

ХАРЬКОВСКОЕ ВЫСШЕЕ ВОЕННОЕ УЧИЛИЩЕ  
ИМЕНИ МАРШАЛА СОВЕТСКОГО СОЮЗА Н. И. КРЫЛОВА

---

С. И. ВИГЛИН

**МЕТОДЫ  
АНАЛИЗА УСИЛИТЕЛЬНЫХ  
И ИМПУЛЬСНЫХ СХЕМ**

Х а р ь к о в

1973

ХАРЬКОВСКОЕ ВЫСШЕЕ ВОЕННОЕ УЧИЛИЩЕ  
ИМЕНИ МАРШАЛА СОВЕТСКОГО СОЮЗА Н. И. КРЫЛОВА

---

С. И. ВИГЛИН

# МЕТОДЫ АНАЛИЗА УСИЛИТЕЛЬНЫХ И ИМПУЛЬСНЫХ СХЕМ

*Утверждено начальником училища  
в качестве учебного пособия  
для курсантов ХВВУ*

Х а р ь к о в

1973

УДК 621.375.018.756

Методы анализа усилительных и импульсных схем, С. И. Витлин, ХВВУ, 1973.

В учебном пособии излагаются методы анализа и основные характеристики усилительных и импульсных схем. Рассматриваются вопросы их применения в автоматических устройствах.

Иллюстраций — 132, таблиц — 2, библиография — 12 наименований.

Гос. публичная  
научно-техническая  
библиотека С С Р  
СКЗЕМПЛАР  
ЧИТАЛЬНОГО ЗАЛА

Д4

15370

74 ~~а~~ - 59

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Настоящее учебное пособие является первым из серии учебных пособий по курсу «Импульсные и усилительные устройства», написанных по материалам лекций, которые автор читает в течение многих лет. Ввиду того что курс изучается на протяжении двух семестров, для удобства читателей все издание разделено на четыре пособия, причем сохраняется сквозная нумерация глав, таблиц и рисунков. Основное внимание уделяется типовым схемам, используемым в автоматических устройствах.

Первые три главы, помещенные в настоящем пособии, являются вводными. В них рассматриваются методы исследования и основные характеристики линейных цепей, а также основные свойства электронных приборов (ламп и транзисторов) как элементов усилительных и импульсных схем. Хотя этот материал большей частью не входит в программу курса, автор счел необходимым поместить его в пособие, ограничив изложение минимумом сведений, необходимых для изучения последующих глав. Так как указанные вопросы излагаются в большом числе литературных источников, то включение вводных глав облегчит пользование остальными выпусками.

В главах 4—9, помещенных во втором пособии «Электронные усилители автоматических устройств», изучаются усилители низких частот и видеочастот. С общих методологических позиций рассматриваются как ламповые, так и транзисторные схемы. Вместе с тем уделяется достаточное внимание выяснению основных особенностей устройств на транзисторах.

Главы 10—13 помещены в третьем пособии «Преобразование и формирование импульсов в автоматических устройствах». Здесь излагается теория и принцип работы типовых устройств укорочения, дифференцирования, интегрирования и задержки импульсов, а также рассматриваются ограничители и транзисторные ключи.

В главах 14—19, составляющих четвертое пособие «Генераторы импульсов автоматических устройств», изучаются теория, принципы работы и методы расчета типовых генераторов релаксационных

колебаний на электронных лампах и транзисторах, применяемых в современных автоматических устройствах.

Изложение в одном курсе теории усилителей и импульсных устройств позволило установить сходные черты процессов во многих схемах и вместе с тем выяснить принципиальные отличия различных режимов работы. Автор убежден, что такое объединение курса усилителей и импульсных устройств создает больше преимуществ в учебном процессе, чем трудностей.

Во всех главах книги уделяется большое внимание подробному описанию физических процессов в импульсных и усилительных устройствах, знание которых является особенно важным для специалиста по эксплуатации радиоэлектронной аппаратуры. Вместе с тем в учебных пособиях производится и количественный анализ процессов, результаты которого приведены к виду, удобному для инженерных расчетов.

Автор благодарен И. И. Малюге, Б. К. Журавлеву и всему коллективу кафедры за помощь при подготовке рукописи к изданию.

Все замечания по содержанию учебного пособия автор примет с благодарностью.

---

## ВВЕДЕНИЕ

### § 1. ОСНОВНЫЕ ВИДЫ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ. НАЗНАЧЕНИЕ ИМПУЛЬСНЫХ И УСИЛИТЕЛЬНЫХ УСТРОЙСТВ

Радиоэлектронные системы, в состав которых входят импульсные и усилительные устройства, служат для получения, передачи и обработки информации (потока сообщений). В зависимости от назначения конкретной системы информация может иметь различный смысл. В проводной и радиосвязи это звуковые сообщения (речь, музыка) или буквенный текст; в телевидении — освещенное изображение движущихся или неподвижных предметов; в автоматике и радиоуправлении — набор команд (приказов человеку или автомату о необходимости выполнить то или иное действие) или донесений (сообщений человеку или автомату о выполнении заданных действий или состоянии объектов управления); в радиотелесметрии — поток сообщений, характеризующих состояние различных объектов и их параметры (давление и температура, тяга двигателя и т. д.); в вычислительной технике — алгоритм (порядок выполнения действий) и исходные числовые данные для математического решения задачи; в радиолокации и радионавигации — сообщения о параметрах движения объектов (самолетов, кораблей и т. д.).

Общим свойством радиоэлектронных систем является то, что информация реализуется в виде электрических сигналов. Так как содержание сообщений меняется с течением времени  $t$ , то *электрический сигнал — это процесс изменения во времени* (в электрической цепи) *напряжения и или тока  $i$ , несущий информацию.*

Содержание сообщений характеризуется переменной величиной  $x(t)$  (форма сообщения). Основной характеристикой электрического сигнала также является его форма. Она определяется зависимостью от времени мгновенных значений напряжения или тока, которая задается либо аналитически в виде функций  $u(t)$  или  $i(t)$ , либо графически. Форма сигнала  $u(t)$  или  $i(t)$  и форма сообщения  $x(t)$  не всегда совпадают.

Электрические сигналы разделяются на два класса: *видеосигналы* и *радиосигналы*. Чтобы выяснить их свойства и назначение, рассмотрим типовую функциональную схему радиоэлектронной системы, предназначенной для передачи информации от источника сообщений к исполнительному органу (рис. 1).

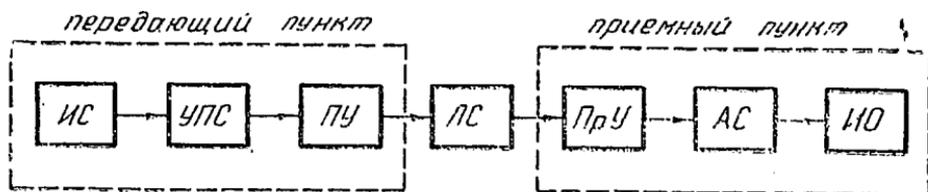


Рис. 1. Функциональная схема радиоэлектронной системы:

ИС — источник сообщений; УПС — устройство преобразования сигналов;  
 ПУ — передающее устройство; ЛС — линия связи; ПрУ — приемное устройство;  
 АС — анализатор сигналов; ИО — исполнительный орган.

Эффективная передача сигналов на большое расстояние, как известно, осуществляется по проводным или радиолиниям связи в виде высокочастотного колебания,\* которое при постоянной амплитуде  $A$ , угловой частоте  $\omega = 2\pi f$  и начальной фазе  $\varphi$  имеет вид

$$u_p(t) = A \cos(\omega t - \varphi). \quad (1)$$

Для переноса информации колебания модулируют по амплитуде, частоте или фазе. При амплитудной модуляции пропорционально передаваемому сообщению  $x(t)$  изменяется с течением времени амплитуда колебаний  $A(t)$ , а именно:  $A(t) = ax(t)$ .

Выражение для высокочастотного колебания запишется так:

$$u_p(t) = A(t) \cos(\omega t - \varphi). \quad (2)$$

При частотной модуляции информация передается благодаря изменению пропорционально  $x(t)$  мгновенной частоты, причем  $\omega(t) = bx(t)$ . Так как по определению

$$\omega(t) = \frac{d\psi}{dt},$$

где  $\psi(t)$  — мгновенная фаза колебаний, то высокочастотное колебание принимает вид

$$u_p(t) = A \cos[\psi(t) - \varphi] = A \cos\left[\int_0^t \omega(t) dt - \varphi\right]. \quad (3)$$

Фазовая модуляция отличается от частотной тем, что в этом случае изменяется пропорционально  $x(t)$  мгновенная фаза  $\psi(t) = cx(t)$ . Выражение (3) для  $u_p(t)$  сохраняется.

\* Для определенности далее будем рассматривать сигнал напряжения  $u(t)$ , так как все его свойства, о которых будет идти речь, относятся и к сигналу тока  $i(t)$ .

Сигнал  $u_p(t)$ , имеющий вид высокочастотного гармонического колебания и несущий информацию в форме переменной амплитуды  $A(t)$ , частоты  $\omega(t)$  или фазы  $\psi(t)$ , называется *радиосигналом*. Он формируется передающим устройством ПУ на передающем пункте, распространяется по линии связи ЛС и затем усиливается приемным устройством ПрУ на приемном пункте (рис. 1).

Модуляция колебаний в передающем устройстве производится только под действием какого-то электрического сигнала. Так как источник сообщений, как правило, вырабатывает информацию в виде неэлектрической величины  $x(t)$ , то требуется предварительно ее преобразовать в электрический сигнал. Этот сигнал  $u(t)$ , непосредственно несущий информацию и затем осуществляющий модуляцию высокочастотного колебания по амплитуде, частоте или фазе, называется управляющим или *видеосигналом*\*. Он формируется устройством преобразования сигналов на передающем пункте (рис. 1).

В качестве исполнительного органа в радиоэлектронике используют различные устройства. В радиосвязи это — динамик или телефон, преобразующий электрический сигнал в звуковые колебания; в автоматике и радиоуправлении это, например, — реле, включающее какое-либо электромеханическое устройство, предназначенное для исполнения передаваемой команды. Подобные устройства не могут управляться радиосигналами. Поэтому на приемном пункте в результате детектирования на выходе приемного устройства снова выделяется видеосигнал  $u(t)$ , непосредственно несущий информацию. Через анализатор сигналов он управляет исполнительным органом, реализующим передаваемую информацию (рис. 1).

В наиболее простом случае (например, при непосредственной передаче звуковых сообщений) устройства УПС и АС производят только усиление видеосигналов без изменения их формы (например, первое — до величины, необходимой для нормальной работы передатчика, а второе — для нормальной работы динамика). В сложных системах оба эти устройства осуществляют также обработку информации, которая всегда связана с изменением (преобразованием) формы видеосигналов.

Поясним кратко некоторые задачи обработки сообщений. Радиоэлектронная система может получать информацию от нескольких источников. Чтобы эту информацию передать по одной и той же радиолинии, УПС осуществляет коммутацию (поочередное присоединение) источников сообщений. На приемном пункте АС синхронно обеспечивает коммутацию соответствующих исполнитель-

---

\* Термин «видеосигнал» впервые стал применяться в телевидении, где им обозначают сигнал изображения. Происходит от латинского слова „videre“ что значит «видеть».

ных органов. Эти же устройства могут устанавливать очередность передачи и реализации сообщений от разных источников в зависимости от их важности.

Чтобы разгрузить линию связи, УПС может производить усреднение передаваемых параметров (давление, температура и т. д.) за определенный промежуток времени, что исключает передачу их случайных отклонений. Такое же усреднение производится и анализатором сигналов для исключения случайных срабатываний исполнительного органа.

В радиолокации благодаря обработке сигналов можно осуществить прогнозирование траектории движения объекта в определенной системе координат. Для сложной обработки сообщений в УПС и АС могут применяться электронные вычислительные машины (ЭВМ).

Если радиоэлектронная система предназначена не просто для передачи готовой информации, а используется для ее обработки и регистрации и располагается вблизи источника сообщений, то преобразование видеосигналов в радиосигналы и обратно не производится, поэтому из системы исключаются передающее и приемное устройства, а иногда и линия связи. В некоторых случаях по линиям связи оказывается возможным передавать видеосигналы (телеграфная связь), тогда, очевидно, указанные выше устройства также излишни.

Таким образом, устройства, работающие с видео- и радиосигналами, выполняют различные функции. Задача устройств, входящих в состав радиотракта (передающее и приемное устройства, а также линия связи), — передать информацию в виде модулированных колебаний на большое расстояние. Получение и обработка передаваемой информации производится при помощи видеосигналов.

*Импульсные и усилительные устройства* являются элементами устройств УПС и АС и служат для формирования, усиления и преобразования формы *видеосигналов*, необходимого для обработки информации в соответствии с заданной программой.

Рассмотрим классификацию видеосигналов и их основные формы. Информация, поступающая в радиоэлектронную систему, может быть непрерывной или дискретной. *Непрерывная информация* вырабатывается в виде некоторой физической величины  $x(t)$ , изменяющейся с течением времени. Например, в радиосвязи — это интенсивность звуковых колебаний, в радиотелеметрии — параметры, характеризующие состояние объекта (давление, температура и др.). Специальное устройство (микрофон, датчик давления или температуры и др.) преобразует переменную  $x(t)$  в электрический сигнал  $u(t) = a_u x(t)$  ( $a_u$  — масштабный коэффициент). В этом случае *каждому мгновенному значению переменной  $x(t)$  соответствует пропорциональное ей мгновенное значение электрического сигнала  $u(t)$ , который непрерывно изменяется вместе с*

$x(t)$ . Такой электрический сигнал называют *непрерывным*. Примерная форма непрерывного сигнала  $u(t)$  показана на рис. 2.

Так как время работы любой радиоэлектронной системы ограничено, то непрерывный сигнал действует только в течение конечного промежутка времени  $t_c$  (длительность сигнала) от момента включения  $t_1$  системы до момента  $t_3$  ее выключения (рис. 2). В некоторых случаях сигнал  $u(t)$  испытывает скачок (момент  $t_2$ ), когда внезапно изменяется физическая величина  $x(t)$ , несущая информацию. Следовательно, с математической точки зрения функция  $u(t)$  непрерывна или кусочно-непрерывна. Длительность непрерывного сигнала  $t$  сравнительно велика и может изменяться от нескольких минут (космическая радиосвязь) до нескольких часов (радиовещание).

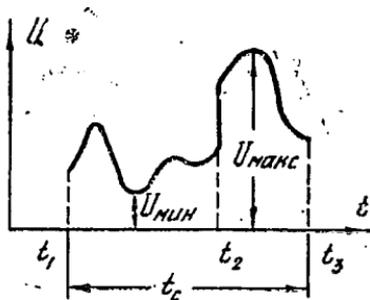


Рис. 2. Непрерывный сигнал.

*Дискретная информация* представляет набор символов, смысловое содержание которых заранее известно. Она широко используется в современной радиоэлектронике в системах автоматического управления и связи. При передаче буквенного текста в системах проводной или радиосвязи каждая буква — это отдельный символ. При радиоуправлении, например, беспилотным самолетом возникает необходимость посылки команд «ВЫКЛЮЧИТЬ ДВИГАТЕЛЬ», «ВКЛЮЧИТЬ ОБОГРЕВ ПРИБОРНОГО ОТСЕКА» и т. д. Для контроля за состоянием управляемой системы от нее на пункт управления поступают донесения: «ДВИГАТЕЛЬ ВЫКЛЮЧЕН», «ВКЛЮЧЕН РЕГУЛЯТОР ТЕМПЕРАТУРЫ» и т. д. Это тоже самостоятельные, не связанные с другими, дискретные сообщения.

Отдельное дискретное сообщение (буква, команда) может быть реализовано только в символической (условной) форме, так как оно непосредственно не связано с изменением какой-либо физической величины. Поэтому для передачи дискретных сообщений применяется *кодирование информации*. Одним из его видов является числовое кодирование, при котором отдельные сообщения (команды, донесения или буквы алфавита) нумеруются и вместо каждого из них передается условное число (номер сообщения). Числовое кодирование наиболее часто применяется в современных радиоэлектронных системах.

Заметим, что дискретные сообщения можно передавать при помощи непрерывных сигналов, если каждое число преобразовать в уровень напряжения. Учитывая, что смена дискретных сообщений происходит через определенные промежутки времени, получим

сигнал, примерный вид которого показан на рис. 3. Однако непрерывный способ работы имеет ряд существенных недостатков (большой расход энергии, сильные искажения передаваемых сигналов вследствие колебаний условных уровней напряжения и влияния помех, малая надежность, трудности осуществления многоканальной связи). Поэтому для передачи дискретных сообщений (чисел) используют импульсные сигналы.

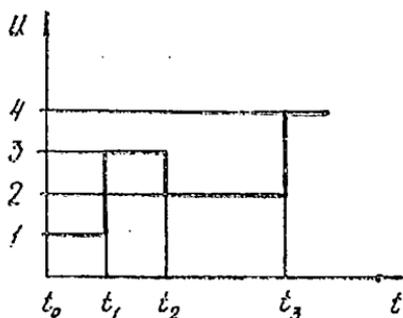


Рис. 3. Передача дискретных сообщений различными уровнями напряжения.

Характеризуемый изменением напряжения (тока) в течение ограниченного (обычно малого) промежутка времени  $t_{и}$ , называемого длительностью импульса. Максимальное мгновенное значение импульса называется его амплитудой  $U$ .

Во многих случаях (при передаче буквенного текста или известного набора чисел) темп выработки импульсных сигналов задается самой радиоэлектронной системой (устройством преобразования сигналов УПС). Чем меньше длительность  $t_{и с}$ , тем больше дискретных сообщений можно передать за установленное время работы. Поэтому в современной радиоэлектронике стремятся работать с короткими импульсами (порядка 0,1—10 мксек).

Конкретная форма импульсного сигнала  $u(t)$  определяется формой и параметрами отдельных импульсов (как элементов сигнала), а также длительностью пауз между ними. Следовательно, импульсное кодирование дискретной информации может осуществляться:

- по длительности пауз;
- по количеству и положению импульсов внутри импульсного сигнала;
- по форме или параметрам импульсов (кодирование по амплитуде или длительности).

Импульсным называется сигнал, который в течение условного промежутка времени  $t_{и с}$ , называемого длительностью импульсного сигнала, реализует в условной форме одно дискретное сообщение. Импульсный сигнал состоит из одного или нескольких импульсов, разделенных паузами  $t_{и}$ , в течение которых напряжение равно нулю (рис. 4). Отдельный импульс — это процесс, харак-

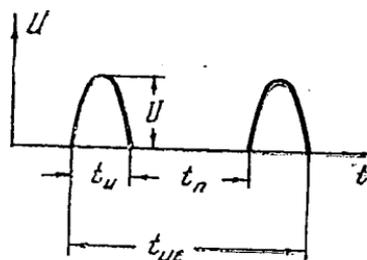


Рис. 4. Импульсный сигнал.

Так как энергетические характеристики, надежность и схемы радиоэлектронных систем оказываются более выгодными при работе с импульсами одинаковой формы, имеющими постоянные параметры, то наиболее часто применяют первый или второй методы кодирования.

Рассмотрим некоторые импульсные коды. Примером реализации первого метода кодирования является *трехимпульсный код* (рис. 5), состоящий из импульсов прямоугольной формы. Это — импульсы, в течение длительности  $t_{и}$  которых напряжение, равное  $U$ , остается постоянным. Импульсы другой формы будут изучены ниже.

При использовании такого кода каждому дискретному сообщению соответствует определенная комбинация значений кодовых промежутков  $t_{к1}$  и  $t_{к2}$ . Изменение содержания сообщения означает смену величин  $t_{к1}$  и  $t_{к2}$  (рис. 5,а,б). При этом может изменяться и длительность  $t_{иc}$  импульсного сигнала, а длительность  $t_{и}$  и амплитуда  $U$  импульсов сохраняются неизменными. Формирование импульсного кода происходит, как правило, с момента поступления очередного дискретного сообщения  $t_0, t_1, t_2$  и т. д. (рис. 3).

Примером второго метода кодирования является *двоичный импульсный код*, широко применяемый в вычислительной технике. В этом случае импульсный сигнал соответствует условной записи числа в двоичной системе счисления.

Рассмотрим кратко ее особенности. В десятичной системе каждый разряд содержит не более 9 единиц (0,1,2,3,4,5,6,7,8,9), причем 10 единиц младшего разряда составляют одну единицу старшего разряда. Поэтому любое число может быть записано в виде суммы определенного количества (от 0 до 9) единиц, десятков, сотен, тысяч и т. д. Общая формула записи целого числа в десятичной системе счисления имеет вид

$$N_{10} = A_n \cdot 10^n + A_{n-1} \cdot 10^{n-1} + \dots + A_1 \cdot 10^1 + A_0 \cdot 10^0, \quad (4)$$

где коэффициенты  $A_n, A_{n-1}, \dots, A_1, A_0$  могут принимать значения от 0 до 9. Например, число 1235 записывается так:

$$1235 = 1 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0,$$

или

$$1235 = 1000 + 200 + 30 + 5.$$

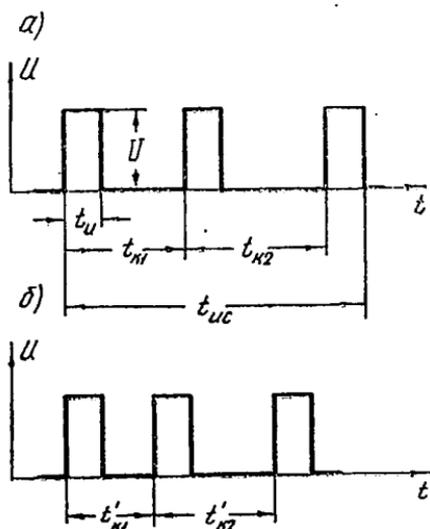


Рис. 5. Трехимпульсный код.

В двоичной системе счисления каждый разряд содержит не более одной единицы (0 и 1), причем уже две единицы младшего составляют единицу старшего разряда. Поэтому формула записи целого числа в двоичной системе счисления такова:

$$N_2 = B_n \cdot 2^n + B_{n-1} \cdot 2^{n-1} + \dots + B_1 \cdot 2^1 + B_0 \cdot 2^0, \quad (5)$$

причем коэффициенты  $B_n, B_{n-1}, \dots, B_1, B_0$  теперь могут принимать только два значения — 0 или 1. То же число 1235 в двоичной системе счисления запишется так:

$$1235 = 1 \cdot 2^{10} + 0 \cdot 2^9 + 0 \cdot 2^8 + 1 \cdot 2^7 + 1 \cdot 2^6 + 0 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + \\ + 0 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0,$$

или

$$1235 = 1024 + 128 + 64 + 16 + 2 + 1.$$

Условная запись этого числа в двоичной системе счисления будет иметь вид

$$[1235]_2 = 10011010011.$$

Следовательно, каждое число записывается комбинацией только нулей и единиц.

Удобство двоичной системы счисления для радиоэлектронных устройств состоит в том, что для представления числа требуется только два уровня сигнала: высокий, обозначающий единицу, и низкий (обычно нулевой) — для обозначения нуля.

Импульсный двоичный код показан на рис. 6, а. Длительность  $t_{нс}$  импульсного сигнала разделяется на одинаковые кодовые промежутки, исходя

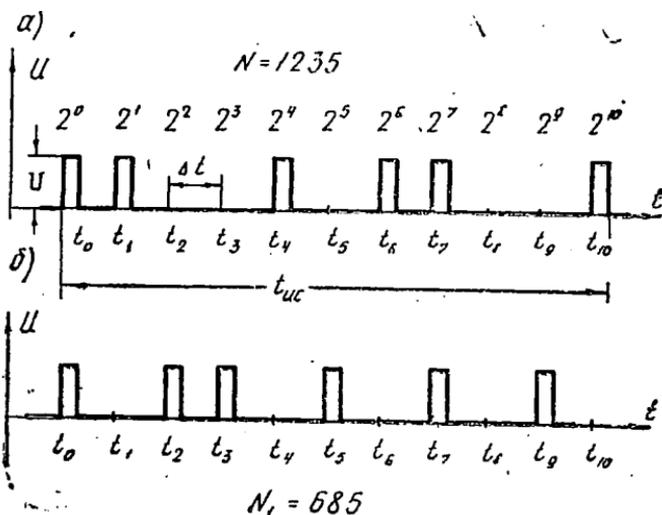


Рис. 6. Импульсный двоичный код.

из количества разрядов представляемого числа. Наличие единицы в данном разряде обозначается импульсом  $U$ , отсутствие единицы — нулевым уровнем напряжения. Вес данного разряда (множитель  $2^0, 2^1, \dots, 2^n$ ) определяется положением кодового промежутка  $\Delta t$  внутри общей длительности  $t_{нс}$  сигнала, сдвигом момента времени  $t_1, t_2, \dots, t_n$ , обозначающего начало данного ко-

довою промежутка  $\Delta t$  от момента  $t_0$ , обозначающего начало импульсного сигнала).

На рис. 6 показан импульсный код, представляющий число, начиная с младшего разряда. Очевидно, можно постронть код, в котором вначале формируется старший разряд.

При изменении положения импульсов внутри импульсного кода (как и их количества) меняется значение передаваемого числа. Так, код, представленный на рис. 6,6, соответствует числу

$$N_3 = 0 \cdot 2^{10} + 1 \cdot 2^9 + 0 \cdot 2^8 + 1 \cdot 2^7 + 0 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 512 + 128 + 32 + 8 + 4 + 1 = 685.$$

Изучение импульсных кодов показывает, что отдельные импульсы не несут никакой информации. Числовой код передается по существу соответствующими длительностями пауз, а импульсы обозначают лишь начало и конец кодовых промежутков. Анализ подобных сообщений в анализаторе сигналов АС состоит в расшифровке значений соответствующих кодовых промежутков, ограниченных импульсами.

Импульсные сигналы применяются и для передачи непрерывных сообщений. С этой целью используются специальные формирующие устройства, которые под действием непрерывного сигнала  $u(t)$  вырабатывают импульсы, соответствующие отдельным дискретным его значениям.

На рис. 7 приведены временные графики для амплитудно-импульсной модуляции. В этом случае формирующее устройство (ФУ) периодически

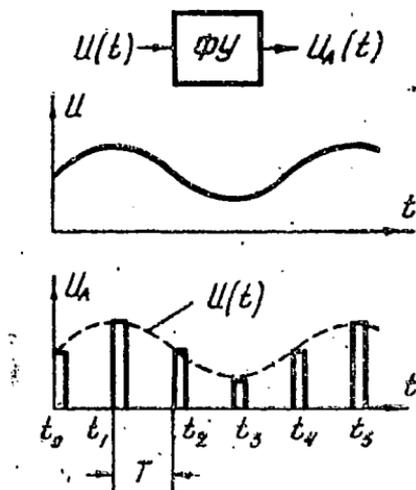


Рис. 7. Амплитудно-импульсная модуляция.

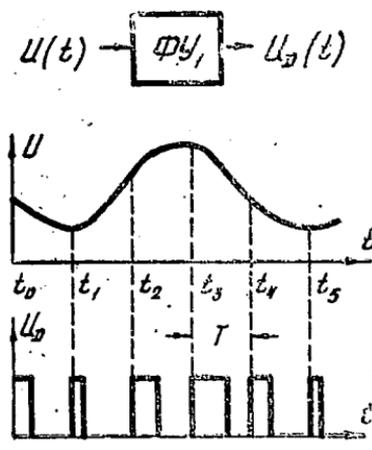


Рис. 8. Модуляция импульсов по длительности.

через равные промежутки времени  $T$  вырабатывает импульсы, амплитуда которых зависит от значений  $u(t)$  в фиксированные моменты времени (напри-

мер,  $t_1, t_2, t_3$  начала действия очередного импульса). На рис. 8 показан случай *модуляции импульсов по длительности*, когда длительность импульсов соответствует значениям непрерывного сигнала в фиксированные моменты времени  $t_1, t_2, \dots$ . Так как промежуточные значения сигнала (на интервале  $t_0 - t_1, t_1 - t_2$  и т. д.) не фиксируются, то чем медленнее меняется непрерывный сигнал и чем чаще (с меньшим периодом  $T$ ) формируются импульсы, тем точнее передается форма непрерывного сигнала.

Следует заметить, что и в данном случае информация реализуется не только самими импульсами, но и паузами между ними, так как конкретные значения импульсного сигнала привязаны к фиксированным моментам времени, определенным образом сдвинутым относительно момента  $t_0$  начала работы (рис. 7, 8).

Непрерывная информация может быть передана и в числовом коде. Так как эти коды реализуют только целые числа, то предварительно производится *квантование* непрерывного сигнала (рис. 9). Диапазон напряжений от

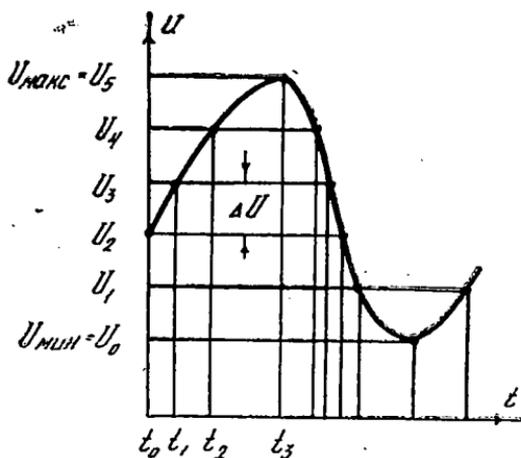


Рис. 9. Квантование непрерывного сигнала.

$U_{\text{мин}}$  до  $U_{\text{макс}}$  разделяется на целое число уровней  $U_1, U_2, \dots$ , с разностью  $\Delta U$ . Каждому уровню соответствует свой импульсный код. Он формируется в момент времени, когда непрерывный сигнал достигает одного из этих уровней. Промежуточные значения сигнала не передаются. Следовательно, в данном случае импульсный код привязан (рис. 9) к моментам  $t_1, t_2, \dots$ , которые не чередуются через равные промежутки времени из-за различной скорости изменения сигнала. Поэтому при анализе сообщений важно не только установить числовое значение импульсного кода, но и осуществить его привязку по времени. Квантование непрерывных сигналов с последующим формированием числового импульсного кода широко применяется в телекодовой связи для передачи различных сообщений, в том числе и звуковых сигналов.

В радиолокации импульсный метод используется для измерения расстояния  $D$  от радиостанции до объекта, отражающего радиоволны. Функциональная схема радиолокационной станции такая же, как и на рис. 1, с той лишь разницей, что отсутствует источник сообщений на входе, роль которого в данном случае выполняет отражающий объект. Заметим также, что приемный и

передающий пункты располагаются в одном месте. Радиолокационный импульсный сигнал, несущий информацию о дальности  $D$ , имеет вид, показанный на рис. 10.

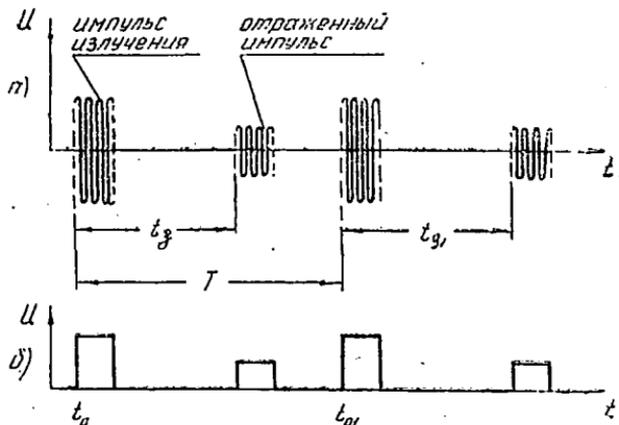


Рис. 10. Радиолокационный импульсный сигнал.

Устройство преобразования сигналов УПС периодически (с периодом  $T$ ) вырабатывает так называемые прямые импульсы, которые модулируют колебания радиопередатчика. Последний излучает через антенну соответствующие радиопульсы, распространяющиеся в направлении отражающего объекта и после отражения обратно, на станцию, где они воспринимаются радиоприемником. После детектирования отраженные импульсы поступают на анализатор сообщений, куда подаются также прямые импульсы. Следовательно, радиолокационный импульсный сигнал (рис. 10, б) образуется только в анализаторе сообщений.

Поскольку радиосигнал проходит с конечной скоростью  $c$  двойное расстояние до отражающего объекта и обратно, то отраженный импульс запаздывает по отношению к прямому на время

$$t_3 = \frac{2D}{c}, \quad (6)$$

которое и несет информацию о дальности. В данном случае первичная информация характеризуется непрерывной функцией  $D(t)$ , так как при движении объекта меняется с течением времени расстояние  $D$  относительно радиостанции. Но импульсный сигнал реализует только дискретные значения этой функции (с периодом  $T$ )  $D, D_1, \dots$ , соответствующие времени запаздывания  $t_3, t_{31}$  (рис. 10). Информация о дальности привязана к моментам времени  $t_0, t_{01}$  излучения прямых импульсов (или каким-либо другим моментам времени). Роль анализатора сообщений состоит в данном случае в измерении времени запаздывания  $t_3$ , а исполнительного органа — в регистрации результатов измерения.

Рассмотренные примеры импульсных сигналов позволяют указать их общее свойство, которое состоит в том, что дискретная информация реализуется не только импульсами, но и паузами между ними (в пределах длительности  $t_{nc}$  импульсного сигнала). В большинстве импульсных кодов сами импульсы имеют одинаковую

форму и параметры и играют роль «вех», ограничивающих соответствующим образом промежутки времени.

Изучение видеосигналов и их свойств позволяет сформулировать основные задачи, для решения которых непосредственно предназначаются импульсные и усилительные устройства. При передаче непрерывных сигналов требуется сохранить их форму, несущую информацию. В этом случае возникает только задача усиления по амплитуде без какого-либо преобразования формы сигнала. При импульсном методе работы требуется прежде всего обеспечить получение (генерирование) отдельных импульсов, а затем усиление и преобразование их формы (для формирования импульсных сигналов и обработки информации).

Для усиления непрерывных и импульсных видеосигналов служат усилительные устройства. Импульсные устройства предназначены для генерирования и преобразования формы отдельных импульсов. Соединение элементарных импульсных и усилительных схем в сложную функциональную систему позволяет решать задачи формирования импульсных сигналов и их обработки.

Предметом курса «*Импульсные и усилительные устройства*» является изучение основ теории и методов усиления видеосигналов, преобразования и генерирования импульсов, а также схем и методов расчета усилителей видеосигналов и генераторов импульсов (релаксационных устройств).

Пионером в создании релаксационных ламповых схем был советский ученый М. А. Бонч-Бруевич, который в 1918 г. предложил метод получения определенных зависимостей анодного тока лампы от напряжения на сетке в системах электронных ламп. Этот метод давал ясную перспективу для создания различных образцов релаксационных генераторов, которые были разработаны в последующие годы в СССР и зарубежных странах.

Релаксационные генераторы являются нелинейными устройствами, так как получение несинусоидальных колебаний связано с использованием электронных ламп или транзисторов в нелинейном режиме. Теория нелинейных колебаний, которые изучаются не только в радиоэлектронике, но и в различных областях физики и техники, создавалась в Советском Союзе, начиная с 1928 г., академиком Л. И. Мандельштамом, Н. Д. Папалекси и их учениками академиком А. А. Андроновым, С. Э. Хайкиным, В. В. Виттом и др. Она явилась теоретическим фундаментом всей нелинейной радиотехники, в частности, основой расчета генераторов релаксационных колебаний.

Электронные усилители и схемы преобразования формы импульсов относятся к классу линейных радиоэлектронных устройств. В разработку методов анализа процессов и теорию этих устройств значительный вклад внесли советские ученые Ю. Б. Кобзарев, В. И. Сифоров, Я. С. Ицхоки и др. Для развития техники и теории электронных усилителей большое значение имели работы Г. В. Брауде, О. Б. Лурье, С. И. Евтянова, Г. С. Цыкина и др.

Физические процессы, протекающие в импульсных и усилительных устройствах, достаточно сложны. Анализ их связан, как правило, с решением дифференциальных уравнений высокого порядка (линейных и нелинейных). Поэтому для ряда устройств полной теории их работы пока не существует. Тем не менее исследование показывают, что в каждом устройстве процессы могут быть разделены на основные и второстепенные. Пренебрегая последними, т. е. идеализируя данное устройство, можно значительно упростить анализ его работы. При изложении в дальнейшем теории различных импульсных и усилительных устройств мы будем часто их идеализировать в указанном выше смысле, что позволит на основе приближенной теории изложить методы их инженерного расчета.

## § 2. ОСНОВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ВИДЕОСИГНАЛОВ

Как указано выше, основной характеристикой видеосигналов является их форма  $u(t)$  (или  $i(t)$ ). Тем не менее имеются различия в использовании этой характеристики для импульсных и непрерывных сигналов при анализе их воздействия и расчете импульсных и усилительных устройств, предназначенных для неискаженной передачи или преобразования формы сигналов.

Отдельные импульсы генерируются самими импульсными устройствами, и форма их всегда заранее известна. Так как заданным является набор дискретных сообщений, для передачи которых используются импульсные сигналы, то возможная форма этих сигналов, которую они могут принимать во время работы, также заранее известна. Следовательно, импульсные сигналы имеют детерминированный (определенный) характер, и использование только их временной характеристики — формы сигнала позволяет полностью произвести анализ процессов в импульсных и усилительных устройствах. Форма импульсного сигнала является его основной характеристикой и с информационной точки зрения, так как при анализе дискретных сообщений в первую очередь необходимо определить длительность кодовых промежутков.

Форма непрерывного сигнала целиком определяется источником сообщений — внешним устройством по отношению к тем, которые изучаются в настоящем курсе. Так как заранее неизвестно, как будет изменяться физическая величина  $x(t)$ , преобразуемая в непрерывный сигнал  $u(t)$ , то последний имеет случайный характер. Поэтому форма  $u(t)$  непрерывного сигнала не является удобной его характеристикой при анализе процессов в усилительных устройствах.

Как известно, для непериодической функции времени  $u(t)$ , удовлетворяющей условию абсолютной интегрируемости, может быть найден ее частотный спектр, характеризуемый спектральной плотностью  $S(j\omega)$ , причем  $\omega = 2\pi f$ , а  $f$  — частота гармоник.

В конкретной радиоэлектронной системе различие возможных форм непрерывных сигналов  $u(t)$  таково, что оно влияет только на вид спектральной функции  $S(j\omega)$ , но остается стабильной полоса частот  $\Delta f_c$ , занимаемая спектром сигнала.

Так, звуковые сообщения характеризуются полосой частот  $\Delta f_c$  от  $f_{\text{мин}} = 16$  гц до  $f_{\text{макс}} = 3,5$  кГц (коммерческая телефония) или  $f_{\text{макс}} = 16 - 20$  кГц (радиовещание). Телевизионный сигнал имеет полосу частот от  $f_{\text{мин}} = 0$  до  $f_{\text{макс}} = 6$  МГц.

При анализе действия непрерывных сигналов и оценке их искажений основными являются спектральные характеристики. Из временных параметров обычно используются величины  $U_{\text{макс}}$  и  $U_{\text{мин}}$  (рис. 2), определяющие диапазон изменения мгновенных

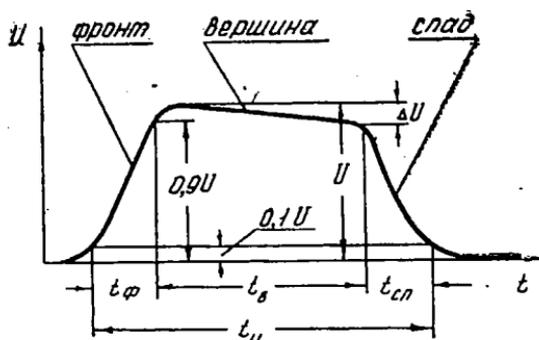


Рис. 11. Реальный видеопульс.

значений непрерывного сигнала. Знание этих величин необходимо для оценки нелинейных искажений в усилителях. Спектральные характеристики иногда используются и при анализе действия импульсных сигналов, которые тоже могут быть представлены их частотными спектрами.

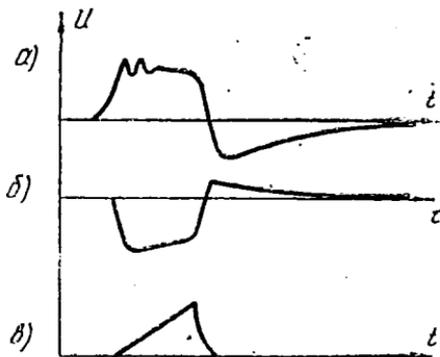


Рис. 12. Форма реальных видеопульсов.

Рассмотрим основные формы импульсов. На рис. 11 и 12 показаны импульсы, встречающиеся наиболее часто в реальных устройствах. Обычно реальный видеопульс имеет какую-либо полярность — положительную (рис. 11, 12, а, в) или отрицательную (рис. 12, б).

Поэтому говорят, что *видеопульс* (в отличие от колебательного процесса) — это сигнал постоянного по знаку напряжения или постоянного по направлению тока.

Импульсы, участвующие в передаче дискретных сообщений, имеют форму, показанную на рис. 11. Вначале происходит быстрое нарастание напряжения до максимального значения  $U$ , называемого *амплитудой импульса*. Далее обычно напряжение сравнительно медленно изменяется в течение некоторого промежутка времени. Затем снова наблюдается быстрое спадание напряжения. Различия в скорости изменения напряжения на отдельных интервалах времени позволяют выделить следующие три части реального импульса: *фронт*, *вершину* (или плоскую часть) и *спад* импульса (рис. 11).

В большинстве случаев наблюдается *снижение вершины*  $\Delta U$  небольшой величины. Реже встречаются импульсы, у которых напряжение на вершине медленно возрастает или остается постоянным. Импульсы, показанные на рис. 12,а, отличаются тем, что в плоской части на медленный процесс убывания напряжения накладываются затухающие колебания. В некоторых случаях (рис. 12,а и б) после окончания импульса наблюдается сравнительно медленный процесс изменения напряжения, называемый «хвостом» импульса, который, как правило, имеет противоположную полярность.

Хотя для импульсов отрицательной полярности (рис. 12,б) начальным процессом является спадание напряжения, мы по-прежнему будем называть его фронтом импульса, а процесс нарастания, наоборот, — спадом импульса, так как при исследовании импульсных процессов полярность импульса не имеет решающего значения.

В устройствах для создания временной развертки и устройствах сравнения сигналов применяются импульсы так называемой пилообразной формы (рис. 12,в). Здесь в течение длительности импульса напряжение нарастает примерно пропорционально времени, а затем быстро падает до нуля. Сказанное выше об импульсе напряжения, очевидно, полностью относится и к видеоимпульсам тока.

Измерение длительности импульса  $t_n$  встречает известные трудности, связанные с наличием в начале фронта и в конце спада сравнительно длительных участков, в течение которых мгновенные значения напряжения или тока весьма малы по сравнению с амплитудой импульса (так называемые «хвосты» импульса). Иногда послеимпульсный «хвост», имеющий полярность, одинаковую с основным (рабочим) импульсом (рис. 11) или противоположную (рис. 12), может продолжаться неограниченно, т. е. импульсное напряжение или ток не равны нулю в любой момент времени  $t$ .

В импульсных устройствах применяют пороговые элементы, срабатывающие только при не слишком малой величине напряжения или тока. Поэтому учет указанных «хвостов» как части длительности импульса неоправданно расширяет последнюю и маски-

рует длительность основной части импульса, оказывающей воздействие на пороговое устройство.

Для измерения длительности реального импульса вводят условный уровень отсчета. Наиболее часто в качестве основного (рис. 11) выбирается уровень  $0,1U$ , т. е. за длительность импульса  $t_{и}$  принимается промежуток времени между моментами, в которые мгновенные значения импульсного напряжения или тока достигают уровня, равного 10% от амплитуды импульса. Иногда рабочую (активную) длительность импульса измеряют на уровне  $0,5U$ .

При определении длительности фронта  $t_{\phi}$  и спада  $t_{сп}$  встречаются те же затруднения, что и при измерении длительности импульса. Скорость изменения напряжения (производная  $\frac{du}{dt}$ ) в течение фронта и спада обычно не остается постоянной. Так, на фронте импульса (рис. 11) наблюдается вначале сравнительно медленное нарастание напряжения, затем производная  $\frac{du}{dt}$  резко возрастает, и в течение небольшого промежутка времени напряжение увеличивается почти до амплитуды  $U$ , после чего происходит постепенное замедление процесса, пока напряжение не достигнет максимального значения.

Если принять за значение  $t_{\phi}$  полную длительность нарастания напряжения (от 0 до  $U$ ), то она окажется неоправданно большой по сравнению с длительностью основной части фронта, когда происходит наиболее интенсивный процесс. Поэтому считают, что длительность фронта  $t_{\phi}$  равна промежутку времени между моментами, в которые мгновенные значения импульсного напряжения или тока достигают соответственно уровней 0,1 и 0,9 амплитуды импульса (рис. 11). Форма реальных импульсов такова, что в течение указанной величины  $t_{\phi}$  скорость нарастания мало отклоняется от среднего значения, определяемого по формуле

$$S_{и} = \left. \frac{du}{dt} \right|_{ср} = \frac{0,8 U}{t_{\phi}} \quad (7)$$

Длительность спада  $t_{сп}$  обычно измеряют промежутком времени между моментом, когда наблюдается резкое возрастание скорости спадания напряжения или тока (точка перегиба кривой  $u(t)$ ) и моментом, когда мгновенное значение импульсного напряжения или тока достигает уровня 0,1 амплитуды импульса. Между длительностями отдельных частей импульса имеет место очевидное соотношение

$$t_{и} = t_{\phi} + t_{в} + t_{сп} \quad (8)$$

где  $t_{в}$  — длительность вершины импульса.

На практике используют импульсы, длительность которых находится в пределах от долей микросекунды до десятков тысяч мик-

росекунд. Короткие импульсы ( $0,1-10$  мксек) применяются в радиоуправлении, радиолокации, вычислительной технике. Длинные импульсы ( $10^3-10^4$  мксек) находят применение в радиотелесметрии (при модуляции по длительности), в радиосвязи, а также для создания временной развертки и других целей.

При проектировании большинства импульсных устройств ставится задача получения импульсов с весьма коротким фронтом. Это необходимо для того, чтобы обеспечить высокую точность измерения временных интервалов, в частности, кодовых промежутков, несущих дискретную информацию. Поясним указанное требование.

В импульсных устройствах измерение временных интервалов производится с использованием метода сравнения двух импульсов, ограничивающих кодовый промежуток, с пороговым напряжением  $U_n$  (рис. 13). В момент  $t_1$ , когда первый импульс достигает зна-

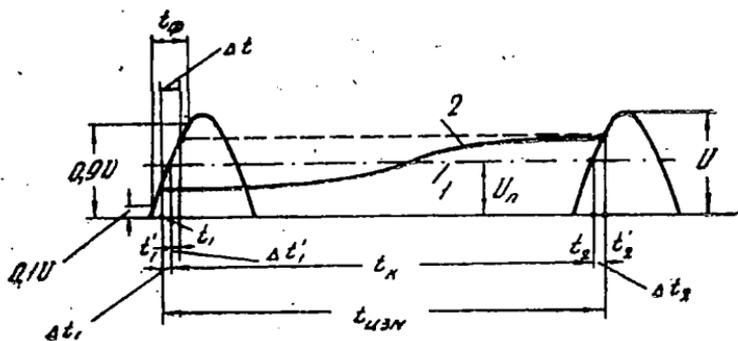


Рис. 13. К определению ошибки измерения временного интервала.

