac{M}{wz} = \frac{R}{z}$$

получится формула для динамическаго напряженія  $R_d$  отъ движущагося груза  $G$ :

$$R_d = \frac{R}{1 - \frac{Rv^2}{zEg}},$$

гдѣ  $zEg=6,43 \times 2.000.000 \times 981=12.615.660.000$ .

Если въ эту формулу подставить предѣльное допускаемое напряжение въ рельсахъ при динамической нагрузкѣ, т.-е. принять:

$$R_d = R_d^0 = 2.000 \text{ клогр./ст.}^3$$

то  $v = v_0$  — будетъ выражать предѣльную скорость (въ сантиметрахъ въ секунду), которую можно допустить при движеніи паровозовъ, причемъ:

$$v_0 = \sqrt{zEg \left( \frac{1}{R} - \frac{1}{R_d^0} \right)} = 112.319 \sqrt{\frac{1}{R} - 0,0005}.$$

Для перехода къ скорости въ километрахъ или верстахъ въ часъ служить зависимости:

$$v' = 0,036 v_0 \text{ километровъ въ часъ}$$

$$\text{или } v = 0,033746 v_0 \text{ верстъ въ часъ.}$$

Предѣльное напряжение отъ динамическаго груза установлено нормами 20 килограммовъ на кв. м.м. при расчетѣ по формулѣ, предложенной Инженернымъ Совѣтомъ; хотя формула эта не имѣетъ строго научнаго основанія, но она можетъ служить, однако для нѣкоторой приблизительной оцѣнки добавочныхъ напряженій, проявляющихся вслѣдствіе увеличенія изгибающаго момента въ рельсахъ отъ дѣйствія вертикальной центробѣжной силы; по мнѣнію многихъ специалистовъ, то значеніе, которое придается по этой формулѣ вліянію центробѣжной силы, является преувеличеннымъ и не подтверждается на практикѣ. Въ теоретическомъ отношеніи формула имѣетъ тотъ недостатокъ, что наибольшее напряжение отъ центробѣжной силы прибавляется, по этой формулѣ, къ наибольшему напряженію отъ статическаго груза, — между тѣмъ два эти напряжения не относятся къ одному и тому же сѣченію, и слѣдовало бы отыскать то сѣченіе, для котораго соответственная сумма напряженій отъ обоого рода вліяній будетъ наибольшею; эта сумма вообще менѣе той, какая получается по нормальной формулѣ. Такъ какъ при статическомъ грузѣ опасное сѣченіе рельса находится посрединѣ пролета, то надо полагать, что при малыхъ скоростяхъ добавочное напряжение отъ центробѣжной силы, определяемое по установленной формулѣ, ближе соответствуетъ дѣйствительности, и что при большихъ скоростяхъ, формула даетъ преувеличенныя значенія.

Отсюда слѣдуетъ, что возрастаніе напряженій отъ центробѣжной силы съ увеличеніемъ скорости, должно слѣдовать въ меньшей

ТИПЪ ШПАЛЪ.	Брусковыя съ площадью нижней постели $b=22,22$ сант.				Пластинныя съ площадью нижней постели $b=28,88$ сант.				
	13	14	15	16	13	14	15	16	
Число шпалъ подъ рельсомъ длиною 35' футъ.	13	14	15	16	13	14	15	16	
Разстояніе между осями шпалъ $a$ въ сант.	89	80	74	69	89	80	74	69	
$B = \frac{6 \times 2.000.000 \times 925}{a^3}$	15.744	21.679	27.391	33.789	15.744	21.679	27.391	33.789	
$D = \frac{0,89 \times 4}{2} \times 266,62 \times b$	10.544				13.706				
$\gamma = \frac{B}{D}$	1,493	2,056	2,597	3,204	1,148	1,581	1,998	2,465	
$\mu = \frac{8\gamma + 7}{16\gamma + 40}$	0,2965	0,3216	0,3405	0,3575	0,2772	0,3009	0,3193	0,3363	
$M = G\mu a$	$G=7$ тон.	184.719	180.096	176.379	172.672	172.695	168.504	165.397	162.432
	$G=7,5$ тон.	197.913	192.960	188.977	185.006	185.031	180.540	177.211	174.035
	$G=8$ тон.	211.107	202.967	201.576	197.340	197.366	192.576	189.025	185.637

Напряжѣніе въ кил./см. <sup>2</sup> отъ статическаго груза $G$ тонн $R = \frac{M}{\omega} = \frac{M}{143,96}$	$G=7$ тон.		1283	1251	1225	1199	1199	1170	1148	1128
	$G=7\frac{1}{2}$ тон.		1374	1340	1312	1285	1285	1254	1230	1208
	$G=8$ тон.		—	—	1400	1370	1370	1336	1312	1289
Предѣльная скорость при $R^0_{дл}=2000$ кил./см. <sup>2</sup> $v_0 = 3112,319 \sqrt{\frac{1}{R}} = 0,0005$ гдѣ для килом. въ часъ $\beta=0,036$ и для верстъ въ часъ $\beta=0,0337$ .	$G=7$ тон.	килом.	67,5	69,8	71,8	73,8	73,8	76,0	77,8	79,3
		верстъ	63,1	65,4	67,2	69,1	69,1	71,1	72,8	74,3
	$G=7\frac{1}{2}$ тон.	килом.	60,9	63,3	65,4	67,3	67,3	69,6	71,4	73,1
		верстъ	57,0	59,3	61,2	63,0	63,0	65,2	66,9	68,4
	$G=8$ тон.	килом.	—	—	59,2	61,0	61,0	63,4	65,4	67,4
		верстъ	—	—	55,4	57,2	57,2	59,4	61,2	63,1
Предѣльное давленіе груза $G$ , соответствующее предѣльному статическому напряженію 1400 килогр./см. <sup>2</sup> $G_0 = G \left( \frac{R_0}{R} \right)$	тоннъ.		7,6	7,8	8,0	8,15	8,15	8,35	—	—
Соответствующая предѣльная скорость при $R^0_{дл}=2000$ килогр./см. <sup>2</sup>	килом.		—	—	—	—	—	59,2	—	—
	верстъ.		—	—	—	—	—	55,4	—	—

степени, чѣмъ это получается по установленной формулѣ, и долженъ бы быть коэффициентъ, уменьшающійся съ увеличеніемъ скорости.

Въ виду затруднительности отыскать такой коэффициентъ и желательности сохранить формулу, дающую хотя бы приближительную связь между числовыми величинами напряженія въ рельсахъ и скорости движенія паровозовъ, представлялось бы возможнымъ, оставивъ безъ измѣненія установленную формулу, допустить наибольшее напряженіе въ рельсахъ отъ динамическаго груза, при болѣе значительныхъ скоростяхъ (свыше 60 верстъ въ часъ),—въ 25 кил. на м.м.<sup>2</sup>—вмѣсто 20 килогр./м.м.<sup>2</sup>, причемъ оказывается, что съ увеличеніемъ допускаемаго напряженія отъ динамической нагрузки на 5 килогр./м.м.<sup>2</sup> можетъ быть допущена наибольшая скорость приблизительно на 10 верстъ въ часъ больше, чѣмъ при предѣльномъ напряженіи въ 20 кил. на м.м.<sup>2</sup>

Зная напряженіе  $R$  отъ статическаго груза  $G=7,500$  килогр., можно опредѣлить предѣльное давленіе колеса на рельсъ при условіи, чтобы напряженіе отъ этого давленія не превосходило допускаемой величины  $R_0=1400$  килогр./см.<sup>2</sup>, а именно:

$$G_0 = G \frac{R_0}{R} = \frac{7500 \times 1400}{R} = \frac{10500000}{R}$$

и при этомъ предѣльная скорость движенія будетъ:

$$v_0 = 112.319 \sqrt{0,0007143 - 0,0005} = 112.319 \times 0,01464 = 1644 \text{ сант. въ сек.,}$$

$$\text{или } v = 0,036 \times 1644 = 59,2 \text{ килом. въ часъ}$$

$$= 0,0337 \times 1644 = 55,4 \text{ верстъ въ часъ.}$$

Результаты вычисленій по вышеупомянутымъ формуламъ, для различныхъ условій укладки пути, приведены въ прилагаемой таблицѣ, изъ которой усматривается, что въ зависимости отъ типа и количества шпаль на версту пути и при предѣльномъ динамическомъ напряженіи 20 килогр. на м.м.<sup>2</sup> проектируемый рельсъ удовлетворяетъ, по прочности, слѣдующимъ условіямъ обращенія паровозовъ: 1) съ давленіемъ на ось 14 тоннъ при предѣльной скорости до 74,3 версты въ часъ, 2) съ давленіемъ на ось 16 тоннъ при наибольшей скорости 63,1 вер. въ часъ, и 3) съ предѣльнымъ давленіемъ оси 16<sup>2</sup>/<sub>3</sub> тонны при наибольшей скорости 55,4 версты въ часъ. Если же допустить предѣльное напряженіе 25 килогр./м.м.<sup>2</sup> вмѣсто 20, то указаннныя выше предѣльныя скорости 74,3 и 63,1 версты увеличатся до 84 и 73 версты въ часъ.