чения  $U_n$ , происходит запуск измерительного устройства, и оно работает до момента  $t_2$ , когда второй импульс достигнет величины  $U_n$ . Если пороговый уровень постоянен (кривая 1), то измеряется номинальное значение кодового промежутка  $t_k$ .

В реальных устройствах из-за случайных изменений параметров схем и режимов работы ламп или транзисторов всегда существуют случайные отклонения порогового уровня срабатывания  $U_n$ , которые нельзя заранее учесть при расчете. Например, он может изменяться по кривой 2 (рис. 13). Поэтому запуск измерительного устройства на самом деле произойдет в момент  $t_1'$ , и оно работает до момента  $t_2'$ , причем измеряется промежуток времени  $t_{изм}$ .

Определим ошибку измерения:

$$\Delta t = t_{изм} - t_k. \quad (9)$$

Так как

$$t_{\text{нзм}} = t_2' - t_1';$$

$$t_{\text{к}} = t_2 - t_1,$$

то

$$\Delta t = \Delta t_2 - \Delta t_1, \quad (10)$$

где

$$\Delta t_1 = t_1' - t_1;$$

$$\Delta t_2 = t_2' - t_2.$$

Величины  $\Delta t_1$  и  $\Delta t_2$  считаются положительными, если моменты  $t_1'$  и  $t_2'$  сдвигаются вправо вдоль оси времени относительно моментов  $t_1$  и  $t_2$ . На рис. 13  $\Delta t_1 < 0$  и  $\Delta t_2 > 0$ .

Чтобы оценить максимальную ошибку  $\Delta t_{\text{макс}}$ , отложим от момента  $t_1$  промежуток  $\Delta t_1' = \Delta t_2$ . Тогда

$$\Delta t = \Delta t_1' - \Delta t_1.$$

Эта величина непосредственно показана на рис. 13.

По сути измерений моменты  $t_1'$  и  $t_2'$  запуска и выключения измерительного устройства всегда должны находиться в пределах фронта импульса, поэтому  $\Delta t_{\text{макс}}$  меньше полной длительности фронта. Так как отклонения  $\Delta U_{\text{п}}$  порогового уровня обычно невелики, то за максимальную ошибку  $\Delta t_{\text{макс}}$  можно принять рабочую длительность фронта  $t_{\text{ф}}$ , измеренную, как указано выше. Следовательно,

$$\Delta t_{\text{макс}} = t_{\text{ф}}. \quad (11)$$

Отсюда ясно, что для уменьшения ошибки измерения временных интервалов в реальных устройствах необходимо иметь импульсы с коротким фронтом. Такой же вывод следует из рассмотрения влияния других факторов (действие флуктуационных помех, изменение амплитуды и длительности импульсов).

В современных импульсных и усилительных устройствах удастся получить минимальную длительность фронта порядка 0,01—0,1 мксек. Такую же величину имеет абсолютная ошибка измерения временных интервалов.

Длительность спада  $t_{\text{сп}}$  обычно сравнима с длительностью фронта  $t_{\text{ф}}$ . Только в устройствах с сильной нелинейностью  $t_{\text{сп}}$  и  $t_{\text{ф}}$  могут резко отличаться друг от друга.

При формировании и преобразованиях коротких импульсов не всегда удастся получить длительность фронта (как и спада), близкой к минимальному значению. Считается, что импульс имеет форму, удовлетворяющую требованиям точного измерения временных интервалов, если

$$t_{\text{ф}} \leq (0,1 \div 0,2) t_{\text{н}}$$

и

$$t_{\text{сп}} \leq (0,2 \div 0,3) t_{\text{н}}.$$

Для длинных импульсов эти соотношения не выполняются, так как нетрудно получить сигналы, у которых  $t_{\phi} \ll t_{\text{н}}$  ( $t_{\text{сп}} \ll t_{\text{н}}$ ).

Реальные импульсы (рис. 11) имеют сложную форму, и исследование их воздействия на электрические цепи часто встречает математические трудности. Это заставляет прибегать к различным способам идеализации формы реальных импульсов.

Наиболее простым из идеализированных является *прямоугольный импульс* (рис. 14, а), который был кратко изучен выше. Он характеризуется только двумя параметрами: амплитудой  $U$  и дли-

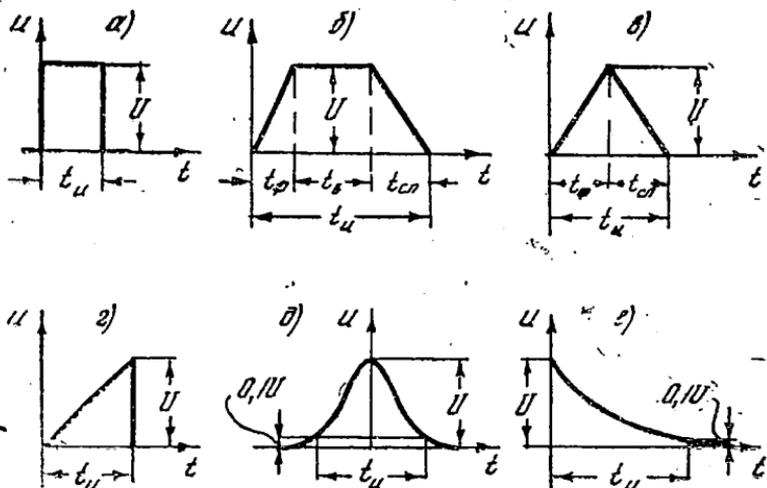


Рис. 14. Форма импульсов:

а — прямоугольный; б — трапецидальный; в — треугольный;  
г — параболический; д — колокольный; е — экспоненциальный.

тельностью  $t_{\text{н}}$ . Предполагается, что напряжение  $U$  мгновенно возникает в начальный момент и также мгновенно исчезает в момент окончания действия импульса. Так как прямоугольный импульс описывается кусочно-непрерывной функцией времени, то его аналитическая запись производится отдельно для каждого промежутка, в течение которого функция  $u(t)$  непрерывна. Если принять, что начало отсчета времени совпадает с моментом возникновения импульса, то функция  $u(t)$  записывается в следующем виде:

$$\begin{aligned} u(t) &= 0 \quad \text{при } t < 0; \\ u(t) &= U \quad \text{при } 0 < t < t_{\text{н}}; \\ u(t) &= 0 \quad \text{при } t > t_{\text{н}}. \end{aligned} \quad (12)$$

Поскольку прямоугольный импульс не имеет конечной длительности фронта и спада, то он тем точнее представляет форму реального импульса, чем короче фронт и спад последнего по сравнению

с его длительностью  $t_n$ . Как отмечено выше, именно такие импульсы (с коротким фронтом и спадом) формируются наиболее часто в интересах точного измерения временных интервалов. Поэтому исследование воздействия прямоугольных импульсов на различные устройства представляет одну из основных задач импульсной и усилительной техники, так как позволяет получить расчетные соотношения, с достаточной точностью соответствующие действию реальных импульсов с коротким фронтом и спадом.

Более сложной аппроксимацией реального импульса является *трапецеидальный импульс* (рис. 14,б). При такой идеализации учитывается то, что нарастание и спадание напряжения происходит с постоянной скоростью за конечные промежутки времени. Ввиду того, что при переходе от фронта к вершине и далее к спаду скорость изменения напряжения претерпевает скачки, аналитическая запись функции  $u(t)$  производится для отдельных промежутков времени и имеет вид

$$\begin{aligned} u(t) &= 0 \text{ при } t \leq 0; \\ u(t) &= \frac{U}{t_\phi} \cdot t \text{ при } 0 \leq t \leq t_\phi; \\ u(t) &= U \text{ при } t_\phi \leq t \leq (t_n - t_{cn}); \\ u(t) &= \frac{U}{t_{cn}}(t_n - t) \text{ при } (t_n - t_{cn}) \leq t \leq t_n; \\ u(t) &= 0 \text{ при } t \geq t_n. \end{aligned} \quad (13)$$

В формулах (13) принято, что отсчет времени производится от момента возникновения трапецеидального импульса. В отличие от аналитической записи прямоугольного импульса формулы (13) справедливы также в пограничных точках каждого из указанных интервалов времени, так как функция  $u(t)$ , представляющая трапецеидальный импульс, непрерывна.

Если реальный импульс имеет короткую по сравнению с фронтом и спадом вершину, то его можно аппроксимировать *треугольным импульсом* (рис. 14,в), аналитическая запись которого имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} u(t) &= 0 \text{ при } t \leq 0; \\ u(t) &= \frac{U}{t_\phi} \cdot t \text{ при } 0 \leq t \leq t_\phi; \\ u(t) &= \frac{U}{t_{cn}}(t_n - t) \text{ при } t_\phi \leq t \leq t_n; \\ u(t) &= 0 \text{ при } t \geq t_n. \end{aligned} \quad (14)$$

где принято, что начало отсчета времени совпадает с моментом возникновения импульса.

Для импульсов прямоугольной, трапецеидальной и треугольной формы не представляет труда определить их полную длительность, как и полную длительность фронта и спада, так как они изображаются ломаными кривыми и имеют четко фиксированные моменты начала и конца их действия, а также перехода от одной части импульса к другой. Поэтому для характеристики указанных идеализированных импульсов целесообразно использовать именно полные длительности  $t_n$ ,  $t_f$ ,  $t_{сп}$ , а не их условные расчетные значения, как это принято для реальных импульсов.

Идеализация импульса *пилообразной формы* (рис. 12,в) производится следующим образом. Считается, что во время его действия напряжение нарастает пропорционально времени, а спада — напряжения происходит мгновенно в момент окончания импульса (рис. 14,з). Аналитическая запись *пилообразного импульса* имеет вид

$$\begin{aligned} u(t) &= 0 \quad \text{при } t \leq 0; \\ u(t) &= \frac{U}{t_n} \cdot t \quad \text{при } 0 \leq t < t_n; \\ u(t) &= 0 \quad \text{при } t > t_n. \end{aligned} \quad (15)$$

Исследование совместного действия импульсных сигналов и флуктуационных помех на радиоприемное устройство показывает, что наилучшие результаты получаются в случае приема импульсов так называемой колокольной формы. Аналитическая запись *колокольного импульса* (рис. 14,д) имеет следующий вид:

$$u(t) = U \cdot e^{-\beta t^2}, \quad (16)$$

где отсчет времени производится от момента, когда импульсное напряжение достигает максимального значения, а  $\beta$  — постоянная величина, связанная с длительностью импульса.

Колокольный импульс симметричен относительно оси ординат и определяется непрерывной функцией, имеющей конечное значение при любом  $t$  ( $-\infty < t < \infty$ ). Его длительность  $t_{nc}$  отсчитывается на определенном уровне  $cU$  ( $0 < c < 1$ ). Подставляя в формулу (16) значения

$$t = \frac{t_{nc}}{2} \quad \text{и} \quad u\left(\frac{t_{nc}}{2}\right) = cU,$$

получим следующее уравнение:

$$cU = U \cdot e^{-\frac{\beta t_{nc}^2}{4}},$$

откуда

$$t_{nc} = \sqrt{\frac{4 \ln \frac{1}{c}}{\beta}}. \quad (17)$$

Если предположить, что длительность импульса  $t_n$  отсчитывается на уровне  $0,1U$ , то

$$t_n = \sqrt{\frac{4 \ln 10}{\beta}} = \frac{3,035}{\sqrt{\beta}}. \quad (18)$$

В некоторых импульсных устройствах возникают процессы, которые характеризуются весьма быстрым нарастанием и сравнительно медленным спаданием. Такие процессы в идеализированном виде часто можно представить при помощи *экспоненциального импульса* (рис. 14,е), аналитическая запись которого имеет вид

$$\begin{aligned} u(t) &= 0 \quad \text{при } t < 0; \\ u(t) &= U \cdot e^{-\alpha t} \quad \text{при } t > 0, \end{aligned} \quad (19)$$

где отсчет времени производится от момента возникновения импульса,  $\alpha$  — декремент затухания.

Вычислим длительность импульса  $t_{nc}$  на любом уровне  $cU$ , для чего подставим в формулу (19) значения  $t = t_{nc}$  и  $u(t_{nc}) = cU$ . Тогда получим следующее уравнение:

$$e^{-\alpha t_{nc}} = c,$$

откуда

$$t_{nc} = \frac{\ln \frac{1}{c}}{\alpha}. \quad (20)$$

Длительность импульса  $t_n$ , отсчитанная на уровне  $0,1U$  ( $c = 0,1$ ), равна

$$t_n = \frac{2,303}{\alpha}. \quad (21)$$

Длительность импульса  $t_n$  обратно пропорциональна декременту затухания  $\alpha$ .

До сих пор мы изучали форму и параметры одиночных импульсов. В различных устройствах они часто используются в виде последовательности (рис. 10), которая помимо указанных параметров характеризуется также периодом повторения  $T$  и частотой повторения  $F$ . *Периодом повторения  $T$*  называется минимальный промежуток времени, в течение которого заканчивается один пол-

ный цикл изменений импульсного сигнала. Частота повторения  $F$  связана с периодом  $T$  соотношением

$$F = \frac{1}{T}. \quad (22)$$

Если интервалы между импульсами (период  $T$ ) неизменны, то частота повторения  $F$  характеризуется числом импульсов, действующих в единицу времени (за одну секунду). В практических устройствах она может принимать различные значения от единиц и десятков до миллионов (и больше) импульсов в секунду.

Для характеристики временной интенсивности импульсного процесса вводится понятие *скважности*  $Q$ , которая определяется отношением периода повторения  $T$  к длительности  $t_{\text{и}}$  импульса, т. е.

$$Q = \frac{T}{t_{\text{и}}}. \quad (23)$$

## ГЛАВА I

### МЕТОДЫ АНАЛИЗА УСИЛИТЕЛЬНЫХ И ИМПУЛЬСНЫХ СХЕМ

#### § 1.1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

##### Понятие об усилителе

Усилитель — это устройство, в котором под действием сравнительно маломощного входного сигнала образуется на выходе сигнал гораздо большей мощности, причем форма выходного сигнала почти точно повторяет форму сигнала на входе. В зависимости от вида энергии, используемой для работы усилителя, и состава элементов устройства различают гидравлические, пневматические, магнитные и др. виды усилителей. Электронный усилитель состоит из одной или нескольких электронных ламп либо транзисторов, пассивных электрических элементов (резисторов, конденсаторов, катушек индуктивности и трансформаторов), основного источника питания, в качестве которого используется источник постоянного напряжения, и источника напряжения накала (только для электронных ламп). В схему усилителя может включаться в некоторых случаях специальный источник смещения, о чем будет подробно сказано ниже.

В электронном усилителе происходит преобразование электрической энергии, отдаваемой источником постоянного напряжения, в энергию выходного сигнала, причем указанным процессом преобразования управляет входной сигнал. Благодаря этому форма выходного сигнала повторяет форму входного. Однако в реальной схеме никогда не удается обеспечить точное воспроизведение формы входного сигнала на выходе усилителя из-за влияния реактивных элементов (индуктивностей и емкостей) и нелинейных свойств ламп или транзисторов, что вносит искажения в процесс передачи сигнала от входа к выходу усилителя.

К усилителю предъявляют два основных требования: обеспечить заданное усиление по мощности и передачу формы входного

сигнала с искажениями, не превышающими заданной величины. Так как допустимые искажения обычно малы, то практически усилитель сохраняет форму сигнала при передаче от входа к выходу.

Как известно из теории электрических цепей, форма сигнала и его спектр однозначно связаны между собою. Поэтому для неискаженной передачи формы сигнала необходимо обеспечить неискаженную передачу его спектра.

Ввиду того что спектры видео- и радиосигналов существенно различаются, для их усиления применяют разные типы электронных усилителей. В состав спектра многих *видеосигналов* (см. введение) входят, главным образом, колебания сравнительно низких частот. Поэтому усилители видеосигналов называют также *усилителями низкой частоты (УНЧ)*. Этот термин весьма условен, так как, например, в спектре телевизионного сигнала помимо колебаний с частотами, близкими нулю, имеются колебания со сравнительно высокими частотами (порядка мегагерц), которые тоже должны быть усилены. Поэтому мы будем пользоваться более точным термином *«усилители видеосигналов»*. Так как спектры видеосигналов занимают сравнительно широкую полосу частот  $\Delta f_c$  (от нуля до некоторой максимальной частоты  $f_{\text{макс}}$ ), то в усилителях видеосигналов применяют апериодические элементы, не обладающие резонансными свойствами. При усилении импульсов или телевизионных сигналов приходится применять широкополосные устройства с полосой пропускания порядка нескольких мегагерц.

Спектр *радиосигнала* (при медленной модуляции) состоит из колебаний, частоты которых находятся в сравнительно узкой области  $\Delta f_c$  вблизи основной высокой частоты  $f_0$ , причем  $\Delta f_c \ll f_0$ . Поэтому для их усиления можно использовать резонансные усилители, которые называют также *усилителями высокой частоты (УВЧ)*.

В настоящей книге изучаются только электронные усилители видеосигналов, которые ниже для краткости именуются просто усилителями.

### Структура усилителя

Усилитель является составной частью сложной радиоэлектронной системы. Естественно, что свойства изолированного усилителя отличаются от его свойств в реальной схеме из-за взаимного влияния отдельных элементов друг на друга. Чтобы учесть влияние других элементов на работу усилителя и влияние последнего на них, обычно рассматривают функциональную схему (рис. 1.1), которую называют *усилительным устройством*.

*Источник сигнала* — это устройство, которое подключается на входе усилителя и создает здесь входной сигнал в виде переменного напряжения  $u_1$ . В качестве источника сигнала может использоваться преобразователь информации (микрофон, датчик давле-

ния, детектор радиоприемного устройства, формирователь импульсов, передающая телевизионная трубка и др.), а также другой усилитель.



Рис. 1.1. Функциональная схема усилительного устройства.

*Нагрузка* — это устройство, подключаемое на выходе усилителя, на которое воздействует выходной сигнал  $u_2$ . Она является потребителем усиленного сигнала. Нагрузкой усилителя может служить исполнительный орган (динамик, электромагнитное реле, приемная телевизионная трубка и др.) или другой усилитель.

### Коэффициент усиления

Усилительный эффект характеризуется коэффициентом усиления по напряжению, току и мощности.

*Коэффициент усиления по напряжению*  $K_u$  определяется отношением амплитуды  $U_2$  сигнала на выходе к амплитуде  $U_1$  входного сигнала:

$$K_u = \frac{U_2}{U_1}. \quad (1.1)$$

Аналогично определяется *коэффициент усиления по току*

$$K_I = \frac{I_2}{I_1}, \quad (1.2)$$

где  $I_1$  и  $I_2$  — соответственно амплитуды входного и выходного токов.

*Коэффициент усиления по мощности*  $K_p$  характеризуется отношением полезной мощности  $P_n$ , отдаваемой в нагрузку, к мощности  $P_{вх}$ , подводимой к усилителю от источника сигнала:

$$K_p = \frac{P_n}{P_{вх}}. \quad (1.3)$$

Под мощностью  $P_n$  или  $P_{вх}$  обычно понимают среднее значение за время действия сигнала  $t_c$ :

$$P_n = \frac{1}{t_c} \int_0^{t_c} u_2 i_2 dt; \quad (1.4)$$

$$P_{\text{вх}} = \frac{1}{t_c} \int_0^{t_c} u_1 i_1 dt. \quad (1.5)$$

Для периодического сигнала, очевидно, достаточно вычислить среднее значение за период  $T$ :

$$P_{\text{н}} = \frac{1}{T} \int_0^T u_2 i_2 dt; \quad (1.6)$$

$$P_{\text{вх}} = \frac{1}{T} \int_0^T u_1 i_1 dt. \quad (1.7)$$

Например, для синусоидального сигнала, когда

$$i_1 = I_1 \cos(\omega t - \varphi_i);$$

$$u_1 = U_1 \cos(\omega t - \varphi_u);$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T},$$

получим

$$\begin{aligned} P_{\text{вх}} &= \frac{1}{T} \int_0^T U_1 I_1 \cos(\omega t - \varphi_u) \cos(\omega t - \varphi_i) dt = \\ &= \frac{U_1 I_1}{2T} \int_0^T [\cos(\varphi_i - \varphi_u) + \cos(2\omega t - \varphi_u - \varphi_i)] dt, \end{aligned}$$

или

$$P_{\text{вх}} = \frac{1}{2} U_1 I_1 \cos(\varphi_i - \varphi_u).$$

Точно также

$$P_{\text{н}} = \frac{1}{2} U_2 I_2 \cos(\varphi_i - \varphi_u).$$

При совпадающих начальных фазах напряжения и тока ( $\varphi_i = \varphi_u$ ) имеем

$$P_{\text{вх}} = \frac{1}{2} U_1 I_1; \quad (1.8)$$

$$P_{\text{н}} = \frac{1}{2} U_2 I_2. \quad (1.9)$$

Для импульсного сигнала под временем действия  $t_c$  понимают обычно длительность импульса  $t_{и}$ . В этом случае  $P_{вх}$  или  $P_{и}$  — это средняя за импульс мощность (*импульсная мощность*). Например, для прямоугольного импульса получим

$$P_{вх} = U_1 I_1; \quad (1.10)$$

$$P_{и} = U_2 I_2. \quad (1.11)$$

Для последовательности импульсов вводят также понятие *средней за период мощности*

$$P_{ср} = \frac{P_{и} t_{и}}{T}, \quad (1.12)$$

где  $P_{и}$  — импульсная мощность;

$T$  — период повторения.

Установим связь между коэффициентами усиления  $K_p$ ,  $K_u$  и  $K_i$ . Наиболее просто это можно сделать для идеального усилителя, в котором отсутствуют искажения формы напряжения и тока. В этом случае можно записать

$$u_1 = U_1 x_u(t); \quad (1.13)$$

$$i_1 = I_1 x_i(t);$$

$$u_2 = U_2 x_u(t);$$

$$i_2 = I_2 x_i(t), \quad (1.14)$$

где  $x_u(t)$  и  $x_i(t)$  — нормированные функции, показывающие форму  $u$  и  $i$ .

Считается, что в момент времени, когда  $u = U$  и  $i = I$ ,  $x_u(t) = 1$  и  $x_i(t) = 1$ . Подставляя выражения (1.13) и (1.14) в формулы (1.4) и (1.5), найдем

$$K_p = \frac{U_2 I_2}{U_1 I_1}.$$

Следовательно,

$$K_p = K_u \cdot K_i. \quad (1.15)$$

Различные сигналы передаются усилителем практически с малыми искажениями их формы. Поэтому коэффициенты усиления  $K_u$ ,  $K_i$  и  $K_p$  остаются постоянными для всех сигналов, на передачу которых рассчитан усилитель (в частности, практически в реальной схеме сохраняется равенство (1.15)).

Хотя основная задача состоит в усилении сигнала, но это не значит, что в любом усилителе все коэффициенты  $K_u$ ,  $K_i$  и  $K_p$  должны быть значительно больше единицы. В зависимости от свойств

усилителя и нагрузки величины  $K_u$ ,  $K_i$  и  $K_p$  могут изменяться в широком диапазоне. Различают следующие три класса усилителей.

В усилителе напряжения обязательно  $K_u \gg 1$ , но коэффициент  $K_i$  может быть сравним или меньше единицы. В усилителе тока, наоборот,  $K_i \gg 1$ , но  $K_u$  может быть мал. Благодаря большим значениям одного из коэффициентов усиления оба эти класса усилителей обеспечивают также усиление по мощности, хотя, возможно, и небольшое. В усилителе мощности ставится задача получить  $K_p \gg 1$ . Согласно равенству (1.15) это возможно, если одновременно велики  $K_u$  и  $K_i^*$ .

Коэффициенты усиления часто измеряют по логарифмической шкале в децибеллах или неперах. По определению

$$K_u [\text{дб}] = 20 \lg \frac{U_2}{U_1} = 20 \lg K_u; \quad (1.16)$$

$$K_p [\text{дб}] = 10 \lg \frac{P_u}{P_{\text{вх}}} = 10 \lg K_p; \quad (1.17)$$

$$K_u [\text{неп}] = \ln \frac{U_2}{U_1} = \ln K_u. \quad (1.18)$$

В формулах (1.16) и (1.17) числовые коэффициенты выбраны различными для того, чтобы в усилителе, имеющем одинаковые  $K_u$  и  $K_i$ , получить равные значения  $K_u [\text{дб}]$  и  $K_p [\text{дб}]$ . Действительно, согласно формулам (1.15) и (1.17), если  $K_i = K_u$ , то

$$K_p [\text{дб}] = 10 \lg K_u K_i = 10 \lg K_u^2 = K_u [\text{дб}].$$

Между  $K_u [\text{дб}]$  и  $K_u [\text{неп}]$  имеют место следующие соотношения. Так как

$$\lg K_u = \lg e \cdot \ln K_u = 0,434 \ln K_u, \quad (1.19)$$

то

$$K_u [\text{дб}] = 20 \cdot 0,434 \ln K_u,$$

или

$$K_u [\text{дб}] = 8,7 K_u [\text{неп}]. \quad (1.20)$$

Определяя из соотношения (1.19)  $\ln K_u$  и подставляя в формулу (1.18), получим

$$K_u [\text{неп}] = 0,115 K_u [\text{дб}]. \quad (1.21)$$

\* Указанная классификация усилителей и различие их свойств поясняется в § 1.6.

Пример. Найти  $K_u[\text{дб}]$  и  $K_u[\text{неп}]$  для  $K_{u1} = 3$ ,  $K_{u2} = 20$  и  $K_{u3} = 100$ . По формуле (1.16) имеем

$$K_{u1} = 20 \lg 3 = 9,54 \text{ дб};$$

$$K_{u2} = 20 \lg 20 = 26 \text{ дб};$$

$$K_{u3} = 20 \lg 100 = 40 \text{ дб}.$$

На основании формулы (1.18) получим

$$K_{u1} = \ln 3 = 1,1 \text{ неп};$$

$$K_{u2} = \ln 20 = 3 \text{ неп};$$

$$K_{u3} = \ln 100 = 4,6 \text{ неп}.$$

На основании формул (1.16) — (1.18) можно записать обратные соотношения:

$$K_u = 10^{\frac{K_u[\text{дб}]}{20}} = e^{K_u[\text{неп}]}; \quad (1.22)$$

$$K_p = 10^{\frac{K_p[\text{дб}]}{10}}. \quad (1.23)$$

## § 1.2. МЕТОДЫ АНАЛИЗА ВОЗДЕЙСТВИЯ СИГНАЛОВ НА ЛИНЕЙНЫЕ ЦЕПИ

Как известно из теории электрических цепей, неискаженная передача спектра сигнала обеспечивается только линейной цепью. Поэтому, хотя в состав усилителя входят нелинейные элементы (электронные лампы или транзисторы), их нелинейные свойства не должны проявляться сколько-нибудь значительно. В теории процессов усиления входного сигнала усилитель можно считать линейным активным четырехполюсником (рис. 1.1) с входными 1—1 и выходными 2—2 зажимами. Будем предполагать, что линейными свойствами обладают также источник сигнала и нагрузка.

*Линейной электрической цепью* называется цепь, состоящая из сопротивлений  $R$ , индуктивностей  $L$ , взаимной индукции  $M$  и емкостей  $C$ , величины которых не зависят от напряжений на элементах цепи и токов, в них протекающих. В усилителях видеосигналов используются линейные цепи с постоянными параметрами, которые только и рассматриваются.

Если в состав такой цепи входят также внутренние источники переменного напряжения или тока, то она называется *линейным активным четырехполюсником*. Способ соединения сопротивлений, индуктивностей и емкостей (элементов цепи) и источников питания, составляющих линейную цепь, называют конфигурацией цепи.

Основной задачей теории линейных цепей (в частности, для

усилителей) является анализ воздействия входного напряжения  $u_1(t)$  заданной формы, в результате которого требуется определить выходное напряжение  $u_2(t)$ , установить величину и характер искажений формы сигнала, а также найти условия, при которых искажения не превышают заданной величины либо совсем отсутствуют.

Если конфигурация линейной цепи и ее параметры известны, то прямое решение указанной задачи производится *классическим методом*, суть которого сводится к следующему:

1) составляется система уравнений Кирхгофа, связывающая мгновенные значения напряжений и токов в цепи с мгновенным значением входного напряжения  $u_1(t)$ ;

2) путем исключения всех напряжений и токов, кроме одного, например, напряжения на выходе  $u_2(t)$ , эта система сводится к одному дифференциальному уравнению относительно  $u_2(t)$ ;

3) производится интегрирование дифференциального уравнения и определяется  $u_2(t)$  с учетом начальных условий.

Исследование процессов в линейных цепях показывает, что дифференциальное уравнение сводится к виду

$$\begin{aligned}
 a_n \frac{d^n u_2}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} u_2}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{d^1 u_2}{dt^1} + \dots + \\
 + a_0 \frac{du_2}{dt} + a_0 u_2 = b_m \frac{d^m u_1}{dt^m} + \\
 + b_{m-1} \frac{d^{m-1} u_1}{dt^{m-1}} + \dots + b_r \frac{d^r u_1}{dt^r} + \dots + b_1 \frac{du_1}{dt} + b_0 u_1, \quad (1.24)
 \end{aligned}$$

где  $a_0, a_1, \dots, a_n$  и  $b_0, b_1, \dots, b_m$  — постоянные коэффициенты, зависящие от параметров цепи,  $n = 0, 1, 2, \dots$ ;  $m = 0, 1, 2, \dots$ .

Порядок линейного дифференциального уравнения равен числу реактивных элементов исследуемой цепи (индуктивностей и емкостей), которые могут независимо запасать энергию. К ним относится любой реактивный элемент, который не может быть объединен с другим на основании законов преобразования линейных цепей. Так, последовательное или параллельное соединение двух индуктивностей (или емкостей) следует считать одним реактивным элементом, но последовательное или параллельное соединение индуктивности и емкости является соединением двух независимых реактивных элементов.

Уравнения Кирхгофа для линейной цепи, как правило, имеют вид интегрально-дифференциальных соотношений, если в цепи присутствуют реактивные элементы. Поэтому, чтобы получить выражение (1.24), приходится их дифференцировать, что приводит к появлению в правой части соответствующих производных от функции  $u_1(t)$ .



ное его использование встречает ряд затруднений. По своей сути этот метод пригоден только для анализа конкретной цепи с известной конфигурацией, поэтому роль характеристик линейной цепи играют коэффициенты  $a_l$  и  $b_r$ . Очевидно, что число параметров  $a_l$  и  $b_r$  тем больше, чем выше порядок дифференциального уравнения (1.24). В этом случае весьма затруднительно установить связь между формой напряжения  $u_2(t)$  и параметрами линейной цепи, а тем более невозможно определить общие закономерности, характеризующие искажения сигналов.

Кроме того, в классической теории дифференциальных уравнений разработаны способы нахождения частного решения для узкого класса непрерывных и дифференцируемых функций. Так как видеосигналы имеют сложную форму, то найти частное решение  $u_{ч}(t)$  прямыми методами зачастую вообще невозможно. Следует также иметь в виду, что отыскание корней  $p_i$  характеристического уравнения (1.27) и постоянных коэффициентов  $U_i$  из системы (1.28) связано с решением алгебраических уравнений высокой степени, если порядок дифференциального уравнения (1.24) выше второго. Это приводит к громоздким и трудоемким выкладкам.

Чтобы преодолеть хотя бы частично указанные трудности, в настоящее время применяются методы, основанные на применении к линейным цепям *принципа суперпозиции*. Смысл этого принципа состоит в следующем.

Представим сложный входной сигнал  $u_1(t)$  в виде суммы элементарных сигналов  $u_{1k}(t)$ :

$$u_1(t) = \sum_{k=1}^N u_{1k}(t) \quad (1.29)$$

и рассмотрим затем воздействие на линейную цепь каждого из них в отдельности. Подставляя в правую часть уравнения (1.24) вместо  $u_1(t)$  элементарный сигнал  $u_{1k}(t)$ , найдем общее решение неоднородного уравнения  $u_{2k}(t)$ , которое будем называть *элементарной реакцией линейной цепи* на входной сигнал  $u_{1k}(t)$ . В силу линейности уравнения (1.24) сумма элементарных реакций  $u_{2k}(t)$  дает реакцию  $u_2(t)$  линейной цепи на действие сложного входного сигнала  $u_1(t)$ :

$$u_2(t) = \sum_{k=1}^N u_{2k}(t). \quad (1.30)$$

Следует заметить, что иногда удобно элементарный сигнал  $u_{1k}(t)$  выбирать бесконечно малым. В этом случае суммы в формулах (1.29) и (1.30) заменяются соответствующими интегралами.

Если все элементарные входные сигналы  $u_{1k}(t)$  выбраны одинаковой формы (но, может быть, с различными постоянными параметрами) и линейная цепь имеет нулевые начальные условия

$$u_2(0) = 0; \quad u_2'(0) = 0; \dots; \quad u_2^{(n-1)}(0) = 0, \quad (1.31)$$



с амплитудой  $U_1$ , частотой  $\omega = 2\pi f$  и начальной фазой  $\varphi_1$ . Если колебание (1.36) является одним из составляющих спектр сигнала, то величины  $U_1$  и  $\varphi_1$  зависят от частоты  $f$ , т. е.  $U_1 = U_1(\omega)$ ,  $\varphi_1 = \varphi_1(\omega)$ . Обычно гармоническое колебание (1.36) представляют в комплексной форме:

$$u_1(t) = \operatorname{Re}[\dot{U}_1 \cdot e^{j\omega t}], \quad (1.37)$$

где комплексная амплитуда

$$\dot{U}_1 = U_1 e^{-j\varphi_1}. \quad (1.38)$$

В формуле (1.38) знак „-“ перед  $\varphi_1$  означает, что начальная фаза  $\varphi_1$  считается положительной, если колебание при  $\varphi_1 \neq 0$  *отстает по фазе* от колебания  $U_1 \cos \omega t$  (рис. 1.2).

В реальных линейных цепях, имеющих активные сопротивления, собственные колебания обязательно затухают с течением времени. Поэтому, если считать, что непрерывный гармонический сигнал (1.36) включен при  $t \rightarrow -\infty$  и начальные условия заданы для момента включения, то при анализе его воздействия для интервала времени  $t > 0$  достаточно согласно классическому методу учесть в формуле (1.25) лишь частное решение. Как известно, оно для гармонического сигнала  $u_1(t)$  также имеет вид косинусоидальной функции

$$u_2(t) = U_2 \cos(\omega t - \varphi_2) \quad (1.39)$$

с той же частотой  $\omega = 2\pi f$ , но с измененной амплитудой  $U_2$  и начальной фазой  $\varphi_2$ , что можно проверить непосредственной подстановкой (1.39) в уравнение (1.24). Функции  $U_2 = U_2(\omega)$  и  $\varphi_2 = \varphi_2(\omega)$  также могут зависеть от частоты  $f$ .

Представим выходное напряжение  $u_2(t)$  в комплексной форме

$$u_2(t) = \operatorname{Re}[\dot{U}_2 \cdot e^{j\omega t}], \quad (1.40)$$

где комплексная амплитуда

$$\dot{U}_2 = U_2 e^{-j\varphi_2}. \quad (1.41)$$

Знак фазового угла  $\varphi_2$  определяется так же, как и для  $\varphi_1$ .

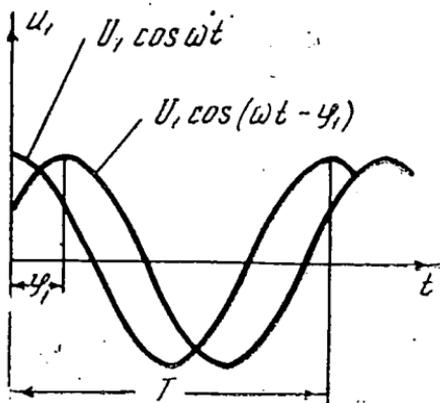


Рис. 1.2. Сравнение двух колебаний с начальными фазами  $\varphi_1 = 0$  и  $\varphi_1 \neq 0$ .

Для характеристики свойств линейной цепи при воздействии гармонического сигнала (1.36) вводится понятие о *комплексном коэффициенте передачи*  $K$ , который по определению равен отношению комплексных амплитуд на выходе и входе:

$$K(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1}. \quad (1.42)$$

Связь между комплексным коэффициентом передачи  $K(j\omega)$  и параметрами цепи может быть установлена после подстановки в уравнение (1.24) входного  $u_1(t)$  и выходного  $u_2(t)$  сигналов, записанных в комплексной форме (1.37) и (1.40), и их производных:

$$\frac{du_{1,2}^l}{dt^l} = \text{Re} [(j\omega)^l \dot{U}_{1,2} \cdot e^{j\omega t}].$$

Тогда получим

$$K(j\omega) = \frac{(j\omega)^m b_m + (j\omega)^{m-1} b_{m-1} + \dots + (j\omega)^r b_r + \dots + j\omega b_1 + b_0}{(j\omega)^n a_n + (j\omega)^{n-1} a_{n-1} + \dots + (j\omega)^l a_l + \dots + j\omega a_1 + a_0}. \quad (1.43)$$

Отсюда видно, что комплексный коэффициент передачи  $K(j\omega)$  является функцией частоты входного сигнала. Можно показать, что в конечном счете эта зависимость объясняется тем обстоятельством, что при воздействии гармонического сигнала на линейную цепь ее реактивные элементы  $L$  и  $C$  имеют реактивные сопротивления

$$\dot{X}_L = j\omega L$$

и

$$\dot{X}_C = \frac{1}{j\omega C},$$

которые зависят от частоты.

Согласно формуле (1.43) для определения комплексного коэффициента передачи  $K(j\omega)$  необходимо составить дифференциальное уравнение (1.24) и найти его коэффициенты  $a_l$  и  $b_r$ . Этот способ не является единственным. Так как линейная цепь не изменяет частоты гармонического сигнала, то комплексный коэффициент передачи  $K(j\omega)$  можно определить непосредственно по уравнениям Кирхгофа для схемы линейной цепи, если заменить в ней индуктивности и емкости их реактивными сопротивлениями  $\dot{X}_L$  и  $\dot{X}_C$ , а мгновенные напряжения и токи — их комплексными амплитудами (*метод комплексных амплитуд*).

**Пример 1.** Определим комплексный коэффициент передачи  $K_C(j\omega)$  для цепи  $RC$  (рис. 1.3), в которой напряжение  $u_2(t)$  снимается с емкости  $C$ . Уравнение Кирхгофа для мгновенных значений имеет вид

$$i_C R + u_C = u_1.$$

Так как ток  $i_C$ , протекающий через емкость, равен

$$i_C = C \frac{du_C}{dt},$$

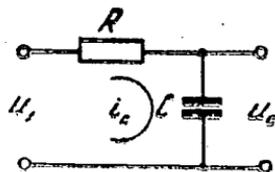


Рис. 1.3. Цепь  $RC$  первого вида.

то после подстановки получим следующее дифференциальное уравнение первого порядка:

$$\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{\tau_u} u_C = \frac{1}{\tau_u} u_1. \quad (1.44)$$

Здесь введено обозначение  $\tau_u = RC$  — постоянная времени. Сравнивая уравнение (1.44) с уравнением (1.24), замечаем, что

$$a_0 = \frac{1}{\tau_u}; \quad a_1 = 1; \quad b_0 = \frac{1}{\tau_u}.$$

Остальные коэффициенты  $a_l$  и  $b_l$ , очевидно, равны нулю.

Подставим найденные значения коэффициентов  $a_l$  и  $b_l$  в формулу (1.43). Это дает

$$K_C(j\omega) = \frac{1}{\tau_u \left( j\omega + \frac{1}{\tau_u} \right)} = \frac{1}{1 + j\omega \tau_u}. \quad (1.45)$$

Тот же результат получим, если рассмотрим схему (рис. 1.4) непосредственно для комплексных амплитуд. Уравнение Кирхгофа для этой цепи будет

$$iR + i\dot{X}_C = \dot{U}_1.$$

Отсюда

$$i = \frac{\dot{U}_1}{R + i\dot{X}_C}. \quad (1.46)$$

Тогда комплексная амплитуда

$$\dot{U}_2 = \dot{U}_C = i \cdot \dot{X}_C = \dot{U}_1 \frac{\dot{X}_C}{R + i\dot{X}_C}$$

Рис. 1.4. Цепь  $RC$  первого вида при воздействии косинусоидального напряжения.

или

$$\dot{U}_2 = \dot{U}_1 \cdot \frac{1}{1 + j\omega \tau_u}.$$

Определив отношение  $\frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1}$ , получим соотношение (1.45):

**Пример 2.** Определим комплексный коэффициент передачи  $K_R(j\omega)$  цепи  $RC$  (рис. 1.5), в которой напряжение снимается с сопротивления  $R$ . Заменим емкость  $C$  ее реактивным сопротивлением  $\dot{X}_C$  и рассмотрим схему для комплексных амплитуд (рис. 1.6). Очевидно,

$$\dot{U}_2 = \dot{U}_R = I \cdot R.$$

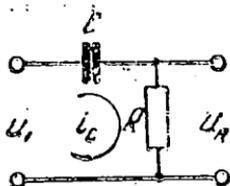


Рис. 1.5. Цепь  $RC$  второго вида.

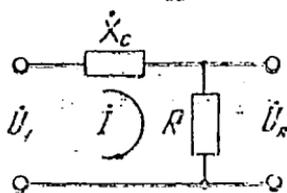


Рис. 1.6. Цепь  $RC$  второго вида при воздействии косинусоидального напряжения.

Воспользовавшись выражением (1.46) для тока, получим

$$\dot{U}_R = \dot{U}_1 \cdot \frac{R}{R + \dot{X}_C}$$

Отсюда

$$K_R(j\omega) = \frac{\dot{U}_R}{\dot{U}_1} = \frac{j\omega\tau_{II}}{1 + j\omega\tau_{II}} \quad (1.47)$$

Тот же результат получим на основании дифференциального уравнения этой цепи:

$$\frac{du_R}{dt} + \frac{1}{\tau_{II}} \cdot u_R = \frac{du_1}{dt} \quad (1.48)$$

### Частотные характеристики

Как любую комплексную величину, коэффициент передачи  $K(j\omega)$  можно представить в показательной форме:

$$K(j\omega) = K(\omega)e^{-j\psi(\omega)} \quad (1.49)$$

На основании формул (1.38), (1.41) и (1.42) модуль  $K(\omega)$  комплексного коэффициента передачи

$$K(\omega) = \frac{U_2}{U_1} \quad (1.50)$$

а его фазовый угол

$$\psi(\omega) = \varphi_2 - \varphi_1. \quad (1.51)$$

Величина  $K(\omega)$  определяется отношением действительных амплитуд  $U_2$  на выходе и  $U_1$  на входе линейной цепи и называется *коэффициентом передачи*. Величина  $\psi(\omega)$  показывает, насколько изменяется начальная фаза  $\varphi_2$  гармонического колебания на выходе линейной цепи по сравнению с начальной фазой  $\varphi_1$  на входе. Она носит название *фазового сдвига*. Поскольку условлено, что положительными считаются запаздывающие фазовые углы, то фазовый сдвиг  $\psi(\omega) > 0$ , если  $\varphi_2 > \varphi_1$ , т. е. в случае, когда напряжение на выходе отстает по фазе от входного. Так как  $\omega = 2\pi f$ , то вместо  $K(\omega)$  и  $\psi(\omega)$  можно рассматривать функции  $K(f)$  и  $\psi(f)$ .

Зависимость  $K(f)$  коэффициента передачи от частоты  $f$  входного сигнала называется *амплитудно-частотной*, а зависимость  $\psi(f)$  фазового сдвига от частоты  $f$  — *фазово-частотной* характеристикой линейной цепи.

Установим связь между функциями  $K(f)$  и  $\psi(f)$  и действительной  $K_r(\omega)$  и мнимой  $K_i(\omega)$  частями комплексного коэффициента передачи  $K(j\omega)$ . Согласно формуле Эйлера

$$e^{-j\psi} = \cos \psi - j \sin \psi.$$

Поэтому вместо формулы (1.49) можно записать

$$K(j\omega) = K(\omega) \cos \psi(\omega) - jK(\omega) \sin \psi(\omega). \quad (1.52)$$

Вместе с тем по определению комплексной величины

$$K(j\omega) = K_r(\omega) + jK_i(\omega). \quad (1.53)$$

Приравняв правые части (1.52) и (1.53), получим уравнения

$$K(\omega) \cos \psi(\omega) = K_r(\omega);$$

$$K(\omega) \sin \psi(\omega) = -K_i(\omega).$$

Отсюда

$$K(\omega) = \sqrt{K_r^2(\omega) + K_i^2(\omega)}; \quad (1.54)$$

$$\psi(\omega) = -\operatorname{arctg} \frac{K_i(\omega)}{K_r(\omega)}. \quad (1.55)$$

Так как функция  $\operatorname{arctg} x$  многозначна, то при нахождении фазовых углов необходимо внимательно следить за знаками  $\sin \psi$  и  $\cos \psi$ , зависящих от  $K_i(\omega)$  и  $K_r(\omega)$ . Соответствующие диапазоны углов  $\psi(\omega)$  приведены в таблице 1.1.

$K_i$	$K_r$	$\sin \psi$	$\cos \psi$	$\operatorname{tg} \psi$	Диапазон фазовых углов $\psi(\omega)$
+	-	-	-	+	$-\pi < \psi < -\frac{\pi}{2}$
+	+	-	+	-	$-\frac{\pi}{2} < \psi < 0$
-	+	+	+	+	$0 < \psi < \frac{\pi}{2}$
-	-	+	-	-	$\frac{\pi}{2} < \psi < \pi$

Если под функцией  $\operatorname{arctg} x$  понимать ее главное значение

$$-\frac{\pi}{2} < \operatorname{arctg} x < \frac{\pi}{2},$$

то для различных комбинаций  $K_i(\omega)$  и  $K_r(\omega)$  формулу (1.55) следует записывать, как указано в таблице 1.2.

Т а б л и ц а 1.2

$K_i$	$K_r$	$\psi(\omega)$
+	-	$\psi(\omega) = -\operatorname{arctg} \frac{K_i(\omega)}{K_r(\omega)} - \pi$
+	+	$\psi(\omega) = -\operatorname{arctg} \frac{K_i(\omega)}{K_r(\omega)}$
-	+	$\psi(\omega) = -\operatorname{arctg} \frac{K_i(\omega)}{K_r(\omega)}$
-	-	$\psi(\omega) = -\operatorname{arctg} \frac{K_i(\omega)}{K_r(\omega)} + \pi$

**Пример 3.** Определим частотные характеристики  $K(f)$  и  $\psi(f)$  для цепи  $RC$  первого вида (рис. 1.3). Умножив числитель и знаменатель выражения (1.45) на  $(1 - j\omega\tau_u)$ , получим

$$K_C(j\omega) = \frac{1 - j\omega\tau_u}{1 + (\omega\tau_u)^2}.$$

Отсюда

$$K_r(\omega) = \frac{1}{1 + (\omega\tau_u)^2};$$

$$K_i(\omega) = -\frac{\omega\tau_u}{1 + (\omega\tau_u)^2}.$$

На основании формул (1.54) и (1.55) найдем

$$K_C(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega \tau_u)^2}}; \quad K_C(f) = \frac{1}{\sqrt{1 + (2\pi f \tau_u)^2}}; \quad (1.56)$$

$$\psi_C(\omega) = \text{arctg } \omega \tau_u; \quad \psi_C(f) = \text{arctg } (2\pi f \tau_u). \quad (1.57)$$

На рис. 1.7 представлены графики частотных характеристик, построенные по формулам (1.56) и (1.57).

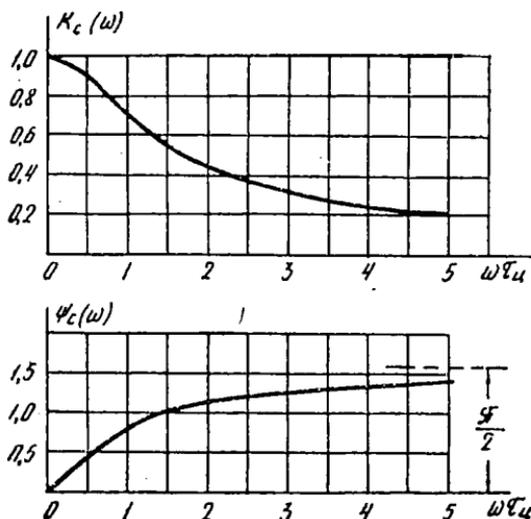


Рис. 1.7. Частотные характеристики цепи  $RC$  первого вида.

**Пример 4.** Для цепи  $RC$  второго вида (рис. 1.5) после умножения на  $(1 - j\omega \tau_u)$  на основании (1.47) найдем

$$K_R(j\omega) = \frac{j\omega \tau_u (1 - j\omega \tau_u)}{1 + (\omega \tau_u)^2} = \frac{(\omega \tau_u)^2 + j\omega \tau_u}{1 + (\omega \tau_u)^2}.$$

Отсюда

$$K_r(\omega) = \frac{(\omega \tau_u)^2}{1 + (\omega \tau_u)^2};$$

$$K_i(\omega) = \frac{\omega \tau_u}{1 + (\omega \tau_u)^2}.$$

По формулам (1.54) и (1.55) получим

$$K_R(\omega) = \frac{\omega \tau_u}{\sqrt{1 + (\omega \tau_u)^2}}; \quad K_R(f) = \frac{2\pi f \tau_u}{\sqrt{1 + (2\pi f \tau_u)^2}}; \quad (1.58)$$

$$\psi_R(\omega) = -\text{arctg } \frac{1}{\omega \tau_u}; \quad \psi_R(f) = -\text{arctg } \frac{1}{2\pi f \tau_u}. \quad (1.59)$$

Графики частотных характеристик, построенные по формулам (1.58) и (1.59), показаны на рис. 1.8. Форма частотных характе-

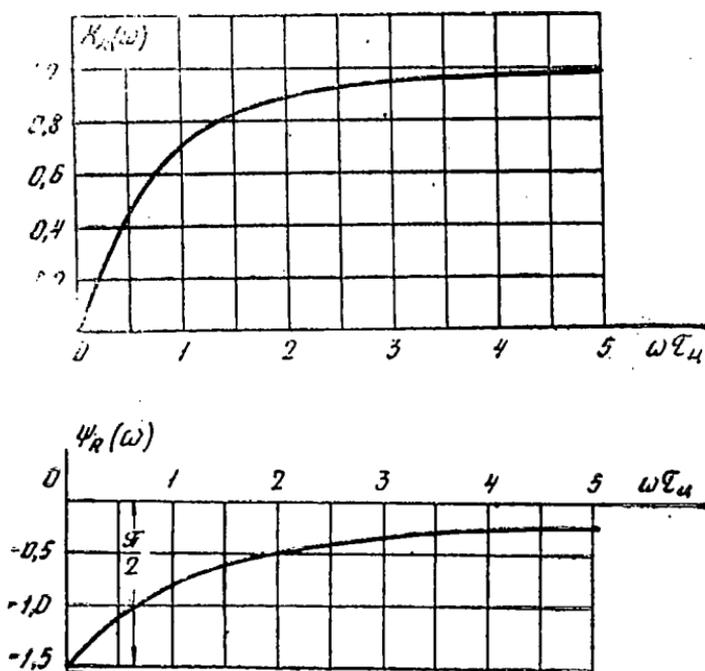


Рис. 1.8. Частотные характеристики цепи  $RC$  второго вида.

ристик цепи  $RC$  первого и второго вида поясняется распределением напряжения между сопротивлениями  $R$  и  $X_C = \frac{1}{\omega C}$ . При низ-

ких частотах  $R \ll X_C$  и напряжение  $U_R \ll U_C$ , причем  $U_C \cong U_1$ . Поэтому при  $f \rightarrow 0$  получим  $K_C \rightarrow 1$  и  $K_R \rightarrow 0$ . Так как основная доля входного сигнала приложена к конденсатору  $C$ , то в цепи первого вида фазы выходного и входного сигналов почти совпадают, значит,  $\psi_C(f) \rightarrow 0$  при  $f \rightarrow 0$ .

Напряжение  $U_R$  совпадает по фазе с током  $I$ , который всегда опережает  $U_C$  на угол  $\pi/2$ . Поскольку при низких частотах  $U_C \cong U_1$ , то фаза тока  $I$  и напряжения  $U_R$  опережает также  $U_1$  на тот же угол, который мы условились считать отрицательным. Следовательно, в цепи второго вида  $\psi_R(f) \rightarrow -\frac{\pi}{2}$  при  $f \rightarrow 0$ .

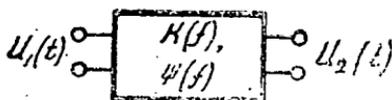
С ростом частоты  $f$  изменяется соотношение между  $R$  и  $X_C$ , так как  $X_C$  уменьшается, и происходит перераспределение входного сигнала. Относительно большая доля его оказывается при-

ложённой к сопротивлению  $R$ . Вследствие этого  $U_C$  уменьшается, а  $U_R$  растёт, что вызывает соответствующее изменение частотных характеристик (рис. 1.7 и 1.8).

При очень высоких частотах  $X_C \ll R$ . Поэтому в цепи первого вида снимается малый по амплитуде сигнал, а в цепи второго вида — почти равный  $U_1$ . Фаза напряжения  $U_R$  и тока  $i$  почти совпадает с фазой входного сигнала, что даёт  $\psi_R(f) \rightarrow 0$  при  $f \rightarrow \infty$ . Так как напряжение  $U_C$  отстаёт по фазе на угол  $\frac{\pi}{2}$  от тока  $i$ , то  $\psi_C(f) \rightarrow \frac{\pi}{2}$  при  $f \rightarrow \infty$ .

### Спектральный метод

Спектральный метод базируется на применении принципа суперпозиции. Свойства линейной цепи (рис. 1.9) в этом случае задаются амплитудно-частотной  $K(f)$  и фазово-частотной  $\psi(f)$  характеристиками, а в качестве элементарного сигнала выбирается гармоническое колебание.



Сущность спектрального метода сводится к последовательному выполнению следующих операций.

Рис. 1.9. Линейная цепь с заданными частотными характеристиками  $K(f)$  и  $\psi(f)$ .

1. Определяем спектр входного сигнала  $u_1(t)$ . Если  $u_1(t)$  — непериодическая функция, то она может быть представлена интегралом Фурье

$$u_1(t) = \int_{-\infty}^{\infty} S_1(j\omega) e^{j\omega t} df. \quad (1.60)$$

Здесь  $\omega = 2\pi f$ , а  $S_1(j\omega)$  — комплексная спектральная плотность входного сигнала, определяемая выражением

$$S_1(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} u_1(t) e^{-j\omega t} dt. \quad (1.61)$$

Следует заметить, что представление в виде интеграла Фурье возможно лишь для абсолютно интегрируемых функций, которые удовлетворяют неравенству

$$\int_{-\infty}^{\infty} u_1(t) dt \leq M,$$

где  $M$  — положительное число. Иначе говоря, площадь между кривой  $u_1(t)$  и осью абсцисс должна иметь предел, если  $t$  стремится к  $\infty$  или  $-\infty$ .

2. Выделив в спектре входного сигнала элементарную область  $df$  в окрестности частоты  $f$ , рассмотрим воздействие на линейную цепь элементарного сигнала

$$du_1 = S_1(j\omega) e^{j\omega t} df.$$

Комплексная амплитуда этого сигнала равна  $S_1(j\omega)df$ .

Так как линейная цепь изменяет комплексную амплитуду сигнала в соответствии со значением комплексного коэффициента передачи  $K(j\omega)$  для данной частоты  $f$ , то элементарный сигнал на выходе будет

$$du_2 = K(j\omega) S(j\omega) e^{j\omega t} df.$$

3. Суммируя элементарные сигналы  $du_2$  по всем частотам спектра  $-\infty < f < \infty$ , получим напряжение на выходе:

$$u_2(t) = \int_{-\infty}^{\infty} K(j\omega) S(j\omega) e^{j\omega t} df. \quad (1.62)$$

Формула (1.62) определяет сигнал на выходе в зависимости от формы входного сигнала, заданного его комплексной спектральной плотностью  $S(j\omega)$ , и свойств линейной цепи, определяемых комплексным коэффициентом передачи  $K(j\omega)$ .

При действии на входе периодического сигнала (с периодом  $T$ ) функция  $u_1(t)$  представляется рядом Фурье

$$u_1(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} U_{1k} \cdot e^{jk\Omega t}. \quad (1.63)$$

Здесь основная частота

$$F = \frac{1}{T}; \quad \Omega = 2\pi F,$$

а комплексная амплитуда

$$U_{1k} = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} u_1(t) e^{-jk\Omega t} dt. \quad (1.64)$$

На основании принципа суперпозиции получим

$$u_2(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} K(jk\Omega) \cdot U_{1k} e^{jk\Omega t}. \quad (1.65)$$

## Условия неискаженной передачи сигнала через линейную цепь

Воспользовавшись спектральным методом, определим вид амплитудно-частотной  $K(f)$  и фазово-частотной  $\psi(f)$  характеристик, при которых непрерывный сигнал или импульс не искажается при передаче через линейную цепь.

Прежде всего уточним, что следует понимать под неискаженной передачей сигнала. Имея в виду, что входной сигнал  $u_1(t)$  представлен его спектром (1.60), можно утверждать, что каждая гармоника при прохождении через линейный четырехполюсник может изменить свою амплитуду и начальную фазу. Это приводит к изменению амплитуды сигнала, к запаздыванию его во времени, а также к искажению формы сигнала. Мы будем называть четырехполюсник неискажающим, если форма сигнала на выходе не изменяется по отношению к форме входного сигнала. Однако при этом допускается рост или уменьшение амплитуды сигнала, например импульса, а также его запаздывание во времени (рис. 1.10). В частности, при неискаженной передаче сохраняется длительность импульса, его фронта и спада.

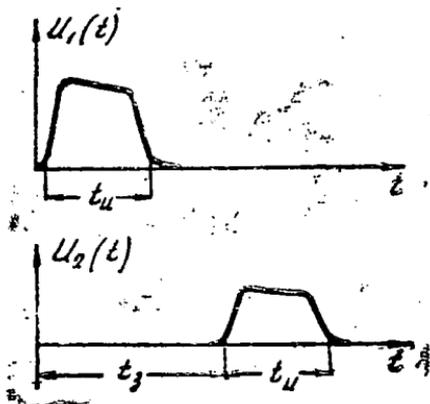


Рис. 1.10. Форма сигналов на входе и выходе неискажающей линейной цепи.

Математически условие неискаженной передачи формы сигнала может быть записано так:

$$u_2(t) = K_0 \cdot u_1(t - t_3), \quad (1.66)$$

где  $K_0$  — коэффициент пропорциональности, учитывающий изменение амплитуды сигнала;

$t_3$  — время запаздывания.

Согласно соотношению (1.60) запаздывающий сигнал

$$u_1(t - t_3) = \int_{-\infty}^{\infty} S_1(j\omega) e^{j\omega(t-t_3)} df.$$

Подставляя это выражение в формулу (1.66), получим выходной сигнал неискажающего четырехполюсника:

$$u_2(t) = \int_{-\infty}^{\infty} K_0 S_1(j\omega) e^{j\omega(t-t_3)} df. \quad (1.67)$$

С другой стороны, для любой линейной цепи (в том числе и для неискажающего четырехполюсника) справедливо общее соотношение (1.62). Следовательно, формулы (1.62) и (1.67) определяют разным способом одно и то же напряжение на выходе  $u_2(t)$ , и правые части указанных выражений равны. Очевидно, это имеет место, если

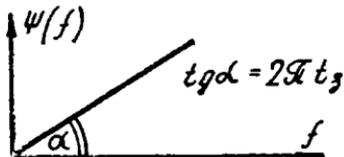
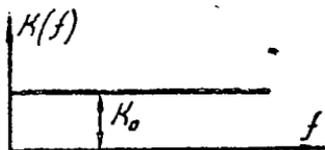
$$K(j\omega) \cdot S_1(j\omega) e^{j\omega t} = K_0 S_1(j\omega) e^{j\omega(t-t_3)},$$

откуда получим следующие условия:

$$K(f) = K_0; \tag{1.68}$$

$$\psi(f) = 2\pi f t_3.$$

Таким образом, для неискаженной передачи сигнала коэффициент передачи  $K(f)$  должен быть постоянным и одинаковым для всех частот спектра, а фазовый сдвиг  $\psi(f)$  — пропорционален частоте. Иначе говоря, неискажающий четырехполюсник должен иметь равномерную амплитудно-частотную и линейную фазово-частотную характеристики (рис. 1.11).



Поясним физически, почему при выполнении условий (1.68) форма сигнала не искажается. Из выражения (1.62) видно, что спектральная плотность выходного сигнала равна

$$S_2(f) = K(f) \cdot S_1(f).$$

Если  $K(f) = K_0$ , то спектральная плотность  $S_2(f)$  отличается от спектральной плотности  $S_1(f)$  только постоянным множителем  $K_0$ . Это означает, что относительное распределение амплитуд гармоник в спектрах сигналов  $u_2(t)$  и  $u_1(t)$ , а значит, их формы одинаковы. Они могут отличаться только амплитудой. Если же  $K(f) \neq \text{const}$ , то спектральная плотность  $S_2(f)$  отличается от  $S_1(f)$ . Поэтому сложение гармоник спектра дает на выходе сигнал иной формы, чем на входе.

Поясним далее условие неискаженной передачи, полученное для фазово-частотной характеристики. Рассмотрим вначале воздействие на четырехполюсник с линейной фазово-частотной характеристикой двух косинусоидальных напряжений с частотами  $f_1 = f$  и  $f_2 = 2f$  (рис. 1.12):

$$u_{11} = U_{11} \cos 2\pi f_1 t$$

$$u_{12} = U_{12} \cos 2\pi f_2 t.$$

Предположим, что напряжение  $u_{11}$  испытывает сдвиг фаз

$$\psi_1 = \frac{\pi}{2}.$$

Тогда сдвиг фаз напряжения  $u_{12}$  будет

$$\psi_2 = 2 \cdot \frac{\pi}{2} = \pi.$$

На рис. 1.12 построены также напряжения  $u_{21}$  и  $u_{22}$  на выходе четырехполюсника с учетом сдвига фаз. Очевидно, что

$$u_{21} = U_{21} \cdot \cos\left(2\pi f_1 t - \frac{\pi}{2}\right);$$

$$u_{22} = U_{22} \cos(2\pi f_2 t - \pi).$$

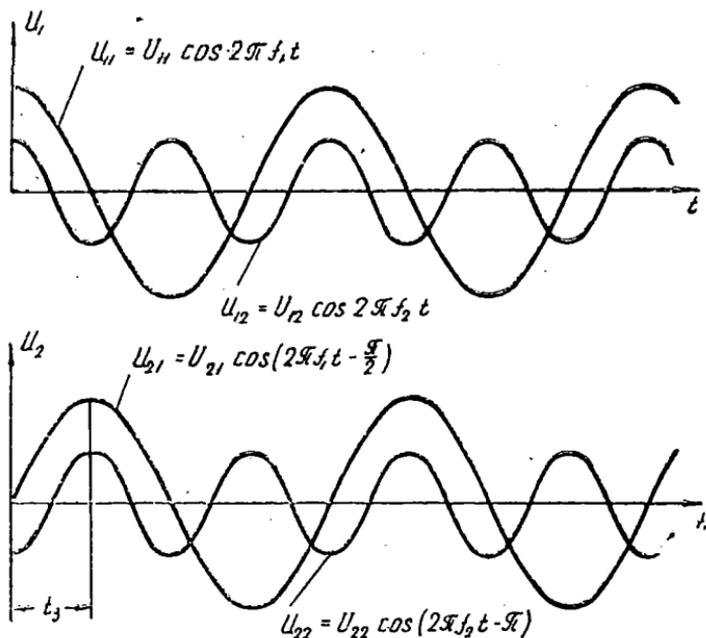


Рис. 1.12. Воздействие на неискажающую линейную цепь двух косинусоидальных напряжений.

Построение, произведенное на рис. 1.12, показывает, что сдвиг фаз, пропорциональный частоте, приводит к тому, что колебания  $u_{21}$  и  $u_{22}$  сдвигаются вдоль оси времени на одну и ту же величину  $t_3$ . При этом их относительное расположение в спектре остается таким же, как и колебаний  $u_{11}$  и  $u_{12}$  с теми же частотами. Поэтому при сложении колебаний  $u_{21}$  и  $u_{22}$  мы получим форму напряжения  $u_2(t)$ , отличающуюся от  $u_1(t)$  только сдвигом во времени на величину  $t_3$ .

Если же колебания двух частот испытывают сдвиг фаз не пропорционально частоте, то время запаздывания будет зависеть от частоты. Это приведет к изменению относительного расположения колебаний вдоль оси времени и к искажению формы сигнала.

Искажения, возникающие за счет неравномерности амплитудно-частотной характеристики  $K(f)$ , носят название *амплитудных*, а возникающие за счет нелинейности фазово-частотной характеристики  $\psi(f)$ , *фазовых искажений*. Оба эти вида искажений составляют *линейные искажения* спектра и формы сигнала.

### Полоса пропускания усилителя. Коэффициент линейных искажений

Реальные усилители имеют частотные характеристики, примерный вид которых показан на рис. 1.13. Они отличаются от характеристик неискажающего четырех-

полосника. Поэтому в любом усилителе возникают линейные искажения как амплитудные, так и фазовые. Как правило, наиболее существенное влияние на форму передаваемого сигнала оказывают амплитудные искажения. Для их оценки вводится коэффициент линейных искажений

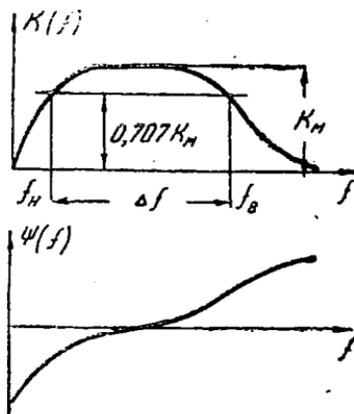


Рис. 1.13. Частотные характеристики усилителя.

$$M(f) = \frac{K_m}{K(f)}, \quad (1.69)$$

где  $K_m$  — максимальное значение коэффициента передачи  $K(f)$ . Поэтому всегда  $M(f) \geq 1$ . Считается, что спектр сигнала удовлетворительно передается через усилитель, если

$$M(f) \leq \sqrt{2}.$$

Область частот, в пределах которой  $M(f) \leq \sqrt{2}$ , называется *полосой пропускания*  $\Delta f$  усилителя. Она ограничена *нижней*  $f_n$  и *верхней*  $f_v$  *граничными частотами* (рис. 1.13), для которых выполняется условие

$$M(f_n) = M(f_v) = \sqrt{2}, \quad (1.70)$$

$$K(f_n) = K(f_v) = 0,707 K_m. \quad (1.70')$$

На основании равенства (1.70) определяются граничные частоты  $f_n$  и  $f_v$  усилителя (или другого линейного четырехполосника), а затем его полоса пропускания:

$$\Delta f = f_v - f_n. \quad (1.71)$$

**Пример.** Определим граничные частоты  $f_n$  и  $f_v$  для цепи  $RC$  первого (рис. 1.3) и второго вида (рис. 1.5). Как видно из формулы (1.56) и рис. 1.7, цепь  $RC$  первого вида передает практически колебания низких частот. Гармоники, имеющие высокие частоты, сильно ослабляются; так как  $K_C(f) \rightarrow 0$  при  $f \rightarrow \infty$ .

Следовательно,  $f_n = 0$  и полоса пропускания

$$\Delta f_C = f_{vC}.$$

Так как  $K_M = 1$ , то для цепи первого вида коэффициент линейных искажений

$$M_C(f) = \sqrt{1 + (2\pi f \tau_{ц})^2}.$$

Подставляя  $f = f_{vC}$  и  $M_C(f_{vC}) = \sqrt{2}$ , получим

$$2\pi f_{vC} \tau_{ц} = 1,$$

откуда

$$f_{vC} = \frac{1}{2\pi \tau_{ц}}.$$

Цепь  $RC$  второго вида (рис. 1.5), наоборот, согласно формуле (1.58) и рис. 1.8 передает колебания высоких частот и ослабляет гармоники с низкими частотами, так как  $K_R(f) \rightarrow 0$  при  $f \rightarrow 0$ . Следовательно, полоса пропускания  $\Delta f_R$  в данном случае не имеет верхней границы. Поскольку  $K_M = 1$ , то коэффициент линейных искажений равен

$$M_R(f) = \frac{\sqrt{1 + (2\pi f \tau_{ц})^2}}{2\pi f \tau_{ц}}.$$

Полагая  $f = f_{nR}$  и  $M_R(f_{nR}) = \sqrt{2}$ , найдем

$$2\pi f_{nR} \tau_{ц} = 1,$$

откуда

$$f_{nR} = \frac{1}{2\pi \tau_{ц}}.$$

Таким образом, в обеих разновидностях цепи  $RC$  граничные частоты  $f_{vC}$  или  $f_{nR}$  определяются исключительно постоянной времени  $\tau_{ц}$ . При возрастании  $\tau_{ц}$  уменьшаются обе граничные частоты, значит, полоса пропускания цепи первого вида сокращается, а второго вида — расширяется.

Для передачи сигнала практически без искажений полоса пропускания  $\Delta f$  усилителя должна превышать ширину  $\Delta f_c$  основной части спектра сигнала. С целью уменьшения линейных искажений усилители проектируют так, чтобы в пределах полосы пропуска-

ния коэффициент передачи  $K(f)$  мало отличался от максимального  $K_m$ , а фазовая характеристика — от линейной. Только вблизи граничных частот  $f_{н}$  и  $f_{в}$  и за их пределами наблюдается уменьшение коэффициента передачи  $K(f)$  и заметная нелинейность фазово-частотной характеристики  $\psi(f)$  (рис. 1.13). Поэтому коэффициент усиления  $K_u$ , введенный в § 1.1 по форме сигнала, мало отличается от максимального коэффициента передачи  $K_m$ . Величину  $K_u$  можно измерить, подавая на усилитель синусоидальное напряжение с частотой  $f$ , близкой к средней частоте полосы пропускания.

## § 1.4. МЕТОД ПЕРЕХОДНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК

### Переходная характеристика

Другим сравнительно простым сигналом, на который легко найти реакцию, является *единичный перепад*  $1(t)$  (рис. 1.14, а). Это функция, имеющая только два постоянных значения:

$$\begin{aligned} 1(t) &= 0 \quad \text{при } t < 0; \\ 1(t) &= 1 \quad \text{при } t > 0. \end{aligned} \quad (1.72)$$

При  $t=0$  она испытывает единичный скачок.

Если включение единичного перепада происходит в момент  $t = t_3$  (рис. 1.14, б), то функция  $1(t - t_3)$  характеризуется такими выражениями:

$$\begin{aligned} 1(t - t_3) &= 0 \quad \text{при } t < t_3; \\ 1(t - t_3) &= 1 \quad \text{при } t > t_3. \end{aligned} \quad (1.73)$$

Рис. 1.14. Единичный перепад.

*Переходной характеристикой*  $h(t)$  называется зависимость от времени сигнала на выходе линейной цепи, если на входе действует сигнал в виде единичного перепада  $1(t)$ . При этом предполагается, что исследуемая цепь не имеет начального запаса энергии в реактивных элементах (нулевые начальные условия).

Согласно данному определению при

$$u_1(t) = 1(t)$$

имеем

$$u_2(t) = h(t) 1(t).$$

Если на входе включается перепад напряжения величиною  $U_1$ , то пропорционально возрастает сигнал на выходе, т. е. при

$$u_1(t) = U_1 \cdot 1(t) \quad (1.74)$$

получим

$$u_2(t) = U_1 h(t) \cdot \mathbf{1}(t). \quad (1.75)$$

Отсюда находим

$$h(t) = \frac{u_2(t)}{U_1 \cdot \mathbf{1}(t)}. \quad (1.76)$$

Так как в выражении для переходной характеристики  $h(t)$  время  $t$  отсчитывается от момента включения сигнала на входе, то в случае запаздывания включения на величину  $t_3$  получим

$$u_2(t) = U_1 h(t - t_3) \cdot \mathbf{1}(t - t_3). \quad (1.77)$$

Формулы (1.75) и (1.77) иллюстрируются рис. 1.15.

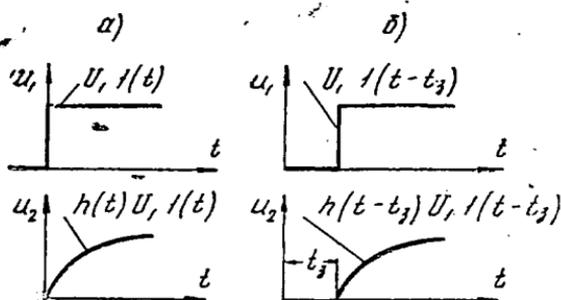


Рис. 1.15. Воздействие перепада входного сигнала на линейную цепь.

Соотношение (1.76) позволяет указать способ определения переходной характеристики  $h(t)$ . Для этого необходимо составить дифференциальное уравнение вида (1.24) линейной цепи и, решив его, найти (при нулевых начальных условиях) напряжение  $u_2(t)$ , считая, что на входе включается напряжение  $u_1(t) = U_1 \cdot \mathbf{1}(t)$ . Затем, разделив полученное выражение на  $U_1 \cdot \mathbf{1}(t)$ , находим  $h(t)$ .

**Пример.** Определим переходные характеристики цепи  $RC$  первого (рис. 1.3) и второго вида (рис. 1.5). Дифференциальное уравнение (1.44) с правой частью в виде постоянной величины (1.74) при  $t > 0$  имеет, как известно, решение

$$u_c = \left[ A \cdot e^{-\frac{t}{\tau_u}} + B \right] \cdot \mathbf{1}(t). \quad (1.78)$$

Для определения постоянных  $A$  и  $B$  подставим найденное решение в уравнение (1.44). Так как

$$\frac{du_c}{dt} = \left[ -\frac{1}{\tau_u} \cdot A \cdot e^{-\frac{t}{\tau_u}} \right] \cdot \mathbf{1}(t) = \frac{B - u_c}{\tau_u} \cdot \mathbf{1}(t), \quad (1.79)$$

то после подстановки выражений (1.78) и (1.79) получим  $B = U_1$ .

Второе уравнение, связывающее  $A$  и  $B$ , найдем из начальных условий. Полагая  $u_C = 0$  при  $t = 0$ , на основании (1.78) найдем

$$A + B = 0,$$

откуда

$$A = -B = -U_1.$$

Тогда формула (1.78) принимает вид

$$u_C = U_1 \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau_u}} \right) \cdot 1(t). \quad (1.80)$$

Подставляя это выражение в соотношение (1.76), определим переходную характеристику  $h_C(t)$  цепи  $RC$  первого вида (рис. 1.3):

$$h_C = 1 - e^{-\frac{t}{\tau_u}}. \quad (1.81)$$

В цепи  $RC$  второго вида напряжение снимается с сопротивления  $R$ . Оно может быть определено из решения дифференциального уравнения (1.48) или на основании предыдущего решения (1.80) с помощью следующих основных соотношений. Так как

$$u_R = iR$$

и

$$i = C \frac{du_C}{dt},$$

то

$$u_R = \tau_u \frac{du_C}{dt}.$$

Подставляя выражение (1.79), получим

$$u_R = U_1 \cdot e^{-\frac{t}{\tau_u}} \cdot 1(t). \quad (1.82)$$

На основании формулы (1.76) определяем переходную характеристику  $h_R(t)$  цепи  $RC$  второго вида (рис. 1.5):

$$h_R(t) = e^{-\frac{t}{\tau_u}}. \quad (1.83)$$

Графики переходных характеристик  $h_C(t)$  и  $h_R(t)$  показаны на рис. 1.16.

Физически вид функций  $h_C(t)$  и  $h_R(t)$  поясняется следующим образом. При включении постоянного напряжения  $U_1$  на входе постепенно происходит заряд конденсатора  $C$  и напряжение на нем, а значит,  $h_C(t)$  нарастает. Так как

$$u_R = U_1 - u_C \quad (1.83')$$

и ток заряда

$$i = \frac{u_R}{R} = \frac{U_1 - u_C}{R}, \quad (1.83'')$$

то при заряде напряжение  $u_R$  и ток  $i$  постепенно спадают до нуля. Поэтому  $h_R(t)$  — убывающая функция.

В дальнейшем нам понадобится исследовать процессы в цепи  $RC$ , когда в момент включения входного сигнала конденсатор уже имеет начальное напряжение  $U_{C0}$ . Тогда, полагая в формуле (1.78)  $u_C = U_{C0}$ , при  $t = 0$  получим уравнение

$$A + B = U_{C0},$$

откуда

$$A = U_{C0} - B = U_{C0} - U_1.$$

Подставляя это значение в формулу (1.78), после прибавления и вычитания  $U_{C0}$  найдем

$$u_C = \left[ U_{C0} + (U_1 - U_{C0}) \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau_u}} \right) \right] \cdot 1(t). \quad (1.84)$$

Дифференцируя это выражение, получим

$$i_C = C \frac{du_C}{dt} = \frac{U_1 - U_{C0}}{R} \cdot e^{-\frac{t}{\tau_u}} \cdot 1(t); \quad (1.84')$$

$$u_R = iR = (U_1 - U_{C0}) e^{-\frac{t}{\tau_u}} \cdot 1(t). \quad (1.84'')$$

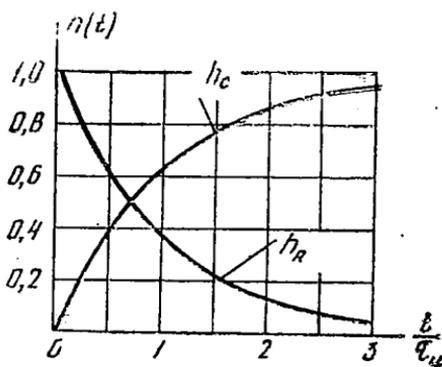


Рис. 1.16. Переходные характеристики цепи  $RC$  первого и второго вида.

### Метод переходных характеристик.

#### Интеграл суперпозиции

Пусть на входе линейной цепи (рис. 1.17), свойства которой заданы переходной характеристикой  $h(t)$ , действует напряжение

в виде непрерывной и дифференцируемой функции  $u_1(t)$ , которая может иметь скачок  $u_1(0)$  в момент включения  $t=0$  (рис. 1.18,а). Поставим задачу определить напряженне на выходе  $u_2(t)$  в момент  $t=t_0$ .

Разделим промежуток времени от  $t=0$  до  $t=t_0$  на  $n$  равных интервалов

$$\Delta t = \frac{t_0}{n}$$

и заменим действительную кривую  $u_1(t)$  ступенчатой кривой, как показано на рис. 1.18,а. Физически это означает, что действие на исследуемую цепь напряжения  $u_1(t)$  заменяется действием реального скачка  $u_1(0)$  и суммы элементарных напряжений  $\Delta u_{11}, \Delta u_{12}, \dots, \Delta u_{1, n-1}$ , имеющих постоянную величину и включаемых последовательно в различные моменты времени  $t_1, t_2, \dots, t_{n-1}$ . Очевидно, чем меньше интер-

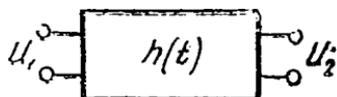


Рис. 1.17. Линейная цепь с заданной переходной характеристикой  $h(t)$ .

вал разделения  $\Delta t$ , тем точнее функция  $u_1(t)$  аппроксимируется ступенчатой кривой. Используя единичный перепад  $1(t-t_3)$ , можем записать

$$u_1(t) \cong u_1(0) \cdot 1(t) + \Delta u_{11} \cdot 1(t - \Delta t) + \Delta u_{12} \cdot 1(t - 2\Delta t) + \dots + \Delta u_{1, k} \cdot 1(t - k\Delta t) + \dots$$

Воздействие каждого элементарного напряжения  $\Delta u_{1, k}$  в отдельности приводит, начиная с момента  $t_k = k\Delta t$ , к появлению на

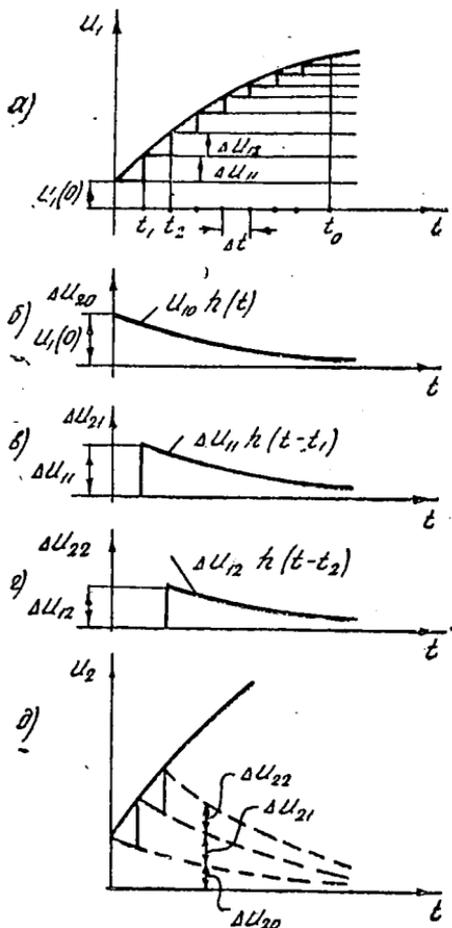


Рис. 1.18. К выводу формулы интеграла суперпозиции.

выходе элементарного напряжения  $\Delta u_{2k}$ , которое согласно формуле (1.77) равно

$$\Delta u_{2k} = \Delta u_{1k} \cdot h(t - k \Delta t) \cdot 1(t - k \Delta t).$$

На рис. 1.18, б, в, г показан вид напряжения  $\Delta u_{2k}$  ( $k = 0, 1, 2$ ), возникающего при воздействии на цепь соответственно начального скачка  $u_1(0)$  и элементарных напряжений  $\Delta u_{11}$  и  $\Delta u_{12}$ , причем предполагается, что переходная характеристика определяется выражением (1.83) и равна  $h_R(t)$ .

Так как для линейных цепей справедлив принцип суперпозиции, то результирующее напряжение на выходе в момент  $t = t_0$  равно сумме элементарных напряжений  $\Delta u_{2k}$ . Процесс их сложения показан на рис. 1.18, д. При этом, очевидно, нужно учесть действие только тех элементарных напряжений  $\Delta u_{2k}$ , которые включаются в моменты  $t_k = k \Delta t \leq t_0$ . Это соответствует суммированию от  $k = 0$  до  $k = n$ . Следовательно, напряжение на выходе в момент  $t = t_0$  равно

$$\begin{aligned} u_2(t_0) &\cong \Delta u_{20} + \Delta u_{21} + \Delta u_{22} + \dots + \Delta u_{2k} + \dots + \Delta u_{2n} = \\ &= u_1(0) \cdot h(t_0) + \sum_{k=1}^n \Delta u_{1k} \cdot h(t_0 - k \Delta t). \end{aligned}$$

Здесь опущен множитель  $1(t_0 - k \Delta t)$ , так как суммирование ведется в один и тот же момент времени  $t = t_0$  и  $1(t_0 - k \Delta t) = 1$ .

Эта формула приближенно определяет напряжение на выходе, потому что показывает результат действия на входе напряжения в виде ступенчатой функции. Для получения точной формулы перейдем к пределу при  $\Delta t \rightarrow 0$ . Так как в этом случае моменты включения элементарных напряжений  $t_1, t_2, \dots, t_{n-1}$  подходят на оси времени вплотную друг к другу, то величину  $k \Delta t$  можно заменить текущим значением  $t$ . Кроме того, напряжение  $\Delta u_{1k}$  определяется так:

$$\Delta u_{1k} = \frac{\Delta u_{1k}}{\Delta t} \cdot \Delta t$$

и, очевидно, стремится к величине  $\frac{du_1}{dt} \cdot dt$ , что позволяет процесс суммирования заменить интегрированием в пределах от  $t = 0$  до  $t = t_0$ . Следовательно, имеем

$$\begin{aligned} u_2(t_0) &= u_1(0) \cdot h(t_0) + \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \sum_{k=1}^n \frac{\Delta u_{1k}}{\Delta t} \cdot h(t_0 - k \Delta t) \Delta t = \\ &= u_1(0) \cdot h(t_0) + \int_0^{t_0} \frac{du_1}{dt} \cdot h(t_0 - t) dt. \end{aligned}$$

При выводе формулы, определяющей  $u_2(t_0)$ , фиксирование момента  $t_0$  понадобилось для того, чтобы выбрать интервал разделения  $\Delta t$  и произвести сложение реакций только на те элементарные напряжения, которые включаются ранее момента  $t_0$ . Никаких ограничений на выбор величины  $t_0$  не накладывалось, поэтому полученное выражение для  $u_2(t_0)$  справедливо для любого момента  $t$  после включения напряжения  $u_1(t)$  на входе. Однако, если заметить  $t_0$  на  $t$ , то эту величину можно спутать с переменной интегрирования  $t = k\Delta t$ , обозначающей момент включения соответствующего элементарного напряжения на входе. Следовательно, целесообразно переменную интегрирования обозначить другим индексом, например через  $\tau$ , тогда  $t$  будет обозначать момент времени, в который определяется напряжение на выходе. Учитывая это, имеем

$$u_2(t) = u_1(0) h(t) + \int_0^t \left. \frac{du_1}{dt} \right|_{t=\tau} \cdot h(t - \tau) d\tau. \quad (1.85)$$

Символ

$$\left. \frac{du_1}{dt} \right|_{t=\tau}$$

означает, что нужно вычислить производную по времени  $\frac{du_1}{dt}$  и переменную  $t$  заменить индексом  $\tau$ .

Формула (1.85) носит название *интеграла суперпозиции* (интеграла Дюамеля). Она показывает, что если две линейные цепи имеют одинаковые переходные характеристики, то они одинаково реагируют на входной сигнал любой формы.

Преобразуя формулу (1.85), получим еще одну форму записи интеграла суперпозиции. Применим прием интегрирования по частям

$$\int u dv = uv - \int v du.$$

Вводя обозначения

$$u(\tau) = h(t - \tau); \quad \frac{du}{d\tau} = - \left. \frac{dh}{dt} \right|_{t=t-\tau};$$

$$dv = \left. \frac{du_1}{dt} \right|_{t=\tau} d\tau; \quad v(\tau) = u_1(\tau),$$

найдем

$$u_2(t) = h(0) \cdot u_1(t) + \int_0^t u_1(\tau) \left. \frac{dh}{dt} \right|_{t=t-\tau} \cdot d\tau. \quad (1.86)$$

В работе [2] приводятся и другие формы записи интеграла в суперпозиции.

### Длительность переходного процесса

Определение переходных характеристик для цепи  $RC$  первого и второго вида показало, что в первом случае  $h_C(t)$  нарастает до установившегося значения, равного единице, а во втором —  $h_R(t)$  спадает до нуля. Хотя для других цепей переходные характеристики  $h(t)$  могут иметь более сложную форму (рис. 1.19), указанная тенденция всегда имеет место. Так как в реальных линейных цепях с активными сопротивлениями собственные колебания обязательно затухают, то после окончания переходного процесса, вызванного включением постоянного напряжения, очевидно, либо на выходе устанавливается также постоянное напряжение, определяющее установившееся значение  $h(\infty) \neq 0$  переходной характеристики, либо выходное напряжение равно нулю, тогда  $h(\infty) = 0$ .

В первом случае за длительность переходного процесса  $\tau_n$  принимается промежуток времени, по истечении которого переходная характеристика  $h(t)$  отличается от установившегося значения  $h(\infty) \neq 0$  не более чем на  $0,05 h(\infty)$  (рис. 1.19). Иначе говоря, при  $t \geq \tau_n$  имеет место следующее неравенство:

$$0,95 h(\infty) \leq h(t) \leq 1,05 h(\infty).$$

Во втором случае длительность переходного процесса  $\tau_n$  измеряется промежутком времени, в течение которого переходная характеристика  $h(t)$  спадает до величины  $0,05 h_m$ , где  $h_m$  — ее максимальное значение (рис. 1.19), т. е. при  $t \geq \tau_n$  имеем

$$-0,05 h_m \leq h(t) \leq 0,05 h_m.$$

Согласно этим определениям найдем длительность переходного процесса в цепи  $RC$  первого и второго вида. Так как  $h_C(\infty) = 1$ ,

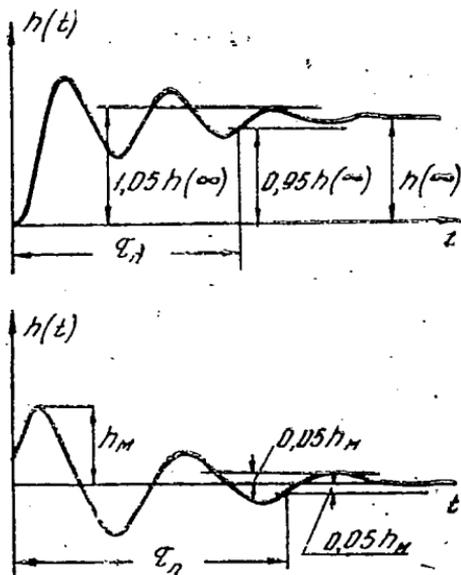


Рис. 1.19. К определению длительности переходного процесса.

то для цепи первого вида по формуле (1.81) получим

$$1 - e^{-\frac{\tau_n}{\tau_u}} = 0,95,$$

откуда

$$\tau_n = \tau_u \ln 20 \cong 3 \tau_u.$$

Поскольку для цепи второго вида  $h_u = 1$ , то на основании (1.83) имеем

$$e^{-\frac{\tau_n}{\tau_u}} = 0,05,$$

откуда

$$\tau_n \cong 3 \tau_u.$$

Длительность переходного процесса в цепи  $RC$  определяется исключительно постоянной времени  $\tau_u$ .

### § 1.5. СВЯЗЬ МЕЖДУ ПЕРЕХОДНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКОЙ И КОМПЛЕКСНЫМ КОЭФФИЦИЕНТОМ ПЕРЕДАЧИ

Метод переходных характеристик носит название *временного метода*, так как в этом случае входной сигнал задается его формой  $u_1(t)$ , а свойства линейной цепи определяются функцией времени — переходной характеристикой  $h(t)$ .

Согласно спектральному методу входной сигнал задается не его формой  $u_1(t)$ , а спектром, а свойства линейной цепи определяются ее частотными характеристиками. Поэтому он называется также *частотным методом*.

Хотя комплексный коэффициент передачи  $K(j\omega)$  и переходная характеристика  $h(t)$  определяют передачу сигналов разной формы (гармонического сигнала или единичного перепада) и поэтому, казалось бы, являются независимыми характеристиками, они связаны между собой, так как в конечном счете отражают свойства одной и той же линейной цепи.

Наиболее просто эта связь устанавливается на основе *операционного метода*. Применим к дифференциальному уравнению (1.24) операционное преобразование в форме Карсона-Хевисайда

$$F(p) = p \int_0^{\infty} f(t) e^{-pt} dt, \quad (1.87)$$

где  $F(p)$  называется *операционным изображением* функции  $f(t)$  (*оригинала*), причем оператор  $p = \sigma + j\omega$  — комплексная величина.

Как известно, если функция  $f(t)$  и ее производные  $f^{(k)}(t)$  имеют нулевые начальные значения

$$f^{(k)}(0) = 0; \quad k = 0, 1, 2, \dots,$$

то справедливо соотношение

$$p^k F(p) = p \int_0^{\infty} \frac{d^k f}{dt^k} \cdot e^{-pt} dt. \quad (1.88)$$

Оно показывает, что операционное изображение производной  $\frac{d^k f}{dt^k}$  порядка  $k$  равно произведению операционного изображения  $F(p)$  самой функции  $f(t)$  на оператор  $p$ , степень  $k$  которого равна порядку производной.

Воспользовавшись соотношениями (1.87) и (1.88), после умножения всех членов дифференциального уравнения (1.24) на  $pe^{-pt}$  и интегрирования по  $t$  в пределах от 0 до  $\infty$  получим такое алгебраическое уравнение для операционных изображений  $U_2(p)$  и  $U_1(p)$  выходного и входного сигналов в линейной системе (при нулевых начальных условиях):

$$\begin{aligned} & [a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p^1 + \dots + a_1 p + a_0] \cdot U_2(p) = \\ & = [b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_r p^r + \dots + b_1 p + b_0] U_1(p). \end{aligned}$$

Введем обозначение

$$H(p) = \frac{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_r p^r + \dots + b_1 p + b_0}{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p^1 + \dots + a_1 p + a_0}. \quad (1.89)$$

Тогда

$$U_2(p) = H(p) U_1(p). \quad (1.90)$$

Выясним смысл функции  $H(p)$ . Если на входе действует сигнал  $u_1(t)$  в виде единичного перепада  $\mathbf{1}(t)$ , согласно определению переходной характеристики  $h(t)$  на выходе получим сигнал

$$u_2(t) = h(t) \cdot \mathbf{1}(t).$$

Применяя операционное преобразование (1.87), получим

$$U_2(p) = p \int_0^{\infty} h(t) e^{-pt} dt = H_n(p), \quad (1.91)$$

где  $H_n(p)$  — операционное изображение функции  $h(t)$ .

С другой стороны, найдем изображение  $U_2(p)$  по формуле (1.90). Воспользовавшись основным соотношением (1.87), получим

$$U_1(p) = p \int_0^{\infty} \mathbf{1}(t) e^{-pt} dt = p \int_0^{\infty} e^{-pt} dt = 1.$$

В этом случае

$$U_2(p) = H(p). \quad (1.91')$$

Сравнивая равенства (1.91) и (1.91'), находим, что функция  $H(p)$ , определенная соотношением (1.89), является операционным изображением  $h(t)$ :

$$H(p) = p \int_0^{\infty} h(t) e^{-pt} dt. \quad (1.92)$$

Согласно формуле (1.90)

$$H(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)}. \quad (1.93)$$

Следовательно, операционное изображение  $H(p)$  характеризует отношение операционных изображений  $U_2(p)$  выходного и  $U_1(p)$  входного сигналов. Поэтому функцию  $H(p)$  называют *операционным коэффициентом передачи* линейной цепи.

Для установления связи между  $H(p)$  и  $K(j\omega)$  сравним соотношения (1.43) и (1.89). Нетрудно видеть, что последнее соотношение отличается от первого лишь заменой  $j\omega$  на оператор  $p$ . Таким образом,

$$H(p) = K(p).$$

Для определения операционного изображения  $H(p)$  переходной характеристики  $h(t)$  необходимо найти комплексный коэффициент передачи  $K(j\omega)$  и произвести замену  $j\omega$  на  $p$ .