Предполагая, согласно изложеннымъ выше соображеніямъ, предѣльное напряженіе отъ динамическаго груза 2500 килогр./см.<sup>2</sup>, для скоростей свыше 60 верстъ въ часъ получатся предѣльныя скорости обращенія паровозовъ приблизительно на 10 верстъ болѣе указанныхъ въ таблицѣ, напримѣръ при грузѣ  $G=7\frac{1}{2}$  тоннъ, для пластинныхъ шпаль числомъ 16 подъ рельсовымъ звеномъ, предѣльная скорость 73,1 кил. или 68,4 версты увеличится до 83,7 кил. или 78,4 версты въ часъ, а при грузѣ  $G=8$  тоннамъ скорость 67,4 кил. или 63,1 версты увеличится до 78 кил. или 73 версты въ часъ.

Наибольшее *скалывающее* напряженіе опредѣляется по формулѣ:

$$R_c = \frac{Q}{\rho d \chi},$$

гдѣ:  $Q$ —наибольшее перерѣзывающее усиліе, непревосходящее, какъ извѣстно  $0,6 G$ , но въ видахъ запаса прочности принято:

$$Q = G = 7500 \text{ килогр.}$$

$d$ —толщина шейки 12 м.м.

$\rho$ —коэффициентъ ослабленія дырами—около 0,66,—и

$\chi$ —разстояніе между центрами сжатія и растяженія

$$\chi = \frac{J}{S} = 100,2 \text{ м.м.}$$

Поэтому:

$$R_c = \frac{7.500}{0,66 \times 12 \times 100,2} = \frac{7.500}{793,584} = 9,45 \text{ кил./м.м.}^2$$

допускается же  $R_c^0 = \frac{3}{4} \times 14 = 10,5 \text{ кил./м.м.}^2$

Соотвѣтствующій этому предѣльному напряженію грузъ будетъ:

$$G = 0,66 \times 12 \times 100,2 \times 10,5 = 8,332 \text{ килогр.}$$

или предѣльное давленіе оси:

$$2G = 8,332 \times 2 = 16,664 \text{ килогр.} = 16\frac{2}{3} \text{ тоннъ.}$$

Рельез

нормального типа III

высота  $24\frac{1}{3}$  фут. въ 1 пог. фут.

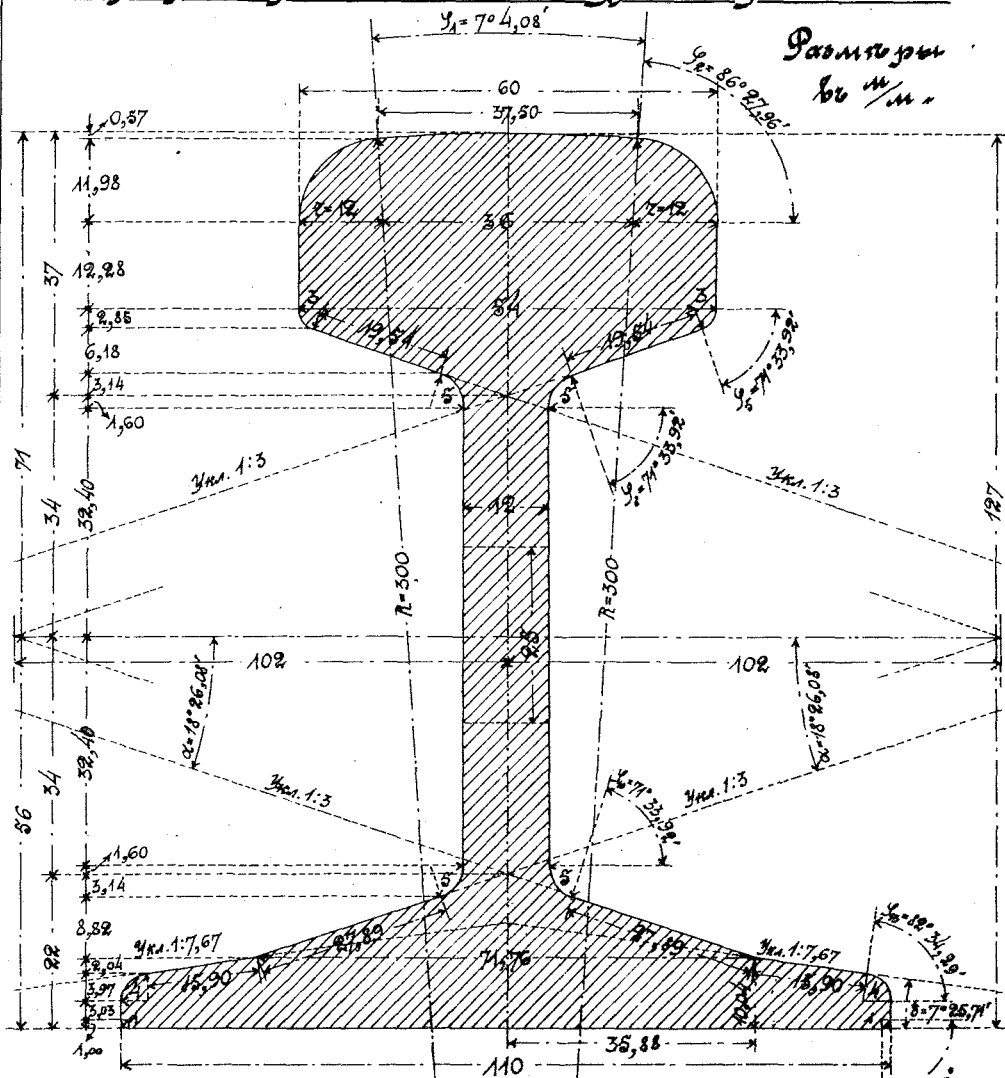
и

скрепленія къ полу.

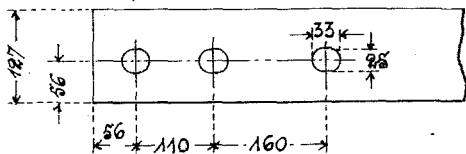
Чертеж № 1.

Профиль рельса, в натуральную величину.

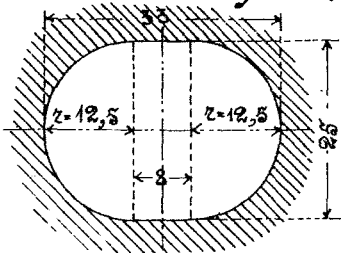
Размеры  
в мм



Расположение волновых отверстий в концах рельса.