Зависимость коэффициента передачи от частоты в конечном счете имеет место из-за наличия в цепи реактивных элементов с сопротивлениями

$$X_L = j\omega L \text{ и } X_C = \frac{1}{j\omega C}.$$

Очевидно, операционный коэффициент передачи  $H(p)$  можно определить непосредственно теми же методами, что и комплексный  $K(j\omega)$ , если заменить реальные индуктивности и емкости их операционными сопротивлениями

$$X_L(p) = pL \text{ и } X_C(p) = \frac{1}{pC}.$$

Подобно тому, как по комплексному коэффициенту передачи  $K(j\omega)$  и комплексной амплитуде  $U_1(j\omega)$  определяют комплексную амплитуду выходного сигнала

$$\dot{U}_2 = K(j\omega) \cdot \dot{U}_1,$$

знание операционного коэффициента передачи  $H(p)$  и операционного изображения  $U_1(p)$  позволяет на основании (1.90) найти операционное изображение  $U_2(p)$  сигнала на выходе линейной цепи при нулевых начальных условиях.

Укажем способ определения переходной характеристики  $h(t)$  по операционному коэффициенту передачи  $H(p)$ . Введем обозначения

$$M(p) = b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_r p^r + \dots + b_1 p + b_0; \quad (1.93)$$

$$N(p) = a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0.$$

Тогда

$$H(p) = \frac{M(p)}{N(p)}. \quad (1.94)$$

В большинстве случаев анализа линейных цепей в усилительной и импульсной технике структура многочленов  $M(p)$  и  $N(p)$  такова, что  $m \leq n$ , т. е. степень многочлена  $M(p)$  меньше или равна степени многочлена  $N(p)$ . Кроме того, обычно уравнение

$$N(p) = 0 \quad (1.95)$$

имеет различные (некратные) корни  $p_k$ . Для таких линейных цепей справедлива теорема разложения Хэвисайда

$$h(t) = \frac{M(0)}{N(0)} + \sum_{k=1}^n \frac{M(p_k)}{p_k \left. \frac{dN}{dp} \right|_{p=p_k}} \cdot e^{p_k t}. \quad (1.96)$$

В более сложных случаях оригинал  $h(t)$  определяется на основании формулы обращения Римана—Меллина

$$h(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{\sigma_0 - j\infty}^{\sigma_0 + j\infty} \frac{H(p)}{p} \cdot e^{pt} dp, \quad (1.97)$$

где интегрирование проводится в комплексной плоскости  $p = \sigma + j\omega$  вдоль прямой  $\sigma_0 = \text{const}$ , параллельной мнимой оси  $j\omega$ , причем все особые точки функции  $H(p)$  должны лежать слева от этой прямой.

Установим связь между начальным  $h(0)$ , установившимся  $h(\infty)$  значениями переходной характеристики  $h(t)$  при  $t=0$  или  $t \rightarrow \infty$  и предельными величинами  $K(0)$ ,  $K(\infty)$  коэффициента передачи  $K(f)$  при  $f=0$  или  $f \rightarrow \infty$ . Поскольку в состав реальных устройств входят активные сопротивления, то корни

$$p_k = \sigma_k + j\omega_k$$

уравнения (1.95) имеют отрицательную действительную часть  $\sigma_k < 0$ . Поэтому экспоненциальные функции  $e^{p_k t}$  в соотношении (1.96) затухают с течением времени. При  $t \rightarrow \infty$  получим

$$h(\infty) = \frac{M(0)}{N(0)} = H(0) = K(0). \quad (1.98)$$

Установившееся значение  $h(\infty)$  переходной характеристики при  $t \rightarrow \infty$  равно предельной величине коэффициента передачи  $K(\infty)$  при  $f = 0$ .

Связь между  $h(0)$  и  $K(\infty)$  установим на основании соотношения (1.92). Выделим отрезок  $\Delta t$  вблизи точки  $t=0$ , чтобы на нем можно было считать приближенно  $h(t) = h(0)$ . Тогда

$$\begin{aligned} H(p) &= p \int_0^{\Delta t} h(t) e^{-pt} dt + p \int_{\Delta t}^{\infty} h(t) e^{-pt} dt \cong \\ &\cong h(0) [1 - e^{-p\Delta t}] + p \int_{\Delta t}^{\infty} h(t) e^{-pt} dt. \end{aligned}$$

Так как

$$\lim_{p \rightarrow \infty} p e^{-p\Delta t} = 0,$$

$$\lim_{p \rightarrow \infty} e^{-p\Delta t} = 0,$$

то

$$K(\infty) = H(\infty) = h(0). \quad (1.99)$$

Хотя для простоты выше приведено приближенное доказательство равенства (1.99), оно является точным, так как сохраняет свое значение при  $\Delta t \rightarrow 0$ . Таким образом, начальное значение  $h(0)$  переходной характеристики  $h(t)$  при  $t=0$  равно предельному значению  $K(\infty)$  коэффициента передачи  $K(f)$  при  $f \rightarrow \infty$ .

Равенства (1.98) и (1.99) можно пояснить физически. Если рассматривается цепь с нулевыми начальными условиями, то в момент  $t=0$  включения входного напряжения ток во всех индуктивностях и напряжение на каждой емкости равны нулю. Следовательно, чтобы найти начальное значение  $h(0)$  переходной характеристики, необходимо замкнуть накоротко все емкости цепи и выключить все индуктивности. То же самое необходимо сделать для определения амплитуды напряжения на выходе, если на вход подается гармонический сигнал с частотой  $f \rightarrow \infty$ , так как индуктивное сопротивление  $\omega L$  пропорционально частоте, а емкостное  $\frac{1}{\omega C}$  — обратно пропорционально частоте.

При  $t \rightarrow \infty$ , когда в цепи заканчиваются переходные процессы, возникшие при включении перепада напряжения на входе, во всех индуктивностях будет протекать постоянный ток, не вызывающий появления э.д.с. самоиндукции (напряжение на индуктивности равно нулю), а заряд или разряд всех емкостей прекратится, из-за чего будут равны нулю токи через все емкости. Поэтому для определения установившегося значения  $h(\infty)$  переходной характеристики необходимо замкнуть накоротко все индуктивности и выключить все конденсаторы. Очевидно, что такую же операцию мы должны произвести для определения амплитуды на-

пряжения на выходе, если на входе действует гармонический сигнал с частотой  $f \rightarrow 0$ .

Таким образом, предельные значения коэффициента передачи  $K(0)$  и  $K(\infty)$  связаны соответственно с установившимся  $h(\infty)$  и начальным  $h(0)$  значениями переходной характеристики и определяются исключительно активными сопротивлениями цепи.

Вид частотных характеристик линейной цепи позволяет не только определить предельные значения переходной характеристики, но и предсказать ее форму во многих случаях. В состав спектра единичного перепада  $1(t)$ , как известно, входят гармоники с частотами от  $f=0$  до  $f \rightarrow \infty$ , поэтому для передачи его без искажений полоса пропускания  $\Delta f$  должна быть бесконечно большой. Чтобы установить характер искажений, возникающих за счет ограничения полосы пропускания со стороны низких или высоких частот, сравним вид амплитудно-частотной  $K(f)$  и переходной  $h(t)$  характеристик для цепи  $RC$  при различных постоянных времени  $\tau_{н1} = \tau_{н}$  и  $\tau_{н2} = 2\tau_{н}$  (рис. 1.20 и 1.21).

В цепи  $RC$  первого вида амплитудно-частотная характеристика  $K_C(f)$  интенсивно спадает при  $f > f_{вс}$ , и ослабляются при передаче гармоники с высокими частотами. В той же цепи при включении единичного перепада  $1(t)$  на входе сигнал на выходе  $h_C(t)$  нарастает постепенно. Следовательно, ограничение полосы пропускания со стороны высоких частот приводит к искажениям в передаче скачка. Расширение полосы пропускания в области высоких частот (в цепи  $RC$  первого вида при уменьшении постоянной времени) ускоряет нарастание переходной характеристики, что улучшает передачу скачков (рис. 1.20).

В цепи  $RC$  второго вида амплитудно-частотная характеристика  $K_R(f)$  интенсивно спадает при  $f < f_{нR}$ , и ослабляются при передаче гармоники с низкими частотами. В той же цепи переходная характеристика  $h_R(t)$  в момент включения имеет скачок, а затем постепенно спадает. Следовательно, ограничение полосы пропускания со стороны низких частот приводит к искажениям в передаче вершины единичного перепада. Расширение полосы пропускания в области низких частот (в цепи  $RC$  второго вида при увеличении постоянной времени) замедляет спадание переходной характеристики, что улучшает передачу вершины сигнала (рис. 1.21).

На основании установленных выше основных соотношений можно доказать, что такими же свойствами обладают и другие линейные цепи с аналогичными частотными характеристиками. В частности, в реальных усилителях, имеющих амплитудно-частотную характеристику, показанную на рис. 1.22,а, переходная характеристика изменяется, как показано на рис. 1.22,б. Благодаря уменьшению коэффициента передачи  $K(f)$  в области высоких частот наблюдается вместо скачка постепенное нарастание переходной характеристики  $h(t)$ . Из-за уменьшения  $K(f)$  в области низких частот функция  $h(t)$  после достижения максимума постепенно спадает.

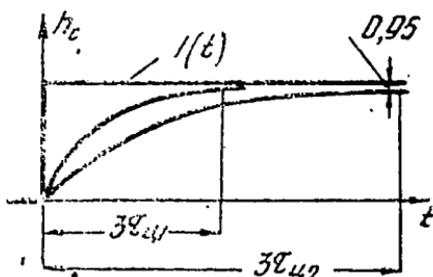
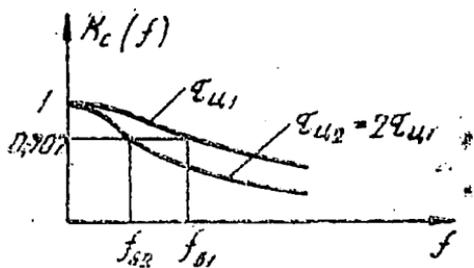


Рис. 1.20. Сравнение частотных и переходной характеристик цепи RC первого вида при различных постоянных времени.

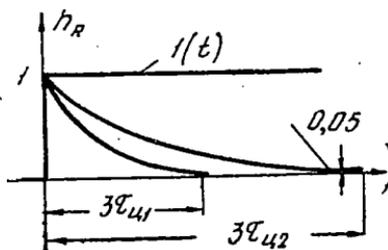
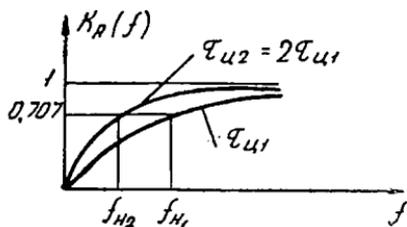


Рис. 1.21. Сравнение частотных и переходной характеристик цепи RC второго вида при различных постоянных времени.

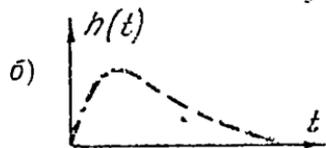
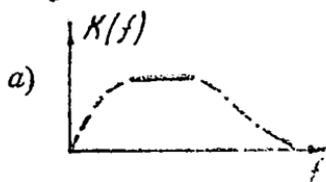


Рис. 1.22. Сравнение вида амплитудно-частотной и переходной характеристик усилителя.

При изучении работы усилителя или другой линейной цепи спектральным методом достаточно рассмотреть процессы лишь при действии гармонического сигнала (1.36). Для этого случая после замены мгновенных напряжений и токов их комплексными амплитудами, а индуктивностей и емкостей — их комплексными сопротивлениями  $X_L = j\omega L$  и  $X_C = \frac{1}{j\omega C}$  можно характеризовать

линейную цепь некоторой совокупностью комплексных сопротивлений  $\dot{Z}$  или проводимостей  $\dot{Y}$ .

Введем обобщенные комплексные параметры усилительного устройства (рис. 1.1) и составим его эквивалентную схему при действии гармонического сигнала, воспользовавшись теоремой об эквивалентном генераторе (теоремой Тевенена). Согласно этой теореме любая часть линейной цепи в некотором сечении (например, 1—1 или 2—2 на рис. 1.1.) может быть заменена эквивалентным генератором с э.д.с., имеющей комплексную амплитуду  $\dot{E}_s$ , и последовательно с ним включенным эквивалентным сопротивлением  $Z_s$ , причем  $\dot{E}_s$  и  $Z_s$  определяются по следующему правилу:

1) эквивалентная э.д.с. равна напряжению холостого хода в рассматриваемом сечении;

2) эквивалентное сопротивление  $Z_s$  равно сопротивлению заменяемой части цепи в рассматриваемом сечении при условии, что все источники переменного напряжения закорочены, а источники тока выключены.

Выясним, какими основными параметрами характеризуется усилитель при действии синусоидального сигнала. Разомкнем схему (рис. 1.1) в сечении 1—1. Так как напряжение  $u_1$  на входе усилителя создается только источником сигнала, то после размыкания в сечении 1—1 напряжение холостого хода (со стороны усилителя) равно нулю. Следовательно, на зажимах 1—1 усилитель с присоединенной нагрузкой является пассивным устройством, потребляющим энергию от источника сигнала, и характеризуется лишь эквивалентным сопротивлением  $Z_{вх}$ .

Для измерения этого сопротивления (рис. 1.23) после размыкания усилительного устройства (рис. 1.1) в сечении 1—1 извне подается напряжение с комплексной амплитудой  $\dot{U}_1$  и определяется комплексная амплитуда тока  $\dot{I}_1$  на входе усилителя. Тогда

$$\dot{Z}_{вх} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} \quad (1.100)$$

Так как после размыкания в сечении 1—1 нагрузка остается присоединенной к усилителю, то найденное из указанного выше

опыта сопротивление  $\dot{Z}_{вх}$  называется *входным сопротивлением нагруженного усилителя*. В теории усилителей рассматривается также *входная проводимость нагруженного усилителя*

$$\dot{Y}_{вх} = \frac{1}{\dot{Z}_{вх}} = \frac{I_1}{\dot{U}_1} \quad (1.101)$$

Если разомкнуть схему (рис. 1.1) в сечении 2—2, то под действием источника сигнала на выходе усилителя создается напряжение холостого хода с комплексной амплитудой  $\dot{E}_{вых}$ , которая пропорциональна амплитуде входного сигнала  $\dot{U}_1$ . Согласно тео-

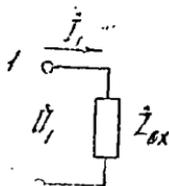


Рис. 1.23. К определению входного сопротивления нагруженного усилителя.

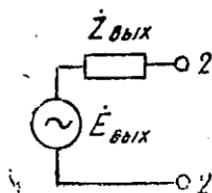


Рис. 1.24. Замена усилителя на его выходных зажимах 2—2 эквивалентным генератором.

реме об эквивалентном генераторе последовательно с генератором  $\dot{E}_{вых}$  необходимо включить эквивалентное сопротивление  $\dot{Z}_{вых}$  (рис. 1.24). Эта схема характеризует со стороны выходных зажимов 2—2 свойства усилителя совместно с включенным на входе источником сигнала.

Величина  $\dot{Z}_{вых}$  называется *выходным сопротивлением усилителя* и определяется из такого же опыта, как и  $\dot{Z}_{вх}$ . Так как для усилителя единственным источником переменного напряжения является источник входного сигнала, то при определении  $\dot{Z}_{вых}$

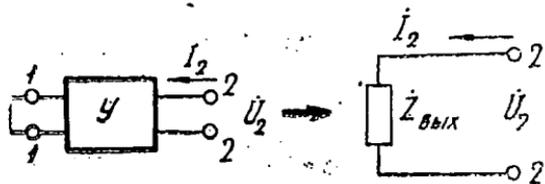


Рис. 1.25. К определению выходного сопротивления усилителя.

согласно теореме об эквивалентном генераторе необходимо замкнуть зажимы 1—1, т. е. считать  $u_1=0$  (рис. 1.25). Разомкнув

после этого усилительное устройство (рис. 1.1) в сечении 2—2 и подавая извне напряжение  $U_2^*$ , определяем ток  $I_2$  на выходе усилителя. Тогда

$$\dot{Z}_{\text{вых}} = \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2} \Big|_{U_1=0} \quad (1.102)$$

Рассматривают также *выходную проводимость усилителя*

$$\dot{Y}_{\text{вых}} = \frac{1}{\dot{Z}_{\text{вых}}} = \frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_2} \Big|_{U_1=0} \quad (1.103)$$

Для комплексных величин  $\dot{Y}_{\text{вх}}$  и  $\dot{Y}_{\text{вых}}$  далее будем использовать такие обозначения

$$\dot{Y}_{\text{вх}} = g_{\text{вх}}(\omega) + j b_{\text{вх}}(\omega); \quad (1.104)$$

$$\dot{Y}_{\text{вых}} = g_{\text{вых}}(\omega) + j b_{\text{вых}}(\omega), \quad (1.105)$$

где  $g_{\text{вх}}$ ,  $g_{\text{вых}}$  — соответственно действительные части комплексных величин  $\dot{Y}_{\text{вх}}$  и  $\dot{Y}_{\text{вых}}$ ;

$b_{\text{вх}}$ ,  $b_{\text{вых}}$  — модули их мнимых частей.

Параметры источника сигнала и нагрузки определяются аналогичным образом. Нагрузка — это пассивное устройство, потребляющее энергию от усилителя. Поэтому на ее входных зажимах 2—2 она (как и усилитель на зажимах 1—1) характеризуется нагрузочным сопротивлением  $Z_{\text{н}}$  (или проводимостью  $\dot{Y}_{\text{н}}$ ). Свойства источника сигнала на его выходных зажимах 1—1 (как и усилителя на зажимах 2—2) определяются напряжением холостого хода  $E_{\text{н}}$  и его внутренним сопротивлением  $Z_{\text{н}}$ . Параметры  $Z_{\text{н}}$  и  $Z_{\text{н}}$  определяются из таких же опытов, как  $Z_{\text{вх}}$  и  $Z_{\text{вых}}$ .

Таким образом, если усилитель, источник сигнала и нагрузка обладают линейными свойствами, то усилительное устройство (рис. 1.1) может быть заменено эквивалентной схемой (рис. 1.26), в которой учтены введенные выше обобщенные параметры.

В теории усилителей рассматривают также эквивалентную схему с генераторами тока. Преобразуем схему (рис. 1.27,а) согласно теореме об эквивалентном генераторе в схему (рис. 1.27,б). Напряжение холостого хода в сечении 1—1 равно

$$\dot{E} = \frac{I}{\dot{Y}} \quad (1.106)$$

\* Здесь и далее для краткости используются термины «напряжение» и «ток» вместо «комплексная амплитуда напряжения» или «комплексная амплитуда тока».

Подавая извне напряжение на зажимы 1—1 после выключения генератора тока  $\dot{I}$ , получим

$$\dot{Z} = \frac{1}{\dot{Y}}. \quad (1.107)$$

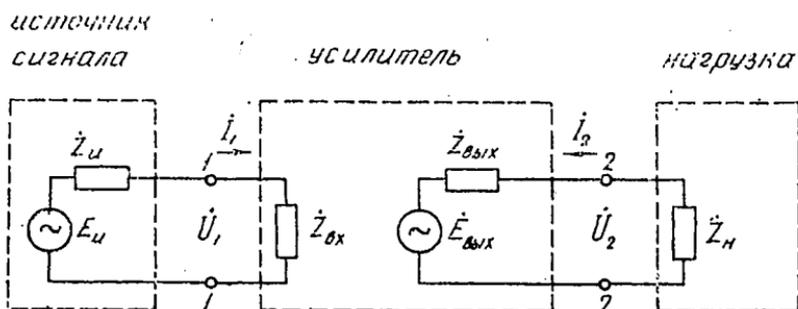


Рис. 1.26. Эквивалентная схема усилительного устройства с генератором напряжения.

Следовательно, схема (рис. 1.27,а), состоящая из генератора тока  $\dot{I}$  с параллельно включенной проводимостью  $\dot{Y}$ , эквивалентна схеме (рис. 1.27,б), состоящей из генератора напряжения  $\dot{E}$  с последовательно включенным сопротивлением  $\dot{Z}$ , причем связь между  $\dot{E}$  и  $\dot{I}$ , а также  $\dot{Z}$  и  $\dot{Y}$  устанавливается соотношениями (1.106) и (1.107). Нетрудно заметить, что ток  $\dot{I}$  — это ток короткого замыкания в сечении 1—1.

Учитывая эквивалентность схем с генераторами тока и напряжения, преобразуем схему (рис. 1.26), как показано на рис. 1.28. В этой функциональной схеме согласно равенствам (1.106) и (1.107)

$$\dot{I}_н = \frac{\dot{E}_н}{\dot{Z}_н}; \quad (1.108)$$

$$\dot{I}_{вых} = \frac{\dot{E}_{вых}}{\dot{Z}_{вых}}; \quad (1.109)$$

$$\dot{Y}_н = \frac{1}{\dot{Z}_н}; \quad \dot{Y}_н = \frac{1}{\dot{Z}_н}. \quad (1.110)$$

Рис. 1.27. Преобразование генератора тока в генератор напряжения.

Перейдем к записи уравнений, связывающих токи  $\dot{I}_1$  и  $\dot{I}_2$  с напряжениями  $\dot{U}_1$  и  $\dot{U}_2$ . Будем отсчитывать напряжения  $U_1$  и  $U_2$  по отношению к нижним зажимам на схеме (рис. 1.28), а токи

$I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_{II}$  и  $I_{\text{вых}}$  считаются положительными, если они протекают в направлении, указанном стрелками на рис. 1.28.

Как видно из соотношений (1.108) и (1.109) и функциональной схемы (рис. 1.28), токи  $I_{II}$  и  $I_{\text{вых}}$  суть токи короткого замыкания

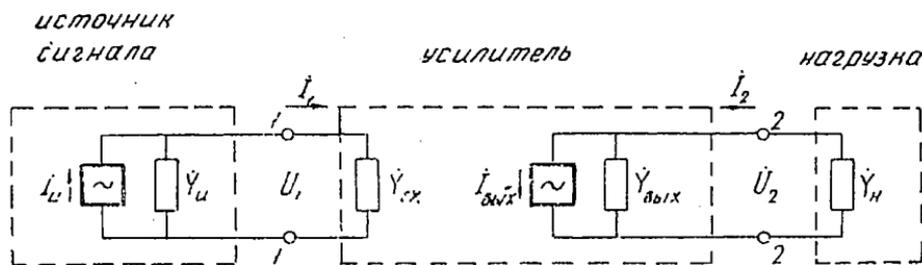


Рис. 1.28. Эквивалентная схема усилительного устройства с генераторами тока.

соответственно в сечении 1—1 или 2—2. Поэтому ток  $I_{\text{вых}}$  зависит только от входного напряжения  $\dot{U}_1$ , и можно записать

$$I_{\text{вых}} = \dot{Y}_{21} \cdot \dot{U}_1.$$

Коэффициент  $\dot{Y}_{21}$  носит название *проходной проводимости* и по определению равен

$$\dot{Y}_{21} = \frac{I_{\text{вых}}}{\dot{U}_1} = \frac{I_2}{\dot{U}_1} \Big|_{U_2=0}. \quad (1.111)$$

Он определяется отношением тока  $I_2$  короткого замыкания на выходе усилителя к входному напряжению  $\dot{U}_1$ .

Как видно из схемы (рис. 1.28), при подсоединении нагрузки к усилителю ток  $I_2$  на выходе состоит из двух компонент: тока  $I_{\text{вых}}$  эквивалентного генератора и другой компоненты, определяемой  $\dot{Y}_{\text{вых}}$ . Значит,

$$I_2 = I_{\text{вых}} + \dot{Y}_{\text{вых}} \dot{U}_2 = \dot{Y}_{21} \cdot \dot{U}_1 + \dot{Y}_{\text{вых}} \cdot \dot{U}_2.$$

Для выходной проводимости  $\dot{Y}_{\text{вых}}$  применяют также обозначение  $\dot{Y}_{22}$ . Полагая

$$\dot{Y}_{\text{вых}} = \dot{Y}_{22},$$

получим

$$I_2 = \dot{Y}_{21} \cdot \dot{U}_1 + \dot{Y}_{22} \cdot \dot{U}_2. \quad (1.112)$$

Заметим, что из соотношения (1.109) следует что

$$\dot{Y}_{\text{вых}} = \dot{Y}_{22} = \frac{1}{Z_{\text{вых}}} = \frac{I_{\text{вых}}}{\dot{E}_{\text{вых}}}. \quad (1.113)$$

Соотношение (1.113) показывает, что *выходная проводимость*  $\dot{Y}_{22}$  усилителя определяется отношением тока  $\dot{I}_{\text{вых}}$  короткого замыкания к напряжению  $\dot{E}_{\text{вых}}$  холостого хода на выходе усилителя. Это правило весьма удобно для практического определения  $\dot{Y}_{22}$ , так как  $\dot{I}_{\text{вых}}$  и  $\dot{E}_{\text{вых}}$  определяются в *реальной* схеме усилителя при действии входного сигнала, изменяются только условия работы на выходе. Согласно же основной формуле (1.103) выходная проводимость  $\dot{Y}_{\text{вых}}$  определяется по существу на основании мысленного опыта короткого замыкания на входе и присоединения источника сигнала к выходу усилителя, т. е. для режима, в котором реальный усилитель не работает.

Входной ток  $\dot{I}_1$  усилителя можно определить из следующих соображений. При коротком замыкании на выходе ( $U_2=0$ ) он зависит только от входного напряжения  $\dot{U}_1$ :

$$\dot{I}_1 = \dot{Y}_{11} \cdot \dot{U}_1.$$

Здесь коэффициент  $\dot{Y}_{11}$ , называемый *собственной входной проводимостью* усилителя, по определению равен

$$\dot{Y}_{11} = \left. \frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_1} \right|_{U_2=0}. \quad (1.114)$$

Он определяется отношением входного тока  $\dot{I}_1$  к входному напряжению  $\dot{U}_1$  при коротком замыкании на выходе.

При подключении нагрузки к усилителю ( $U_2 \neq 0$ ) величина входного тока, как правило, изменяется вследствие внутренней обратной связи. Дополнительная компонента входного тока прямо пропорциональна  $\dot{U}_2$ . Поэтому можно записать

$$\dot{I}_1 = \dot{Y}_{11} \cdot \dot{U}_1 + \dot{Y}_{12} \cdot \dot{U}_2. \quad (1.115)$$

Коэффициент  $\dot{Y}_{12}$ , носящий название *обратной проходной проводимости*, определяется из мысленного опыта короткого замыкания на входе и присоединения источника переменного напряжения к выходу усилителя. Полагая в соотношении (1.115)  $U_1=0$ , получим

$$\dot{Y}_{12} = \left. \frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_2} \right|_{U_1=0}. \quad (1.116)$$

Параметр  $\dot{Y}_{12}$  определяется отношением входного тока  $\dot{I}_1$  к напряжению  $\dot{U}_2$  на выходе при коротком замыкании на входе.

Система из четырех коэффициентов  $\dot{Y}_{11}$ ,  $\dot{Y}_{21}$ ,  $\dot{Y}_{22}$ ,  $\dot{Y}_{12}$  называется системой  $Y$ -параметров линейной цепи. Помимо нее в теории четырехполюсников рассматривают также систему  $Z$  или  $h$ -параметров. Поскольку при изучении усилителей удобно считать ос-

повной функциональную схему (рис. 1.28), то в настоящей книге рассматривается только система  $Y$ -параметров.

Так как  $Y$ -параметры определяются из опытов короткого замыкания на входе и выходе усилителя, то они зависят только от внутренних элементов, входящих в состав усилителя или другой линейной цепи. Нагрузка и источник сигнала на величину  $Y$ -параметров не влияют.

На основании уравнений (1.112) и (1.115) составляется эквивалентная схема четырехполюсника (рис. 1.29). В ней члены

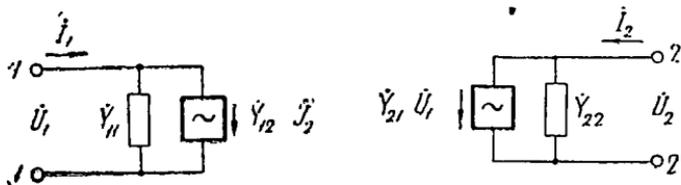


Рис. 1.29. Эквивалентная схема четырехполюсника для  $Y$ -параметров.

$\dot{Y}_{21} \dot{U}_1$  и  $\dot{Y}_{12} \dot{U}_2$  учитываются генераторами тока, так как напряжение  $U_1$  не действует непосредственно в выходной цепи, а напряжение  $U_2$  — во входной. Проводимости  $\dot{Y}_{11}$  и  $\dot{Y}_{22}$  включаются соответственно во входную или выходную цепь.

Установим связь входной проводимости  $Y_{вх}$  нагруженного усилителя с  $Y$ -параметрами. При действии входного напряжения на выходе усилителя получим сигнал

$$\dot{U}_2 = K(j\omega) \cdot \dot{U}_1,$$

где  $K(j\omega)$  — комплексный коэффициент передачи. Подставим это выражение в (1.115). Тогда получим

$$\dot{I}_1 = [\dot{Y}_{11} + K(j\omega) \dot{Y}_{12}] \cdot \dot{U}_1. \quad (1.117)$$

Сравнивая соотношение (1.117) с формулой (1.101), замечаем, что

$$\dot{Y}_{вх} = \dot{Y}_{11} + K(j\omega) \dot{Y}_{12}. \quad (1.118)$$

Если внутренняя обратная связь в усилителе отсутствует ( $\dot{Y}_{12} = 0$ ), то входная проводимость нагруженного усилителя

$$\dot{Y}_{вх} = \dot{Y}_{11}$$

определяется только собственной входной проводимостью.

Комплексный коэффициент передачи  $K(j\omega)$  также связан с  $Y$ -параметрами усилителя. При указанных на рис. 1.28 направлениях токов имеем

$$\dot{U}_2 = -\dot{I}_2 \cdot \dot{Z}_н = -\frac{\dot{I}_2}{\dot{Y}_н}.$$

Подставляя выражение (1.112) для тока  $\dot{I}_2$ , получим

$$\dot{U}_2 = -\frac{1}{Y_n} [\dot{Y}_{21} \cdot \dot{U}_1 + \dot{Y}_{22} \cdot \dot{U}_2]. \quad (1.119)$$

Отсюда

$$K(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = -\frac{\dot{Y}_{21} \cdot \dot{Z}_n}{1 + \dot{Y}_{22} \cdot \dot{Z}_n} = -\frac{\dot{Y}_{21}}{\dot{Y}_n + \dot{Y}_{22}}. \quad (1.120)$$

Эквивалентные схемы (рис. 1.26 и 1.28) составлены для комплексных амплитуд напряжений и токов, когда предполагается, что на входе усилителя действует сигнал синусоидальной формы с фиксированной частотой  $f$ . Этими схемами можно пользоваться при воздействии сложного сигнала, если представить его в виде спектра. Тогда свойства усилителя при передаче сигнала сложной формы определяются его частотными характеристиками и зависимостью от частоты  $Y$ -параметров.

Можно показать, что если в выражениях для  $Y$ -параметров заменить  $j\omega$  на оператор  $p$  и от мгновенных значений  $u(t)$  и  $i(t)$  входных и выходных напряжений и токов перейти к их операционным изображениям  $U(p)$  и  $I(p)$ , то получим эквивалентную схему усилителя, аналогичную схеме (рис. 1.28). Эту схему можно также преобразовать в схему с генератором напряжения, аналогичную приведенной на рис. 1.26.

Эквивалентная схема для операционных изображений удобна при анализе усилителя временным методом, так как дает непосредственно связь между изображениями  $U_2(p)$  и  $U_1(p)$ .

Операционный коэффициент передачи определяется из соотношения, аналогичного (1.120):

$$H(p) = K(p) = -\frac{Y_{21}(p)}{Y_n(p) + Y_{22}(p)}. \quad (1.121)$$

Форма переходной характеристики  $h(t)$  определяется по формулам (1.96) или (1.97), а форма выходного сигнала  $u_2(t)$  — на основании интеграла суперпозиции. Если найдено операционное изображение  $U_2(p)$ , то сигнал  $u_2(t)$  можно найти и непосредственно по формуле, аналогичной (1.96) или (1.97).

### Классификация усилителей по виду усиления

Хотя с энергетической точки зрения всякий усилитель является усилителем мощности, в теории передачи сигналов рассматривают усилители напряжения, тока и мощности. Различия в их свойствах определяются соотношением между проводимостями  $Y_{\text{вых}}$  и  $Y_n$  на схеме (рис. 1.28).

Чтобы в полосе пропускания усилителя амплитудно-частотная характеристика была равномерной, проводимости  $Y$  схемы (рис.

1.28) должны быть активными. Поэтому при классификации усилителей можно полагать, что  $Y$ -параметры и проводимость  $Y_n$  имеют только действительные составляющие и равны

$$Y_{22} = g_{22}; Y_{21} = g_{21}; Y_{11} = g_{11}; Y_{12} = g_{12}; Y_n = g_n.$$

*Усилитель напряжения* — это устройство, в котором проводимость нагрузки  $g_n$  значительно меньше выходной проводимости  $g_{22}$  ( $g_n \ll g_{22}$ ). В таком усилителе общая проводимость на выходе  $g_{22} + g_n$  имеет наименьшее значение, а потому обеспечивается наибольшее усиление по напряжению.

Полагая  $g_n \ll g_{22}$ , на основании соотношения (1.119) получим

$$U_2 = \frac{g_{21}}{g_{22}} \cdot U_1.$$

Отсюда видно, что напряжение  $U_2$  практически не зависит от проводимости нагрузки  $g_n$ , и небольшие ее вариации, которые всегда имеют место в реальных устройствах, почти не влияют на напряжение  $U_2$ . Следовательно, в усилителе напряжения стабилизируется амплитуда напряжения на выходе (на нагрузке). Очевидно, ток в нагрузке

$$I_2 = U_2 \cdot g_n$$

изменяется почти пропорционально  $g_n$ .

*Усилитель тока* — это устройство, в котором проводимость нагрузки  $g_n$  значительно больше выходной проводимости  $g_{22}$  ( $g_n \gg g_{22}$ ). В таком усилителе ток в нагрузке почти равен току генератора  $I_{\text{вых}}$ , что обеспечивает наибольшее усиление по току.

Так как  $I_2 \cong I_{\text{вых}}$  и не зависит от  $g_n$ , то в данном усилителе стабилизируется амплитуда тока в нагрузке. Напряжение на нагрузке

$$U_2 = \frac{I_2}{g_n}$$

изменяется практически обратно пропорционально  $g_n$ .

В зависимости от того, что необходимо стабилизировать по условиям работы устройства ( $U_2$  или  $I_2$ ), усилитель рассчитывается в режиме усиления по напряжению или току. Усилением по мощности для этих классов усилителей не интересуются, хотя оно в реальных схемах всегда имеет место, так как мощность  $P_{\text{вых}}$ , потребляемая усилителем, очень мала.

*Усилитель мощности* (в узком смысле) — это устройство, в котором проводимости  $g_n$  и  $g_{22}$  сравнимы между собой (но не обязательно равны). В таком усилителе в нагрузку отдается сравнительно большая мощность  $P_n$ , так как обеспечивается усиление как напряжения, так и тока. Но амплитуды  $U_2$  и  $I_2$  зависят от  $g_n$  и не стабилизируются.

Усиление по мощности производится в так называемых выходных каскадах, нагруженных на внешнее устройство (динамик, реле, передатчик), потребляющее значительную мощность. Усиление по напряжению и току осуществляется в каскадах предварительного усиления, нагруженных на другой усилитель. Ламповые схемы работают обычно как усилители напряжения, транзисторные — как усилители тока.

---

## ГЛАВА 2

### ВОЗДЕЙСТВИЕ СИГНАЛОВ НА ПРОСТЫЕ ЛИНЕЙНЫЕ ЦЕПИ

В усилительной и импульсной технике широкое применение находят цепи  $RC$ ,  $RL$  или  $RLC$ , в которых переходные процессы описываются дифференциальными уравнениями первого или второго порядка. Изучим воздействие сигналов на такие цепи, которые далее назовем простыми линейными цепями.

#### § 2.1. ВОЗДЕЙСТВИЕ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ИМПУЛЬСА НА ЛИНЕЙНУЮ ЦЕПЬ

##### Общая формула для напряжения на выходе

Пусть на вход линейной цепи с известной переходной характеристикой  $h(t)$  воздействует прямоугольный импульс  $u_1(t)$ . Найдем форму напряжения на выходе  $u_2(t)$ . Представим прямоугольный импульс с амплитудой  $U_1$  в виде суммы двух напряжений  $u_{11}(t)$  и  $u_{12}(t)$  (рис. 2.1), первое из которых включается в момент возникновения импульса и равно

$$u_{11}(t) = U_1 1(t),$$

а второе включается в момент окончания импульса и равно

$$u_{12}(t) = -U_1 1(t - t_n).$$

Тогда выражение для прямоугольного импульса принимает вид

$$\begin{aligned} u_1(t) &= u_{11}(t) + u_{12}(t) = \\ &= U_1 1(t) - U_1 1(t - t_n). \end{aligned} \quad (2.1)$$

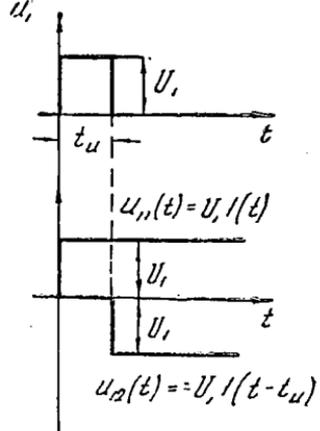


Рис. 2.1. Замена прямоугольного импульса суммой двух перепадов напряжения.

На основании принципа суперпозиции рассмотрим действие на четырехполюсник каждого элементарного напряжения  $u_{11}(t)$  и

$u_{12}(t)$  в отдельности. Элементарное напряжение  $u_{21}(t)$  на выходе, возникающее при включении  $u_{11}(t)$  на входе, определим по формуле (1.75):

$$u_{21}(t) = U_1 h(t) \mathbf{1}(t).$$

Для определения элементарного напряжения  $u_{22}(t)$ , возникающего при включении  $u_{12}(t)$ , необходимо учесть отрицательный знак последнего и сдвиг момента включения на величину длительности импульса. Тогда.

$$u_{22}(t) = -U_1 h(t - t_n) \cdot \mathbf{1}(t - t_n).$$

Складывая  $u_{21}(t)$  и  $u_{22}(t)$ , находим напряжение на выходе:

$$u_2(t) = u_{21}(t) + u_{22}(t) = U_1 [h(t) \cdot \mathbf{1}(t) - h(t - t_n) \mathbf{1}(t - t_n)]. \quad (2.2)$$

Так как переходная характеристика  $h(t)$  линейной цепи определяется при нулевых начальных условиях, то формула (2.2) справедлива, если в момент  $t=0$  равны нулю напряжения на всех емкостях и токи во всех индуктивностях. В противном случае необходимо учесть действие этих начальных условий.

Для наглядного представления переходного процесса полезно записать на основании формулы (2.2) отдельно соотношения для промежутка  $0 < t < t_n$  и  $t > t_n$ . Во время действия импульса ( $0 < t < t_n$ )

$$\mathbf{1}(t) = 1; \quad \mathbf{1}(t - t_n) = 0.$$

Поэтому

$$u_2(t) = U_1 h(t). \quad (2.3)$$

После окончания импульса ( $t > t_n$ ) имеем

$$\mathbf{1}(t) = 1; \quad \mathbf{1}(t - t_n) = 1.$$

Значит,

$$u_2(t) = U_1 [h(t) - h(t - t_n)]. \quad (2.4)$$

Форма напряжения  $u_2(t)$  на выходе в течение импульса определяется самой переходной характеристикой  $h(t)$ . После окончания импульса  $u_2(t)$  определяется разностью обычной переходной характеристики  $h(t)$  и сдвинутой переходной характеристики  $h(t - t_n)$ . Соотношения (2.3) и (2.4) удобны для анализа конкретных цепей и будут использованы в дальнейшем.

## Формулы для цепи RC

Подставляя в соотношение (2.3) значения  $h_C(t)$  и  $h_R(t)$  из формул (1.81) и (1.83), получим для цепи RC в промежутке  $0 < t < t_{II}$

$$u_C = U_1 h_C(t) = U_1 \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau_{II}}} \right); \quad (2.5)$$

$$u_R = U_1 \cdot h_R(t) = U_1 \cdot e^{-\frac{t}{\tau_{II}}}. \quad (2.6)$$

Эти формулы показывают, что во время действия прямоугольного импульса в цепи RC происходит заряд конденсатора (рис. 2.2).

Согласно соотношениям (1.83') и (1.83'') по мере нарастания  $u_C$  напряжение  $u_R$  и ток заряда  $i_3$  постепенно спадают. В момент окончания импульса  $t = t_{II}$  конденсатор C заряжается до максимального напряжения:

$$U_{Cm} = U_1 \left( 1 - e^{-\frac{t_{II}}{\tau_{II}}} \right). \quad (2.7)$$

Если подставить  $h_C(t)$  в соотношение (2.4), то для промежутка  $t > t_{II}$  найдем

$$u_C = U_1 \left[ \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau_{II}}} \right) - \left( 1 - e^{-\frac{t-t_{II}}{\tau_{II}}} \right) \right],$$

или

$$u_C = U_{Cm} e^{-\frac{t-t_{II}}{\tau_{II}}}. \quad (2.8)$$

Точно также после подстановки  $h_R(t)$  получим

$$u_R = U_1 \left[ e^{-\frac{t}{\tau_{II}}} - e^{-\frac{t-t_{II}}{\tau_{II}}} \right],$$

или

$$u_R = -U_{Cm} \cdot e^{-\frac{t-t_{II}}{\tau_{II}}} = -u_C. \quad (2.9)$$

После окончания импульса источник импульсов оказывается замкнутым ( $u_1 = 0$ ). Поэтому зарядившийся ранее конденсатор C постепенно разряжается через сопротивление R (рис. 2.3). Ток разряда протекает в противоположном направлении, поэтому на сопротивлении R создается отрицательное напряжение. По абсолютной величине  $u_C$  и  $u_R$  равны, так как оба элемента соединены параллельно.

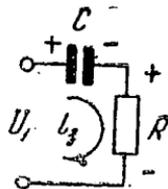


Рис. 2.2. Заряд конденсатора во время действия прямоугольного импульса.

Поскольку при действии импульса напряжения  $u_C$  и  $i_R$  определяются соответствующими переходными характеристиками  $h_C(t)$  или  $h_R(t)$ , то конкретная форма напряжений зависит от соотношения между длительностью импульса  $t_{\text{и}}$  и длительностью переходного процесса  $\tau_{\text{п}} \cong 3\tau_{\text{ц}}$ .

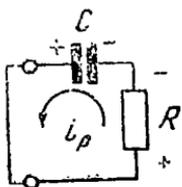


Рис. 2.3. Разряд конденсатора после окончания импульса.

Если  $\tau_{\text{п}} \ll t_{\text{и}}$ , то в течение действия импульса переходная характеристика  $h_C(t)$  достигает установившегося значения  $h_C(\infty) = 1$ , а переходная характеристика  $h_R(t)$  успевает практически снизиться до нулевого установившегося значения. Иначе говоря, за время действия импульса конденсатор успеет зарядиться практически до напряжения  $U_{C\text{м}} = U_1$ , а напряжение  $u_R$  и ток заряда  $i_z$  за время  $\tau_{\text{п}} \cong 3\tau_{\text{ц}}$  упадет до нуля.

За длительность разряда  $t_p$  принимается время, в течение которого напряжения  $u_C$  и  $u_R$  уменьшаются до значения, равного  $0,05 U_{C\text{м}}$ . Так как согласно формуле (2.8) разряд конденсатора также происходит по экспоненциальному закону, то, полагая

$$t - t_{\text{и}} = t_p \text{ и } u_C = 0,05 U_{C\text{м}},$$

получим

$$U_{C\text{м}} e^{-\frac{t_p}{\tau_{\text{ц}}}} = 0,05 U_{C\text{м}},$$

откуда

$$t_p = \tau_{\text{п}} = \tau_{\text{ц}} \ln 20 \cong 3\tau_{\text{ц}}.$$

Графики напряжений для данного случая, построенные по формулам (2.5) — (2.9), приведены на рис. 2.4. Так как постоянная времени  $\tau_{\text{ц}}$  весьма мала, то как заряд, так и разряд конденсатора протекают быстро, и на сопротивлении  $R$  образуются два коротких импульса: первый (положительный) — при заряде, второй (отрицательный) — при разряде конденсатора. Полярность импульсов различна, так как токи заряда и разряда протекают в противоположных направлениях.

Цепь  $RC$  второго вида (рис. 1.5) с малой  $\tau_{\text{ц}}$  применяется для укорочения импульсов по длительности (*укорачивающая цепь*).

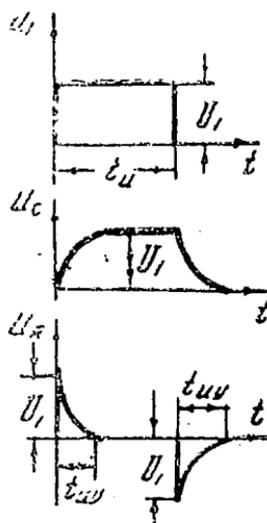


Рис. 2.4. Графики напряжений в цепи  $RC$  с малой постоянной времени  $\tau_{\text{ц}} \ll t_{\text{и}}$ .

Длительность укороченного импульса

$$t_{\text{ны}} \cong 3\tau_{\text{ц}}, \quad (2.10)$$

а амплитуда

$$U_R = U_1. \quad (2.11)$$

На выходе цепи  $RC$  первого вида (рис. 1.3) получается импульс  $u_c$  с искаженным фронтом и спадом. Вместо скачков на выходе наблюдается постепенное нарастание и спадание напряжения. Так как на практике стремятся, как правило, к сокращению длительности фронта (см. введение), то цепь  $RC$  первого вида с малой постоянной времени обычно не используется.

### Цепь $RC$ с большой постоянной времени

Если  $\tau_{\text{ц}} \gg t_{\text{ны}}$ , то за время действия импульса переходная характеристика  $h_c(t)$  не успеет нарасти до установившегося значения, а переходная характеристика  $h_R(t)$  уменьшится до нуля. Следовательно, конденсатор заряжается не полностью до напряжения  $U_{\text{с.м}} \ll U_1$ . После окончания импульса разряд происходит полностью, так как при действии одиночного импульса время разряда не ограничено. Процесс разряда заканчивается за время  $t_p \cong 3\tau_{\text{ц}}$ .

Поскольку заряд конденсатора происходит в течение всего времени действия импульса, то ток заряда создает в промежутке  $0 < t < t_{\text{ны}}$  на сопротивлении  $R$  значительное напряжение  $u_R$ , которое медленно спадает, но остается положительным и в момент  $t = t_{\text{ны}}$ . После прекращения действия импульса (скачок входного напряжения до нуля) ток в цепи меняется также скачкообразно, ибо конденсатор начинает сразу же разряжаться. Поэтому на сопротивлении  $R$  образуется отрицательное напряжение, которое постепенно по мере разряда конденсатора уменьшается до нуля.

Графики напряжений  $u_c$  и  $u_R$  для этого случая показаны на рис. 2.5. При большой  $\tau_{\text{ц}}$  процессы заряда и разряда происходят сравнительно медленно.

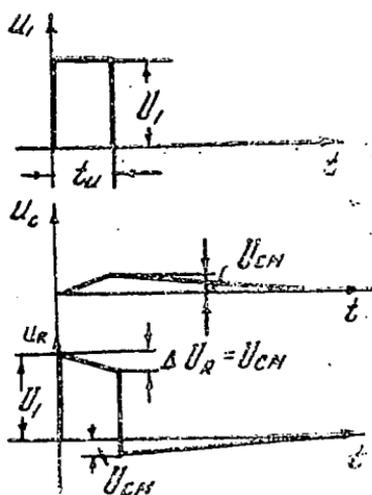


Рис. 2.5. Графики напряжений в цепи  $RC$  с большой постоянной времени  $\tau_{\text{ц}} \gg t_{\text{ны}}$ .