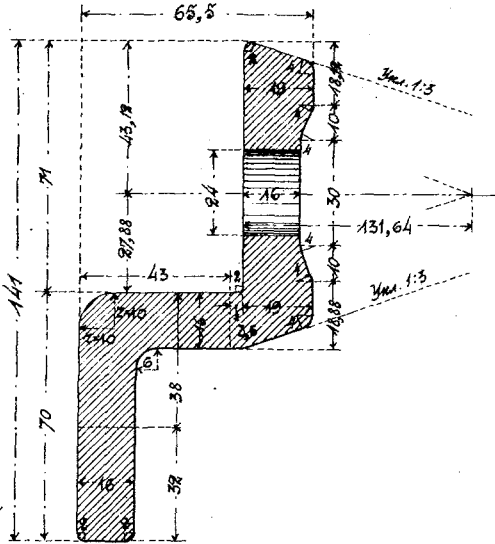
Волновое отверстие,  $\gamma_0 = 90^\circ$



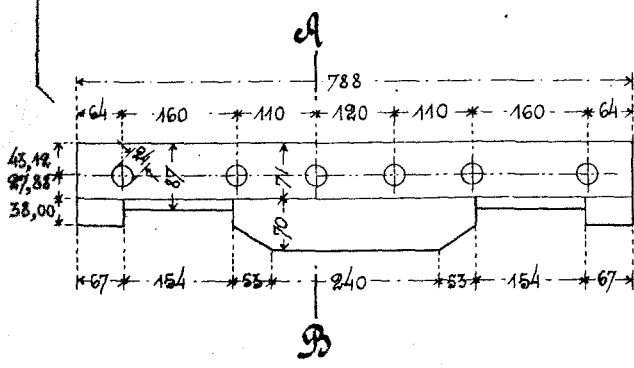


Чертежъ 2.

Накладка.  
Разрѣзъ по-АВ,  
1:2 н.в.

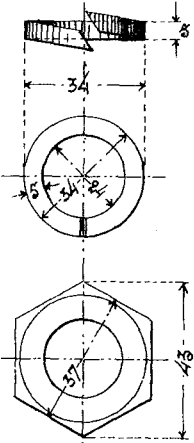


База.  
1:10 н.в.

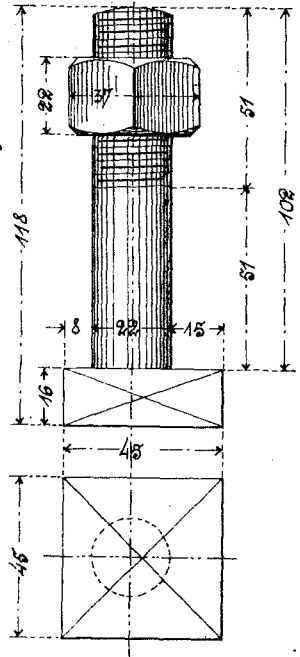


Болтъ.  
1:2 н.в.

*Шайба  
Гровера.*



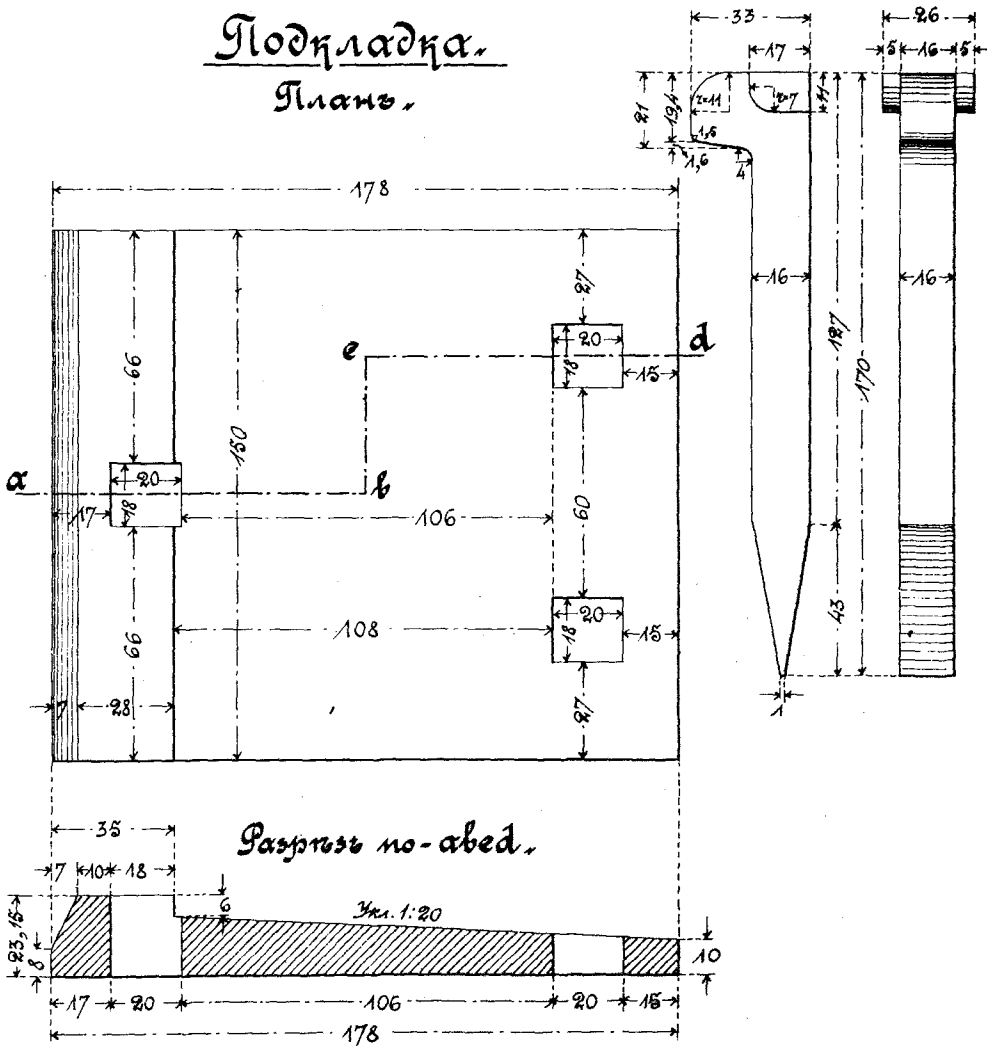
*Болтъ и шайба.*



Размѣры въ миллиметрахъ.

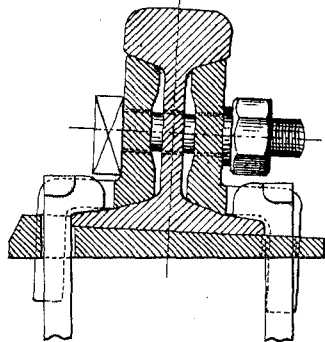
Костыль.

Подкладка.  
Планъ.



Масштабъ-1:2 н.в.  
Размеры въ миллиметрахъ.

Разрез по-ММ.



Перекрытие  
стыка  
рельсовъ.

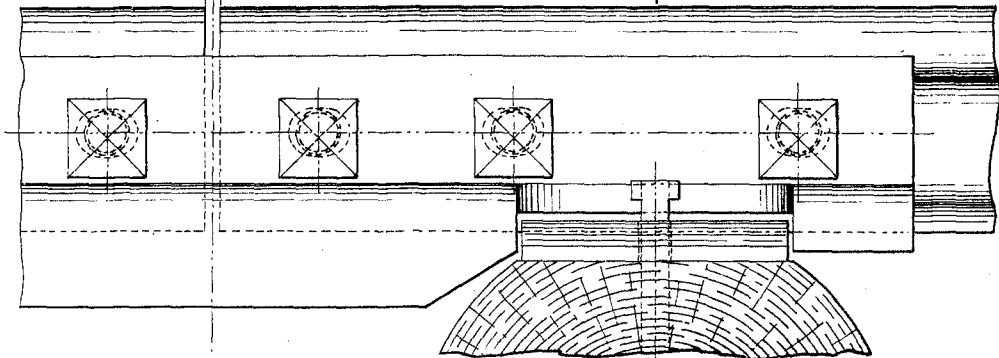
Масштабъ-1:4 м. в.  
Размеры въ мм.

Мертвехъ 4.

Гривады.

2

8 мм 0°

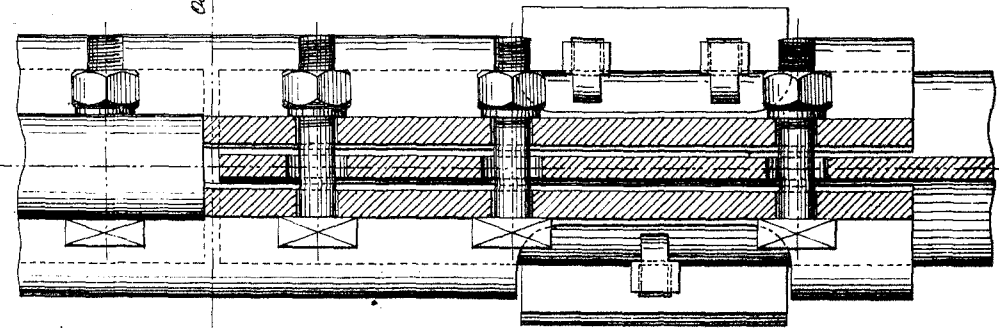


Для измерения  
применяется.

250

Платъ.

2

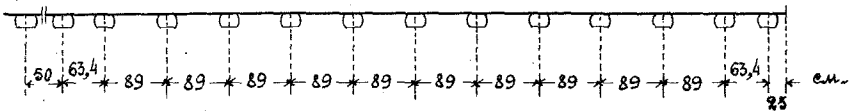


Чертежъ с.

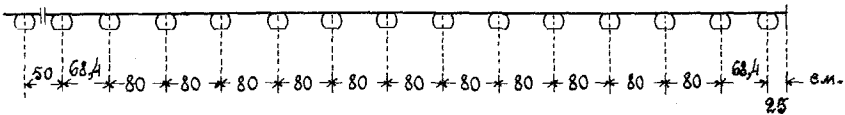
Схема

расположенія шпаль подъ рельсами,  
длиною = 35 фут., = 10,668 метр.

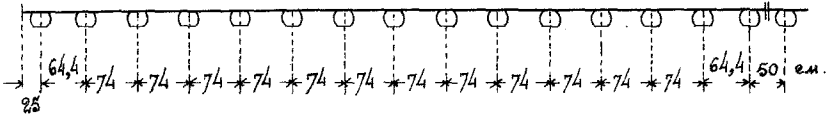
№ 13 шпалахъ.



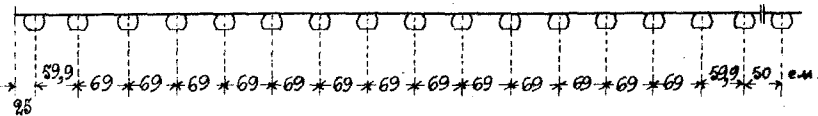
№ 14 шпалахъ.



№ 15 шпалахъ.



№ 16 шпалахъ.



Размеры въ сантиметрахъ.

## ТАБЛИЦЫ И ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ.



## 1. Из расчета шпаль (средина).

$$[\eta_0] = \eta_p + u_p; \quad [\mu_0] = \mu_p - v_p$$

$\lambda$	$\rho$						$\lambda$
	1,3	1,4	1,5	$\frac{\pi}{2}=1,571$	1,6	1,7	
1,0	—	—	—	—	—	—	1,0
1,1	—	—	—	—	—	—	1,1
1,2	—	—	—	—	—	—	1,2
1,3	0,2925 -0,9079	—	—	—	—	—	1,3
1,4	0,2557 -0,7657	0,1715	—	—	—	—	1,4
1,5	0,2384 -0,6894	0,1520	0,0655	—	—	—	1,5
$1\frac{1}{2}\pi$	0,2353 -0,5611	0,1484	0,0615	0,0000	—	—	1,571
1,6	0,2358 -0,5315	0,1490	0,0621	0,0007	-0,0247	—	1,6
1,7	0,2432 -0,4426	0,1576	0,0720	0,0114	-0,7793	—	1,7
1,8	0,2566 -0,3719	0,1734	0,0903	0,0316	-0,6464	-0,0991	1,8
1,9	0,2729 -0,3176	0,1928	0,1132	0,0569	0,0074	-0,0754	1,9
2,0	0,2895 -0,2772	0,2131	0,1373	0,0840	-0,5364	-0,5895	2,0
2,1	0,3050 -0,2482	0,2323	0,1606	0,1103	0,0338	-0,0454	2,1
2,2	0,3184 -0,2281	0,2494	0,1816	0,1343	-0,4483	-0,4890	2,2
2,3	0,3293 -0,2148	0,2636	0,1996	0,1552	0,0620	-0,0128	2,3
$3/4\pi$	0,3343 -0,2096	0,2704	0,2083	0,1654	-0,3799	-0,4101	2,356
2,4	0,3377 -0,2065	0,2750	0,2144	0,1726	0,0897	0,0195	2,4
2,5	0,3437 -0,2016	0,2837	0,2260	0,1863	-0,3232	-0,3498	2,5
2,6	0,3476 -0,1989	0,2898	0,2346	0,1971	0,1150	0,0494	2,6
2,7	0,3497 -0,1978	0,2938	0,2408	0,2049	-0,2908	-0,3050	2,7
2,8	0,3506 -0,1974	0,2961	0,2448	0,2103	-0,2903	-0,3050	2,8
2,9	0,3504 -0,1975	0,2971	0,2471	0,2137	0,1371	0,0759	2,9
3,0	0,3495 -0,1976	0,2971	0,2482	0,2156	-0,2634	-0,2727	3,0
$\pi$	—	0,2960	0,2481	0,2165	0,1479	0,0891	3,142
	—	-0,2095	-0,2153	-0,2165	-0,2522	-0,2590	1*





## 2. Къ разчету шпаль (сѣченіе подь рельсомъ).

$$[\gamma_p] = [\gamma_0] \text{Csh} \rho \text{csp} - [\mu_0] \text{Snh} \rho \text{sp}; \quad [\mu_p] = [\mu_0] \text{Csh} \rho \text{csp} + [\gamma_0] \text{Snh} \rho \text{sp}$$

$\lambda$	$\rho$						$\lambda$
	1,3	1,4	1,5	$\frac{\pi}{2}=1,571$	1,6	1,7	
1,0	—	—	—	—	—	—	1,0
1,1	—	—	—	—	—	—	1,1
1,2	—	—	—	—	—	—	1,2
1,3	1,6399 0,0000	—	—	—	—	—	1,3
1,4	1,3879 0,0148 1,1721	1,7147 0,0000 1,4404	—	—	—	—	1,4
1,5	0,0530 1,0422	0,0154 1,2743	1,7871 0,0000	—	—	—	1,5
$\frac{1}{2}\pi$	0,0893 0,9941	0,0415 1,2078	0,0083 1,4908	1,8343 1,7382	—	—	1,571
1,6	0,1056 0,8525	0,0549 1,0175	0,0160 1,2428	0,0015 1,4425	1,8524 1,5360	—	1,6
1,7	0,1646 0,7439	0,1087 0,8672	0,0565 1,0408	0,0263 1,1987	0,0165 1,2733	1,9078 0,0000	1,7
1,8	0,2239 0,6636	0,1688 0,7524	0,1115 0,8827	0,0728 1,0041	0,0580 1,0621	1,5740 1,2995	1,8
1,9	0,2792 0,6062	0,2290 0,6677	0,1727 0,7624	0,1310 0,8533	0,1189 0,8974	1,0591 1,0805	1,9
2,0	0,3277 0,5670	0,2850 0,6072	0,2337 0,6738	0,1932 0,7400	0,1759 0,7726	0,1159 0,9105	2,0
2,1	0,3683 0,5412	0,3342 0,5656	0,2903 0,6105	0,2538 0,6573	0,2376 0,6807	0,1785 0,7821	2,1
2,2	0,4008 0,5252	0,3755 0,5381	0,3402 0,5669	0,3091 0,5988	0,2949 0,6152	0,2408 0,6878	2,2
2,3	0,4257 0,5193	0,4087 0,5274	0,3821 0,5491	0,3572 0,5744	0,3454 0,5876	0,2986 0,6470	2,3
$\frac{3}{4}\pi$	0,4366 0,5159	0,4239 0,5209	0,4021 0,5380	0,3806 0,5589	0,3703 0,5699	0,3282 0,6204	2,356
2,4	0,4437 0,5110	0,4343 0,5108	0,4160 0,5198	0,3971 0,5327	0,3879 0,5398	0,3496 0,5738	2,4
2,5	0,4561 0,5088	0,4530 0,5053	0,4422 0,5089	0,4291 0,5163	0,4223 0,5207	0,3927 0,5428	2,5
2,6	0,4639 0,5080	0,4660 0,5027	0,4615 0,5029	0,4536 0,5067	0,4490 0,5093	0,4276 0,5230	2,6
2,7	0,4681 0,5079	0,4744 0,5018	0,4751 0,5001	0,4715 0,5016	0,4689 0,5029	0,4548 0,5111	2,7
2,8	0,4696 0,5079	0,4791 0,5016	0,4839 0,4989	0,4839 0,4992	0,4830 0,4998	0,4751 0,5045	2,8
2,9	0,4693 0,5077	0,4810 0,5016	0,4890 0,4987	0,4918 0,4983	0,4922 0,4986	0,4895 0,5012	2,9
3,0	0,4678 —	0,4810 0,5013	0,4913 0,4986	0,4962 0,4981	0,4976 0,4982	0,4991 0,4996	3,0
$\pi$	—	0,4789	0,4912	0,4981	0,5005	0,5061	3,142