Выясним, по какому приближенному закону изменяются  $u_C$  и  $u_R$  во время действия импульса ( $0 < t < t_n$ ). Представим экспоненциальную функцию рядом Маклорена:

$$e^{-\frac{t}{\tau_u}} = 1 - \frac{t}{\tau_u} + \frac{1}{2!} \left( \frac{t}{\tau_u} \right)^2 - \dots \quad (2.12)$$

Если  $\tau_u \gg t_n$ , то, очевидно, в указанном промежутке  $t \ll \tau_u$ , и можно ограничиться только первыми двумя членами ряда. Значит, приближенно

$$e^{-\frac{t}{\tau_u}} \approx 1 - \frac{t}{\tau_u}. \quad (2.13)$$

Погрешность этого представления, как известно, не превышает величины

$$\Delta = \frac{1}{2} \left( \frac{t}{\tau_u} \right)^2 \ll \frac{1}{2} \left( \frac{t_n}{\tau_u} \right)^2. \quad (2.14)$$

Подставляя выражение (2.13) в формулы (2.5) и (2.6), получим при  $0 < t < t_n$

$$u_C \approx U_1 \cdot \frac{t}{\tau_u}; \quad (2.15)$$

$$u_R = U_1 \left( 1 - \frac{t}{\tau_u} \right). \quad (2.16)$$

В цепи  $RC$  с большой  $\tau_u \gg t_n$  для заряда конденсатора используется начальный участок экспоненциальной кривой (рис. 2.5). Приближенно напряжение  $u_C$  нарастает, а напряжение  $u_R$  убывает по линейному закону.

Определим величину снижения  $\Delta U_R$  вершины импульса на сопротивлении  $R$ , которая равна разности значений  $u_R$  при  $t=0$  и  $t=t_n$ . Подставляя  $u_R(0)$  и  $u_R(t_n)$  из формулы (2.16), получим

$$\Delta U_R = u_R(0) - u_R(t_n) = U_1 \frac{t_n}{\tau_u}. \quad (2.17)$$

Согласно соотношению (2.15) максимальное напряжение на конденсаторе при  $t=t_n$

$$U_{Cm} = U_1 \frac{t_n}{\tau_u}.$$

Следовательно,

$$\Delta U_R \approx U_{Cm}. \quad (2.18)$$

На выходе цепи  $RC$  второго вида (рис. 1.5) образуется импульс, по форме почти совпадающий с входным. Фронт и спад (скачки входного сигнала) передаются полностью, а искажения сводятся к снижению вершины на величину  $\Delta U_R$  и появлению послеимпульсного «хвоста» с амплитудой  $U_{см}$ . Чем больше  $\tau_{ц}$  по сравнению с  $t_{и}$ , тем меньше искажения. Цепь  $RC$  второго вида с большой постоянной времени применяется для передачи сигналов с малыми искажениями (*передающая цепь*).

На выходе цепи  $RC$  первого вида (рис. 1.3) формируется импульс с длительностью  $t_{и} + 3\tau_{ц}$ , превышающей длительность входного сигнала. Она применяется как *удлиняющая цепь*. Кроме того, цепь  $RC$  первого вида используется для формирования импульса напряжения, изменяющегося пропорционально времени.

Изучение воздействия прямоугольного импульса на цепь  $RC$  позволяет сделать два важных вывода, которые справедливы и для сигналов сложной формы. Во-первых, форма колебаний в линейной цепи существенно зависит от соотношения между длительностью переходного процесса  $\tau_{п}$  и длительностью импульса  $t_{и}$ . Во-вторых, одна и та же цепь при постоянных ее параметрах по-разному передает входной сигнал при различной его длительности. В частности, цепь  $RC$  второго вида является укорачивающей, если  $t_{и} \gg \tau_{ц}$ , и передающей, если  $t_{и} \ll \tau_{ц}$ .

### Постулат Мандельштама и Папалекси

Как видно из графиков (рис. 2.4 и 2.5), в цепи  $RC$  скачки входного напряжения полностью передаются на сопротивление  $R$ , а напряжение  $u_C$  изменяется непрерывно. Отсутствие скачков  $u_C$  связано с тем, что невозможны скачки энергии, запасаемой в реактивных элементах электрической цепи.

Приращение энергии  $\Delta W_C$ , сосредоточенной в электрическом поле конденсатора, при заряде его от напряжения  $u_{C1}$  до напряжения  $u_{C2}$ , как известно, равно

$$\Delta W_C = \frac{C}{2} (u_{C2}^2 - u_{C1}^2).$$

Так как источники питания электрических цепей всегда располагают ограниченной мощностью, то приращение запаса энергии  $\Delta W_C$  может произойти только за конечный промежуток времени.

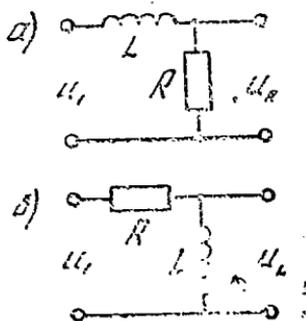
Ток через индуктивность  $i_L$  также изменяется непрерывно при воздействии прямоугольного импульса. Отсутствие скачков тока  $i_L$  связано с тем, что его изменение вызывает приращение энергии, запасаемой в магнитном поле индуктивности.

Таким образом, в электрических цепях возможны скачки только таких электрических величин, которые не связаны с изменением запаса энергии в реактивных элементах цепи.

Это предложение впервые было высказано советскими учеными академиком Л. И. Мандельштамом и академиком Н. Д. Папалекси и носит название постулата Мандельштама и Папалекси.

## Воздействие прямоугольного импульса на цепь $RL$

При последовательном соединении индуктивности  $L$  и сопротивления  $R$  в зависимости от того, с какого элемента снимается напряжение, можно составить два четырёхполюсника. Свойства цепи  $RL$  первого вида (рис. 2.6, а), в которой напряжение снимается с сопротивления, определяются переходной характеристикой  $h_{R1}(t)$ , а цепи второго вида (рис. 2.6, б), в которой напряжение снимается с индуктивности, — переходной характеристикой  $h_L(t)$ . Найдем эти функции.



Для цепи (рис. 2.6, а) уравнение Кирхгофа имеет вид

Рис. 2.6. Цепи  $RL$  первого и второго вида.

$$u_L + u_R = u_1. \quad (2.19)$$

Так как ток  $i_L$ , протекающий в цепи, равен

$$i_L = \frac{u_R}{R}, \quad (2.20)$$

а также напряжение на индуктивности

$$u_L = L \frac{di_L}{dt} = \frac{L}{R} \cdot \frac{du_R}{dt}, \quad (2.21)$$

то после подстановки выражения для  $u_L$  в уравнение (2.19) получим следующее дифференциальное уравнение:

$$\frac{du_R}{dt} + \frac{1}{\tau_{II}} u_R = \frac{1}{\tau_{II}} u_1, \quad (2.22)$$

где

$$\tau_{II} = \frac{L}{R} \quad (2.23)$$

— постоянная времени цепи  $RL$ .

Уравнение (2.22) не отличается от выражения (1.44), составленного для цепи  $RC$ . Полагая, что на входе действует сигнал

$$u_1 = U_1 \cdot 1(t),$$

получим решение, аналогичное формуле (1.80):

$$u_R = U_1 \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau_{II}}} \right) 1(t). \quad (2.24)$$

По формуле (1.76) находим переходную характеристику цепи  $RL$  первого вида:

$$h_{R1}(t) = 1 - e^{-\frac{t}{\tau_{II}}}. \quad (2.25)$$

Согласно уравнениям (2.21) и (2.24) напряжение на индуктивности

$$u_L = U_1 \cdot e^{-\frac{t}{\tau_n}} \cdot I(t). \quad (2.26)$$

Следовательно, переходная характеристика цепи  $RL$  второго вида

$$h_L(t) = e^{-\frac{t}{\tau_n}}. \quad (2.27)$$

Так как переходные характеристики цепи  $RL$  не отличаются от соответствующих переходных характеристик цепи  $RC$ , то при воздействии импульса на элементах цепи  $RL$  возникают напряжения, форма которых определена выше для цепи  $RC$ .

В таблице 2.1 указано, какими формулами и графиками, полученными для цепи  $RC$ , следует воспользоваться, чтобы найти форму импульсов на выходе цепи  $RL$ .

Т а б л и ц а 2.1

Цепь $RC$	В цепи $RL$ соответствует	Цепь $RC$	В цепи $RL$ соответствует
$h_C(t)$	$h_{R1}(t)$	$h_R(t)$	$h_L(t)$
$u_C$	$u_R$	$u_R$	$u_L$
	$i_L = \frac{u_R}{R}$	$i_C = \frac{u_R}{R}$	

Подобно напряжению  $u_C$  не могут изменяться скачкообразно напряжение  $u_R$  и ток  $i_L$  в цепи  $RL$ , связанные с приращением запаса энергии в магнитном поле индуктивности.

Цепь  $RL$  второго вида с малой постоянной времени используется для укорочения импульсов, но теперь они снимаются с индуктивности  $L$  (рис. 2.6,б). Такая же цепь с большой постоянной времени передает импульсы с малыми искажениями. Цепь  $RL$  первого вида (рис. 2.6,а) может применяться для удлинения импульсов.

## § 2.2. ВОЗДЕЙСТВИЕ РЕАЛЬНОГО ИМПУЛЬСА НА ЛИНЕЙНУЮ ЦЕПЬ

Изучение воздействия прямоугольного импульса на цепи  $RC$  и  $RL$  показало, что в зависимости от вида переходной характеристики и соотношения между длительностью импульса  $t_n$  и длительностью переходного процесса  $\tau_n$  эта цепь осуществляет различное преобразование формы входного сигнала (передача с малыми искажениями, укорочение, удлинение). Рассмотрим теперь, как пре-

образуется форма входного сигнала  $u_1(t)$  (рис. 2.7), имеющего конечную длительность  $t_n^*$  (реального импульса), в линейной цепи с известной переходной характеристикой  $h(t)$  (рис. 1.17).

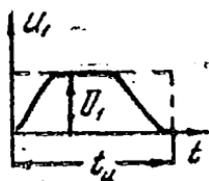


Рис. 2.7. Реальный импульс

Точное значение формы выходного сигнала  $u_2(t)$  определяется интегралом суперпозиции (1.85) или (1.86). Воспользовавшись этими формулами, найдем  $u_2(t)$  при различных соотношениях между  $t_n$  и  $\tau_n$ .

### Длительность импульса на выходе

Если в состав линейной цепи входят реактивные элементы, то во время действия импульса на входе цепи с нулевыми начальными условиями они запасают энергию. После выключения импульса происходит рассеивание запасенной энергии на активных сопротивлениях и еще в течение некоторого времени протекают токи, создавая напряжение на элементах цепи, в том числе и на выходе. Вследствие этого длительность импульса на выходе  $t_{n2}$  всегда больше длительности  $t_n$  входного сигнала.

Чтобы определить  $t_{n2}$ , проанализируем выражение (1.86). В течение действия импульса, когда  $0 < t < t_n$ ,  $u_1(t) \neq 0$  и существует напряжение на выходе. После окончания импульса при  $t > t_n$  величина  $u_1(t) = 0$ , поэтому интегрирование следует производить лишь до момента  $\tau = t_n$ . Это дает при  $t > t_n$

$$u_2(t) = \int_0^{t_n} u_1(\tau) \left. \frac{dh}{dt} \right|_{t-t-\tau} \cdot d\tau. \quad (2.28)$$

Переходная характеристика  $h(t)$  достигает установившегося значения  $h(\infty)$  практически за время  $\tau_n$ . Поэтому при  $t > \tau_n$  можно приближенно считать  $\frac{dh}{dt} = 0$ . Так как в формуле (2.28) переменная  $\tau$  изменяется в пределах  $0 < \tau < t_n$ , то переменная  $t - \tau$  всегда больше  $t - t_n$ , и

$$\left. \frac{dh}{dt} \right|_{t-t-\tau} = 0 \quad (2.29)$$

при  $t - t_n \geq \tau_n$ .

Если выполнено равенство (2.29), то напряжение на выходе тоже становится равным нулю. Следовательно, сигнал на выходе  $u_2(t)$  практически прекращается в момент  $t = t_{n2}$ , когда

$$t_{n2} - t_n = \tau_n.$$

\* Для упрощения теоретического анализа считается, что длительность  $t_n$  измерена на «нулевом» уровне, т. е.  $u_1(t) = 0$  при  $t > t_n$ .

Отсюда

$$t_{н2} = t_{н1} + \tau_{н1}. \quad (2.30)$$

Таким образом, при действии реального импульса любой формы длительность сигнала на выходе  $t_{н2}$  увеличивается по сравнению с входным на величину длительности переходного процесса. Именно такова длительность импульсов на выходе цепи  $RC$  при различных постоянных времени (рис. 2.4 и рис. 2.5).

При  $t > t_{н1}$  форма выходного сигнала определяется согласно (2.28). Она зависит от формы входного сигнала на интервале  $0 < \tau < t_{н1}$  и от изменения переходной характеристики на другом интервале

$$t - t_{н1} < t - \tau < t$$

в окрестности данного момента  $t$ .

#### Передача импульса с малыми искажениями

Рассмотрим воздействие реального импульса (рис. 2.7) на линейную цепь, имеющую переходную характеристику с начальным скачком  $h(0) \neq 0$ . Некоторые формы переходных характеристик показаны на рис. 2.8, где отмечена величина  $\Delta h$  изменения  $h(t)$  за время действия импульса. Как видно из соотношения (1.86), если  $h(0) \neq 0$ , сигнал на выходе имеет составляющую  $h(0)u_1(t)$ , пропорциональную входному сигналу. Вводя обозначение

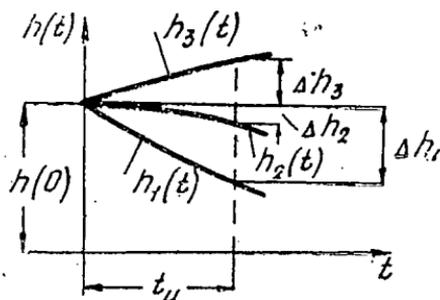


Рис. 2.8. Переходные характеристики с начальным скачком  $h(0) \neq 0$ .

$$\Delta u_2(t) = \int_0^t u_1(\tau) \left. \frac{dh}{dt} \right|_{t-t-\tau} d\tau, \quad (2.31)$$

получим

$$u_2(t) = h(0)u_1(t) + \Delta u_2(t). \quad (2.32)$$

Отсюда видно, что линейная цепь может осуществить передачу входного сигнала с малыми искажениями, если  $\Delta u_2(t)$  достаточно мала, а именно:

$$|\Delta u_2(t)| \ll h(0)u_1(t).$$

В этом случае происходит передача сигнала без запаздывания, так как значение  $u_2(t)$  пропорционально  $u_1(t)$  в тот же момент времени  $t$ . Сама величина  $\Delta u_2(t)$  определяет отклонение действительного значения выходного сигнала  $u_2(t)$  от его главной составляющей  $h(0)u_1(t)$  и может быть принята за меру искажений.

Из формулы (2.31) видно, что  $\Delta u_2(t)$  зависит от предела интегрирования  $t$  и скорости изменения переходной характеристики  $h'(t)$ . В течение импульса ( $0 < t < t_{11}$ ) искажения тем меньше, чем короче импульс и чем медленнее изменяется переходная характеристика на указанном интервале. Поэтому (рис. 2.8) сразу можно сказать, что цепь с переходной характеристикой  $h_2(t)$  меньше искажает сигнал, чем цепь, имеющая переходную характеристику  $h_1(t)$ .

Так как малые отклонения  $h(t)$  от  $h(0)$  имеют место в начале переходного процесса, то почти неискаженная передача возможна лишь при условии  $t_{11} \ll \tau_{11}$ .

Чтобы вычислить  $\Delta u_2(t)$ , разложим функцию  $h(t)$  в ряд Тэйлора в окрестности точки  $t = 0$ :

$$h(t) = h(0) + h'(0)t + \frac{1}{2!} h''(0)t^2 + \dots + \frac{1}{n!} h^{(n)}(0)t^n + \dots, \quad (2.33)$$

где обозначено

$$h^{(n)}(0) = \left. \frac{d^n h}{dt^n} \right|_{t=0}.$$

При малых  $t_{11}$  в ряде (2.33) достаточно учесть только первые два члена (если  $h'(0) \neq 0$ ), полагая

$$h(t) \cong h(0) + h'(0)t.$$

Тогда

$$\frac{dh}{dt} \cong h'(0).$$

Подставляя это значение в формулу (2.31), получим

$$\Delta u_2(t) = h'(0) \int_0^t u_1(\tau) d\tau. \quad (2.34)$$

При воздействии видеоимпульса (рис. 2.7), для которого  $u_1(t) > 0$ , величина  $\Delta u_2(t)$  возрастает с течением времени и достигает наибольшей величины в момент окончания импульса:

$$\Delta u_2(t_{11}) = h'(0) \int_0^{t_{11}} u_1(\tau) d\tau. \quad (2.35)$$

Так как  $\Delta u_2(t)$  определяется площадью импульса, то наиболее сильно искажается прямоугольный импульс с той же длительностью  $t_{11}$  и амплитудой  $U_1$ , что и реальный (он показан пунктиром на рис. 2.7). Подставляя  $u_1(t) = U_1$ , получим максимальную величину искажений:

$$\Delta u_{2\text{ м}} = h'(0) U_1 t_{11}. \quad (2.36)$$

Относительная погрешность

$$\delta_{\text{м}} = \frac{|\Delta u_{2\text{м}}|}{h(0)U_1} = \frac{|h'(0)|}{h(0)} \cdot t_{\text{н}}. \quad (2.37)$$

Отсюда видно, что величина искажений пропорциональна произведению  $h'(0)t_{\text{н}}$ .

Подставляя выражение (2.34) в формулу (2.32), получим следующее приближенное выражение:

$$u_2(t) \cong h(0) u_1(t) + h'(0) \int_0^t u_1(\tau) d\tau. \quad (2.38)$$

На основании выражения (2.38) можно построить форму сигнала на выходе на интервале  $0 < t < t_{\text{н}}$ .

Учитывая старшие члены выражения (2.33), найдем формулу для  $u_2(t)$  в виде соответствующего ряда. После дифференцирования выражения (2.33) получим

$$\frac{dh}{dt} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{h^{(n)}(0)}{(n-1)!} t^{n-1}. \quad (2.39)$$

Полагая  $t = t - \tau$  и подставляя это выражение в формулу (2.31), запишем

$$u_2(t) = h(0) u_1(t) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{h^{(n)}(0)}{(n-1)!} \int_0^t u_1(\tau) (t - \tau)^{n-1} d\tau.$$

Для вычисления интегралов

$$I_n = \frac{1}{(n-1)!} \int_0^t u_1(\tau) (t - \tau)^{n-1} d\tau$$

введем функции

$$S_1(t) = \int_0^t u_1(\tau) d\tau;$$

$$S_2(t) = \int_0^t S_1(\tau_1) d\tau_1 = \int_0^t \int_0^{\tau_1} u_1(\tau) d\tau d\tau_1;$$

.....

$$S_n(t) = \int_0^t S_{n-1}(\tau_{n-1}) d\tau_{n-1} = \int_0^t \int_0^{\tau_{n-1}} \dots \int_0^{\tau_1} u_1(\tau) d\tau d\tau_1 \dots d\tau_{n-1}, \quad (2.40)$$

которые называются моментами первого, второго, ...,  $n$ -го порядка входного сигнала.

При  $n=1$  имеем

$$I_1(t) = \int_0^t u_1(\tau) d\tau = S_1(t).$$

При  $n=2$  воспользуемся приемом интегрирования по частям:

$$I_2(t) = \int_0^t u_1(\tau) (t - \tau) d\tau = \left| (t - \tau) \int_0^\tau u_1(\tau) d\tau \right|_0^t + \\ + \int_0^t \int_0^\tau u_1(\tau) d\tau d\tau_1,$$

или

$$I_2(t) = S_2(t).$$

Повторяя этот прием  $(n-1)$  раз, получим

$$I_n(t) = S_n(t).$$

Следовательно,

$$u_2(t) = h(0) u_1(t) + \sum_{n=1}^{\infty} h^{(n)}(0) S_n(t). \quad (2.41)$$

Как и разложение (2.33), формула (2.41) справедлива для любого момента  $t$ . Она представляет сигнал  $u_2(t)$  в виде суммы ряда, элементами которого являются моменты  $S_n(t)$  входного сигнала, а коэффициентами разложения — начальные значения производных  $h^{(n)}(0)$  переходной характеристики. Так как моменты  $S_n(t)$  растут с возрастанием  $t$ , то этой формулой удобно пользоваться при малых  $t$ , когда приходится суммировать небольшое число членов ряда.

Таким образом, линейная цепь с переходной характеристикой, имеющей начальный скачок  $h(0) \neq 0$ , передает без запаздывания с малыми искажениями импульс при условии, что  $t_n \ll \tau_n$ , причем максимальная относительная погрешность  $\delta_M$  определяется соотношением (2.37). Величина искажений  $\Delta u_2(t)$  пропорциональна  $h'(0)$ , растет с течением времени (при  $0 < t < t_n$ ) и достигает максимальной величины в конце импульса. Знак  $\Delta u_2(t)$  определяется  $h'(0)$ . Так как  $K(\infty) = h(0) \neq 0$ , то указанная линейная цепь имеет амплитудно-частотную характеристику, не ограниченную со стороны высших частот.

Заметим, что если  $h'(0) = 0$ , то следует учесть третий член ряда (2.33) с производной  $h''(0)$ . В этом случае получим

$$\Delta u_2(t) = h''(0) S_2(t) = h''(0) \int_0^t \int_0^\tau u_1(\tau) d\tau d\tau_1.$$

Подставляя  $u_1(\tau) = U_1$  и  $t = t_n$ , найдем максимальную величину искажений:

$$\Delta u_{2\text{ м}} = \frac{h''(0)}{2} U_1 t_n. \quad (2.42)$$

### Передача сигнала большой длительности с малыми искажениями

Как отмечено во введении, в реальных устройствах необходимо обеспечить неискаженную передачу не только коротких импульсов, но и импульсов большой длительности, а также непрерывных сигналов. Так как длительность переходного процесса  $\tau_n$  не может быть чрезмерно большой, то для таких сигналов не удастся выполнить условие  $t_n \ll \tau_n$ , что необходимо для неискаженной передачи в цепи, имеющей начальный скачок переходной характеристики. Покажем, что если длительность сигнала  $t_c$  (импульсного или непрерывного) велика по сравнению с  $\tau_n$ , то неискаженная передача практически обеспечивается линейной цепью, в которой переходная характеристика с течением времени стремится к установившемуся значению  $h(\infty) \neq 0$  (рис. 2.9), независимо от того, каково было начальное значение  $h(0)$ .

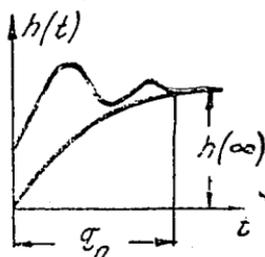


Рис. 2.9. Переходные характеристики с установившимся значением  $h(\infty) \neq 0$ .

Определим приближенно форму сигнала на выходе при  $t \gg \tau_n$ , исходя из основной формулы интеграла суперпозиции (1.85). Введем новую переменную  $\xi = t - \tau$ ,  $d\xi = -d\tau$ , причем пределы интегрирования изменятся так:  $\tau = 0$  и  $\tau = t$  соответствуют  $\xi = t$  и  $\xi = 0$ . Формула (1.85) принимает вид

$$u_2(t) = u_1(0) h(t) + \int_0^t \frac{du_1}{dt} \Big|_{t-\xi} h(\xi) d\xi. \quad (2.43)$$

Так как при  $t \gg \tau_n$  переходная характеристика мало отличается от установившегося значения  $h(\infty)$ , то удобно интервал  $[0, t]$  разбить на два промежутка  $[0, \tau_n]$  и  $[\tau_n, t]$ , а также прибавить и вычесть величину

$$\int_{\tau_n}^t \frac{du_1}{dt} \Big|_{t-\xi} h(\infty) d\xi = h(\infty) [u_1(t - \tau_n) - u_1(0)].$$

Это дает

$$u_2(t) = h(\infty) u_1(t - \tau_n) + u_1(0) [h(t) - h(\infty)] + \int_0^{\tau_n} \frac{du_1}{dt} \Big|_{t-\xi} h(\xi) d\xi + \int_{\tau_n}^t \frac{du_1}{dt} \Big|_{t-\xi} [h(\xi) - h(\infty)] d\xi. \quad (2.44)$$

Если  $h(\infty) \neq 0$ , то первый член выражения (2.44) дает составляющую сигнала  $u_2(t)$  на выходе, пропорциональную входному  $u_1(t - \tau_n)$ . Различие между ними состоит лишь в том, что сигнал на выходе запаздывает на время  $\tau_n$  по отношению к входному. Но запаздывание не приводит к искажению формы  $u_2(t)$ . Следовательно, при  $t > \tau_n$  обеспечивается почти неискаженная передача входного сигнала, если остальные члены в формуле имеют малое значение. Основную величину искажений дает третий член

$$\Delta u_2(t) = \int_0^{\tau_n} \frac{du_1}{dt} \Big|_{t-t-\xi} h(\xi) d\xi. \quad (2.45)$$

Второй и четвертый малы, так как при  $t > \tau_n$

$$h(t) \cong h(\infty).$$

При изменении переменной  $\xi$  в пределах  $0 < \xi < \tau_n$  переменная  $t - \xi$  изменяется на интервале  $t - \tau_n < t - \xi < t$ . При  $t \gg \tau_n$  этот интервал мал и соответствует близкой окрестности момента  $t$ , для которого определяются искажения. Из формулы (2.45) видно, что величина  $\Delta u_2(t)$  тем меньше, чем меньше производная  $u'(t - \xi)$ , т. е. чем медленнее изменяется входной сигнал на указанном интервале.

Определим  $u_2(t)$  в виде разложения в ряд. Предположим, что функция  $u_1(t)$  — непрерывная и дифференцируемая. Разложим ее в ряд Тэйлора в окрестности точки  $t = t_0$ :

$$u_1(t) = u_1(t_0) + u_1'(t_0)(t - t_0) + \frac{1}{2!} u_1''(t_0)(t - t_0)^2 + \dots + \frac{1}{n!} u_1^{(n)}(t_0)(t - t_0)^n + \dots, \quad (2.46)$$

где обозначено

$$u_1'(t_0) = \frac{du_1}{dt} \Big|_{t=t_0}.$$

После дифференцирования получим

$$\frac{du_1}{dt} = u_1'(t_0) + u_1''(t_0)(t - t_0) + \dots + \frac{1}{(n-1)!} u_1^{(n)}(t_0)(t - t_0)^{n-1} + \dots \quad (2.47)$$

Полагая здесь  $t = t - \xi$  и  $t_0 = t - \tau_n$ , найдем

$$\frac{du_1}{dt} \Big|_{t=t-\xi} = u_1'(t - \tau_n) + u_1''(t - \tau_n)(\tau_n - \xi) + \dots + \frac{1}{(n-1)!} u_1^{(n)}(t - \tau_n)(\tau_n - \xi)^{n-1} + \dots$$

После подстановки в формулу (2.45) получим

$$\Delta u_2(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{u_1^{(n)}(t - \tau_n)}{(n-1)!} \int_0^{\tau_n} h(\xi) (\tau_n - \xi)^{n-1} d\xi.$$

Для вычисления интегралов

$$J_n(\tau_n) = \frac{1}{(n-1)!} \int_0^{\tau_n} h(\xi) (\tau_n - \xi)^{n-1} d\xi$$

введем функции

$$R_1(\tau_n) = \int_0^{\tau_n} h(\xi) d\xi;$$

$$R_2(\tau_n) = \int_0^{\tau_n} \int_0^{\xi_1} h(\xi) d\xi d\xi_1,$$

.....

$$R_n(\tau_n) = \int_0^{\tau_n} R_{n-1}(\xi_{n-1}) d\xi_{n-1} =$$

$$= \int_0^{\tau_n} \int_0^{\xi_{n-1}} \dots \int_0^{\xi_1} h(\xi) d\xi d\xi_1 \dots d\xi_{n-1}, \quad (2.48)$$

которые называют *моментами* первого, второго, ...,  $n$ -го порядка *переходной характеристики*. Применяя, как и выше, прием интегрирования по частям, найдем

$$J_n(\tau_n) = R_n(\tau_n).$$

Значит,

$$\Delta u_2(t) = \sum_{n=1}^{\infty} u_1^{(n)}(t - \tau_n) R_n(\tau_n). \quad (2.49)$$

Для вычисления последнего интеграла

$$\Delta u_{21}(t) = \int_{\tau_n}^t \frac{du_1}{dt} \Big|_{t=t-\xi} [h(\xi) - h(\infty)] d\xi$$

также воспользуемся разложением (2.47) при  $t_0=0$  и  $t=t-\xi$ . Тогда получим

$$\Delta u_{21}(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{u_1^{(n)}(0)}{(n-1)!} \int_{\tau_n}^t (t-\xi)^{n-1} [h(\xi) - h(\infty)] d\xi.$$

Это интегралы такого же типа, как и  $J_n(t)$ . Вводя функции

$$\Delta R_1(t) = \int_{\tau_n}^t [h(\xi) - h(\infty)] d\xi;$$

$$\Delta R_2(t) = \int_{\tau_n}^t \Delta R_1(\xi_1) d\xi_1 = \int_{\tau_n}^t \int_{\tau_n}^{\xi_1} [h(\xi) - h(\infty)] d\xi d\xi_1;$$

.....

$$\begin{aligned} \Delta R_n(t) &= \int_{\tau_n}^t \Delta R_{n-1}(\xi_{n-1}) d\xi_{n-1} = \\ &= \int_{\tau_n}^t \int_{\tau_n}^{\xi_{n-1}} \dots \int_{\tau_n}^{\xi_1} [h(\xi) - h(\infty)] d\xi d\xi_1 \dots d\xi_{n-1}, \end{aligned} \quad (2.50)$$

которые назовем *поправочными моментами* переходной характеристики, получим

$$\Delta u_{21}(t) = \sum_{n=1}^{\infty} u_1^{(n)}(0) \Delta R_n(t). \quad (2.51)$$

Подставляя выражения (2.49) и (2.51) в формулу (2.44), найдем

$$\begin{aligned} u_2(t) &= h(\infty) u_1(t - \tau_n) + u_1(0) [h(t) - h(\infty)] + \\ &+ \sum_{n=1}^{\infty} R_n(\tau_n) u_1^{(n)}(t - \tau_n) + \sum_{n=1}^{\infty} u_1^{(n)}(0) \Delta R_n(t). \end{aligned} \quad (2.52)$$

Так как при выводе соотношения (2.52) мы не пренебрегали никакими членами, что оно точно определяет сигнал на выходе в любой момент  $t$ . При  $t \gg \tau_n$  его можно упростить. Поскольку здесь  $h(t)$  мало отличается от  $h(\infty)$ , то величину поправочного момента  $\Delta R_1(t)$  можно приближенно заменять для больших  $t$  его предельным значением  $\Delta R_1(\infty)$ :

$$\Delta R_1(t) \cong \Delta R_1(\infty) = \int_{\tau_n}^{\infty} [h(\xi) - h(\infty)] d\xi.$$

Тогда остальные поправочные моменты вычисляются приближенно так:

$$\Delta R_2(t) \cong \int_{\tau_n}^t \Delta R_1(\infty) d\xi_1 = \Delta R_1(\infty) (t - \tau_n);$$

$$\Delta R_3(t) = \int_{\tau_n}^t \Delta R_2(\xi_2) d\xi_2 \cong \Delta R_1(\infty) \frac{(t - \tau_n)^2}{2!};$$

.....

$$\Delta R_n(t) \cong \Delta R_1(\infty) \frac{(t - \tau_n)^{n-1}}{(n-1)!}.$$

Подставляя это выражение в формулу (2.51), получим

$$\begin{aligned} \Delta u_{21}(t) &= \sum_{n=1}^{\infty} u_1^{(n)}(0) \Delta R_1(\infty) \frac{(t - \tau_n)^{n-1}}{(n-1)!} = \\ &= u_1'(t - \tau_n) \Delta R_1(\infty). \end{aligned} \quad (2.53)$$

Учитывая, что при  $t \gg \tau_n$

$$h(t) \cong h(\infty),$$

после подстановки выражения (2.53) в формулу (2.52) найдем следующее выражение:

$$\begin{aligned} u_2(t) &= h(\infty) u_1(t - \tau_n) + [R_1(\tau_n) + \Delta R_1(\infty)] u_1'(t - \tau_n) + \\ &+ \sum_{n=2}^{\infty} R_n(\tau_n) u_1^{(n)}(t - \tau_n), \end{aligned} \quad (2.54)$$

которое определяет при  $t \gg \tau_n$  сигнал на выходе в момент  $t$ , причем элементами разложения в ряд служат значения производных входного сигнала в момент  $t - \tau_n$ , а коэффициентами разложения являются моменты переходной характеристики  $R(\tau_n)$  за фиксированное время переходного процесса.

Если сигнал  $u_1(t)$  изменяется достаточно медленно на небольшом интервале  $\tau_n$ , то в формуле (2.54) можно пренебречь старшими членами ряда. Полагая, что

$$R_2(\tau_n) u_1''(t - \tau_n) \ll R_1(\tau_n) u_1'(t - \tau_n),$$

и пренебрегая членом с  $\Delta R_1(\infty)$ , получим

$$u_2(t) \cong h(\infty) u_1(t - \tau_n) + R_1(\tau_n) u_1'(t - \tau_n). \quad (2.55)$$

По этой формуле или более точной (2.54) легко построить форму выходного сигнала  $u_2(t)$  при  $t \geq \tau_n$ . Погрешность  $\Delta u_2(t)$  приближенно равна

$$\Delta u_2(t) = R_1(\tau_n) u_1'(t - \tau_n). \quad (2.56)$$

Она тем меньше, чем меньше длительность переходного процесса  $\tau_n$ , которая определяет момент  $R_1(\tau_n)$  первого порядка переходной характеристики, и медленнее изменяется входной сигнал. Относительную погрешность определяют, как обычно, учитывая максимальное значение  $U_1$  входного сигнала:

$$\delta = \frac{|\Delta u_2|}{h(\infty)U_1} = \left| \frac{R_1(\tau_n)}{h(\infty)} \cdot \frac{u_1'(t - \tau_n)}{U_1} \right|. \quad (2.57)$$

Таким образом, в линейной цепи с переходной характеристикой, не спадающей до нуля при  $t \rightarrow \infty$  ( $h(\infty) \neq 0$ ), обеспечивается почти неискаженная передача входного сигнала большой длительности  $t_c$  при условии, что  $\tau_n \ll t_c$ , причем сигнал запаздывает на время  $\tau_n$ , а относительная погрешность определяется соотношением (2.57). Величина искажений  $\Delta u_2(t)$  изменяется с течением времени пропорционально  $u_1'(t - \tau_n)$ . Так как  $h(0) = h(\infty) \neq 0$ , то эта линейная цепь пропускает колебания низких частот, в том числе и постоянную составляющую спектра входного сигнала.

### § 2.3. ВОЗДЕЙСТВИЕ ПЕРИОДИЧЕСКОГО СИГНАЛА НА ЛИНЕЙНУЮ ЦЕПЬ

#### Воздействие последовательности прямоугольных импульсов на цепь RC

Прежде чем исследовать в общем виде действие периодического сигнала на линейную цепь, изучим конкретную задачу о включении последовательности прямоугольных импульсов на цепь RC. Характер процессов в этом случае зависит от соотношения между  $\tau_n$  и длительностью паузы  $t_n$ .

Рассмотрим вначале случай, когда  $\tau_n \ll t_n$  (рис. 2.10). В течение действия первого импульса происходит заряд конденсатора до определенного напряжения в зависимости от соотношения между  $\tau_n$  и  $t_n$ . Затем во время паузы конденсатор разряжается. Так как независимо от напряжения на емкости время разряда составляет примерно  $3\tau_n$  (см. § 2.1), то при  $\tau_n \ll t_n$  конденсатор успевает практически полностью разрядиться, и в момент прихода второго импульса напряжение  $u_C$  снова равно нулю. Так как начальные условия не изменились, то форма напряжений  $u_C$  и  $u_R$  при действии второго импульса оказывается точно такой же, как и при действии первого. Такая же картина процессов будет и при действии следующих импульсов.

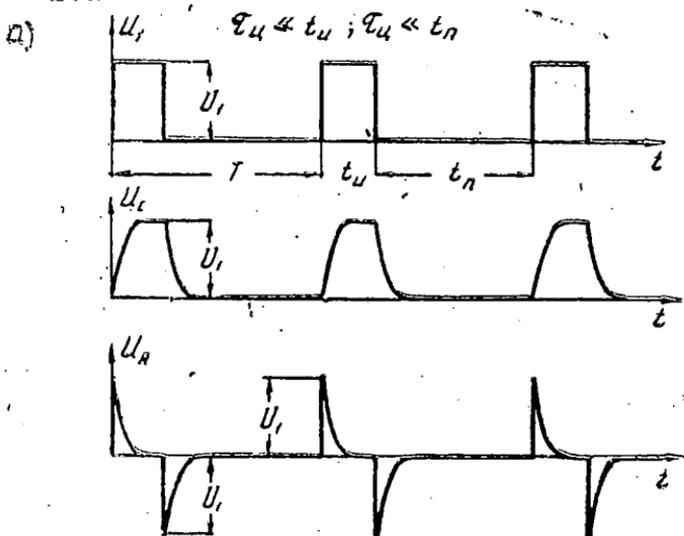


Рис. 2.10 а. Воздействие последовательности прямоугольных импульсов на цепь  $RC$  в случае  $\tau_{\text{ц}} \ll t_n$ .

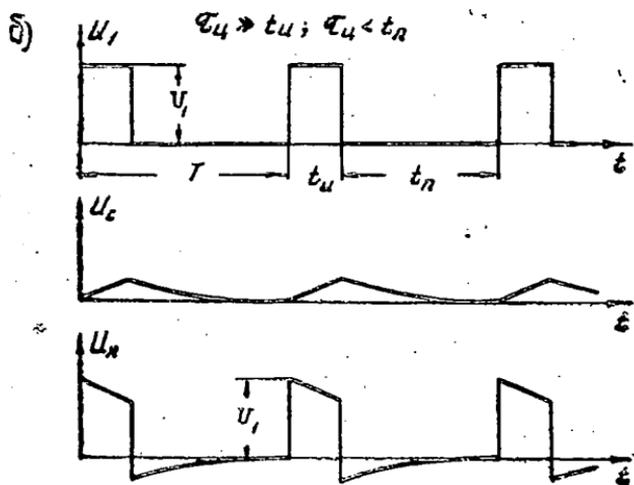


Рис. 2.10 б. Воздействие последовательности прямоугольных импульсов на цепь  $RC$  в случае  $t_n \ll \tau_{\text{ц}} \ll t_n$ .

Таким образом, если  $\tau_{\text{ц}} \ll t_{\text{п}}$ , то каждый импульс последовательности действует независимо от других, и процессы в цепи периодически повторяются. Для определения формы напряжений и токов достаточно изучить лишь действие одного из импульсов, составляющих последовательность, например, первого.

Если  $\tau_{\text{ц}} \gg T = t_{\text{п}} + t_{\text{н}}$ , то характер процессов существенно изменяется. Теперь разряд конденсатора не успевает закончиться к моменту прихода следующего импульса. В цепи возникает сложный переходный процесс, вызываемый наложением действия отдельных импульсов. Поскольку такой случай работы цепи  $RC$  часто встречается на практике в усилительных схемах, где передающая цепь  $RC$  с большой постоянной времени используется для почти неискаженной передачи сигналов, его необходимо изучить подробно.

Форма напряжения на емкости при действии нескольких импульсов последовательности показана на рис. 2.11. При подаче пер-

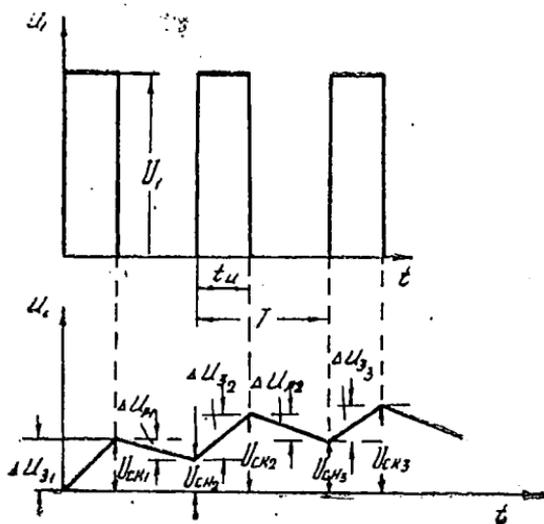


Рис. 2.11. Форма напряжения на конденсаторе в случае  $\tau_{\text{ц}} \gg T$  при действии последовательности прямоугольных импульсов.

вого импульса конденсатор  $C$  медленно заряжается, и к концу импульса напряжение достигает значения  $U_{cн1}$ . В течение паузы вследствие медленного разряда напряжение спадает не полностью, и в момент  $t_2$  прихода второго импульса на емкости остается напряжение  $U_{cн2} < U_{cн1}$ . Заметим, что из-за малой скорости разряда напряжение  $U_{cн2}$  почти равно  $U_{cн1}$ . Во время действия второго импульса конденсатор вновь заряжается. Очевидно, благодаря остаточному напряжению  $U_{cн2} \cong U_{cн1}$ , к концу второго импульса

напряжение  $u_c$  достигает величины  $U_{C_{к2}} > U_{C_{к1}}$ . Так как разряд во время второй паузы тоже медленный, то  $U_{C_{п3}} \approx U_{C_{к2}}$ , а значит,  $U_{C_{п3}} > U_{C_{п2}}$ . Таким образом, от цикла к циклу (импульс — пауза) напряжение на емкости имеет тенденцию нарастать, а именно:

$$U_{C_{п1}} < U_{C_{п2}} < U_{C_{п3}} < \dots;$$

$$U_{C_{к1}} < U_{C_{к2}} < U_{C_{к3}} < \dots$$

Выясним, до какого предела будет изменяться напряжение  $u_c$ . Так как в начале каждого импульса (за исключением первого) на конденсаторе имеется некоторое начальное напряжение  $U_{C_{пn}}$  ( $n$  — номер импульса), то закон изменения  $u_c$  во время заряда определяется формулой (1.84), а именно:

$$u_c = U_{C_{пn}} + (U_1 - U_{C_{пn}}) \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_n}}\right), \quad (2.58)$$

где  $t$  отсчитывается от момента  $t_n$  — начала действия очередного импульса. Приращение  $\Delta u_{зn}$  напряжения за импульс равно

$$\Delta u_{зn} = u_c(t_n) - U_{C_{пn}} = (U_1 - U_{C_{пn}}) \left(1 - e^{-\frac{t_n}{\tau_n}}\right), \quad (2.59)$$

В течение паузы емкость разряжается по закону

$$u_c = U_{C_{кn}} \cdot e^{-\frac{t}{\tau_n}} = (U_{C_{пn}} + \Delta u_{зn}) e^{-\frac{t}{\tau_n}}, \quad (2.60)$$

где  $t$  отсчитывается от момента  $t_n + t_n$  окончания очередного импульса, а  $U_{C_{кn}}$  — напряжение на емкости в конце импульса, которое является начальным для очередного процесса разряда. В момент  $t = T - t_n$  напряжение  $u_c$  уменьшается до величины

$$U_{C_{пn+1}} = (U_{C_{пn}} + \Delta u_{зn}) e^{-\frac{T-t_n}{\tau_n}}$$

Очевидно, что убывание напряжения  $u_c$  в течение разряда

$$\Delta u_{рn} = U_{C_{кn}} - U_{C_{пn+1}} = (U_{C_{пn}} + \Delta u_{зn}) \left(1 - e^{-\frac{T-t_n}{\tau_n}}\right), \quad (2.61)$$

Общее приращение  $\Delta u_n$  напряжения  $u_c$  за цикл равно

$$\Delta u_n = U_{C_{пn+1}} - U_{C_{пn}} = \Delta u_{зn} - \Delta u_{рn}. \quad (2.62)$$

Сравним величины  $\Delta u_{зn}$  и  $\Delta u_{рn}$  для разных циклов, пользуясь соотношениями (2.59) и (2.61). При действии первого импульса  $U_{C_{п1}} = 0$ , значит,

$$\Delta u_{з1} = U_1 \left(1 - e^{-\frac{t_n}{\tau_n}}\right);$$

$$\Delta u_{р1} = \Delta u_{з1} \left(1 - e^{-\frac{T-t_n}{\tau_n}}\right).$$

При  $\tau_{ц} \gg T$  величина

$$1 - e^{-\frac{T-t_n}{\tau_{ц}}} \cong \frac{T-t_n}{\tau_{ц}} \ll 1$$

и

$$\Delta u_{p1} \ll \Delta u_{s1}.$$

Так как от цикла к циклу напряжение  $U_{C_{нп}}$  увеличивается, то согласно соотношениям (2.59) и (2.61)  $\Delta u_{sп}$  уменьшается, а  $\Delta u_{pп}$  растет. Вследствие этого, как видно из выражения (2.62), общее приращение  $\Delta u_{п}$  уменьшается.

Таким образом, хотя с течением времени напряжение  $U_{C_{нп}}$  возрастает, но с повышением номера  $n$  растет все медленнее. Рост начального  $U_{C_{нп}}$  (и конечного  $U_{C_{кп}}$ ) напряжения прекращается после воздействия большого числа импульсов (теоретически при  $t \rightarrow \infty$ ), когда  $\Delta u_{п} = 0$ , т. е. когда

$$\Delta u_{sп} = \Delta u_{pп}. \quad (2.63)$$

После того как напряжение  $U_{C_{нп}}$  достигнет предельного значения  $U_{C_{н}}$ , приращения  $\Delta u_s$  и  $\Delta u_p$  становятся постоянными и равны

$$\Delta u_s = (U_1 - U_{C_{н}}) \left(1 - e^{-\frac{t_n}{\tau_{ц}}}\right); \quad (2.64)$$

$$\Delta u_p = (U_{C_{н}} + \Delta u_s) \left(1 - e^{-\frac{T-t_n}{\tau_{ц}}}\right). \quad (2.65)$$

В этом случае в цепи наблюдается установившийся процесс, когда

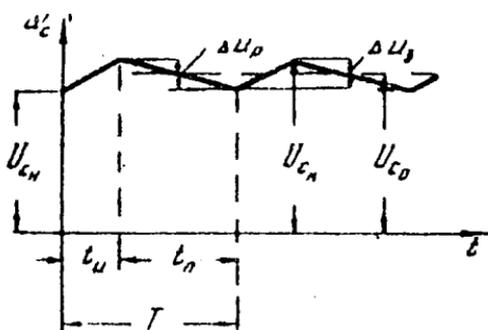


Рис. 2.12. Установившийся процесс в цепи RC при  $\tau_{ц} \gg T$ .

напряжение на емкости испытывает небольшие колебания относительно начального уровня  $U_{C_{н}}$  (рис. 2.12).