## 3. Къ разчету шпаль (конецъ).

$$[\gamma_{\lambda}] = \frac{1}{2}(\gamma_{\lambda+\rho} + \gamma_{\lambda-\rho}) + u_{\rho} \operatorname{Csh} \lambda \operatorname{cs} \lambda + v_{\rho} \operatorname{Sh} \lambda \operatorname{sn} \lambda$$

$\lambda$	$\rho$						$\lambda$
	1,3	1,4	1,5	$\frac{1}{2}\pi=1,571$	1,6	1,7	
1,0	—	—	—	—	—	—	1,0
1,1	—	—	—	—	—	—	1,1
1,2	—	—	—	—	—	—	1,2
1,3	1,6399	—	—	—	—	—	1,3
1,4	1,5310	1,7147	—	—	—	—	1,4
1,5	1,4031	1,5933	1,7871	—	—	—	1,5
$\frac{1}{2}\pi$	1,3044	1,4958	1,6930	1,8343	—	—	1,571
1,6	1,2624	1,4535	1,6512	1,7935	1,8524	—	1,6
1,7	1,1153	1,3026	1,4988	1,6418	1,7015	1,9078	1,7
1,8	0,9677	1,1475	1,3379	1,4782	1,5371	1,7429	1,8
1,9	0,8245	0,9941	1,1754	1,3103	1,3673	1,5679	1,9
2,0	0,6892	0,8467	1,0167	1,1441	1,1983	1,3904	2,0
2,1	0,5641	0,7085	0,8656	0,9844	1,0351	1,2162	2,1
2,2	0,4506	0,5813	0,7249	0,8341	0,8810	1,0495	2,2
2,3	0,3492	0,4663	0,5959	0,6953	0,7381	0,8930	2,3
$\frac{3}{4}\pi$	0,2975	0,4070	0,5288	0,6226	0,6632	0,8102	2,356
2,4	0,2599	0,3635	0,4793	0,5688	0,6075	0,7484	2,4
2,5	0,1822	0,2730	0,3754	0,4551	0,4897	0,6166	2,5
2,6	0,1154	0,1941	0,2837	0,3540	0,3847	0,4977	2,6
2,7	0,0689	0,1263	0,2037	0,2651	0,2920	0,3918	2,7
2,8	0,0116	0,0686	0,1348	0,1877	0,2111	0,2982	2,8
2,9	-0,0272	0,0202	0,0760	0,1212	0,1412	0,2165	2,9
3,0	-0,0584	-0,0197	0,0267	0,0646	0,0816	0,1458	3,0
$\pi$	—	-0,0633	-0,0288	0,0000	0,0130	0,0631	3,142

## VIII

4. Къ расчету шпаль при нормальной колеб русскихъ желѣзныхъ дорогъ ( $r=79,6$  сант.).

Средина.

$$\frac{r_0 b}{P} = 1000 \frac{[r_0]}{L} \text{ килогр.}$$

Давленіе на основаніе, отнесенное къ одному погонному сантиметру длины шпаль, при нагрузкѣ отъ каждаго рельса въ одну тонну.

$\lambda$	$P$							$\lambda$	
	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4		1,5
1,1	7,79	—	—	—	—	—	—	—	1,1
1,2	7,26	7,34	—	—	—	—	—	—	1,2
1,3	6,93	6,92	6,69	—	—	—	—	—	1,3
1,4	6,74	6,67	6,38	—	—	—	—	—	1,4
1,5	6,67	6,56	6,23	5,68	—	—	—	—	1,5
1,6	6,66	6,55	6,21	5,65	4,86	—	—	—	1,6
1,7	6,68	6,59	6,27	5,72	4,96	—	—	—	1,7
1,8	—	6,65	6,36	5,85	5,13	4,19	—	—	1,8
1,9	—	6,72	6,46	6,00	5,32	4,46	3,89	—	1,9
2,0	—	—	6,55	6,14	5,53	4,73	3,75	—	2,0
2,1	—	—	6,63	6,26	5,71	4,98	4,09	3,03	2,1
2,2	—	—	—	6,36	5,86	5,20	4,39	3,42	2,2
2,3	—	—	—	6,43	5,98	5,38	4,64	3,76	2,3
2,4	—	—	—	—	6,06	5,52	4,84	4,04	2,4
2,5	—	—	—	—	6,12	5,61	4,99	4,26	2,5
2,6	—	—	—	—	—	5,68	5,10	4,42	2,6
2,7	—	—	—	—	—	5,71	5,17	4,54	2,7
2,8	—	—	—	—	—	—	5,21	4,61	2,8
2,9	—	—	—	—	—	—	5,23	4,66	2,9
3,0	—	—	—	—	—	—	—	4,68	3,0
$L=$	99,50	88,44	79,60	72,36	66,33	61,23	56,86	53,07	$=L$
Для металлическихъ шпаль при $E=2000000$ кил. на кв. сант.									
$C=3$									$C=3$
$J: b=$	36,76	22,94	15,05	10,28	7,27	5,27	3,92	2,97	$=J: b$
$C=5$									$C=5$
$J: b=$	61,26	38,24	25,09	17,13	12,12	8,78	6,53	4,96	$=J: b$
Для деревянныхъ шпаль при $E=120000$ кил. на кв. сант.									
$C=3$									$C=3$
$J: b=$	612,6	382,4	250,9	171,3	121,2	87,85	65,33	49,58	$=J: b$
$C=5$									$C=5$
$J: b=$	1021,0	637,3	418,2	285,6	202,0	146,4	108,9	82,63	$=J: b$

5. Къ расчету шпаль при нормальной колеѣ русскихъ желѣзныхъ дорогъ ( $r=79,6$  сантим.).

Средина.

$$-\frac{M_0}{P} = -\frac{L[\mu_0]}{2} \text{ сантим.}$$

Плечо момента  $M_0$  силы  $P$ .

$\lambda$	$\rho$								$\lambda$
	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	
1,1	21,20	—	—	—	—	—	—	—	1,1
1,2	16,45	21,16	—	—	—	—	—	—	1,2
1,3	12,29	16,90	—	—	—	—	—	—	1,3
1,4	8,79	13,24	16,66	—	—	—	—	—	1,4
1,5	5,97	10,21	13,41	15,91	—	—	—	—	1,5
1,6	3,83	7,82	10,79	13,05	14,83	—	—	—	1,6
1,7	2,27	6,02	8,74	10,77	12,33	—	—	—	1,7
1,8	—	4,73	7,22	9,03	10,37	11,39	—	—	1,8
1,9	—	3,85	6,14	7,75	8,89	9,72	10,33	—	1,9
2,0	—	—	5,41	6,85	7,82	8,49	8,94	9,24	2,0
2,1	—	—	4,95	6,24	7,07	7,60	7,91	8,09	2,1
2,2	—	—	—	5,85	6,57	6,98	7,19	7,25	2,2
2,3	—	—	—	5,62	6,25	6,58	6,69	6,67	2,3
2,4	—	—	—	—	6,07	6,32	6,37	6,28	2,4
2,5	—	—	—	—	5,97	6,17	6,17	6,02	2,5
2,6	—	—	—	—	—	6,09	6,05	5,87	2,6
2,7	—	—	—	—	—	6,06	5,99	5,78	2,7
2,8	—	—	—	—	—	—	5,96	5,74	2,8
2,9	—	—	—	—	—	—	—	5,72	2,9
3,0	—	—	—	—	—	—	—	5,71	3,0
$L=$	99,50	88,44	79,60	72,36	66,33	61,23	56,86	53,07	$=L$
Для металлическихъ шпаль при $E=2000000$ кил. на кв. сантим.									
$C=3$									$C=3$
$J:b=$	36,76	22,94	15,05	10,28	7,27	5,27	3,92	2,97	$=J:b$
$C=5$									$C=5$
$J:b=$	61,26	38,24	25,09	17,13	12,12	8,78	6,53	4,96	$=J:b$
Для деревянныхъ шпаль при $E=120000$ кил. на кв. сантим.									
$C=3$									$C=3$
$J:b=$	612,6	382,4	250,9	171,3	121,2	87,85	65,33	49,58	$=J:b$
$C=5$									$C=5$
$J:b=$	1021,0	637,3	418,2	285,6	202,0	146,4	108,9	82,63	$=J:b$

### 6. Къ расчету шпаль при нормальной колеѣ русскихъ желѣзныхъ дорогъ ( $r=79,6$ сантим.).

Сѣченіе подъ рельсомъ.

$$\frac{p \cdot b}{P} = 1000 \frac{[\eta_p]}{L} \text{ килогр.}$$

Давленіе на основаніе, отнесенное къ одному погонному сантиметру длины шпаль, при нагрузкѣ отъ каждаго рельса въ одну тонну.