Определим величину  $U_{Cн}$ , подставив значения  $\Delta u_3$  и  $\Delta u_1$  в равенство (2.63). Тогда получим

$$U_{Cн} = U_1 \frac{1 - e^{-\frac{t_n}{\tau_u}}}{1 - e^{-\frac{T}{\tau_u}}} \cdot e^{-\frac{T-t_n}{\tau_u}}. \quad (2.66)$$

Среднее значение напряжения на емкости

$$\begin{aligned} U_{C0} &= \frac{U_{Cн} + U_{Cк}}{2} = U_{Cн} + \frac{\Delta u_3}{2} = \\ &= U_1 \frac{1 - e^{-\frac{t_n}{\tau_u}}}{1 - e^{-\frac{T}{\tau_u}}} \cdot \frac{1 + e^{-\frac{T-t_n}{\tau_u}}}{2}. \end{aligned} \quad (2.67)$$

Полагая приближенно при  $\tau_u \gg T$

$$e^{-\frac{t_n}{\tau_u}} \cong 1 - \frac{t_n}{\tau_u} + \dots;$$

$$e^{-\frac{T}{\tau_u}} \cong 1 - \frac{T}{\tau_u} + \dots;$$

$$e^{-\frac{T-t_n}{\tau_u}} \cong 1 - \frac{T-t_n}{\tau_u} + \dots,$$

получим

$$U_{C0} = U_1 \cdot \frac{t_n}{T}. \quad (2.68)$$

### Воздействие периодического сигнала на линейную цепь

При действии последовательности импульсов или периодического непрерывного сигнала произвольной формы на линейную цепь характер процессов и форма напряжений на выходе тоже зависят от соотношения между длительностью переходного процесса  $\tau_n$  и периодом  $T$ . Как показано в § 2.2, после включения на входе импульса с длительностью  $t_n$  на выходе напряжение существует в течение времени  $t_n + \tau_n$ . Поэтому, если  $(t_n + \tau_n) \ll T$ , или  $\tau_n \ll t_n = T - t_n$ , то к моменту прихода следующего импульса процессы в цепи прекращаются и напряжение  $u_2(t)$  спадает до нуля. В этом случае каждый импульс действует независимо от других.

Периодический, непрерывный сигнал в случае  $\tau_n \ll T$  вызывает переходный процесс, который также практически заканчивается в

начале первого периода после включения. В этом случае уже в течение первого периода в цепи устанавливается периодический процесс, характеризуемый изменением входного сигнала только на данном периоде, т. е. на интервале  $[0, T]$  или  $[T, 2T]$  и т. д. Форма напряжения на выходе в течение одного периода определяется соотношениями (2.52) или (2.54).

Если  $\tau_n \gg T$ , то в цепи возникает сложный переходный процесс, при котором действие отдельных периодов входного сигнала накапливается с течением времени. Напряжение на выходе в момент  $nT \leq t \leq (n+1)T$  зависит не только от формы входного сигнала на данном периоде, но и от его изменения за весь промежуток  $[0, t]$  после включения. Естественно, что форма  $u_2(t)$  может быть найдена, например, по уравнению моментов (2.52).

Так как в любой реальной цепи переходный процесс затухает, то в конце концов при действии периодического сигнала и в этом случае наступает некоторый установившийся процесс, которым в первую очередь интересуются при анализе конкретных схем. Его легче всего исследовать на основе спектрального метода, воспользовавшись соотношениями (1.63) и (1.65). Представляя  $h_1(t)$  в виде ряда Фурье (1.63), получим

$$u_1(t) = U_{10} + \sum_{k=1}^{\infty} [\dot{U}_{1k} e^{jk\Omega t} + \dot{U}_{-1k} e^{-jk\Omega t}]. \quad (2.69)$$

Здесь мы заменили для  $k < 0$  индекс суммирования  $k$  на  $-k$ .

Величина  $U_{10}$  согласно соотношению (1.64) равна

$$U_{10} = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} u_1(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T u_1(t) dt. \quad (2.70)$$

Она представляет среднее значение функции  $u_1(t)$  и носит название *постоянной составляющей* входного сигнала. Сумма всех гармоник при  $k \neq 0$  в формуле (2.69) называется *переменной составляющей* входного сигнала  $\tilde{u}_1(t)$ :

$$\tilde{u}_1(t) = \sum_{k=1}^{\infty} [\dot{U}_{1k} e^{jk\Omega t} + \dot{U}_{-1k} e^{-jk\Omega t}]. \quad (2.71)$$

Следовательно,

$$u_1(t) = U_{10} + \tilde{u}_1(t). \quad (2.72)$$

В установившемся режиме напряжение на выходе согласно соотношению (1.65) равно

$$u_2(t) = K(0)U_{10} + \sum_{k=1}^{\infty} [K(jk\Omega)\dot{U}_{1k} e^{jk\Omega t} + K(-jk\Omega)\dot{U}_{-1k} e^{-jk\Omega t}]. \quad (2.73)$$

Здесь тоже сигнал можно представить в виде суммы постоянной и переменной составляющей:

$$u_2(t) = U_{20} + \tilde{u}_2(t), \quad (2.74)$$

где

$$U_{20} = K(0) U_{10}; \quad (2.75)$$

$$\begin{aligned} \tilde{u}_2(t) = \sum_{k=1}^{\infty} [K(jk\Omega) \dot{U}_{1k} e^{jk\Omega t} + \\ + K(-jk\Omega) \dot{U}_{-1k} e^{-jk\Omega t}]. \end{aligned} \quad (2.75')$$

Определим установившийся режим в цепи  $RC$  при  $\tau_u \gg T$ . Поскольку  $T = \frac{1}{F}$ , то это означает, что  $\tau_u F \gg 1$ . Как видно из соотношения (1.56), для коэффициента передачи  $K_C(f)$  в этом случае уже при  $f = F$  (частота первой гармоники)

$$K_C(F) = \frac{1}{\sqrt{1 + (2\pi F \tau_u)^2}} \cong \frac{1}{2\pi F \tau_u} \ll 1.$$

При больших частотах  $2F, 3F, \dots$  коэффициент передачи  $K_C(f)$  имеет еще меньшее значение. Ввиду этого амплитуда переменной составляющей  $\tilde{u}_C(t)$  оказывается весьма малой и приближенно

$$u_C(t) \cong U_{C0} = K_C(0) U_{10} = U_{10}.$$

При  $\tau_u \gg T$  на конденсаторе выделяется постоянная составляющая входного сигнала  $U_{10}$ . Нетрудно заметить, что величина  $U_{C0}$ , найденная для последовательности прямоугольных импульсов, есть не что иное, как постоянная составляющая входного сигнала [сравни формулы (2.68) и (2.70)].

Таким образом, общий характер процессов остается таким же, как и при действии прямоугольных импульсов. Конденсатор  $C$  постепенно заряжается до установившегося напряжения  $U_{C0}$ , после чего напряжение  $u_C$  испытывает только небольшие колебания относительно уровня  $U_{C0}$ , определяемые малой переменной составляющей  $\tilde{u}_C$ .

Поскольку для цепи  $RC$  справедливо уравнение Кирхгофа

$$u_1(t) = u_C + u_R,$$

то в установившемся режиме

$$u_R = u_1(t) - u_C \cong U_{10} + \tilde{u}_1(t) - U_{C0} = \tilde{u}_1(t). \quad (2.76)$$

На сопротивлении  $R$  выделяется переменная составляющая входного сигнала. Такое разделение постоянной и переменной со-

ставляющих входного сигнала на элементах цепи  $RC$  происходит только в установившемся режиме при  $\tau_n \gg T$ . В других режимах работы оно не наблюдается (рис. 2.10).

Постоянная составляющая входного сигнала может быть найдена графически (рис. 2.13). Переноса  $U_{10}$  в правую часть равенства (2.70), получим

$$\int_0^T u_1(t) dt - U_{10} T = 0.$$

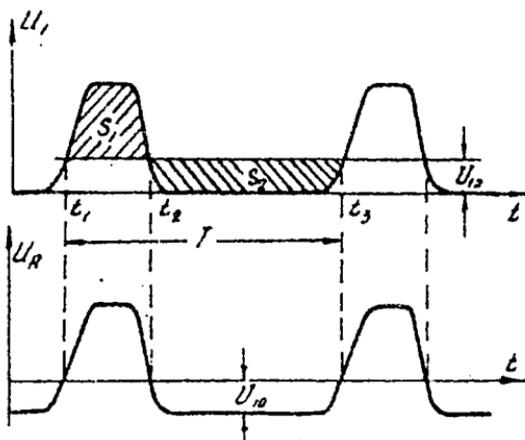


Рис. 2.13. Графический способ определения постоянной составляющей входного сигнала.

После того как второй член представим в виде

$$U_{10} T = \int_0^T U_{10} dt,$$

запишем

$$\int_0^T [u_1(t) - U_{10}] dt = 0. \quad (2.77)$$

Приняв за начало периода момент  $t_1$ , когда  $u_1(t) = U_{10}$ , разделим период  $T$  на два промежутка, в течение которых

$-u_1(t) > U_{10}$  интервал  $(t_1, t_2)$  или  $u_1(t) < U_{10}$  интервал  $(t_2, t_3)$ .

Тогда вместо выражения (2.77) имеем

$$\int_{t_1}^{t_2} [u_1(t) - U_{10}] dt - \int_{t_2}^{t_3} [U_{10} - u_1(t)] dt = 0.$$

Вводя обозначения

$$S_1 = \int_{t_1}^{t_2} [u_1(t) - U_{10}] dt \quad (2.78)$$

и

$$S_2 = \int_{t_2}^{t_3} [U_{10} - u_1(t)] dt, \quad (2.79)$$

получим

$$S_1 = S_2. \quad (2.80)$$

Горизонтальная прямая, проведенная на уровне  $U_{10}$ , делит кривую входного сигнала таким образом, что оказываются равными площади  $S_1$  (между кривой  $u_1(t)$  и уровнем  $U_{10}$ , когда  $u_1(t) > U_{10}$ ) и  $S_2$  (между уровнем  $U_{10}$  и кривой  $u_1(t)$ , когда  $u_1(t) < U_{10}$ ).

Форма напряжения на сопротивлении показана на рис. 2.13 и 2.14 для различных сигналов. Поскольку для прямоугольных импульсов задача решена точно, то на рис. 2.15 показана точная и приближенная кривая напряжения  $u_R$  в установившемся режиме. Анализ графиков (рис. 2.14 и 2.15) показывает, что кривая  $u_R$  смещена относительно кривой  $u_1(t)$  на величину постоянной составляющей  $U_{10}$  и имеет при  $\tau_n \gg T$  практически ту же форму.

В усилительных схемах постоянная составляющая  $U_{10}$  образуется благодаря действию источника постоянного напряжения, который определяет режим работы реального источника сигнала. Поэтому и непериодическую функцию  $u_1(t)$  возможно представить в виде суммы постоянной и переменной составляющих, Первая из них выделяется на конденсаторе, а вторая — на сопротивлении.

#### § 2.4. ПЕРЕХОДНЫЕ И ЧАСТОТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ НЕКОТОРЫХ ЛИНЕЙНЫХ ЦЕПЕЙ

В импульсных и усилительных устройствах помимо простых цепей  $RC$  или  $RL$  часто используются линейные цепи, в которых процессы описываются дифференциальными уравнениями второго порядка. Изучим переходные и частотные характеристики некоторых из них.

##### Последовательный колебательный контур

**Операционный коэффициент передачи и переходные характеристики.** Последовательный колебательный контур — это цепь, в которой последовательно соединены индуктивность  $L$ , сопротивление  $R$  и емкость  $C$ . В зависимости от того, с какого элемента кон-

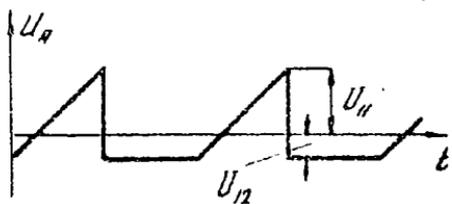
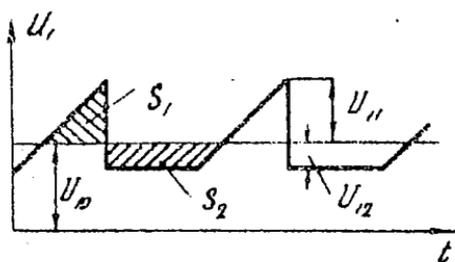


Рис. 2.14. Форма напряжения на сопротивлении в установившемся режиме.

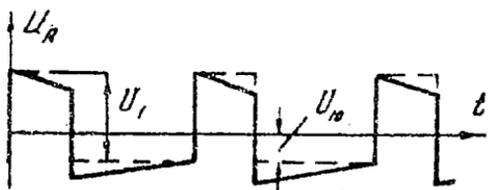
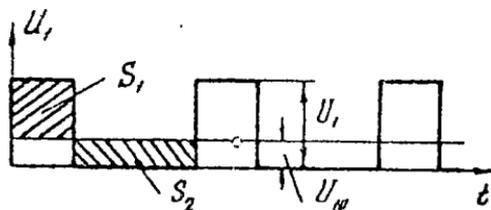


Рис. 2.15. Форма напряжения на сопротивлении в установившемся режиме при воздействии последовательности прямоугольных импульсов.

тура снимается напряжение, можно составить три различных четырехполосника, показанные на рис. 2.16, 2.17 и 2.18.

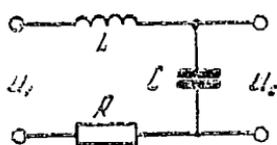


Рис. 2.16. Последовательный контур с емкостью на выходе.

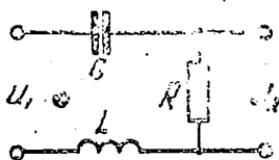


Рис. 2.17. Последовательный контур с сопротивлением на выходе.

Определим вначале характеристики контура (рис. 2.16), в котором напряжение снимается с емкости, воспользовавшись операционным методом. Заменяя действительные элементы контура их операционными сопротивлениями, а напряжения  $u_1(t)$  и  $u_2(t)$  —



Рис. 2.18. Последовательный контур с индуктивностью на выходе.

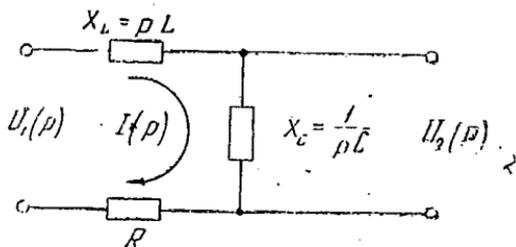


Рис. 2.19. Схема последовательного контура для операционных изображений.

их операционными изображениями  $U_1(p)$  и  $U_2(p)$ , получим схему (рис. 2.19). Для нее операционное изображение тока

$$I(p) = \frac{U_1(p)}{R + pL + \frac{1}{pC}}, \quad (2.81)$$

а операционное изображение выходного напряжения

$$U_2(p) = U_C(p) = I(p) \frac{1}{pC} = \frac{U_1(p)}{p^2 LC + pRC + 1}. \quad (2.82)$$

Вводя обозначения

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}; \quad \alpha = \frac{R}{2L}, \quad (2.83)$$

после умножения числителя и знаменателя на  $\omega_0^2$  найдем операционный коэффициент передачи:

$$H_{0к}(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)} = \frac{\omega_0^2}{p^2 + 2\alpha p + \omega_0^2}. \quad (2.84)$$

Сравнивая формулы (1.94) и (2.84), замечаем, что многочлены  $M(p)$  и  $N(p)$  имеют вид

$$M(p) = \omega_0^2; \quad (2.85)$$

$$N(p) = p^2 + 2\alpha p + \omega_0^2.$$

Найдем корни многочлена  $N(p)$  из уравнения

$$p^2 + 2\alpha p + \omega_0^2 = 0.$$

Очевидно,

$$p_{1,2} = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2} = -\alpha \pm j\sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}. \quad (2.86)$$

При  $\omega_0 \neq \alpha$  корни  $p_1$  и  $p_2$  имеют различное значение и для определения переходной характеристики можно воспользоваться формулой разложения (1.96):

$$h_{ок}(t) = \frac{M(0)}{N(0)} + \frac{M(p_1)}{p_1 \left. \frac{dN}{dp} \right|_{p=p_1}} e^{p_1 t} + \frac{M(p_2)}{p_2 \left. \frac{dN}{dp} \right|_{p=p_2}} e^{p_2 t}. \quad (2.87)$$

После дифференцирования  $N(p)$  найдем

$$\begin{aligned} \frac{dN}{dp} &= 2(p + \alpha); \\ \left. \frac{dN}{dp} \right|_{p=p_1} &= 2(p_1 + \alpha); \\ \left. \frac{dN}{dp} \right|_{p=p_2} &= 2(p_2 + \alpha). \end{aligned} \quad (2.88)$$

Подставляя значения  $M(p)$  и  $\frac{dN}{dp}$  в формулу (2.87), получим

$$h_{ок}(t) = 1 + \frac{\omega_0^2}{2p_1(p_1 + \alpha)} e^{p_1 t} + \frac{\omega_0^2}{2p_2(p_2 + \alpha)} e^{p_2 t}. \quad (2.89)$$

Если  $\omega_0 > \alpha$ , то корни  $p_1$  и  $p_2$  можно записать в таком виде:

$$\begin{aligned} p_1 &= -\alpha + j\omega_1; \\ p_2 &= -\alpha - j\omega_1, \end{aligned} \quad (2.90)$$

где

$$\omega_1 = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}. \quad (2.91)$$

После подстановки  $p_1$  и  $p_2$ , воспользовавшись формулами Эйлера

$$\begin{aligned}\cos x &= \frac{e^{ix} + e^{-ix}}{2}; \\ \sin x &= \frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2j}\end{aligned}\tag{2.92}$$

и учитывая, что

$$p_1 p_2 = \omega_0^2,$$

найдем при  $\omega_0 > \alpha$

$$h_{0к}(t) = 1 - e^{-\alpha t} \left[ \cos \omega_1 t + \frac{\alpha}{\omega_1} \sin \omega_1 t \right].\tag{2.93}$$

Введем следующие обозначения:

$$\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\alpha^2}{\omega_1^2}}},\tag{2.94}$$

$$\sin \varphi = \frac{\frac{\alpha}{\omega_1}}{\sqrt{1 + \frac{\alpha^2}{\omega_1^2}}}.$$

Тогда после простых тригонометрических преобразований получим при  $\omega_0 > \alpha$

$$h_{0к}(t) = 1 - e^{-\alpha t} \sqrt{1 + \frac{\alpha^2}{\omega_1^2}} \cos(\omega_1 t - \varphi).\tag{2.95}$$

Если  $\omega_0 < \alpha$ , то выражения (2.86) для корней  $p_1$  и  $p_2$  запишем в виде

$$p_1 = -\alpha + \beta;\tag{2.96}$$

$$p_2 = -\alpha - \beta,$$

где

$$\beta = \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}.\tag{2.97}$$

Подставляя эти выражения в формулу (2.89), получим при  $\omega_0 < \alpha$

$$h_{0к}(t) = 1 - e^{-\alpha t} \left[ \operatorname{ch} \beta t + \frac{\alpha}{\beta} \operatorname{sh} \beta t \right].\tag{2.98}$$

Здесь использованы формулы Эйлера для гиперболических функций:

$$\begin{aligned} \operatorname{ch} x &= \frac{e^x + e^{-x}}{2}; \\ \operatorname{sh} x &= \frac{e^x - e^{-x}}{2}. \end{aligned} \quad (2.99)$$

Для схемы (рис. 2.17), в которой выходное напряжение снимается с сопротивления  $R$ , операционное изображение

$$U_2(p) = U_R(p) = I(p)R = \frac{pRC}{p^2LC + pRC + 1} U_1(p). \quad (2.100)$$

После умножения числителя и знаменателя на  $\omega_0^2$  получим

$$H_{1к}(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)} = \frac{2\alpha p}{p^2 + 2\alpha p + \omega_0^2}. \quad (2.101)$$

В этом выражении многочлен  $N(p)$  остался без изменения и корни его определяются соотношением (2.86), а многочлен

$$M(p) = 2\alpha p.$$

Воспользовавшись формулой разложения (1.96), в результате вычислений получим при  $\omega_0 > \alpha$

$$h_{1к}(t) = \frac{2\alpha}{\omega_1} \cdot e^{-\alpha t} \sin \omega_1 t; \quad (2.102)$$

при  $\omega_0 < \alpha$

$$h_{1к}(t) = \frac{2\alpha}{\beta} e^{-\alpha t} \operatorname{sh} \beta t. \quad (2.103)$$

Наконец, для контура (рис. 2.18), в котором напряжение снимается с индуктивности, операционное изображение

$$U_2(p) = U_L(p) = I(p)pL = \frac{p^2LC}{p^2LC + pRC + 1} U_1(p). \quad (2.104)$$

После умножения на  $\omega_0^2$  найдем операционный коэффициент передачи

$$H_{2к}(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)} = \frac{p^2}{p^2 + 2\alpha p + \omega_0^2}. \quad (2.105)$$

На основании формулы разложения (1.96) получим переходную характеристику этого контура в следующем виде: при  $\omega_0 > \alpha$

$$h_{2к}(t) = e^{-\alpha t} \left[ \cos \omega_1 t - \frac{\alpha}{\omega_1} \sin \omega_1 t \right]; \quad (2.106)$$

при  $\omega_0 < \alpha$

$$h_{2к}(t) = e^{-\alpha t} \left[ \operatorname{ch} \beta t - \frac{\alpha}{\beta} \operatorname{sh} \beta t \right]. \quad (2.107)$$

Если воспользоваться обозначениями (2.94), то при  $\omega_0 > \alpha$

$$h_{2к}(t) = \frac{\omega_1^2}{\omega_0^2} \left( 1 + \frac{\alpha^2}{\omega_1^2} \right)^{\frac{3}{2}} \cdot e^{-\alpha t} \cos(\omega_1 t + \varphi). \quad (2.108)$$

При  $\alpha = \omega_0$  (критический случай) величина  $\beta = 0$  (или  $\omega_1 = 0$ ). Учитывая, что при  $\beta \rightarrow 0$

$$\operatorname{sh} \beta t \rightarrow \beta t;$$

$$\operatorname{ch} \beta t \rightarrow 1,$$

по формулам (2.98), (2.103) и (2.107) найдем при  $\alpha = \omega_0$

$$h_{0к}(t) = 1 - e^{-\alpha t} (1 + \alpha t);$$

$$h_{1к}(t) = 2\alpha t e^{-\alpha t}; \quad (2.109)$$

$$h_{2к}(t) = e^{-\alpha t} (1 - \alpha t).$$

Анализ полученных соотношений показывает, что вид переходных характеристик  $h_{0к}(t)$ ,  $h_{1к}(t)$  или  $h_{2к}(t)$  зависит от соотношения между собственной частотой  $\omega_0$  и коэффициентом затухания  $\alpha$  и целиком определяется этими двумя параметрами контура. Введем величину

$$\xi_k = \frac{\alpha}{\omega_0}, \quad (2.110)$$

которую называют *колебательной характеристикой контура*. Подставляя значение  $\alpha$ , получим

$$\xi_k = \frac{R}{2\omega_0 L} = \frac{1}{2Q},$$

где  $Q$  — качество контура.

Для значений  $\xi_k$  в диапазоне  $0,1 \leq \xi_k \leq 10$  по формулам (2.93) — (2.109) построены графики переходных характеристик  $h_{0к}(t)$ ,  $h_{1к}(t)$  и  $h_{2к}(t)$  (рис. 2.20, 2.21 и 2.22), причем аргументом служит безразмерное время

$$\tau = \omega_0 t = \frac{t}{\sqrt{LC}}.$$

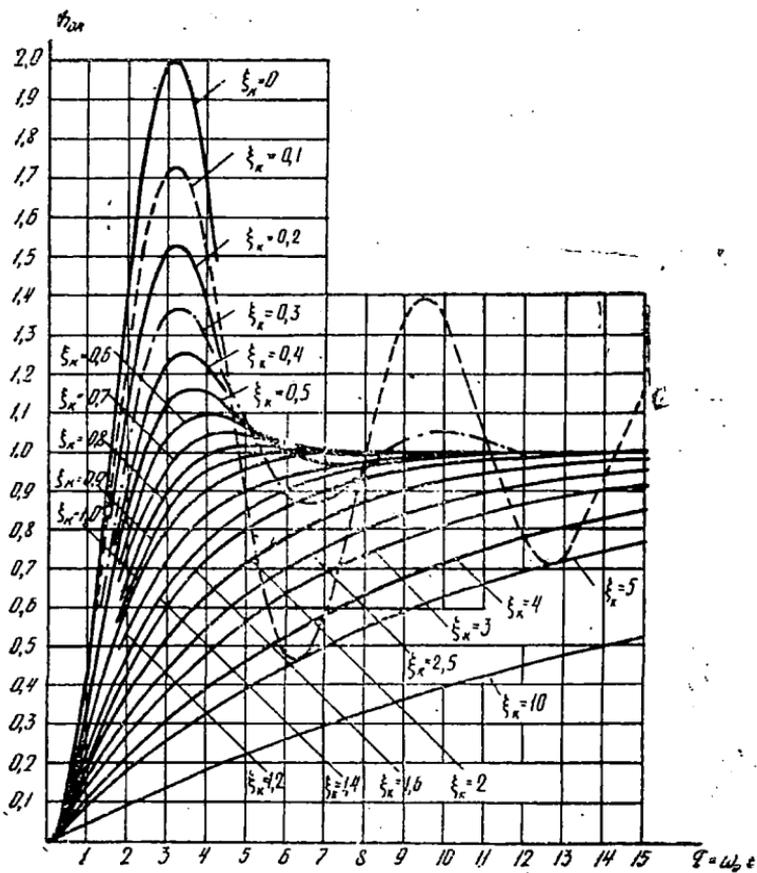


Рис. 2.20. Переходные характеристики цепи, показанной на рис. 2.16.

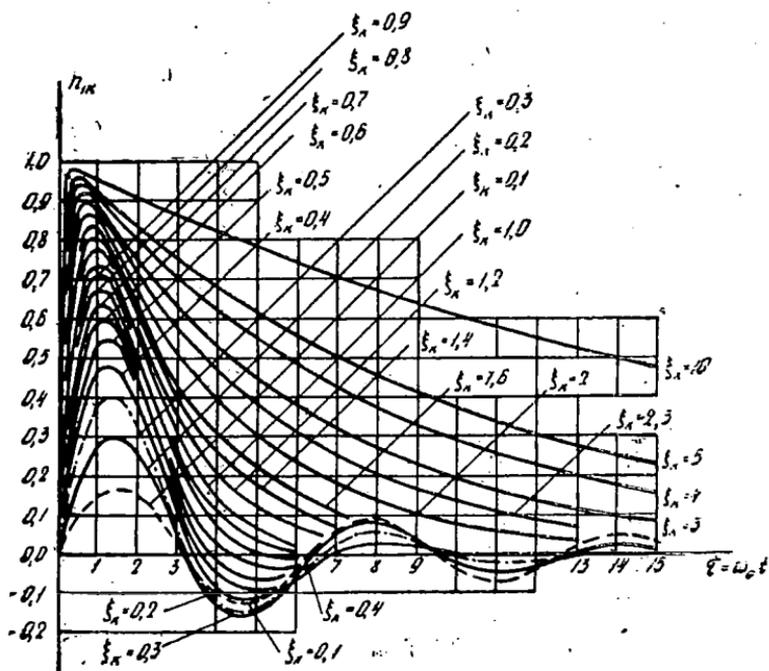


Рис. 2.21. Переходные характеристики цепи, показанной на рис. 2.17.

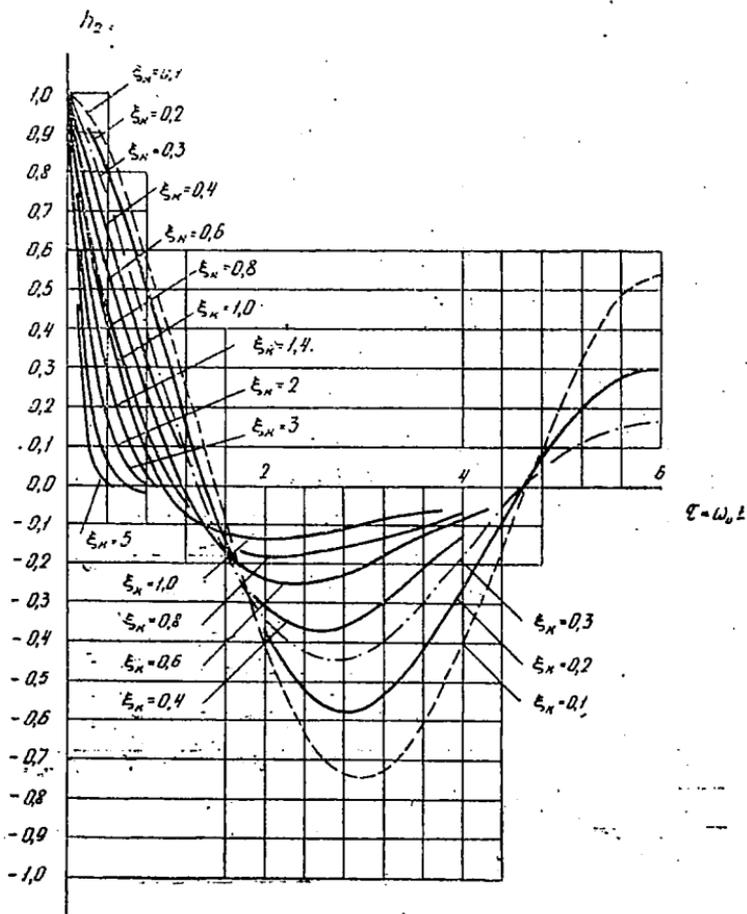


Рис. 2.22. Переходные характеристики цепи, показанной на рис. 2.18.

Если  $\xi_k < 1$  ( $\omega_0 > \alpha$ ), то согласно соотношениям (2.93), (2.120) и (2.106) при включении перепада напряжения переходный процесс определяется периодическими функциями  $\cos \omega_1 t$  и  $\sin \omega_1 t$  и имеет *колебательный* характер. Напряжение на выходе изменяется с частотой  $\omega_1$ , причем из-за наличия множителя  $e^{-\alpha t}$  колебания затухают с течением времени. Если  $\xi_k > 1$  ( $\omega_0 < \alpha$ ), то согласно формулам (2.98), (2.103) и (2.107) переходный процесс определяется монотонно изменяющимися гиперболическими функциями  $\text{ch } \beta t$  и  $\text{sh } \beta t$ , а также  $e^{-\alpha t}$  и имеет *апериодический* характер.

В критическом случае ( $\xi_k = 1$ ,  $\omega_0 = \alpha$ ), как видно из формул (2.109), переходный процесс тоже апериодический.

Выясним условия получения в схеме обоих режимов работы. Учитывая обозначения (2.83), условие  $\alpha < \omega_0$  можно записать так:

$$\frac{R}{2L} < \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

или

$$R < 2\rho,$$

где  $\rho = \sqrt{\frac{L}{C}}$  — характеристическое сопротивление контура.

Следовательно, колебательный режим существует при малом сопротивлении  $R < 2\rho$ . Наоборот, при большом сопротивлении  $R > 2\rho$  получим  $\alpha > \omega_0$ , и в контуре имеет место апериодический режим.

В начальный момент  $t=0$ , так как напряжение  $u_C$  и ток  $i$  (протекающий через индуктивность  $L$ ) не могут измениться скачком, весь перепад входного напряжения приложен к индуктивности. Поэтому

$$\begin{aligned} h_{0k}(0) &= 0; \\ h_{1k}(0) &= 0; \\ h_{2k}(0) &= 1. \end{aligned} \quad (2.111)$$

После окончания переходного процесса ( $t \rightarrow \infty$ ) ток в цепи не протекает, поэтому напряжение на сопротивлении и индуктивности спадает до нуля, а весь входной сигнал приложен к конденсатору. Поэтому

$$\begin{aligned} h_{0k}(\infty) &= 1; \\ h_{1k}(\infty) &= 0; \\ h_{2k}(\infty) &= 0. \end{aligned} \quad (2.112)$$

Таким образом, в последовательном контуре при включении перепада напряжения происходит заряд конденсатора  $C$  по колебательному (при  $\xi_k < 1$ ) или аперриодическому закону (при  $\xi_k > 1$ ).

Определим длительность нарастания напряжения на емкости. Считая, что при  $t \geq \tau_n$  переходная характеристика  $h_{0k}(t)$  отличается не более чем на 5% от установившегося значения, для колебательного процесса на основании соотношения (2.93) получим

$$e^{-\alpha \tau_n} = 0,05,$$

откуда

$$\tau_n \cong \frac{3}{\alpha} = \frac{3}{\xi_k \omega_0} = \frac{6Q}{\omega_0}. \quad (2.113)$$

Следовательно, чем выше качество контура  $Q$ , тем дольше длится процесс установления. При малых  $Q < 5$  ( $0,1 < \xi_k < 1$ ), как видно из графиков (рис. 2.20), колебания быстро затухают, из-за чего переходный процесс заканчивается в течение нескольких периодов.

При аперриодическом процессе, подставляя  $t = \tau_n$  в соотношение (2.98), получим

$$1 - h_{0k}(\tau_n) = e^{-\alpha \tau_n} \left[ \operatorname{ch} \beta \tau_n + \frac{\alpha}{\beta} \operatorname{sh} \beta \tau_n \right] = 0,05. \quad (2.114)$$

Как видно из графиков (рис. 2.20), уже при  $\xi_k > 1,2$  процесс установления заканчивается при  $\tau_n' = \omega_0 \tau_n > 7$ . В этом случае

$$\beta \tau_n = \xi_k \sqrt{1 - \frac{1}{\xi_k^2}} \tau_n' > 4,6.$$

Так как  $\beta \tau_n \gg 1$ , то

$$e^{-\beta \tau_n} \ll e^{\beta \tau_n},$$

и приближенно на основании соотношений (2.99)

$$\operatorname{ch} \beta \tau_n \cong \operatorname{sh} \beta \tau_n \cong \frac{1}{2} e^{\beta \tau_n}.$$

Подставляя эти значения в формулу (2.114), найдем

$$\frac{\alpha + \beta}{2\beta} \cdot e^{(\beta - \alpha)\tau_n} = 0,05,$$

откуда

$$\tau_n = \frac{1}{\alpha - \beta} \left[ 3 + \ln \frac{\alpha + \beta}{2\beta} \right]. \quad (2.115)$$

После подстановки значения  $\beta$ , равного

$$\beta = \alpha \sqrt{1 - \frac{1}{\xi_k^2}},$$

получим

$$\tau_n = \frac{\xi_k}{\alpha [\xi_k - \sqrt{\xi_k^2 - 1}]} \left[ 3 + \ln \frac{1 + \sqrt{\xi_k^2 - 1}}{\sqrt{\xi_k^2 - 1}} \right]. \quad (2.116)$$

При  $\xi_k \gg 1$

$$\sqrt{\xi_k^2 - 1} \approx \xi_k \left( 1 - \frac{1}{2\xi_k^2} \right).$$

Поэтому

$$\tau_n = \frac{6\xi_k^2}{\alpha} = 3RC. \quad (2.116')$$

Следовательно, при достаточно большом затухании индуктивность контура практически не влияет на процесс установления. Длительность  $\tau_n$  оказывается такой же, как и в цепи  $RC$ . График зависимости  $\tau_n(\xi_k)$  показан на рис. 2.23.

В контуре с высоким качеством ( $\alpha \ll \omega_0$ )  $\omega_1 \approx \omega_0$  и  $\varphi \approx 0$ . Это позволяет заменить соотношения (2.95), (2.102) и (2.108) такими приближенными зависимостями:

$$h_{0k}(t) = 1 - e^{-at} \cos \omega_0 t;$$

$$h_{1k}(t) = \frac{2\alpha}{\omega_0} e^{-at} \sin \omega_0 t;$$

(2.117)

$$h_{2k}(t) = e^{-at} \cos \omega_0 t.$$

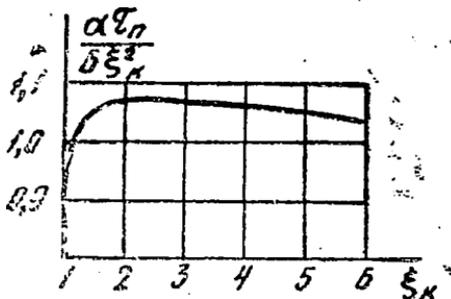


Рис. 2.23. Длительность процесса установления при аperiodическом режиме.

В контуре с высоким качеством частота колебаний равна собственной частоте  $\omega_0$ .

Важной особенностью колебательного заряда является то обстоятельство, что в течение отдельных частей периода напряжение  $u_c$  превышает входное (рис. 2.24). Так как  $\cos \omega_0 t$  изменяется в пределах от  $-1$  до  $+1$  при любом  $t$ , то кривая  $h_{0k}(t)$  заключена между двумя огибающими:

$$f_1(t) = 1 + e^{-at}$$

$$f_2(t) = 1 - e^{-at},$$

и

$$f_2(t) \leq h_{0к}(t) \leq f_1(t).$$

Напряжение  $u_c$  достигает значений, равных  $f_1(t)$ , в моменты  $t_{1n}$ , когда

$$\cos \omega_0 t_{1n} = 1,$$

откуда

$$\omega_0 t_{1n} = (2n + 1)\pi;$$

$$n = 0, 1, 2, \dots,$$

или

$$t_{1n} = (2n + 1) \frac{T_0}{2}, \quad (2.118)$$

где  $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$  — собственный период

Рис. 2.24. Форма напряжения на емкости при колебательном заряде.

колебаний.

В момент  $t = \frac{T_0}{2}$  переходная

характеристика  $h_{0к}$  достигает максимальной величины

$$h_{0км} = 1 + e^{-\frac{\alpha T_0}{2}}.$$

Так как

$$\frac{\alpha T_0}{2} = \frac{\alpha \pi}{\omega_0} = \frac{\pi}{2Q},$$

то

$$h_{0км} = 1 + e^{-\frac{\pi}{2Q}}. \quad (2.119)$$

При  $Q \gg 1$   $h_{0км} \cong 2$ . Это означает, что напряжение  $u_c$  почти вдвое превышает входной перепад. Такое свойство колебательного заряда используют в *импульсных модуляторах*, где при помощи специальных устройств прерывают заряд конденсатора в момент  $t = \frac{T_0}{2}$  и фиксируют таким образом максимальный уровень напряжения  $u_c$ . Очевидно, что при колебательном заряде получается значительный энергетический выигрыш по сравнению с апериодическим; энергия, запасаемая в конденсаторе в момент  $t = \frac{T_0}{2}$ , возрастает в четыре раза.

Как видно из графиков (рис. 2.20), при малых  $Q$  максимальное значение  $h_{0\text{км}}$  снижается, причем максимумы смещаются вправо по оси времени.

**Частотные характеристики.** Как показано в § 1.5, для того чтобы найти комплексный коэффициент передачи  $K(j\omega)$ , необходимо в выражении для  $H(p)$  просто заменить  $p$  на  $j\omega$ . Полагая  $p=j\omega$ , на основании (2.84) получим

$$K_{0\text{к}}(j\omega) = \frac{\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2 + 2j\alpha\omega}. \quad (2.120)$$

Это выражение определяет коэффициент передачи контура первого вида (рис. 2.16), в котором напряжение снимается с емкости.

Отделяя действительную часть  $K_{0\text{кг}}(\omega)$  от мнимой  $K_{0\text{ки}}(\omega)$ , найдем

$$K_{0\text{кг}} = \frac{\omega_0^2 (\omega_0^2 - \omega^2)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\alpha^2 \omega^2}, \quad (2.121)$$

$$K_{0\text{ки}} = - \frac{2\alpha\omega\omega_0^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\alpha^2 \omega^2}. \quad (2.122)$$

Согласно соотношению (1.54) амплитудно-частотная характеристика равна

$$K_{0\text{к}}(\omega) = \frac{\omega_0^2}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\alpha^2 \omega^2}}. \quad (2.123)$$

Что касается фазово-частотной характеристики, то прежде всего необходимо определить знаки  $K_{0\text{кг}}(\omega)$  и  $K_{0\text{ки}}(\omega)$ . Как видно из соотношения (2.122), при любых частотах  $K_{0\text{ки}}(\omega) < 0$ , а  $K_{0\text{кг}}(\omega) > 0$  при  $\omega < \omega_0$  и  $K_{0\text{кг}}(\omega) < 0$  при  $\omega > \omega_0$ . Следовательно, согласно таблице 1.2 формулы для  $\psi_{0\text{к}}(\omega)$  будут:

$$\psi_{0\text{к}}(\omega) = \text{arctg} \frac{2\alpha\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}, \quad (2.124)$$

при  $\omega > \omega_0$

$$\psi_{0\text{к}}(\omega) = \text{arctg} \frac{2\alpha\omega}{\omega_0^2 - \omega^2} + \pi. \quad (2.125)$$

Для контура второго вида (рис. 2.17), в котором напряжение снимается с сопротивления, согласно выражению (2.101) комплексный коэффициент передачи

$$K_{1\text{к}}(j\omega) = \frac{2j\alpha\omega}{\omega_0^2 - \omega^2 + 2j\alpha\omega}. \quad (2.126)$$

Действительная  $K_{1kr}(\omega)$  и мнимая  $K_{1ki}(\omega)$  части равны

$$K_{1kr}(\omega) = \frac{4\alpha^2\omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\alpha^2\omega^2}; \quad (2.127)$$

$$K_{1ki}(\omega) = \frac{2\alpha\omega(\omega_0^2 - \omega^2)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\alpha^2\omega^2}. \quad (2.128)$$

Отсюда находим амплитудно-частотную характеристику

$$K_{1k}(\omega) = \frac{2\alpha\omega}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\alpha^2\omega^2}}. \quad (2.129)$$

Нетрудно заметить, что всегда  $K_{1kr}(\omega) > 0$ , а  $K_{1ki}(\omega) > 0$  при  $\omega < \omega_0$  и  $K_{1ki}(\omega) < 0$  при  $\omega > \omega_0$ . На основании таблицы 1.2 получим фазово-частотную характеристику

$$\psi_{1k}(\omega) = -\operatorname{arctg} \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{2\alpha\omega}. \quad (2.130)$$

Контур третьего вида (рис. 2.18), в котором напряжение снимается с индуктивности, характеризуется согласно формуле (2.105) комплексным коэффициентом передачи

$$K_{2k}(j\omega) = -\frac{\omega^2}{\omega_0^2 - \omega^2 + 2j\alpha\omega}. \quad (2.131)$$

Отсюда действительная  $K_{2kr}(\omega)$  и мнимая  $K_{2ki}(\omega)$  части равны

$$K_{2kr}(\omega) = -\frac{\omega^2(\omega_0^2 - \omega^2)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\alpha^2\omega^2}; \quad (2.132)$$

$$K_{2ki}(\omega) = \frac{2\alpha\omega^3}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\alpha^2\omega^2}. \quad (2.133)$$

Так как  $K_{2ki}(\omega) > 0$ , а  $K_{2kr}(\omega) < 0$  при  $\omega < \omega_0$  и  $K_{2kr}(\omega) > 0$  при  $\omega > \omega_0$ , то по таблице 1.2 получим фазово-частотную характеристику в следующем виде:  
при  $\omega < \omega_0$

$$\psi_{2k}(\omega) = \operatorname{arctg} \frac{2\alpha\omega}{\omega_0^2 - \omega^2} - \pi; \quad (2.134)$$

при  $\omega > \omega_0$

$$\psi_{2k}(\omega) = \operatorname{arctg} \frac{2\alpha\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}. \quad (2.135)$$

Амплитудно-частотная характеристика имеет вид

$$K_{2к}(\omega) = \frac{\omega^2}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\alpha^2\omega^2}}. \quad (2.136)$$

Графики для частотных характеристик приведены на рис. 2.25, 2.26 и 2.27. Параметром кривых служит колебательная характеристика  $\xi_k$ , а аргументом является безразмерная частота

$$\eta = \frac{\omega}{\omega_0} = \frac{f}{f_0}.$$

Как видно из графиков для амплитудно-частотных характеристик, при апериодическом режиме ( $\xi_k \geq 1$ ) или в колебательном режиме с сильным затуханием ( $0,1 < \xi_k < 1$ ) контур имеет довольно широкую полосу пропускания. Из-за резонансных свойств контура в колебательном режиме наблюдается выброс (подъем) амплитудно-частотной характеристики на частотах, близких к  $\omega_0$ . Однако при сильном затухании резонансные свойства проявляются слабо. Поскольку в усилительных и импульсных устройствах всегда требуется большая полоса пропускания, то именно контуры с сильным затуханием ( $\xi_k > 0,1$ ) находят здесь применение.

При слабом затухании ( $\xi_k \ll 1$ ) резонансные свойства контура резко усиливаются. Благодаря явлению резонанса напряжений, коэффициенты передачи  $K_{0к}(\omega)$  и  $K_{2к}(\omega)$  при  $\omega = \omega_0$  достигают большой величины

$$K_{0к}(\omega_0) = K_{2к}(\omega_0) = \frac{\omega_0}{2\alpha} = \frac{1}{2\xi_k} = Q, \quad (2.137)$$

а полоса пропускания сужается (рис. 2.28). Такие резонансные контуры находят применение в усилителях высокой частоты, где производится усиление сигналов с узким спектром.

Фазово-частотные характеристики изучаемых контуров нелинейны, причем фазовый сдвиг изменяется с ростом частоты  $f$  в таких пределах:

- в контуре первого вида  $0 < \psi_{0к}(\omega) < \pi$ ;
- в контуре второго вида  $-\frac{\pi}{2} < \psi_{1к}(\omega) < \frac{\pi}{2}$ ;
- в контуре третьего вида  $-\pi < \psi_{2к}(\omega) < 0$ .

### Параллельный колебательный контур

В параллельном колебательном контуре  $LC$  (рис. 2.29), который питается от источника сигнала  $u_1(t)$  через сопротивление  $R$ , процессы описываются следующими операционными уравнениями, полученными из схемы (рис. 2.30):

$$\begin{aligned} I(p)R + U_2(p) &= U_1(p); \\ I_L(p) + I_C(p) &= I(p). \end{aligned} \quad (2.138)$$

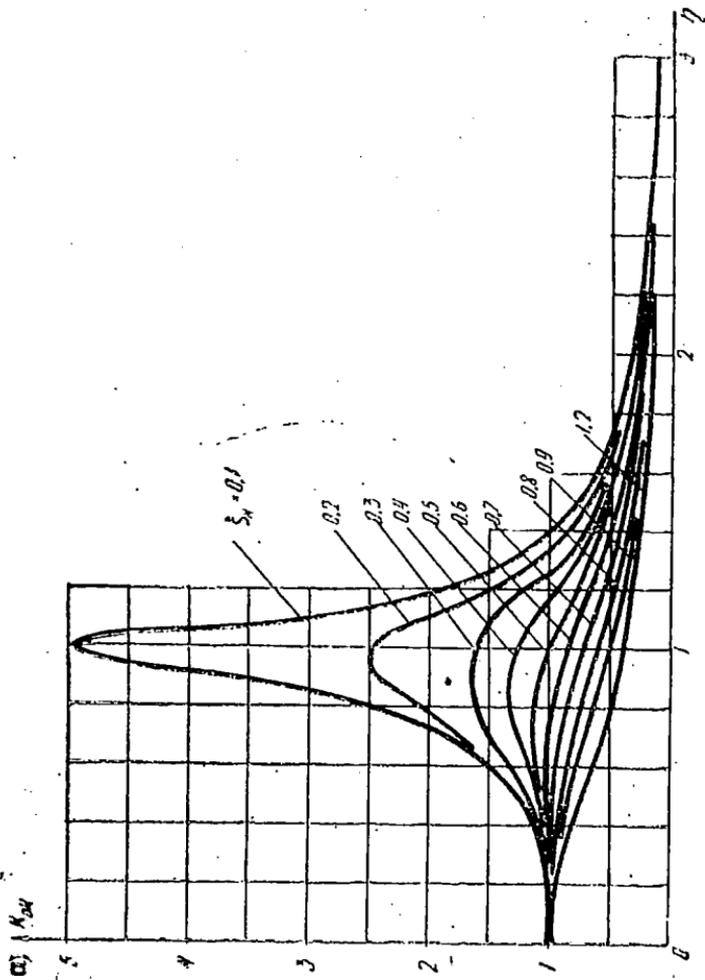


Рис. 2.25 а. Частотные характеристики последовательного контура с емкостью на выходе (при  $\xi_k \leq 1$ ).