$\lambda$	$p$								$\lambda$
	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	
1,1	9,99	—	—	—	—	—	—	—	1,1
1,2	8,88	10,89	—	—	—	—	—	—	1,2
1,3	8,04	9,63	11,98	—	—	—	—	—	1,3
1,4	7,42	8,66	10,51	—	—	—	—	—	1,4
1,5	6,98	7,95	9,38	11,53	—	—	—	—	1,5
1,6	6,69	7,44	8,55	10,21	12,67	—	—	—	1,6
1,7	6,52	7,11	7,95	9,23	11,14	—	—	—	1,7
1,8	—	6,90	7,56	8,53	10,00	12,15	—	—	1,8
1,9	—	6,78	7,30	8,06	9,18	10,84	13,23	—	1,9
2,0	—	—	7,15	7,76	8,63	9,90	11,74	14,37	2,0
2,1	—	—	7,07	7,57	8,27	9,26	10,68	12,70	2,1
2,2	—	—	—	7,47	8,05	8,84	9,95	11,50	2,2
2,3	—	—	—	7,42	7,92	8,58	9,46	10,68	2,3
2,4	—	—	—	—	7,86	8,43	9,16	10,14	2,4
2,5	—	—	—	—	7,83	8,35	8,98	9,79	2,5
2,6	—	—	—	—	—	8,31	8,89	9,59	2,6
2,7	—	—	—	—	—	8,30	8,84	9,48	2,7
2,8	—	—	—	—	—	—	8,83	9,42	2,8
2,9	—	—	—	—	—	—	8,82	9,40	2,9
3,0	—	—	—	—	—	—	—	9,40	3,0
$L=$	99,50	88,44	79,60	72,36	66,33	61,23	56,86	53,07	$=L$
Для металлическихъ шпаль при $E=2000000$ кил. на кв. сантим.									
$C=3$									$C=3$
$J:b=$	36,76	22,94	15,05	10,28	7,27	5,27	3,92	2,97	$=J:b$
$C=5$									$C=5$
$J:b=$	61,26	38,24	25,09	17,13	12,12	8,78	6,53	4,96	$=J:b$
Для деревянныхъ шпаль при $E=120000$ кил. на кв. сантим.									
$C=3$									$C=3$
$J:b=$	612,6	382,4	250,9	171,3	121,2	87,85	65,33	49,58	$=J:b$
$C=5$									$C=5$
$J:b=$	1021,0	637,3	418,2	285,6	202,0	146,4	108,9	82,63	$=J:b$

7. Из расчета шпаль при нормальной колеб русских желѣзныхъ дорогъ ( $r=79,6$  сант.).

Свѣчение подь рельсомъ.

$$\frac{M_r}{P} = \frac{L[\mu_r]}{2} \text{ сант.}$$

Плечо момента  $M_r$  силы  $P$ .

$\lambda$	$P$								$\lambda$
	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	
1,1	4,81	—	—	—	—	—	—	—	1,1
1,2	7,57	4,25	—	—	—	—	—	—	1,2
1,3	10,40	6,69	—	—	—	—	—	—	1,3
1,4	13,08	9,19	6,09	—	—	—	—	—	1,4
1,5	15,46	11,55	8,35	5,65	—	—	—	—	1,5
1,6	17,42	13,63	10,48	7,73	5,31	—	—	—	1,6
1,7	18,95	15,36	12,35	9,68	7,25	—	—	—	1,7
1,8	—	16,70	13,90	11,39	9,06	6,85	—	—	1,8
1,9	—	17,69	15,12	12,81	10,65	8,55	6,51	—	1,9
2,0	—	—	16,02	13,94	11,97	10,03	8,10	6,20	2,0
2,1	—	—	16,65	14,79	13,03	11,28	9,50	7,70	2,1
2,2	—	—	—	15,39	13,83	12,27	10,68	9,03	2,2
2,3	—	—	—	15,78	14,40	13,03	11,62	10,14	2,3
2,4	—	—	—	—	14,79	13,58	12,35	11,04	2,4
2,5	—	—	—	—	15,02	13,96	12,88	11,73	2,5
2,6	—	—	—	—	—	14,20	13,25	12,25	2,6
2,7	—	—	—	—	—	14,33	13,49	12,61	2,7
2,8	—	—	—	—	—	—	13,62	12,84	2,8
2,9	—	—	—	—	—	—	13,67	12,98	2,9
3,0	—	—	—	—	—	—	—	13,04	3,0
$L=$	99,50	88,44	79,60	72,36	66,33	61,23	56,86	53,07	$=L$
Для металлическихъ шпаль при $E=2000000$ кил. на кв. сант.									
$C=3$									$C=3$
$J:b=$	36,76	22,94	15,05	10,28	7,27	5,27	3,92	2,97	$=J:b$
$C=5$									$C=5$
$J:b=$	61,26	38,24	25,09	17,13	12,12	8,78	6,53	4,96	$=J:b$
Для деревянныхъ шпаль при $E=120000$ кил. на кв. сант.									
$C=3$									$C=3$
$J:b=$	612,6	382,4	250,9	171,3	121,2	87,85	65,33	49,58	$=J:b$
$C=5$									$C=5$
$J:b=$	1021,0	637,3	418,2	285,6	202,0	146,4	108,9	82,63	$=J:b$

8. Къ расчету шпаль при нормальной колѣѣ русскихъ желѣзныхъ дорогъ ( $r=79,6$  сант.).

Конецъ шпалы.

$$\frac{p \cdot b}{P} = 1000 \frac{[\eta_\lambda]}{L} \text{ килогр.}$$

Давленіе на основаніе, отвесенное къ одному погонному сантиметру длины шпалы, при нагрузкѣ отъ каждаго рельса въ одну тонну.

$\lambda$	$\rho$								$\lambda$
	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	
1,1	11,17	—	—	—	—	—	—	—	1,1
1,2	9,87	12,63	—	—	—	—	—	—	1,2
1,3	8,55	11,20	14,34	—	—	—	—	—	1,3
1,4	7,24	9,73	12,73	—	—	—	—	—	1,4
1,5	5,97	8,26	11,08	14,44	—	—	—	—	1,5
1,6	4,76	6,84	9,42	12,56	16,29	—	—	—	1,6
1,7	3,64	5,49	7,83	10,70	14,15	—	—	—	1,7
1,8	—	4,25	6,32	8,91	12,06	15,80	—	—	1,8
1,9	—	3,13	4,94	7,24	10,06	13,47	17,48	—	1,9
2,0	—	—	3,70	5,71	8,21	11,26	14,89	—	2,0
2,1	—	—	2,61	4,34	6,52	9,21	12,46	16,31	2,1
2,2	—	—	—	3,13	5,01	7,36	10,22	13,66	2,2
2,3	—	—	—	2,09	3,68	5,70	8,20	11,23	2,3
2,4	—	—	—	—	2,53	4,24	6,39	9,03	2,4
2,5	—	—	—	—	1,54	2,98	4,80	7,07	2,5
2,6	—	—	—	—	—	1,88	3,41	5,35	2,6
2,7	—	—	—	—	—	0,96	2,22	3,84	2,7
2,8	—	—	—	—	—	—	1,21	2,54	2,8
2,9	—	—	—	—	—	—	0,36	1,43	2,9
3,0	—	—	—	—	—	—	—	0,50	3,0
$L=$	99,50	88,44	79,60	72,36	66,33	61,23	56,86	53,07	$=L$
Для металлическихъ шпаль при $E=2000000$ кил. на кв. сант.									
$C=3$									$C=3$
$J: b =$	36,76	22,94	15,05	10,28	7,27	5,27	3,92	2,97	$= J: b$
$C=5$									$C=5$
$J: b =$	61,26	38,24	25,09	17,13	12,12	8,78	6,53	4,96	$= J: b$
Для деревянныхъ шпаль при $E=120000$ кил. на кв. сант.									
$C=3$									$C=3$
$J: b =$	612,6	382,4	250,9	171,3	121,2	87,85	65,33	49,58	$= J: b$
$C=5$									$C=5$
$J: b =$	1021,0	637,3	418,2	285,6	202,0	146,4	108,9	82,63	$= J: b$