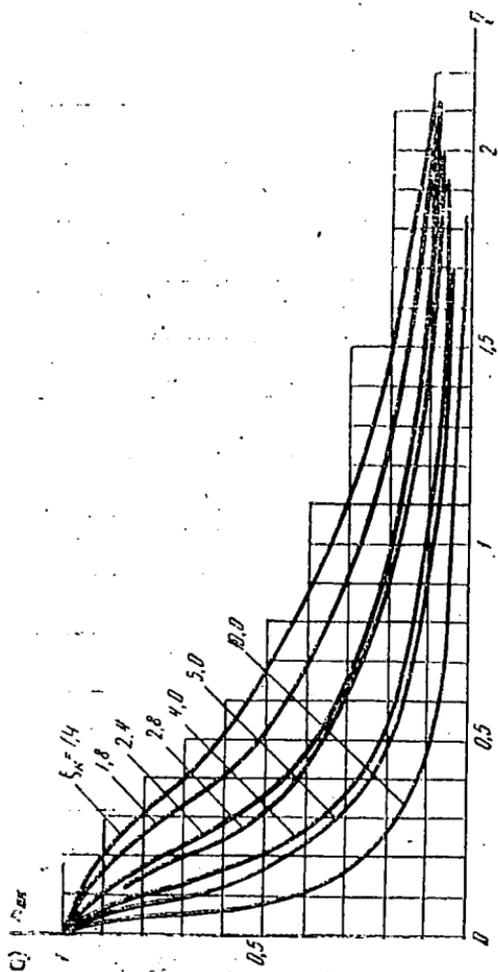


Рис. 2.25 б. Частотные характеристики последовательного контура с емкостью на выходе (при  $\xi_k > 1$ ).

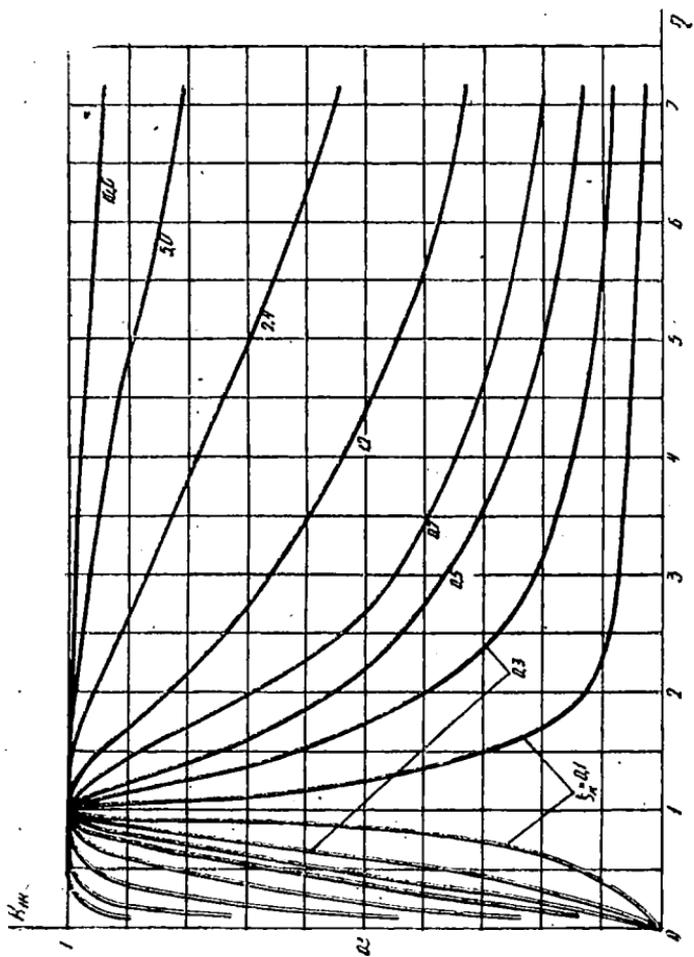


Рис. 2.26. Частотные характеристики последовательного контура с сопротивлением на выходе.

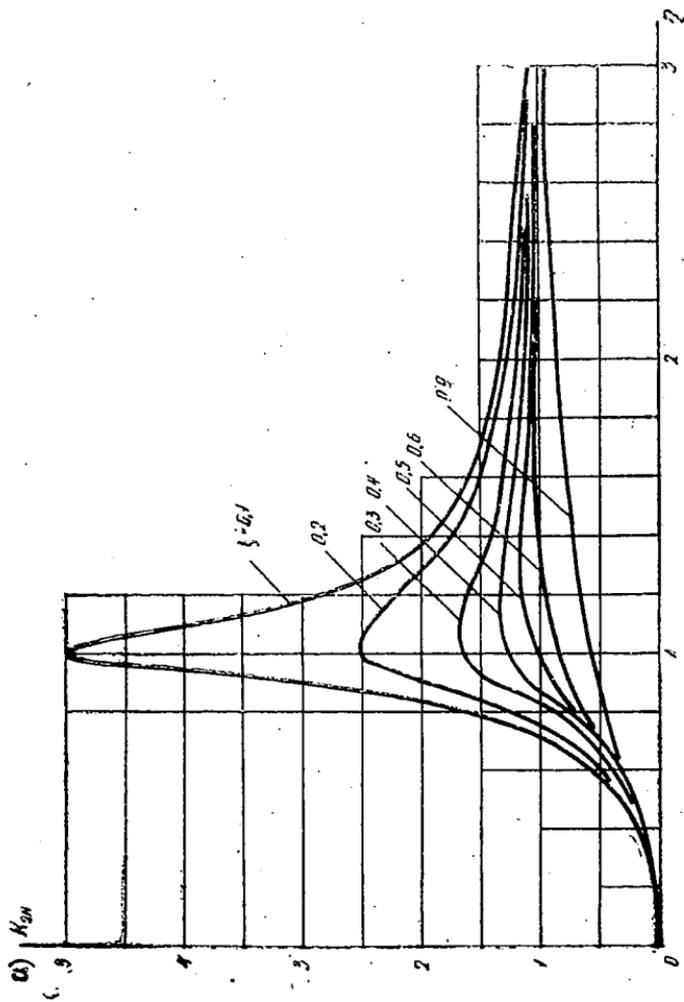


Рис. 2.27 а. Частотные характеристики последовательного контура с индуктивностью на выходе (при  $\xi_k \leq 1$ ).

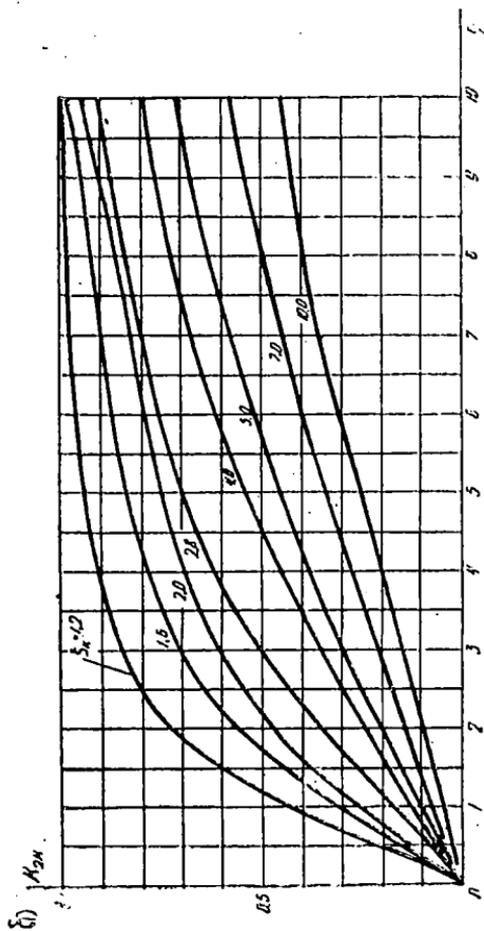


Рис. 2.27 б. Частотные характеристики последовательного контура с индуктивностью на выходе (при  $\xi_k > 1$ ).

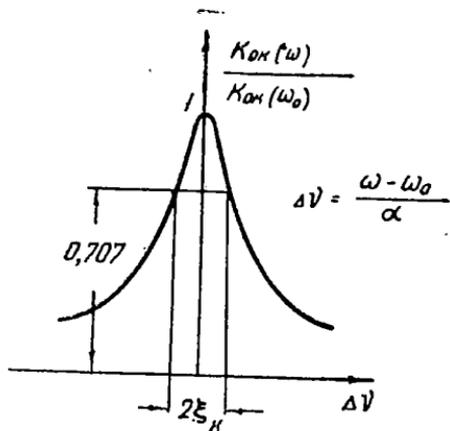


Рис. 2.28. Амплитудно-частотная характеристика контура (рис. 2.16) при слабом затухании ( $\xi_K \ll 1$ ).

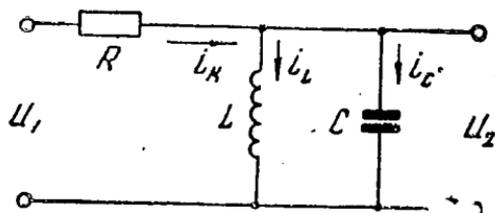


Рис. 2.29. Параллельный контур.

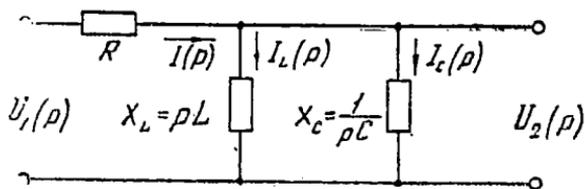


Рис. 2.30. Схема для операционных изображений, соответствующая параллельному контуру.

Так как

$$I_L(p) = \frac{U_2(p)}{pL};$$
$$I_C(p) = pCU_2(p),$$
(2.139)

то после подстановки значений  $I_L(p)$  и  $I_C(p)$  в уравнение (2.138) найдем операционное изображение выходного напряжения

$$U_2(p) = U_1(p) \cdot \frac{1}{1 + pRC + \frac{R}{pL}}.$$
(2.140)

После умножения на  $\frac{p}{RC}$  определяем операционный коэффициент передачи

$$H_n(p) = \frac{2\alpha_n p}{p^2 + 2\alpha_n p + \omega_0^2},$$
(2.141)

где введены обозначения

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}};$$
$$\alpha_n = \frac{1}{2RC}.$$
(2.142)

Сравнивая соотношения (2.141) и (2.101), замечаем, что операционный коэффициент передачи  $H_n(p)$  не отличается от  $H_{1к}(p)$ . Следовательно, переходная и частотные характеристики параллельного контура такие же, как и последовательного контура второго вида (рис. 2.17) и определяются соотношениями (2.102), (2.103) и (2.109), а также (2.129) и (2.130), в которых лишь необходимо заменить коэффициент затухания  $\alpha$  на  $\alpha_n$ .

В параллельном контуре также возможны два режима работы. Колебательный режим устанавливается при  $\alpha_n < \omega_0$ . Учитывая обозначения (2.142), получим

$$\frac{1}{2RC} < \frac{1}{\sqrt{LC}},$$

откуда

$$R > \frac{\rho}{2}.$$

Апериодический режим существует при  $\alpha_n \geq \omega_0$ , откуда

$$R \leq \frac{\rho}{2}.$$

Различие между последовательным и параллельным контуром состоит в том, что при возрастании  $R$  в первом из них затухание  $\alpha$  увеличивается, а во втором, наоборот, затухание  $\alpha_n$  уменьшается. Поэтому в параллельном контуре колебательный режим ( $\alpha_n < \omega_0$ ) устанавливается при большом сопротивлении  $R$ , а апериодический ( $\alpha_n \geq \omega_0$ ) — при малом.

Определим также ток  $i_L$  в индуктивности  $L$  при включении перепада напряжения  $u_1(t) = U_1 \cdot 1(t)$ , чему соответствует  $U_1(p) = U_1$ . Подставляя выражение (2.140) в формулу (2.139), найдем после простых преобразований

$$I_L(p) = \frac{U_1}{R} \cdot \frac{\omega_0^2}{p^2 + 2\alpha_n p + \omega_0^2}. \quad (2.143)$$

Это операционное выражение уже встречалось выше (см. (2.84)). Значит, операционное изображение

$$I_L(p) = \frac{U_1}{R} H_{0к}(p),$$

а ток в индуктивности

$$i_L = \frac{U_1}{R} h_{0к}(t) 1(t). \quad (2.144)$$

Форма тока  $i_L$  в параллельном контуре оказывается в точности такой же, как напряжение  $u_C$  в последовательной схеме. Переходный процесс заключается в накоплении энергии в индуктивности. После его окончания ток  $i_L$  имеет постоянную величину  $\frac{U_1}{R}$ , а напряжение на контуре спадает до нуля.

Длительность процесса установления в колебательном режиме (при  $\alpha_n < \omega_0$ )

$$\tau_n = \frac{3}{\alpha_n} = 6RC, \quad (2.145)$$

а в апериодическом определяется соотношением (2.116).

### Последовательный контур с шунтирующим сопротивлением

Если в последовательном контуре напряжение снимается с емкости, то на работу схемы оказывает влияние входное сопротивление последующего устройства, чаще всего активное. Поэтому представляет интерес определить свойства контура, у которого емкость шунтирована сопротивлением  $R_2$  (рис. 2.31). Заменяя эле-

менты схемы их операционными сопротивлениями, составим следующую систему уравнений:

$$U_L(p) + U_{R_1}(p) + U_2(p) = U_1(p); \quad (2.146)$$

$$I(p) = I_C(p) + I_{R_2}(p).$$

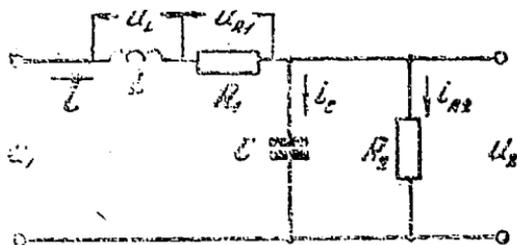


Рис. 2.31. Последовательный контур с шунтирующим сопротивлением.

Так как

$$I_C(p) = pCU_2(p); \quad (2.147)$$

$$I_{R_2}(p) = \frac{U_2(p)}{R_2},$$

то

$$U_L(p) = I(p)pL = \left( p^2 LC + p \frac{L}{R_2} \right) U_2(p); \quad (2.148)$$

$$U_{R_1}(p) = I(p)R_1 = \left( pR_1C + \frac{R_1}{R_2} \right) U_2(p).$$

Подставляя выражения для  $U_L(p)$  и  $U_{R_1}(p)$  в уравнение (2.146), получим после деления на  $LC$  операционный коэффициент передачи

$$H_{ш}(p) = \frac{\omega_0^2}{p^2 + 2\alpha_{ш}p + \omega_{ш}^2}, \quad (2.149)$$

где введены следующие обозначения:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}};$$

$$\gamma_R = \frac{R_1}{R_2};$$

$$(2.150)$$

$$\omega_{ш} = \omega_0 \sqrt{1 + \gamma_R};$$

$$\alpha_{ш} = \frac{1}{2} \left( \frac{R_1}{L} + \frac{1}{R_2 C} \right).$$

Чтобы воспользоваться полученными ранее результатами, умножим числитель и знаменатель на  $\omega_m^2$  и учтем, что

$$\frac{\omega_0^2}{\omega_m^2} = \frac{1}{1 + \gamma_R}$$

Тогда выражение (2.149) принимает вид.

$$H_m(p) = \frac{1}{1 + \gamma_R} \cdot \frac{\omega_m^2}{p^2 + 2\alpha_m p + \omega_m^2}. \quad (2.151)$$

Сравнивая выражения (2.151) и (2.84), замечаем, что  $H_m(p)$  отличается лишь постоянным множителем  $(1 + \gamma_R)^{-1}$  от  $H_0(p)$ . Следовательно, переходная характеристика определяется выражениями (2.95) и (2.98), если положить в них

$$\begin{aligned} \omega_1 &= \omega_{1m} = \sqrt{\omega_m^2 - \alpha_m^2}; \\ \alpha &= \alpha_m; \\ \beta &= \beta_m = \sqrt{\alpha_m^2 - \omega_m^2}, \end{aligned} \quad (2.152)$$

а также учесть указанный множитель. Тогда получим при  $\omega_m > \alpha_m$

$$\begin{aligned} h_m(t) &= \frac{1}{1 + \gamma_R} h_{0k}(t) = \\ &= \frac{1}{1 + \gamma_R} \left[ 1 - e^{-\alpha_m t} \left( \cos \omega_{1m} t + \frac{\alpha_m}{\omega_{1m}} \sin \omega_{1m} t \right) \right]; \end{aligned} \quad (2.153)$$

при  $\omega_m < \alpha_m$

$$\begin{aligned} h_m(t) &= \frac{1}{1 + \gamma_R} h_{0k}(t) = \\ &= \frac{1}{1 + \gamma_R} \left[ 1 - e^{-\alpha_m t} \left( \operatorname{ch} \beta_m t + \frac{\alpha_m}{\beta_m} \operatorname{sh} \beta_m t \right) \right]. \end{aligned} \quad (2.154)$$

Для определения  $h_m(t)$  можно пользоваться графиками (рис. 2.20), если считать

$$\tau = \omega_m t = \sqrt{\frac{1 + \gamma_R}{LC}} t; \quad (2.155)$$

$$\xi_k = \frac{\alpha_m}{\omega_m} = \frac{1}{2\sqrt{1 + \gamma_R}} \left[ \frac{R_1}{\sqrt{\frac{L}{C}}} + \frac{\sqrt{\frac{L}{C}}}{R_2} \right],$$

а также иметь в виду, что эти графики дают величину

$$h_{0\kappa}(t) = (1 + \gamma_R)h_{ш}(t).$$

Таким образом, учет шунтирующего сопротивления  $R_2$  приводит к увеличению собственной частоты ( $\omega_{ш} > \omega_0$ ) и особенно коэффициента затухания ( $\alpha_{ш} > \alpha$ ), а также колебательной характеристики  $\xi_{\kappa}$ . Кроме того, снижается установившееся значение выходного напряжения, так как

$$h_{ш}(\infty) = \frac{h_{0\kappa}(\infty)}{1 + \gamma_R} = \frac{1}{1 + \gamma_R}. \quad (2.156)$$

Это объясняется тем, что после окончания процесса установления в цепи протекает постоянный ток, который создает постоянные напряжения на сопротивлениях  $R_1$  и  $R_2$ . В данном случае цепь превращается в простой делитель напряжения, с одного из сопротивлений которого ( $R_2$ ) снимается выходной сигнал.

Полагая в выражении (2.151)  $p = j\omega$ , найдем комплексный коэффициент передачи:

$$\begin{aligned} K_{ш}(j\omega) &= \frac{1}{1 + \gamma_R} K_{0\kappa}(j\omega) = \\ &= \frac{1}{1 + \gamma_R} \cdot \frac{\omega_{ш}^2}{\omega_{ш}^2 - \omega^2 + 2j\alpha_{ш}\omega}. \end{aligned} \quad (2.157)$$

Отсюда определим частотные характеристики:

$$K_{ш}(\omega) = \frac{K_{0\kappa}(\omega)}{1 + \gamma_R} = \frac{1}{1 + \gamma_R} \cdot \frac{\omega_{ш}^2}{\sqrt{(\omega_{ш}^2 - \omega^2)^2 + 4\alpha_{ш}^2\omega^2}}; \quad (2.158)$$

при  $\omega < \omega_{ш}$

$$\psi_{ш}(\omega) = \psi_{0\kappa}(\omega) = \arctg \frac{2\alpha_{ш}\omega}{\omega_{ш}^2 - \omega^2}; \quad (2.159)$$

при  $\omega > \omega_{ш}$

$$\psi_{ш}(\omega) = \psi_{0\kappa}(\omega) = \arctg \frac{2\alpha_{ш}\omega}{\omega_{ш}^2 - \omega^2} + \pi. \quad (2.160)$$

Учет шунтирующего сопротивления приводит только к уменьшению модуля коэффициента передачи, фазово-частотная характеристика остается без изменения (при условии  $\alpha_{ш} = \alpha$  и  $\omega_{ш} = \omega_0$ ).

Для определения АЧХ и ФЧХ можно пользоваться графиками (рис. 2.25), если считать

$$\eta = \frac{\omega}{\omega_{ш}};$$

$$\xi_k = \frac{\alpha_{ш}}{\omega_{ш}}.$$

### Цепь RC с шунтирующей емкостью

В усилительных устройствах возникает необходимость изучения процессов в цепи, изображенной на рис. 2.32. Уравнения для операционных изображений

в этой цепи таковы:

$$U_{R_1}(p) + U_{C_2}(p) + U_2(p) = U_1(p); \quad (2.161)$$

$$I(p) = I_1(p) + I_2(p).$$

Так как

$$I_1(p) = p C_1 U_2(p); \quad (2.162)$$

$$I_2(p) = \frac{U_2(p)}{R_2},$$

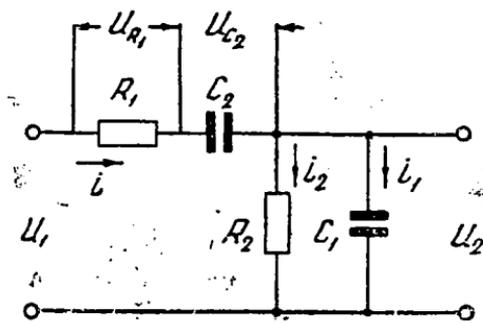


Рис. 2.32. Цепь RC с шунтирующей емкостью.

то

$$U_{R_1}(p) = I(p) R_1 = \left( p R_1 C_1 + \frac{R_1}{R_2} \right) U_2(p); \quad (2.163)$$

$$U_{C_2}(p) = \frac{I(p)}{p C_2} = \left( \frac{C_1}{C_2} + \frac{1}{p R_2 C_2} \right) U_2(p).$$

Подставляя эти выражения в уравнение (2.161), получим операционное изображение выходного сигнала:

$$U_2(p) = U_1(p) \cdot \frac{1}{p \tau_1 + (1 + \gamma_R + \gamma_C) + \frac{1}{p \tau_2}}, \quad (2.164)$$

где введены следующие обозначения:

$$\tau_1 = R_1 C_1; \quad \gamma_R = \frac{R_1}{R_2}; \quad (2.165)$$

$$\tau_2 = R_2 C_2; \quad \gamma_C = \frac{C_1}{C_2}.$$

После умножения на  $\frac{p}{\tau_1}$ , обозначая

$$\alpha_c = \frac{1 + \gamma_R + \gamma_C}{2\tau_1}; \quad (2.166)$$

$$\omega_c = \frac{1}{\sqrt{\tau_1 \tau_2}},$$

находим операционный коэффициент передачи:

$$H_c(p) = \frac{p}{\tau_1 [p^2 + 2\alpha_c p + \omega_c^2]} = \frac{1}{2\alpha_c \tau_1} H_{1,к}(p). \quad (2.167)$$

Это выражение отличается от выражения (2.101) лишь заменой постоянного множителя в числителе  $2\alpha$  на  $1/\tau_1$ .

Выясним, каков характер процессов в схеме (рис. 2.32). Как видно из соотношений (2.165), между четырьмя основными параметрами этой цепи — постоянными времени  $\tau_1$  и  $\tau_2$  и коэффициентами  $\gamma_R$  и  $\gamma_C$  — существует следующее соотношение:

$$\gamma_R \cdot \gamma_C = \frac{\tau_1}{\tau_2}. \quad (2.168)$$

Следовательно,

$$\omega_c = \frac{\sqrt{\gamma_R \gamma_C}}{\tau_1}. \quad (2.169)$$

Колебательная характеристика

$$\xi_k = \frac{\alpha_c}{\omega_c} = \frac{1 + \gamma_R + \gamma_C}{2\sqrt{\gamma_R \gamma_C}}. \quad (2.170)$$

Так как среднее арифметическое двух положительных величин  $0,5(\gamma_R + \gamma_C)$  всегда больше их среднего геометрического  $\sqrt{\gamma_R \cdot \gamma_C}$ , то при любых значениях параметров  $\xi_k > 1$ , т. е.  $\alpha_c > \omega_c$ . Значит, в данной схеме возможен только апериодический процесс.

Переходная характеристика на основании соотношения (2.167) будет

$$h_c(t) = \frac{1}{2\alpha_c \tau_1} h_{1,к}(t) = \frac{h_{1,к}(t)}{1 + \gamma_R + \gamma_C},$$

или с использованием соотношения (2.103)

$$h_c(t) = \frac{2\alpha_c}{\beta_c (1 + \gamma_R + \gamma_C)} \cdot e^{-\alpha_c t} \text{sh } \beta_c t, \quad (2.171)$$

где

$$\beta_c = \sqrt{\alpha_c^2 - \omega_c^2}. \quad (2.172)$$

Для определения  $h_C(t)$  можно пользоваться графиками (рис. 2.21), полагая

$$\tau = \omega_C t = \frac{t}{V \tau_1 \tau_2},$$

причем эти графики, очевидно, дают величину

$$h_{1K}(t) = (1 + \gamma_R + \gamma_C) h_C(t).$$

Изучим подробнее форму  $h_C(t)$ . Воспользовавшись формулой Эйлера (2.99), перепишем выражение (2.171) так:

$$h_C(t) = M \left( e^{-\frac{t}{\theta_2}} - e^{-\frac{t}{\theta_1}} \right), \quad (2.173)$$

где

$$M = \frac{\alpha_C}{\beta_C (1 + \gamma_R + \gamma_C)} = \frac{1}{2 \beta_C \tau_1};$$

$$\theta_1 = \frac{1}{\alpha_C + \beta_C}; \quad (2.174)$$

$$\theta_2 = \frac{1}{\alpha_C - \beta_C}.$$

Анализ формулы (2.173) показывает, что переходная характеристика  $h_C(t)$  определяется разностью двух экспоненциальных кривых:

$$f_2(t) = M e^{-\frac{t}{\theta_2}}$$

и

$$f_1(t) = M e^{-\frac{t}{\theta_1}}.$$

Так как

$$(\alpha_C + \beta_C) > (\alpha_C - \beta_C),$$

то при любых параметрах схемы согласно выражению (2.174)

$$\theta_2 > \theta_1.$$

Поэтому  $f_2(t)$  убывает медленнее, чем  $f_1(t)$  (рис. 2.33). Функцию  $f_2(t)$  называют медленной экспонентой, а  $f_1(t)$  — быстрой. Кривая  $h_C(t)$  построена на том же рис. 2.33. Импульс  $h_C(t)$  носит название биэкспоненциального.

Как видно из графика, переходная характеристика  $h_C(t)$  изменяется с конечной скоростью. Это происходит потому, что к выходным зажимам присоединена емкость  $C_1$ , на которой напряжение не может изменяться скачком.

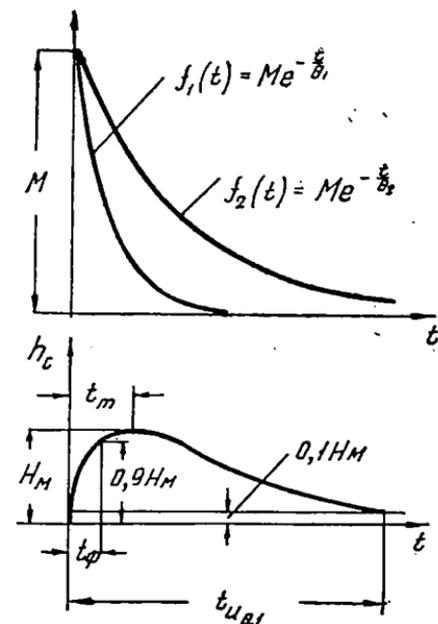


Рис. 2.33. К определению переходной характеристики  $h_C(t)$ .

Переходный процесс происходит в схеме (рис. 2.32) следующим образом. После включения перепада напряжения на входе под действием тока  $i$  постепенно заряжаются обе емкости  $C_1$  и  $C_2$ . Так как ток  $i_2$  пропорционален  $u_2$ , то в начале переходного процесса, когда конденсатор  $C_1$  еще не заряжен и  $u_2$  мало, он имеет малое значение. Иначе говоря, ток  $i$  протекает, главным образом, через конденсатор  $C_1$ , интенсивно заряжая его. По мере роста  $u_2$  увеличивается ток  $i_2$ , а общий ток  $i$  уменьшается вследствие заряда емкости  $C_2$ . Обе эти причины приводят к уменьшению тока  $i_1 = i - i_2$ , из-за чего замедляется процесс заряда  $C_1$ . Напряжение на выходе растет все

медленнее, пока не достигнет в момент  $t = t_m$  максимального значения. В этот момент  $i_1 = 0$ ,  $i = i_2$ .

Начиная с момента  $t_m$ , основное влияние на процесс в цепи оказывает емкость  $C_2$ . Вследствие уменьшения тока  $i$ , который теперь протекает главным образом через  $R_2$ , уменьшается ток  $i_2$  и напряжение  $u_2$ . Когда емкость  $C_2$  зарядится полностью, общий ток  $i$  и напряжение  $u_2$  спадает до нуля.

Вследствие уменьшения  $u_2$  при  $t > t_m$ , естественно, происходит также другой процесс — разряда  $C_1$  через  $R_2$ , который тоже заканчивается за то же время, что и заряд  $C_2$ .

Таким образом, переходный процесс в данной цепи состоит из двух этапов:

- при  $t < t_m$  заряжаются оба конденсатора  $C_1$  и  $C_2$ ;
- при  $t > t_m$  емкость  $C_2$  продолжает заряжаться, а емкость  $C_1$  разряжается.

Определим момент  $t_m$ , когда переходная характеристика  $h_C(t)$  достигает максимального значения. Дифференцируя (2.173) по  $t$ , находим

$$\frac{dh_C}{dt} = M \left( \frac{1}{\theta_1} \cdot e^{-\frac{t}{\theta_1}} - \frac{1}{\theta_2} \cdot e^{-\frac{t}{\theta_2}} \right). \quad (2.175)$$

Так как при  $t = t_m$

$$\frac{dh_C}{dt} = 0,$$

то для определения  $t_m$  получим такое уравнение:

$$\frac{1}{\theta_1} \cdot e^{-\frac{t_m}{\theta_1}} - \frac{1}{\theta_2} \cdot e^{-\frac{t_m}{\theta_2}} = 0, \quad (2.176)$$

откуда

$$t_m = \frac{\theta_1 \cdot \theta_2}{\theta_2 - \theta_1} \cdot \ln \frac{\theta_2}{\theta_1}. \quad (2.177)$$

Определим параметры биэкспоненциального импульса (рис. 2.33): амплитуду  $H_m$ , длительность  $t_{на}$  (на уровне  $aH_m$ ) и длительность фронта  $t_{ф}$  (длительность нарастания от  $h_C = 0,1 H_m$  до  $h_C = 0,9 H_m$ ). Поскольку параметры  $\tau_1$ ,  $\tau_2$ ,  $\gamma_R$  и  $\gamma_C$  связаны между собою соотношением (2.168), то только три параметра являются независимыми. В качестве таковых выберем постоянные времени  $\tau_1$  и  $\tau_2$ , а также обобщенный параметр  $\vartheta$ , определяемый соотношением

$$\vartheta = \left( \xi_k + \sqrt{\xi_k^2 - 1} \right)^2 - 1 = \frac{\theta_2}{\theta_1} - 1, \quad (2.178)$$

где колебательная характеристика  $\xi_k$  задана выражением (2.170). Преобразуя соотношения (2.174) и (2.177) с учетом введенных параметров, получим

$$\begin{aligned} M &= \frac{1}{1 + \gamma_R + \gamma_C} \cdot \frac{2 + \vartheta}{\vartheta}; \\ \theta_1 &= \sqrt{\frac{\tau_1 \tau_2}{1 + \vartheta}}; \\ \theta_2 &= \sqrt{\tau_1 \tau_2 (1 + \vartheta)}, \\ t_m &= \theta_2 \frac{\ln(1 + \vartheta)}{\vartheta}. \end{aligned} \quad (2.179)$$

Полагая в выражении (2.173)  $t = t_m$ , получим амплитуду биэкспоненциального импульса:

$$H_m = \frac{1}{1 + \gamma_R + \gamma_C} \cdot F_m(\vartheta), \quad (2.180)$$

где

$$F_m(\vartheta) = \frac{2 + \vartheta}{\vartheta} \left( e^{-\frac{t_m}{\theta_2}} - e^{-\frac{t_m}{\theta_1}} \right),$$

или

$$F_m(\vartheta) = \frac{2 + \vartheta}{1 + \vartheta} \cdot e^{-\frac{\ln(1 + \vartheta)}{\vartheta}}. \quad (2.181)$$

Функция  $F_M(\vartheta)$  монотонно возрастает от значения  $2 \cdot e^{-1} = 0,74$  до 1 при увеличении  $\vartheta$  от 0 до  $\infty$  (рис. 2.34). Так как  $F_M(\vartheta) < 1$ , а  $(1 + \gamma_R + \gamma_C) > 1$ , то  $H_M < 1$ . В рассматриваемой цепи сигнал на выходе ослабляется. Поскольку  $F_M(\vartheta)$  сравнительно мало меняется, то степень ослабления зависит непосредственно от  $\gamma_R$  и  $\gamma_C$ . Чем меньше эти величины, тем ближе  $H_M$  к единице.

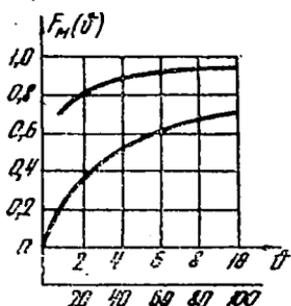


Рис. 2.34. График функции  $F_M(\vartheta)$ .

Как показали исследования автора [12], длительность  $t_{на}$  и длительность фронта биэкспоненциального импульса определяются соотношениями

$$t_{на} = 0_2 F_{II}(\vartheta, a); \quad (2.182)$$

$$t_{\phi} = 0_2 F_{\phi}(\vartheta). \quad (2.183)$$

Функции  $F_{II}(\vartheta, a)$  и  $F_{\phi}(\vartheta)$ , зависящие от параметра  $\vartheta$ , не имеют простых аналитических выражений. С погрешностью менее 3% (при  $a \leq 0,5$ ) для  $\vartheta \geq 1$  можно использовать приближенную формулу

$$F_{II}(\vartheta, a) = \ln \frac{1}{a} + \frac{1}{\vartheta} [1 - 1,2a + \ln(1 + \vartheta)]. \quad (2.184)$$

Для функции  $F_{\phi}(\vartheta)$  получены формулы, которые с погрешностью менее 5% аппроксимируют отдельные участки кривой  $F_{\phi}(\vartheta)$ .

При  $0 < \vartheta < 10$

$$F_{\phi}(\vartheta) = 0,55 \frac{\ln(1 + \vartheta)}{\vartheta}; \quad (2.185)$$

при  $10 \leq \vartheta \leq 30$

$$F_{\phi}(\vartheta) = \frac{1,16}{\vartheta} + 0,015; \quad (2.185')$$

при  $30 \leq \vartheta \leq 100$

$$F_{\phi}(\vartheta) = \frac{1,45}{\vartheta} + 0,005; \quad (2.185'')$$

при  $\vartheta \geq 60$

$$F_{\phi}(\vartheta) = \frac{1}{\vartheta} \left[ 2,2 - 6,2 \frac{\ln(1 + \vartheta)}{\vartheta} \right]. \quad (2.185''')$$

Выясним, как от параметров  $\gamma_R$  и  $\gamma_C$  зависят  $t_{на}$  и  $t_{\phi}$ . Так как в знаменателе формулы (2.170) имеется произведение  $\gamma_R \gamma_C$ , то колебательная характеристика  $\xi_k \gg 1$ , если только один из коэффициентов мал (например,  $\gamma_R \ll 1$ , а  $\gamma_C$  имеет любое значение, или  $\gamma_C \ll 1$ , а  $\gamma_R$  может быть любым). Тогда и параметр  $\vartheta \gg 1$ .

Поскольку согласно выражению (2.178)

$$\frac{\theta_2}{\theta_1} = 1 + \vartheta,$$

то  $\theta_2 \gg \theta_1$ . При малом  $\gamma_R$  (или  $\gamma_C$ ) постоянные времени  $\theta_2$  и  $\theta_1$  оказываются резко отличающимися друг от друга. Как видно из рис. 2.35, в этом случае за время полного спада быстрой экспоненты  $f_1(t)$  медленная экспонента  $f_2(t)$  почти не отклоняется от начального значения. В результате процесс нарастания  $h_C(t)$  (при  $t < t_m$ ) определяется только постоянной времени  $\theta_1$ , а процесс спада — постоянной времени  $\theta_2$ .

При  $\vartheta \gg 1$  для приближенных расчетов в формулах (2.184) и (2.185''') можно учитывать лишь первые главные члены, а именно:

$$t_{на} \cong \theta_2 \ln \frac{1}{\vartheta};$$

(2.186)

$$t_{\Phi} = \frac{2,2}{\vartheta} \theta_2 = 2,2 \theta_1.$$

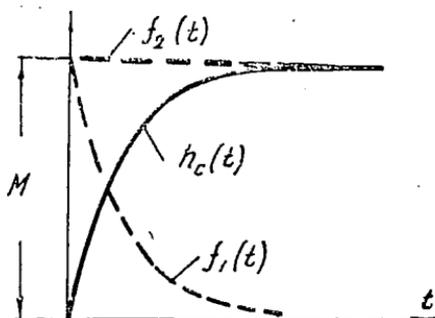


Рис. 2.35. Переходная характеристика  $h_C(t)$  при  $\theta_2 \gg \theta_1$ .

Длительность  $\tau_n$  переходного процесса в изучаемой схеме определяется из формулы (2.182) при  $a=0,05$

$$\tau_n = \theta_2 F_u(\vartheta; 0,05) = \left\{ 3 + \frac{1}{\vartheta} [1 + \ln(1 + \vartheta)] \right\} \theta_2; \quad (2.187)$$

при  $\vartheta \gg 1$ .

$$\tau_n \cong 3 \theta_2.$$

Комплексный коэффициент передачи  $K_C(j\omega)$  цепи RC с шунтирующей емкостью получим, полагая в соотношении (2.167)  $p=j\omega$ ,

$$K_C(j\omega) = \frac{j\omega}{\tau_1 [\omega_C^2 - \omega^2 + 2j\alpha_C \omega]} = \frac{K_{1к}(j\omega)}{1 + \gamma_R + \gamma_C}, \quad (2.188)$$

где  $K_{1к}(j\omega)$  — комплексный коэффициент передачи последовательного контура второго вида. Воспользовавшись соотношениями (2.129) и (2.130), найдем частотные характеристики в следующем виде:

$$K_C(\omega) = \frac{\omega}{\tau_1 \sqrt{(\omega_C^2 - \omega^2)^2 + 4\alpha_C^2 \omega^2}}. \quad (2.189)$$

$$\psi_C(\omega) = -\operatorname{arctg} \frac{\omega_C^2 - \omega^2}{2\alpha_C \omega}. \quad (2.190)$$

Эти характеристики представлены графиками (рис. 2.26).

## ГЛАВА 3

### ПРОЦЕССЫ В ОСНОВНЫХ УСИЛИТЕЛЬНЫХ ЭЛЕМЕНТАХ

#### § 3.1. УСИЛИТЕЛЬНЫЙ ЭЛЕМЕНТ С АКТИВНОЙ НАГРУЗКОЙ НА ЭЛЕКТРОННОЙ ЛАМПЕ

##### Схема и принцип работы

На рис. 3.1 показана схема основного усилительного элемента (УЭ) с электронной лампой. Она состоит из пентода  $\Pi$ , включенного в его анодную цепь резистора  $R_a$  и источника анодного питания  $E_a$ , причем по отношению к последнему лампа  $\Pi$  и сопротивление  $R_a$  включены последовательно.

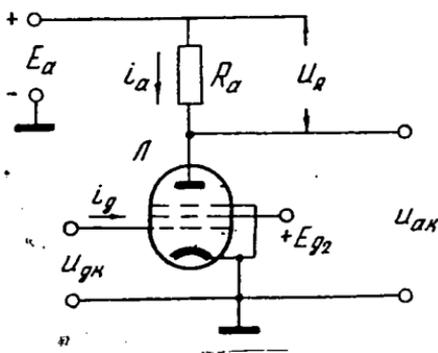


Рис. 3.1. Схема усилительного элемента с общим катодом.

Вместо пентода может применяться триод; особенности такой схемы будут изучены ниже. Входной (усиливаемый) сигнал подается на схему между управляющей сеткой и катодом (напряжение  $U_{гк}$ ), выходной (усиленный) сигнал снимается с анода лампы (напряжение  $U_{ак}$ ).

Принцип работы УЭ заключается в следующем. Когда на сетку подается переменное напряжение  $U_{гк}$ , анодный ток  $i_a$  (при определенных условиях, о чем будет сказано ниже) изменяется почти пропорционально ему. Протекая по сопротивлению  $R_a$ , ток  $i_a$  создает напряжение  $U_R = i_a R_a$ , форма которого соответствует форме входного сигнала. Если сопротивление  $R_a$  не слишком мало, то амплитуда  $U_R$  оказывается больше амплитуды  $U_{гк}$ , благодаря чему производится усиление по напряжению. Поскольку лампа работает со слабым сеточным током  $i_g$  (или без него),

то  $i_a \gg i_g$  и обеспечивается усиление по току. Обе указанные причины дают усиление по мощности.

Внешняя полезная нагрузка усилителя обычно имеет одну «заземленную» точку. Поэтому в качестве выходного сигнала приходится использовать напряжение  $u_{ак}$ , подключая нагрузку к зажимам  $a-k$  усилительной лампы. Заметим, что и в случае, когда нагрузка не имеет «заземленной» точки, ее не удастся непосредственно включить в анодную цепь, так как величина  $R_a$  должна выбираться определенным образом, ибо от нее зависит режим работы усилительной лампы.

Установим связь между  $u_{ак}$  и  $i_a$ . Для анодной цепи схемы (рис. 3.1) можно записать уравнение Кирхгофа

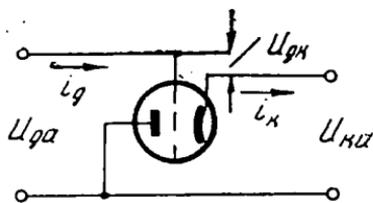
$$E_a = u_R + u_{ак},$$

или

$$u_{ак} = E_a - u_R = E_a - i_a R_a. \quad (3.1)$$

Так как общее анодное напряжение  $E_a = \text{const}$ , то при возрастании анодного тока  $i_a$  (из-за роста входного сигнала), вследствие увеличения напряжения  $u_R = i_a R_a$  на нагрузке уменьшается напряжение  $u_{ак}$  и наоборот. Значит, напряжение  $u_{ак}$  повторяет форму усиленного сигнала  $u_R$ , но изменяется в противофазе по отношению к нему и входному сигналу  $u_{гк}$ .

В усилительном элементе (рис. 3.1) лампа  $L$  включена по схеме с общим катодом (ОК), потому что катод является общим зажимом, к которому приложено как входное, так и выходное напряжение. Возможно также включение лампы по схеме с общим анодом (рис. 3.2) или с общей сеткой (рис. 3.3).



$$U_{га} = -U_{аг}; U_{ка} = -U_{ак}$$

Рис. 3.2. Включение лампы по схеме с общим анодом.

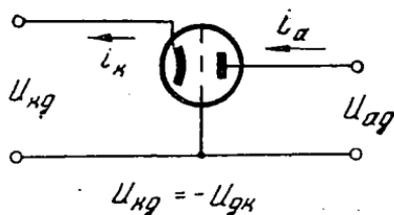


Рис. 3.3. Включение лампы по схеме с общей сеткой.

Схема с общим анодом (ОА) дает усиление по току ( $i_k \gg i_g$ ), но не обеспечивает усиления по напряжению. Действительно, поскольку управляющее напряжение для лампы  $u_{гк}$  обычно мало, то напряжение на выходе

$$u_2 = -u_{ак} = -(u_{аг} + u_{гк}) \cong -u_{аг} = u_1$$

практически равно по величине входному.

В схеме с общей сеткой (ОС) напряжение на выходе

$$u_2 = u_{аг} = u_{ак} - u_{гк} \cong u_{ак}$$

оказывается значительно больше входного  $u_1 = u_{гк}$  (усиление по напряжению), но зато эта схема потребляет большой ток  $i_k = i_a + i_g$  и не дает усиления по току.

Из-за указанных свойств в качестве основной в усилительной технике применяется схема с общим катодом, которую изучим в настоящем параграфе. Особенности схем ОА и ОС будут рассмотрены ниже.

### Динамическая характеристика

Чтобы изучить свойства усилительного элемента и режимы его работы, построим его динамическую характеристику. В процессе усиления изменяются как входной  $u_{гк}$ , так и выходной  $u_{ак}$  сигналы, оба определяющие анодный ток  $i_a$ .

*Динамической характеристикой* усилительного элемента называется зависимость  $i_a = f(u_{гк}, u_{ак})$  в рабочем режиме схемы, найденная с учетом реальной связи между изменениями сигналов на входе и выходе УЭ. Поскольку лампа является нелинейным прибором, то динамическую характеристику обычно определяют графо-аналитическим путем.

Основой для построения динамической характеристики является семейство статических характеристик лампы. Они могут быть построены как зависимость  $i_a = f_1(u_{гк}, u_{ак})$  при  $u_{ак} = \text{const}$  (рис. 3.4) или как функция  $i_a = f_2(u_{гк}, u_{ак})$  при  $u_{гк} = \text{const}$  (рис. 3.5). На рис. 3.4 построено также семейство статических характеристик сеточного тока  $i_g = f_3(u_{гк}, u_{ак})$  при  $u_{ак} = \text{const}$ .

Основное отличие динамических характеристик от статических состоит в том, что последние — это функции одного аргумента (например  $u_{гк}$ ) при постоянном, но произвольном значении второго ( $u_{ак} = \text{const}$ ), тогда как в первом случае определяющей является реальная связь между  $u_{гк}$  и  $u_{ак}$  в схеме.

Если на сетку подается напряжение  $u_{гк}$  сравнительно большой отрицательной величины ( $u_{гк} < E_{г0}$ ), то лампа заперта, анодный ток  $i_a$  не протекает. Величина  $E_{г0}$  напряжения на сетке, при которой появляется в лампе анодный ток, называется напряжением запертия. Так как согласно уравнению (3.1) при  $i_a = 0$  напряжение  $u_{ак} = E_a$  (на запертой лампе), то  $E_{г0}$  определяется по статической характеристике для  $u_a = E_a$  (рис. 3.4).