9. Къ расчету шпаль при нормальной колеѣ русскихъ желѣзныхъ дорогъ ( $r=79,6$  сант.).

Длины.

$$L = \frac{r}{\rho} = \frac{79,6}{\rho} \text{ сант.}$$

$$l = \lambda L = 79,6 \frac{\lambda}{\rho}$$

$\lambda$	$\rho$								$\lambda$
	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	
1,1	109,45	$=l$	—	—	—	—	—	—	1,1
1,2	119,40	106,18	—	—	—	—	—	—	1,2
1,3	129,35	114,97	103,48	—	—	—	—	—	1,3
1,4	139,30	123,82	111,44	—	—	—	—	—	1,4
1,5	149,25	132,66	119,40	108,54	—	—	—	—	1,5
1,6	159,20	141,50	127,36	115,78	106,13	—	—	—	1,6
1,7	169,15	150,35	135,32	123,01	112,76	—	—	—	1,7
1,8	—	159,19	143,28	130,25	119,39	110,21	—	—	1,8
1,9	—	168,04	151,24	137,48	126,03	116,84	108,03	—	1,9
2,0	—	—	159,20	144,72	132,66	122,46	113,72	106,14	2,0
2,1	—	—	167,16	151,96	139,29	128,58	119,41	111,45	2,1
2,2	—	—	—	159,19	145,93	134,71	125,09	116,75	2,2
2,3	—	—	—	166,43	152,56	140,83	130,78	122,06	2,3
2,4	—	—	—	—	159,19	146,95	136,46	127,37	2,4
2,5	—	—	—	—	165,83	153,08	142,15	132,68	2,5
2,6	—	—	—	—	—	159,20	147,84	137,98	2,6
2,7	—	—	—	—	—	165,32	153,52	143,29	2,7
2,8	—	—	—	—	—	—	159,21	148,60	2,8
2,9	—	—	—	—	—	—	164,89	153,90	2,9
3,0	—	—	—	—	—	—	—	159,21	3,0
$L=$	99,50	88,44	79,60	72,36	66,33	61,23	56,86	53,07	$=L$
Для металлических шпаль при $E=200000$ кил. на кв. сант.									
$C=3$									$C=3$
$J:b=$	36,76	22,94	15,05	10,28	7,27	5,27	3,92	2,97	$=J:b$
$C=5$									$C=5$
$J:b=$	61,26	38,24	25,09	17,13	12,12	8,78	6,53	4,96	$=J:b$
Для деревянных шпаль при $E=120060$ кил. на кв. сант.									
$C=3$									$C=3$
$J:b=$	612,6	382,4	250,9	171,3	121,2	87,85	65,33	49,58	$=J:b$
$C=5$									$C=5$
$J:b=$	1021,0	637,3	418,2	285,6	202,0	146,4	108,9	82,63	$=J:b$

10. Таблица значений  $\kappa$  и  $L$ .

$$\kappa = \sqrt[4]{\frac{Cb}{4EJ}} \quad \text{и} \quad L = \frac{1}{\kappa} = \sqrt[4]{\frac{4EJ}{Cb}}$$

$L$	$\kappa = \frac{1}{L}$	$L^4 = \frac{4EJ}{Cb}$	$L$	$\kappa = \frac{1}{L}$	$L^4 = \frac{4EJ}{Cb}$
40	0,0250	256 0000	60	0,0167	1296 0000
41	0,0244	282 5761	61	0,0164	1384 5841
42	0,0238	311 1696	62	0,0161	1477 6336
43	0,0233	341 8801	63	0,0159	1575 2961
44	0,0227	374 8096	64	0,0156	1677 7216
45	0,0222	410 0625	65	0,0154	1785 0625
46	0,0217	447 7456	66	0,0152	1897 4736
47	0,0213	487 9681	67	0,0149	2015 1121
48	0,0208	530 8416	68	0,0147	2138 1376
49	0,0204	576 4801	69	0,0145	2266 7121
50	0,0200	625 0000	70	0,0143	2401 0000
51	0,0196	676 5201	71	0,0141	2541 1681
52	0,0192	731 1616	72	0,0139	2687 3856
53	0,0189	789 0481	73	0,0137	2839 8241
54	0,0185	850 3056	74	0,0135	2998 6576
55	0,0182	915 0625	75	0,0133	3164 0625
56	0,0179	983 4496	76	0,0132	3336 2176
57	0,0175	1055 6001	77	0,0130	3515 3041
58	0,0172	1131 6496	78	0,0128	3701 5056
59	0,0169	1211 7361	79	0,0127	3895 0081
60	0,0167	1296 0000	80	0,0125	4096 0000

10. Таблица значений  $\kappa$  и  $L$ .

$$\kappa = \sqrt[4]{\frac{Cb}{4EJ}} \quad \text{и} \quad L = \frac{1}{\kappa} = \sqrt[4]{\frac{4EJ}{Cb}}$$

$L$	$\kappa = \frac{1}{L}$	$L^4 = \frac{4EJ}{Cb}$	$L$	$\kappa = \frac{1}{L}$	$L^4 = \frac{4EJ}{Cb}$
80	0,0125	4096 0000	100	0,01000	1 0000 0000
81	0,0123	4304 6721	101	0,00990	1 0406 0401
82	0,0122	4521 2176	102	0,00980	1 0824 3216
83	0,0120	4745 8321	103	0,00971	1 1255 0881
84	0,0119	4978 7136	104	0,00962	1 1698 5856
85	0,0118	5220 0625	105	0,00952	1 2155 0625
86	0,0116	5470 0816	106	0,00943	1 2624 7696
87	0,0115	5728 9761	107	0,00935	1 3107 9601
88	0,0114	5996 9536	108	0,00926	1 3604 8896
89	0,0112	6274 2241	109	0,00917	1 4115 8161
90	0,0111	6561 0000	110	0,00909	1 4641 0000
91	0,0110	6857 4961	111	0,00901	1 5180 7041
92	0,0109	7163 9296	112	0,00893	1 5735 1936
93	0,0108	7480 5201	113	0,00885	1 6304 7361
94	0,0106	7807 4896	114	0,00877	1 6889 6016
95	0,0105	8145 0625	115	0,00870	1 7490 0625
96	0,0104	8493 4656	116	0,00862	1 8106 3936
97	0,0103	8852 9281	117	0,00855	1 8738 8721
98	0,0102	9223 6816	118	0,00847	1 9387 7776
99	0,0101	9605 9601	119	0,00840	2 0053 3921
100	0,0100	1 0000 0000	120	0,00833	2 0736 0000

11. Основные формулы.

Круговые функции.

$$\begin{aligned} 2\cos\varphi &= e^{i\varphi} + e^{-i\varphi} \\ 2i\sin\varphi &= e^{i\varphi} - e^{-i\varphi} \\ \cos\varphi + i\sin\varphi &= e^{i\varphi} \\ \cos\varphi - i\sin\varphi &= e^{-i\varphi} \\ \cos^2\varphi + \sin^2\varphi &= 1 \\ \cos^2\varphi - \sin^2\varphi &= \cos 2\varphi \\ 2\cos\varphi\sin\varphi &= \sin 2\varphi \end{aligned}$$

Гиперболические функции.

$$\begin{aligned} 2\cosh\varphi &= e^{\varphi} + e^{-\varphi} \\ 2\sinh\varphi &= e^{\varphi} - e^{-\varphi} \\ \cosh\varphi + \sinh\varphi &= e^{\varphi} \\ \cosh\varphi - \sinh\varphi &= e^{-\varphi} \\ \cosh^2\varphi - \sinh^2\varphi &= 1 \\ \cosh^2\varphi + \sinh^2\varphi &= \cosh 2\varphi \\ 2\cosh\varphi\sinh\varphi &= \sinh 2\varphi \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} e^{\varphi} &= 1 + \frac{\varphi}{1} + \frac{\varphi^2}{2!} + \frac{\varphi^3}{3!} + \frac{\varphi^4}{4!} + \frac{\varphi^5}{5!} + \frac{\varphi^6}{6!} + \dots \\ \cos\varphi &= 1 - \frac{\varphi^2}{2!} + \frac{\varphi^4}{4!} - \frac{\varphi^6}{6!} + \dots \\ \cosh\varphi &= 1 + \frac{\varphi^2}{2!} + \frac{\varphi^4}{4!} + \frac{\varphi^6}{6!} + \dots \\ \sin\varphi &= \frac{\varphi}{1} - \frac{\varphi^3}{3!} + \frac{\varphi^5}{5!} - \dots \\ \sinh\varphi &= \frac{\varphi}{1} + \frac{\varphi^3}{3!} + \frac{\varphi^5}{5!} + \dots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cosh\varphi \cos\varphi &= 1 - \frac{4}{4!}\varphi^4 + \frac{16}{8!}\varphi^8 - \frac{64}{12!}\varphi^{12} + \frac{256}{16!}\varphi^{16} - \frac{512}{20!}\varphi^{20} + \dots \\ \sinh\varphi \sin\varphi &= \varphi^2 - \frac{8}{6!}\varphi^6 + \frac{32}{10!}\varphi^{10} - \frac{128}{14!}\varphi^{14} + \frac{512}{18!}\varphi^{18} - \frac{1024}{22!}\varphi^{22} + \dots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cosh\varphi \sin\varphi &= \varphi + \frac{2}{3!}\varphi^3 - \frac{4}{5!}\varphi^5 + \frac{8}{7!}\varphi^7 - \frac{16}{9!}\varphi^9 + \frac{32}{11!}\varphi^{11} - \dots \\ \sinh\varphi \cos\varphi &= \varphi - \frac{2}{3!}\varphi^3 + \frac{4}{5!}\varphi^5 - \frac{8}{7!}\varphi^7 + \frac{16}{9!}\varphi^9 - \frac{32}{11!}\varphi^{11} + \dots \end{aligned}$$

Отсюда получим для вспомогательных величин  $\eta'$  и  $\mu'$ :

$$\eta' = -e^{-\varphi} \sin\varphi = \sinh\varphi \sin\varphi - \cosh\varphi \sin\varphi$$

$$\mu' = e^{-\varphi} \cos\varphi = \sinh\varphi \cos\varphi - \cosh\varphi \cos\varphi$$

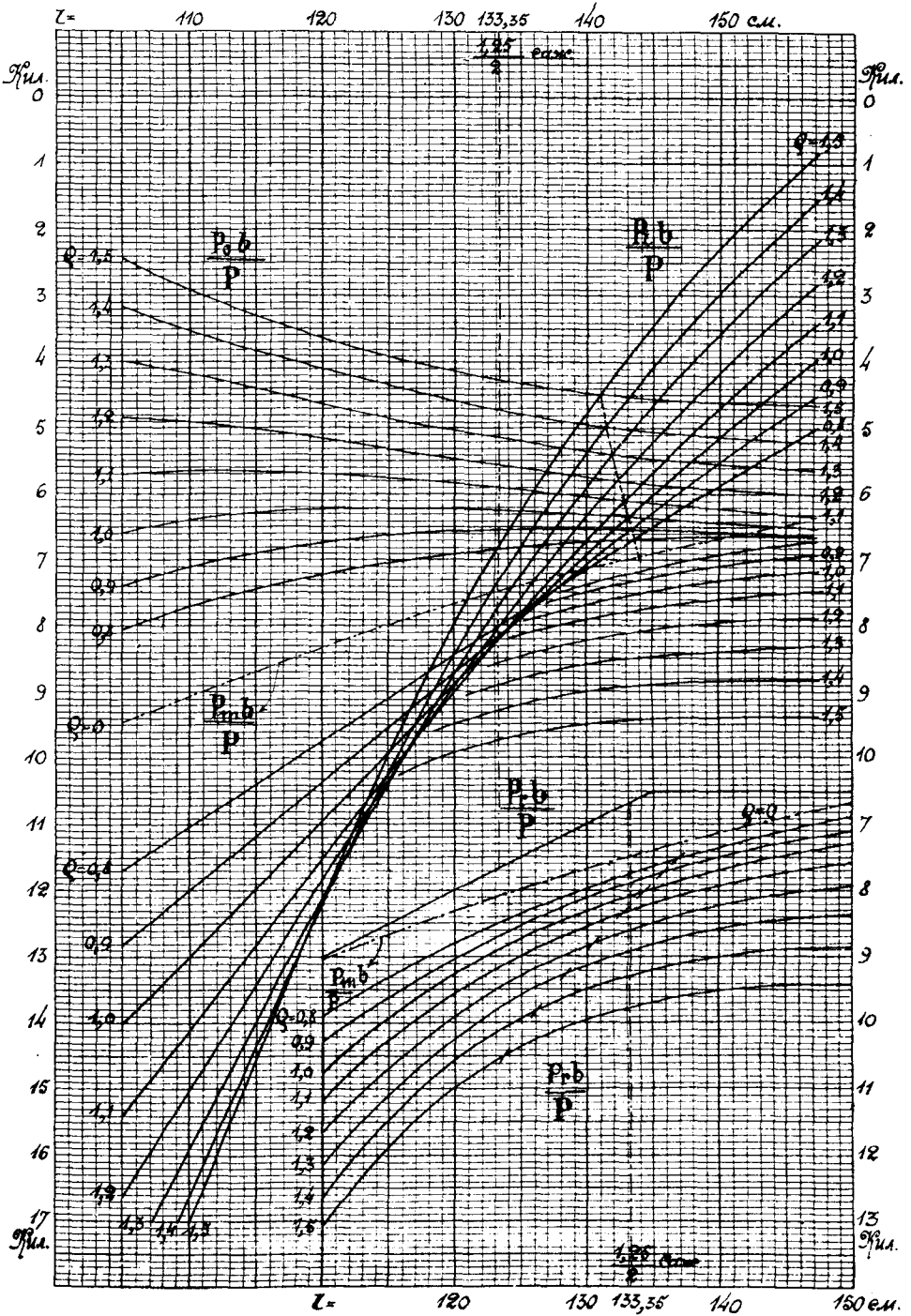
а также для:  $\eta = -\eta' - \mu'$ , и  $\mu = +\eta' - \mu'$ , ряды:

$$\begin{aligned} \eta &= 1 - \varphi^2 + \frac{2}{3}\varphi^3 - \frac{1}{6}\varphi^4 + \frac{1}{90}\varphi^6 - \dots \\ \eta' &= -\varphi + \varphi^2 - \frac{1}{3}\varphi^3 + \frac{1}{80}\varphi^5 - \frac{1}{90}\varphi^6 - \dots \\ \mu &= 1 - 2\varphi + \varphi^3 - \frac{1}{6}\varphi^4 + \frac{1}{15}\varphi^5 - \frac{1}{90}\varphi^6 - \dots \\ \mu' &= -1 + \varphi - \frac{1}{3}\varphi^3 + \frac{1}{6}\varphi^4 - \frac{1}{30}\varphi^5 - \dots \end{aligned}$$

$$e = 2,71828 \ 18285; \quad e^{-1} = 0,36787 \ 94412$$

$$\lg e = 0,43429 \ 44819; \quad \lg e^{-1} = 0,56570 \ 55181 - 1.$$

# Давленіа на основаніе (шталы)



Алгебраические моменты (шпалы)