При  $u_{гк} > E_{г0}$  лампа открыта, и свойства ее зависят от напряжений  $u_{гк}$  и  $u_{ак}$ . На плоскости  $(i_a, u_{ак})$  они характеризуются положением рабочей точки  $P_{ij}$  (рис. 3.5). Если  $u_{ак}$  достаточно велико (сотни вольт), то анодный ток изменяется почти пропорционально  $u_{гк}$ . Например, при  $u_{ак} = u_{ак1}$  состояние лампы характеризуется последовательно точками  $P_{11}, P_{12}, P_{13}$  при возрастании  $u_{гк}$ . Если  $u_{гк} = \text{const}$ , то при изменении  $u_{ак}$ , например

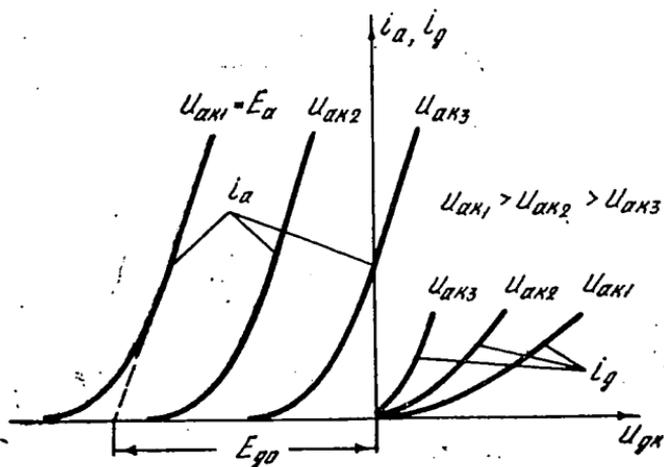


Рис. 3.4. Статические характеристики анодного и сеточного тока при  $u_{ак} = \text{const}$ .

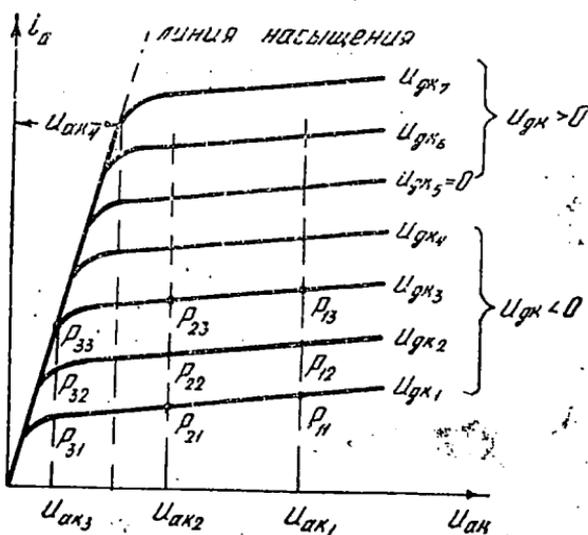


Рис. 3.5. Статические характеристики анодного тока пентода при  $u_{гк} = \text{const}$ .

до величины  $u_{ак3}$ , анодный ток почти не меняется (точки  $P_{11}$  и  $P_{21}$ ,  $P_{12}$  и  $P_{22}$ ,  $P_{13}$  и  $P_{23}$ ). Режим лампы, в котором напряжение на сетке воздействует на анодный ток, называется *режимом управления*.

При малых  $u_{ак}$  (десятки вольт) статические характеристики постепенно сближаются и, наконец, сливаются в одну линию, называемую *линией насыщения* (*линией критического режима*). Здесь управляющее воздействие сетки имеет место только при небольших  $u_{гк}$ . Например, при  $u_{ак} = u_{ак3}$  (рис. 3.5) анодный ток изменяется в зависимости от  $u_{гк}$  (точки  $P_{31}$ ,  $P_{32}$ ,  $P_{33}$ ) только, если  $u_{гк} < u_{гк3}$ . При  $u_{гк} > u_{гк3}$  все статические характеристики проходят через точку  $P_{33}$ , и анодный ток остается постоянным, несмотря на изменение  $u_{гк}$ . Минимальное напряжение  $U_{гкр}$ , при котором напряжение  $u_{гк}$  перестает управлять анодным током (при данном  $u_{ак} = const$ ), называется *критическим напряжением*. При  $u_{ак} = u_{ак3}$  имеем  $U_{гкр} = u_{гк3}$ . Режим лампы, в котором при  $u_{гк} > U_{гкр}$  анодный ток не зависит от напряжения  $u_{гк}$ , называется *режимом насыщения* (*критическим режимом*).

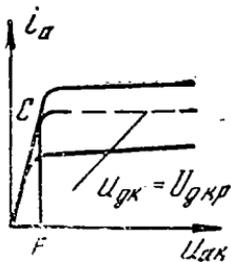


Рис. 3.6. К определению критического напряжения на сетке  $U_{гкр}$ .

Чтобы определить  $U_{гкр}$  при данном  $u_{ак}$ , необходимо проделать следующее построение (рис. 3.6). Из точки  $F$  восстанавливают перпендикуляр к оси абсцисс и находят точку пересечения  $C$  с линией насыщения. Затем через эту точку проводят (делая интерполяцию) такую статическую характеристику, для которой точка  $C$  является точкой касания с линией насыщения. Нетрудно показать, что в этом случае для данного  $u_{ак}$  через точку  $C$  проходят только статические характеристики при  $u_{гк} \geq U_{гкр}$ .

Критическое напряжение  $U_{гкр}$  и величина  $i_a$  в режиме насыщения зависят от  $u_{ак}$ . Так,

$$U_{гкр} = u_{гк7} > u_{гк3} \quad \text{при} \quad u_{ак} = u_{ак4} > u_{ак3}.$$

Как видно из рис. 3.5, у пентода напряжение  $U_{гкр}$  может быть как отрицательным, так и положительным.

Семейство статических характеристик триода показано на рис. 3.7. При  $u_{гк} < 0$  наблюдается только область управления, в кото-

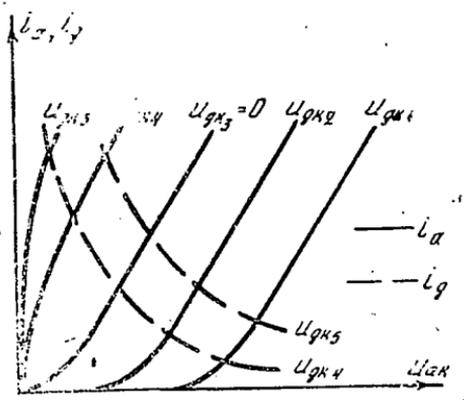


Рис. 3.7. Статические характеристики анодного тока триода при  $u_{ак} = const$ .

рой напряжение  $u_{гк}$  воздействует на анодный ток. При  $u_{гк} > 0$  и малом  $u_{ак}$  статические характеристики также сближаются и при большом  $u_{гк}$  практически сливаются в одну линию. Следовательно, у триода также имеет место режим насыщения, но при больших положительных значениях;  $u_{гк}$ .

Ввиду того, что в нашу задачу не входит изучение внутренних процессов в электронной лампе, мы не будем заниматься выяснением причин, вызывающих появление указанных выше свойств лампы. При анализе усилительных схем важным является учет этих свойств, от которых зависит поведение лампы как нелинейного прибора.

Помимо статических характеристик лампы свойства схемы усилительного элемента (рис. 3.1) определяются уравнением Кирхгофа (3.1) для анодной цепи. Рассматривая его как функцию  $i_a = f(u_{ак})$ , получим

$$i_a = \frac{E_a - u_{ак}}{R_a}. \quad (3.2)$$

Это — линейная зависимость, которой на плоскости  $(i_a, u_{ак})$  соответствует линия нагрузки  $AB$  (рис. 3.8, б). Ее удобно постро-

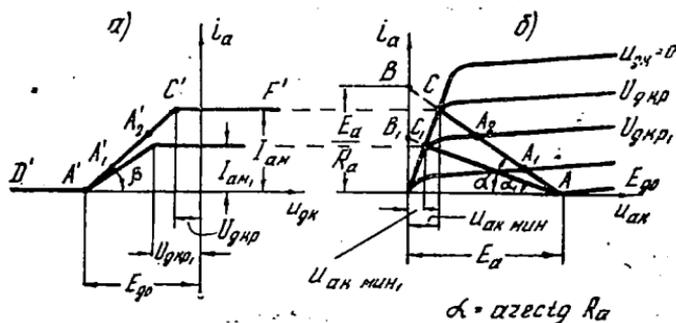


Рис. 3.8. Построение динамической характеристики для схемы с пентодом.

роить по координатам крайних точек  $A$  и  $B$ . Полагая  $i_{aA} = 0$ , по уравнению (3.2) находим  $u_{акA} = E_a$ , а также при  $u_{акB} = 0$  получим  $i_{aB} = \frac{E_a}{R_a}$ . Если масштабы по осям напряжения и тока одинаковы, то

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{OA}{OB} = \frac{E_a}{i_{aB}} = R_a,$$

отсюда

$$\alpha = \operatorname{arctg} R_a. \quad (3.3)$$

Сопротивление  $R_a$  определяет угол наклона  $\alpha$  линии нагрузки.

При одновременном изменении  $u_{гк}$ ,  $u_{ак}$  и  $i_a$  (при действии входного сигнала) эти величины должны удовлетворять как семейству статических характеристик, так и уравнению (3.1). Поэтому состояние *схемы* усилительного элемента характеризуется точками пересечения  $A_1$ ,  $A_2$  и т. д. соответствующей статической характеристики (для данного  $u_{гк}$ , зависящего от входного сигнала) и линии нагрузки  $AB$ . Так как на участке  $BC$  лампа не имеет возможных состояний, то рабочий участок  $AC$  линии нагрузки является *динамической характеристикой* усилительного элемента.

Для изучения процессов в усилителе удобно перестроить динамическую характеристику  $AC$  на плоскость  $(i_a, u_{гк})$  (рис. 3.8, а). Режиму управления лампы (участок  $AC$ ) на плоскости  $(i_a, u_{гк})$  соответствует кривая  $A'C'$ . Режим запирания ( $u_{гк} < E_{г0}$ ,  $i_a = 0$ ,  $u_{ак} = E_a$ ) на плоскости  $(i_a, u_{гк})$  характеризуется прямой  $A'D'$ , а на плоскости  $(i_a, u_{ак})$  точкой  $A$ .

Если  $u_{гк} \geq U_{гкр}$ , то наступает режим насыщения. Несмотря на изменение  $u_{гк}$ , анодный ток и напряжение на аноде  $u_{ак}$  остаются постоянными. На плоскости  $(i_a, u_{ак})$  их значения при  $u_{гк} \geq U_{гкр}$  определяются точкой  $C$  пересечения линии нагрузки  $AB$  и линии насыщения, причем  $i_a = I_{ам}$  и  $u_{ак} = u_{ак\ мин} = E_a - I_{ам} R_a$ . На плоскости  $(i_a, u_{гк})$  режиму насыщения соответствует горизонтальный участок  $C'F'$ . Так как в режимах запирания и насыщения лампы анодный ток не меняется, несмотря на изменение  $u_{гк}$ , то они также называются соответственно режимами нижней или верхней отсечки анодного тока.

Заметим, что при  $E_a = \text{const}$  положение динамической характеристики  $AC$  определяется только  $R_a$ . При увеличении  $R_a$  угол  $\alpha$  уменьшается (рис. 3.8, б), режим насыщения наступает при меньшем значении  $U_{гкр}$ , из-за чего уменьшается  $I_{ам}$ . Но при этом, как видно из рис. 3.8, становится меньше и  $u_{ак\ мин}$ . Это происходит потому, что  $I_{ам}$  изменяется всегда в меньшей степени, чем  $R_a$ , вследствие чего при возрастании  $R_a$  максимальное напряжение на нагрузке  $I_{ам} R_a$  увеличивается.

На рис. 3.9 построены динамические характеристики на плоскости  $(i_a, u_{ак})$  или  $(i_a, u_{гк})$  усилительного элемента с триодом. Они отличаются от динамических характеристик *схемы* с пентодом (рис. 3.8) лишь тем, что верхняя отсечка анодного тока наступает всегда при положительных значениях  $u_{гк}$ , так как у триода  $U_{гкр} > 0$ .

### § 3.2. РЕЖИМЫ РАБОТЫ УСИЛИТЕЛЬНОГО ЭЛЕМЕНТА

Так как динамическая характеристика усилительного элемента  $D'A'C'F'$  нелинейна, то в зависимости от диапазона изменения напряжения на сетке  $u_{гк}$  возможны следующие два основных режима работы УЭ:

- линейное усиление (режим малых сигналов);
- ограничение (режим больших сигналов).

Рассмотрим каждый из них в отдельности.

## Режим линейного усиления

Согласно уравнению (3.1) напряжение на выходе  $u_{ак}$  линейно зависит от  $i_a$ . Значит, форма сигнала при усилении сохраняется, если анодный ток  $i_a$  изменяется пропорционально  $u_{гк}$  в течение

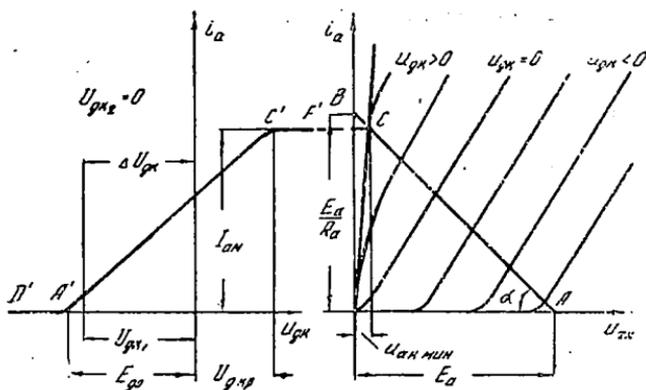


Рис. 3.9. Построение динамической характеристики для схемы с триодом.

всего процесса воздействия входного сигнала на усилитель. Как видно из рис. 3.8, почти линейная зависимость  $i_a$  от  $u_{гк}$  имеет место на центральном участке динамической характеристики. После ее построения всегда можно найти величины  $U_{гк1}$  и  $U_{гк2}$  (рис. 3.9), определяющие границы линейного участка. Очевидно, режим линейного усиления имеет место, если

$$U_{гк1} < u_{гк} < U_{гк2}, \quad (3.4)$$

причем

$$U_{гк1} \geq E_{г0};$$

$$U_{гк2} \leq U_{гкр}.$$

В усилительном элементе обычно выбирается режим работы без сеточного тока  $i_g$  по двум причинам. Во-первых, благодаря току  $i_g$  во входной (сеточной) цепи потребляется энергия от источника сигнала, что ухудшает его энергетический режим и в конечном счете приводит к уменьшению его коэффициента усиления. Во-вторых, появление сеточного тока вызывает нелинейные искажения. Только в усилителях мощности иногда допускается протекание тока  $i_g$ . Для устранения сеточного тока режим работы УЭ выбирается обязательно при  $u_{гк} < 0$ .

Если  $U_{гкр} > 0$  (триод или пентод с малым  $R_a$ ), то несмотря на то, что линейный участок имеет место и при  $u_{гк} > 0$ , выбирается предельное значение  $U_{гк2} \leq 0$ . Если  $U_{гкр} < 0$  (пентод с большим  $R_a$ ), то  $U_{гк2} < U_{гкр}$ .

Как указано в § 2.3, входной сигнал  $u_1(t)$  можно представить в виде суммы постоянной  $U_{10}$  и переменной  $\tilde{u}_1(t)$  составляющих:

$$u_1(t) = U_{10} + \tilde{u}_1(t). \quad (3.5)$$

Поскольку постоянная составляющая  $U_{10}$ , вообще говоря, произвольна (она может быть как положительной, так и отрицатель-

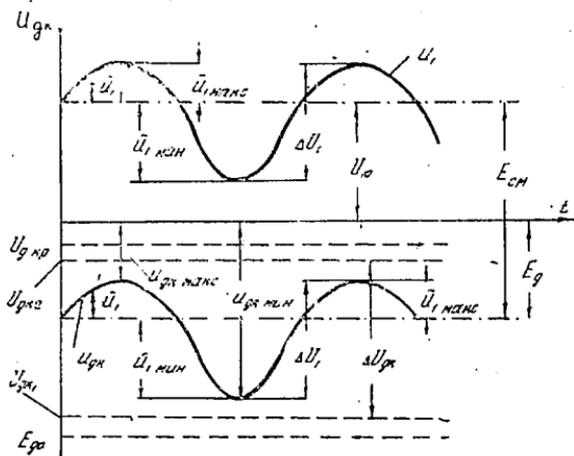


Рис. 3.10. Перенос переменной составляющей входного сигнала на сетку.

ной), то диапазон изменения входного сигнала  $u_{1 \text{ мин}} \leq u_1 \leq u_{1 \text{ макс}}$  обычно отличается от указанного выше требуемого диапазона изменения  $u_{гк}$  (рис. 3.10). Поэтому, прежде всего, для линейного усиления необходимо сместить входной сигнал, изменив его постоянную составляющую. В наиболее распространенных усилителях переменного тока ставится задача усиления только переменной составляющей  $\tilde{u}_1(t)$ . Для смещения кривой  $u_1(t)$ , во-первых, устраняется передача постоянной составляющей  $U_{10}$  и, во-вторых, в сеточную цепь последовательно включается специальный источник отрицательного смещения  $E_g$  (рис. 3.11). Конкретная реализация этой операции будет рассмотрена в § 4.1\*. В схеме (рис. 3.11) напряжение на сетке

$$u_{гк} = \tilde{u}_1 + E_g = \tilde{u}_1 - |E_g|. \quad (3.6)$$

Форма изменения  $u_{гк}$  показана на рис. 3.10.

\* См. учебное пособие «Электронные усилители автоматических устройств».

В усилителях постоянного тока, где производится усиление действительного входного сигнала  $u_1(t)$  (и постоянной и переменной составляющей), кривая  $u_1(t)$  смещается на величину  $E_{см}$ .

Второе условие, которое должно быть выполнено для реализации неравенства (3.4), связано с допустимым размахом изменения  $u_{гк}$  под действием входного сигнала. Воспользовавшись равенством (3.6), получим следующие оценки для максимального и минимального напряжения на сетке:

$$u_{гк \text{ макс}} = (\tilde{u}_{1 \text{ макс}} + E_g) < U_{гк2}; \quad (3.7)$$

$$u_{гк \text{ мин}} = (\tilde{u}_{1 \text{ мин}} + E_g) > U_{гк1}.$$

После вычитания находим

$$\Delta U_1 < \Delta U_{гк}, \quad (3.8)$$

где

$$\Delta U_1 = \tilde{u}_{1 \text{ макс}} - \tilde{u}_{1 \text{ мин}}; \quad (3.9)$$

$$\Delta U_{гк} = U_{гк2} - U_{гк1}.$$

Величина напряжения смещения  $E_g$  определяется следующим образом. Чтобы при усилении использовать центральную часть динамической характеристики, максимальное  $u_{гк \text{ макс}}$  и минимальное  $u_{гк \text{ мин}}$  значения  $u_{гк}$  должны отличаться на одну и ту же величину  $\Delta u$  от предельных напряжений  $U_{гк2}$  и  $U_{гк1}$  (рис. 3.10). На основании равенства (3.6) получим

$$u_{гк \text{ макс}} = \tilde{u}_{1 \text{ макс}} + E_g = U_{гк2} - \Delta u; \quad (3.10)$$

$$u_{гк \text{ мин}} = \tilde{u}_{1 \text{ мин}} + E_g = U_{гк1} + \Delta u.$$

После сложения находим

$$E_g = \frac{U_{гк2} + U_{гк1}}{2} - \frac{\tilde{u}_{1 \text{ макс}} + \tilde{u}_{1 \text{ мин}}}{2}. \quad (3.11)$$

Таким образом, для линейного усиления должны быть выполнены два условия:

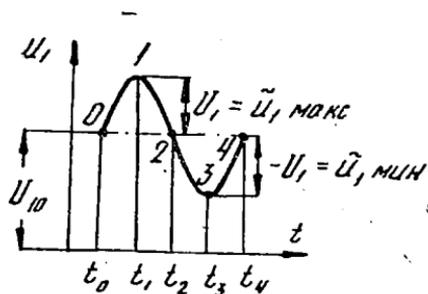
— напряжение смещения выбрано согласно соотношению (3.11);

— диапазон  $\Delta U_1$  изменения входного сигнала меньше допустимого диапазона изменения напряжения на сетке (неравенство (3.8)).

Второе условие накладывает ограничение на величину допустимой амплитуды переменной составляющей  $u_1$  в режиме линейного усиления, из-за чего он называется также *режимом малых сигналов*. Для линейного усиления употребляется также термин: режим класса А.

Состояние УЭ при действии входного сигнала\* (при изменении  $u_{гк}$ ) характеризуется положением рабочей точки на динамической характеристике АС (или  $D'A'C'F'$ ). Исходная рабочая точка — это точка  $P$  на динамической характеристике, соответствующая напряжению  $u_{гк} = E_g$ , когда отсутствует входной сигнал, т. е.  $\tilde{u}_1 = 0$ .

Рассмотрим подробное воздействие на УЭ гармонического и импульсного сигнала. Для напряжения синусоидальной формы



$$\tilde{u}_1 = U_1 \sin \omega(t - t_0) \quad (3.12)$$

максимальное и минимальное значения (рис. 3.12) равны

$$\tilde{u}_{1 \text{ макс}} = U_1;$$

$$\tilde{u}_{1 \text{ мин}} = -U_1.$$

Рис. 3.12. Синусоидальный сигнал на входе усилителя.

Следовательно, напряжение смещения согласно соотношению (3.11)

$$E_g = \frac{U_{гк2} + U_{гк1}}{2} = - \frac{|U_{гк2}| + |U_{гк1}|}{2}. \quad (3.13)$$

Для синусоидального сигнала исходная рабочая точка  $P_c$  выбирается посредине линейного участка динамической характеристики (рис. 3.12). Такое же положение ее будет при действии любого симметричного входного сигнала, у которого  $\tilde{u}_{1 \text{ мин}} = -\tilde{u}_{1 \text{ макс}}$ .

Второе условие (3.8) принимает вид

$$2U_1 < \Delta U_{гк},$$

или

$$U_1 < \frac{U_{гк2} - U_{гк1}}{2} = \frac{|U_{гк1}| - |U_{гк2}|}{2}. \quad (3.14)$$

Для линейного усиления амплитуда синусоидального сигнала должна быть, по крайней мере, вдвое меньше допустимого диапазона  $\Delta U_{гк}$  изменения напряжения на сетке.

Рассмотрим теперь, как при воздействии входного сигнала изменяются  $u_{гк}$ ,  $i_a$  и  $\tilde{u}_{ак}$  (рис. 3.13). В момент  $t = t_0$  согласно выражению (3.12)

$$\tilde{u}_1 = 0,$$

\* В дальнейшем вместо термина «переменная составляющая входного сигнала» употребляется сокращенный термин «входной сигнал».

следовательно, на основании формулы (3.6)  $u_{гк} = E_g$ .

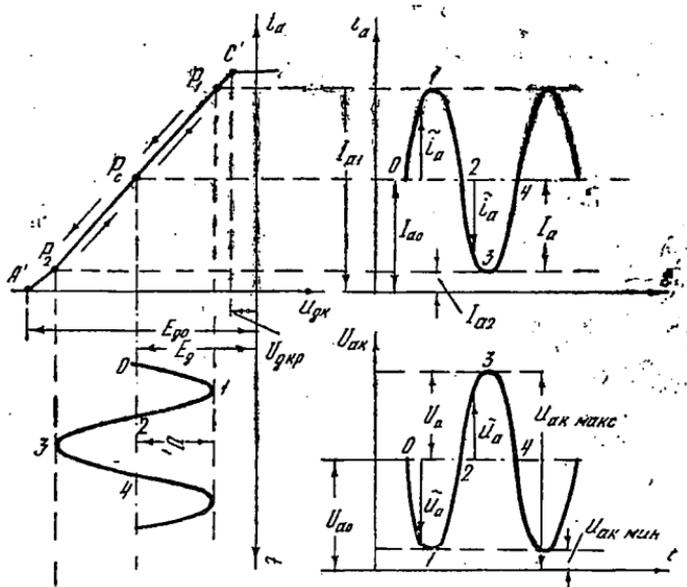


Рис. 3.13. Процессы в усилительном элементе при воздействии синусоидального сигнала.

Такому напряжению на сетке в исходной рабочей точке  $P_c$  соответствует анодный ток

$$i_a = I_{a0},$$

который на сопротивлении  $R_a$  создает напряжение

$$u_R = u_{R0} = I_{a0} \cdot R_a,$$

из-за чего на аноде лампы по формуле (3.1) получим напряжение

$$u_{ак} = U_{a0} = E_a - I_{a0} R_a. \quad (3.15)$$

В течение первой четверти периода ( $t_0 < t < t_1$ ) напряжение  $u_1$  и вместе с ним напряжение  $u_{гк}$  возрастают до максимальной величины, вследствие чего рабочая точка по динамической характеристике движется от точки  $P_c$  к точке  $P_1$ . В момент  $t = t_1$  анодный ток достигает максимального значения  $i_a = I_{a1}$ , вследствие чего возрастает  $u_R$  и уменьшается  $u_{ак}$  до величины

$$u_{ак мин} = E_a - I_{a1} R_a. \quad (3.16)$$

Во вторую четверть периода ( $t_1 < t < t_2$ ) входной сигнал и напряжение на сетке уменьшаются, и рабочая точка движется в

обратном направлении от точки  $P_1$  к точке  $P_c$ . Анодный ток  $i_a$  также уменьшается до начального значения  $I_{a0}$ , из-за чего напряжение на аноде возрастает до величины  $U_{a0}$ .

Таким образом, при положительном полупериоде входного сигнала усилительный элемент работает на участке  $P_c P_1$  динамической характеристики. Затем в течение отрицательного полупериода УЭ работает на участке  $P_c P_2$  динамической характеристики.

Во время третьей четверти периода ( $t_2 < t < t_3$ ) вследствие уменьшения входного сигнала и напряжения  $u_{гк}$  рабочая точка движется от  $P_c$  к  $P_2$ , анодный ток уменьшается до минимального значения  $i_a = I_{a2}$ , а напряжение на аноде возрастает (из-за уменьшения напряжения  $u_R = i_a R_a$ ) до максимальной величины:

$$u_{ак макс} = E_a - I_{a2} R_a. \quad (3.17)$$

После этого за время четвертой четверти периода ( $t_3 < t < t_4$ ) при возрастании входного сигнала рабочая точка возвращается в исходное положение  $P_c$ , а анодный ток снова возрастает до  $I_{a0}$ , из-за чего напряжение  $u_{ак}$  уменьшается до величины  $U_{a0}$ . В течение следующих периодов входного сигнала цикл изменения  $u_{гк}$ ,  $i_a$  и  $u_{ак}$  повторяется.

При изучении действия входного сигнала на усилительный элемент не обязательно определять динамическую характеристику на плоскости  $(i_a, u_{гк})$ , можно ограничиться построением линии нагрузки  $AB$  на плоскости  $(i_a, u_{ак})$ . Проиллюстрируем на этой плоскости воздействие положительного прямоугольного импульса (рис. 3.14). В этом

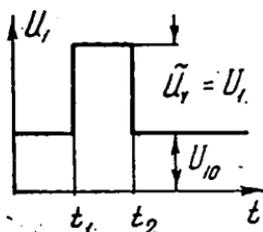


Рис. 3.14. Прямоугольный импульс на входе усилителя.

случае переменная составляющая  $\tilde{u}_1 = U_1$  ( $U_1$  — амплитуда импульса). Так как  $\tilde{u}_{1 макс} = U_1$ ,  $\tilde{u}_{1 мин} = 0$ , то по формуле (3.11) напряжение смещения

$$E_g = \frac{U_{гк1} + U_{гк2}}{2} - \frac{U_1}{2} = -\frac{1}{2} [ |U_{гк1}| + |U_{гк2}| + U_1 ]. \quad (3.18)$$

Отсюда видно, что при действии положительного импульса (однополярного сигнала) напряжение смещения выбирается больше (по абсолютной величине), чем при действии синусоидального напряжения (двухполярного сигнала). Наоборот, для отрицательного импульса величина  $E_g$  уменьшается. После определения  $E_g$  отмечаем положение исходной рабочей точки  $P_{II}$  на динамической характеристике  $AC$  (рис. 3.15).

При действии импульса (рис. 3.14) напряжение  $u_{гк}$  изменяется в пределах

$$E_g \leq u_{гк} \leq u_{гк макс},$$

где максимальное напряжение

$$u_{гк \text{ макс}} = E_g + \tilde{u}_{1 \text{ макс}} = E_g + U_1. \quad (3.19)$$

Разместим справа от семейства статических характеристик график для переменной составляющей  $\tilde{u}_1$  так, чтобы ось времени (ось

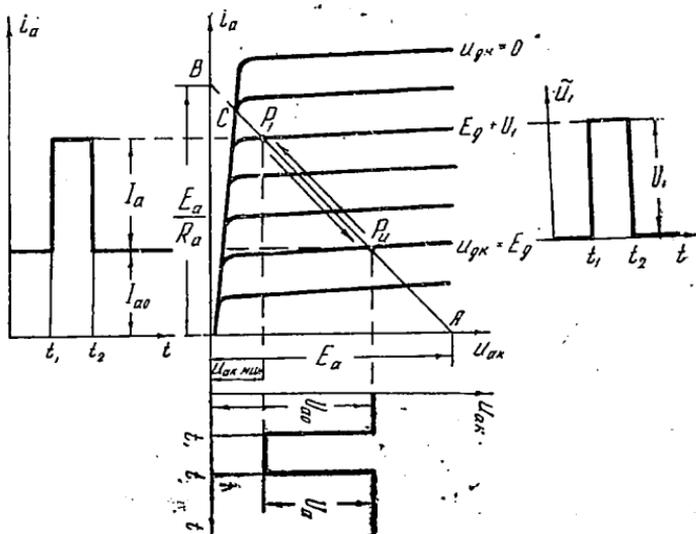


Рис. 3.15. Процессы в усилительном элементе при воздействии прямоугольного импульса.

абсцисс) совпадала с продолжением статической характеристики для  $u_{гк} = E_g$ , а масштаб по оси  $u_1$  обеспечивал совпадение уровня

максимального значения переменной составляющей  $\tilde{u}_{1 \text{ макс}} = U_1$  с продолжением статической характеристики для  $u_{гк} = E_g + U_1$ .

Так как статические характеристики эквидистантны (ввиду линейной зависимости  $i_a = f(u_{гк})$ ), то при указанных условиях

изменению входного сигнала  $u_1$  будет соответствовать реальное перемещение рабочей точки по динамической характеристике AC. Слева и внизу на рис. 3.15 располагаются графики для  $i_a$  и  $u_{ак}$ .

При воздействии положительного импульса ( $t_1 < t < t_2$ ) рабочая точка перемещается из  $P_{II}$  в  $P_I$ . Анодный ток  $i_a$  возрастает, а напряжение  $u_{ак}$  уменьшается. После окончания импульса восстанавливается прежнее положение рабочей точки  $P_{II}$ , причем анодный ток снова уменьшается до начального значения  $I_{a0}$ , а напряжение  $u_{ак}$  возрастает до  $U_{a0}$ .

Достоинство построения на плоскости ( $i_a, u_{ак}$ ) состоит в том, что, отметив положение точек  $P_{II}$  и  $P_I$ , сразу графически можно определить все величины, характеризующие анодный ток  $i_a$  и напряжение  $u_{ак}$  (рис. 3.15):

- начальные значения  $I_{a0}$  и  $U_{a0}$ ;
- амплитуды тока  $I_a$  и напряжения  $U_a$ ;
- минимальное и максимальное значения  $i_a$  и  $u_{ак}$ .

Изучение воздействия входного сигнала на усилительный элемент показывает, что хотя в сеточной цепи действует только переменная составляющая  $u_1$ , благодаря включению напряжения смещения  $E_g$  появляются постоянные составляющие  $I_{a0}$  анодного тока и  $U_{a0}$  напряжения на аноде. Следовательно, для действительных мгновенных значений  $i_a$  и  $u_{ак}$  можно записать такие выражения:

$$i_a = I_{a0} + \tilde{i}_a; \quad (3.20)$$

$$u_{ак} = U_{a0} + \tilde{u}_{ак}.$$

Постоянный анодный ток  $I_{a0}$  протекает в лампе при отсутствии входного сигнала, создавая на аноде напряжение  $U_{a0}$ . Переменные составляющие  $\tilde{i}_a$  и  $\tilde{u}_{ак}$  отмечены на рис. 3.13. Знаки их указаны направлением стрелок ( $\uparrow$  — соответствует положительной величине,  $\downarrow$  — отрицательной). Постоянные составляющие  $I_{a0}$  и  $U_{a0}$  целиком зависят от положения исходной рабочей точки  $P$  на динамической характеристике, т. е. определяются графоаналитическим путем. Переменные составляющие  $\tilde{i}_a$  и  $\tilde{u}_{ак}$  зависят также от входного сигнала.

Установим связь между  $\tilde{u}_{ак}$  и  $\tilde{i}_a$ . Подставляя выражения (3.20) в формулу (3.1), получим

$$\begin{aligned} \tilde{u}_{ак} &= u_{ак} - U_{a0} = (E_a - i_a R_a) - U_{a0} = \\ &= E_a - (I_{a0} + \tilde{i}_a) R_a - U_{a0}. \end{aligned}$$

Учитывая выражение (3.15), находим

$$\tilde{u}_{ак} = -\tilde{i}_a R_a = -\tilde{u}_R. \quad (3.21)$$

Отсюда видно, что переменные составляющие напряжений  $\tilde{u}_{ак}$  на аноде и  $\tilde{u}_R$  на нагрузке равны по величине, но имеют противоположные знаки. Поэтому говорят, что напряжения  $\tilde{u}_{ак}$  и  $\tilde{u}_R$  (или  $\tilde{u}_{ак}$  и  $\tilde{i}_a$ ) находятся в противофазе. Как показано выше, физи-

чески это объясняется перераспределением общего напряжения  $E$  между двумя последовательно включенными элементами: лампой и сопротивлением  $R_a$ .

Рассмотрим динамическую крутизну в рабочей точке

$$S_d = \left. \frac{di_a}{du_{гк}} \right|_{u_{гк}=E_g} \quad (3.22)$$

Геометрически она определяется углом наклона  $\beta$  линейного участка динамической характеристики (рис. 3.8):

$$S_d = \operatorname{tg} \beta.$$

Тогда

$$\tilde{i}_a = S_d \tilde{u}_{гк} = S_d \tilde{u}_1 \quad (3.23)$$

и

$$\tilde{u}_{ак} = -S_d R_a \tilde{u}_1. \quad (3.24)$$

Переменная составляющая  $\tilde{u}_{ак}$  напряжения на выходе УЭ изменяется в противофазе с входным сигналом  $\tilde{u}_1$ .

Найдем связь между амплитудами сигналов на входе  $U_1$  и выходе  $U_a$ . Так как по абсолютной величине равны мгновенные значения напряжений  $\tilde{u}_{ак}$  и  $\tilde{u}_R$ , то равны и их амплитуды:

$$U_a = U_R = I_a R_a, \quad (3.25)$$

где  $I_a$  — амплитуда переменной составляющей анодного тока (рис. 3.13). Воспользовавшись равенством (3.23), получим

$$I_a = S_d U_1, \quad (3.26)$$

следовательно,

$$U_a = S_d R_a U_1. \quad (3.27)$$

Коэффициент усиления по напряжению

$$K_0 = \frac{U_a}{U_1} = S_d R_a \quad (3.28)$$

зависит от динамической крутизны  $S_d$  и сопротивления нагрузки  $R_a$ .

### Режим ограничения

Если при действии входного сигнала напряжение на сетке  $u_{гк}$  выходит за пределы диапазона  $\Delta U_{гк}$  линейного усиления, определяемого равенством (3.9), то форма анодного тока существенно

отличается от формы входного сигнала из-за нелинейности динамической характеристики  $D'A'CF'$ .

Вследствие нижней или верхней отсечки анодного тока возникает режим ограничения, который имеет три разновидности:

- анодное ограничение снизу;
- анодное ограничение сверху;
- двухстороннее ограничение.

Рассмотрим условия получения каждого из этих режимов и процессы в усилительном элементе.

При *анодном ограничении снизу* используется только нижняя отсечка анодного тока за счет запирания лампы. Оно имеет место, если выполнено условие

$$u_{гк \text{ мин}} < E_{г0},$$

или

$$E_g + \tilde{u}_{1 \text{ мин}} < E_{г0}. \quad (3.29)$$

Чтобы исключить верхнюю отсечку анодного тока, должно быть

$$u_{гк \text{ макс}} < U_{г \text{ кр}},$$

или

$$E_g + \tilde{u}_{1 \text{ макс}} < U_{г \text{ кр}}. \quad (3.30)$$

Неравенства (3.29) и (3.30) являются условиями получения режима ограничения снизу. В зависимости от величины напряжения смещения  $E_g$  различают следующие три разновидности ограничения снизу: режимы класса *B*, класса *C* и класса *AB*. Рассмотрим их особенности и форму колебаний при действии синусоидального сигнала.

В *режиме класса B* напряжение смещения  $E_g$  выбирается равным  $E_{г0}$  (рис. 3.16). В этом случае в течение положительного полупериода ( $t_1 < t < t_2$ ) входного сигнала лампа открыта и усиливает его, причем анодный ток  $i_a$  и напряжение  $u_{ак}$  следуют за изменением входного сигнала. При отрицательном полупериоде ( $t_2 < t < t_3$ ) напряжение на сетке  $u_{гк}$  оказывается меньше  $E_{г0}$ , и лампа заперта (причем  $i_a = 0$  и  $u_{ак} = E_a$ ). Поэтому благодаря нижней отсечке анодного тока этот полупериод вообще не передается в анодную цепь, хотя напряжение на сетке изменяется вместе с входным сигналом.

В *режиме класса C* (рис. 3.17) напряжение смещения  $E_g$  выбирается по абсолютной величине больше  $E_{г0}$ :

$$|E_g| > |E_{г0}|. \quad (3.31)$$

Поэтому в исходном состоянии ( $\tilde{u}_1 = 0$ ) лампа заперта. В таком же состоянии она остается и в течение отрицательного полупериода входного сигнала. При положительном полупериоде из-за воз-

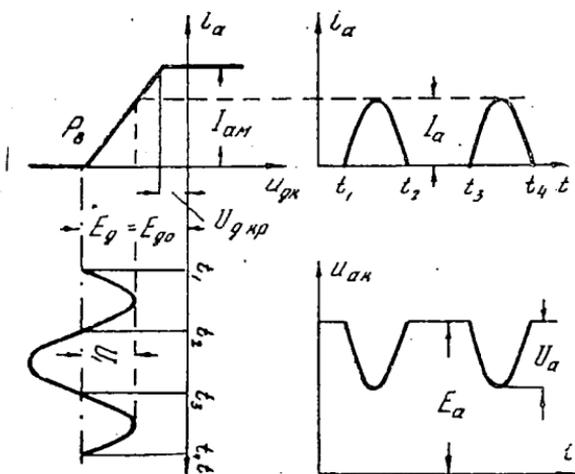


Рис. 3.16. Режим класса В.

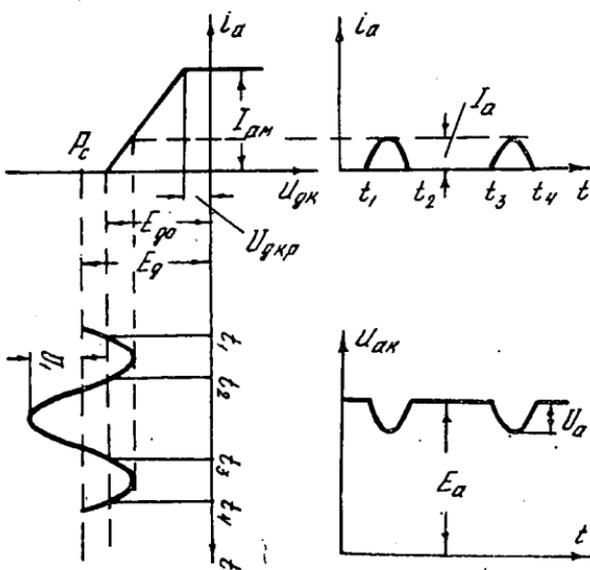


Рис. 3.17. Режим класса С.

растания  $u_{гк}$  в момент  $t_1$  лампа отпирается. Далее в течение промежутка  $t_1 < t < t_2$ , когда  $u_{гк} > E_{г0}$ ,<sup>3</sup> анодный ток  $i_a$  и напряжение  $u_{ак}$  изменяются пропорционально входному сигналу. Начиная с момента  $t_2$ , лампа снова запирается. В этом режиме происходит усиление только части положительного полупериода входного сигнала (при  $t_1 < t < t_2$ ).

В режиме АВ исходная рабочая точка выбирается на линейном участке динамической характеристики из условия

$$E_{г0} < E_g < \frac{E_{г0} + U_{гкр}}{2}. \quad (3.32)$$

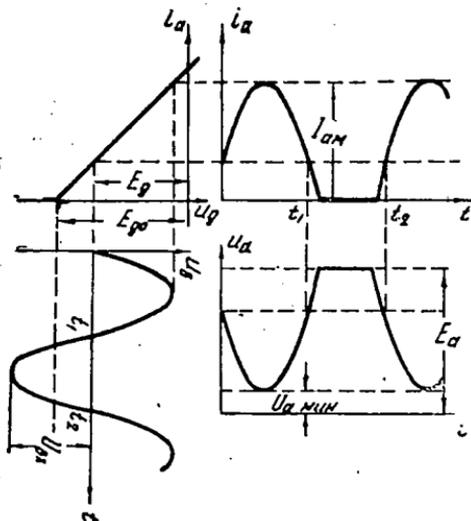


Рис. 3.18. Режим класса АВ.

Как видно из рис. 3.18, в этом режиме усиливается весь положительный полупериод и часть отрицательного полупериода входного сигнала. Только когда  $u_{гк} < < E_{г0}$ , лампа заперта и происходит отсечка снизу анодного тока. Заметим, что нижняя отсечка анодного тока вызывает ограничение сверху кривой напряжения  $u_{ак}$ , так как  $i_a$  и  $u_{ак}$  изменяются противофазно.

При *анодном ограничении сверху* используется только верхняя отсечка анодного тока. Чтобы напряжение  $u_{гк}$  перестало управлять анодным током, должно выполняться очевидное условие

$$u_{гк макс} > U_{гкр},$$

или

$$E_g + \tilde{u}_{1 макс} > U_{гкр}. \quad (3.33)$$

Нижняя отсечка анодного тока отсутствует, если

$$u_{гк мин} > E_{г0}$$

или

$$E_g + \tilde{u}_{1 мин} > E_{г0}. \quad (3.34)$$

Неравенства (3.33) и (3.34) являются условиями получения ограничения сверху.

В зависимости от выбора напряжения смещения  $E_g$  различают режим класса D или класса AD.

В режиме класса D напряжение смещения

$$E_g \geq U_{гкр} \quad (3.35)$$

Тогда при действии синусоидального сигнала в исходном состоянии в лампе протекает максимальный ток  $i_a = I_{ам}$ , а напряжение на аноде минимально и равно

$$u_{ак} = u_{ак\ мин} = E_a - I_{ам} R_a \quad (3.36)$$

Вследствие верхней отсечки анодного тока, эти значения сохраняются в течение всего положительного и части отрицательного полупериода входного сигнала. Только когда напряжение на сетке становится меньше  $U_{гкр}$  и управляет анодным током, происходит усиление входного сигнала.

В режиме класса AD напряжение смещения выбирается так:

$$\frac{E_{г0} + U_{гкр}}{2} < E_g < U_{гкр} \quad (3.37)$$

В этом случае ограничивается только часть положительного полупериода входного сигнала (рис. 3.19). За счет верхней отсечки кри-

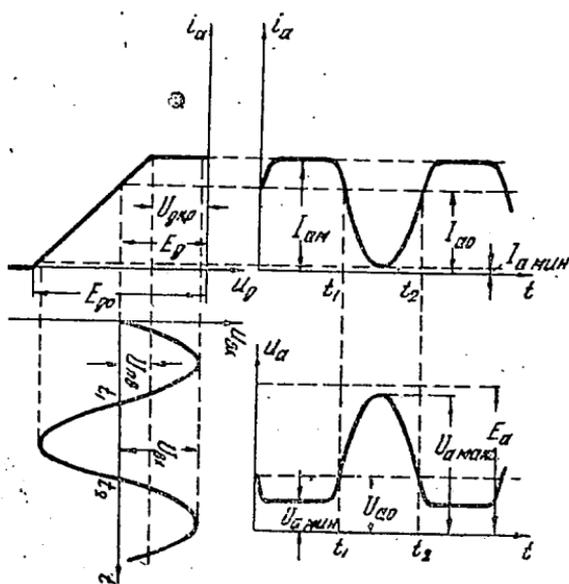


Рис. 3.19. Режим класса AD.

вая анодного тока всегда ограничивается сверху, а кривая напряжения на аноде — снизу.

Следует заметить, что режим ограничения сверху используется гораздо реже, чем ограничение снизу, так как в первом случае в

отсутствие входного сигнала в лампе протекает значительный анодный ток, что приводит к рассеиванию на аноде большой мощности, тогда как во втором случае потребление энергии лампой происходит лишь при действии входного сигнала.

В режиме *двухстороннего ограничения* используются как верхняя, так и нижняя отсечка анодного тока. Для этого должны выполняться следующие условия:

$$u_{гк \text{ мин}} < E_{г0}$$

$$u_{гк \text{ макс}} > U_{гкр}$$

$$\begin{aligned} (E_g + \tilde{u}_{1 \text{ мин}}) &< E_{г0}; \\ (E_g + \tilde{u}_{1 \text{ макс}}) &> U_{гкр}. \end{aligned} \quad (3.38)$$

Напряжение смещения  $E_g$  выбирается в зависимости от требований по ограничению входного сигнала. Например, для симметричного ограничения синусоидального напряжения должно быть

$$E_g = \frac{E_{г0} + U_{гкр}}{2} \quad (3.39)$$

Процессы при двухстороннем ограничении поясняются рис. 3.20. Анодный ток  $i_a$  и напряжение  $u_{ак}$  следуют за входным сигналом, пока  $E_{г0} < u_{гк} < U_{гкр}$  (промежутки  $t_0 < t < t_1$ ,  $t_2 < t < t_3$ ). В промежутке  $t_1 < t < t_2$ , когда  $u_{гк} > U_{гкр}$ , сетка не управляет анодным током, и происходит его верхняя отсечка, из-за чего напряжение  $u_{ак} = u_{ак \text{ мин}} = \text{const}$ . Затем в промежутке  $t_3 < t < t_4$ , когда  $u_{гк} < E_{г0}$ , лампа заперта, и вследствие нижней отсечки анодного тока снова имеет место ограничение кривой  $u_{ак}$  на уровне  $u_{ак \text{ макс}} = E_a$ .

В настоящем параграфе рассмотрены условия получения режимов ограничения и формы колебаний  $i_a$  и  $u_{ак}$ . Более подробные сведения об использовании этих режимов и особенностях их расчета приводятся в гл. 13, посвященной ограничителям\*.

### § 3.3. НЕЛИНЕЙНЫЕ ИСКАЖЕНИЯ В УСИЛИТЕЛЕ

Поскольку динамическая характеристика  $D'A'CF'$  (рис. 3.8) нелинейна даже в центральной части, то форма анодного тока и напряжения на аноде всегда отличается от формы входного сигнала.

\* См. учебное пособие «Преобразование и формирование импульсов в автоматических устройствах».

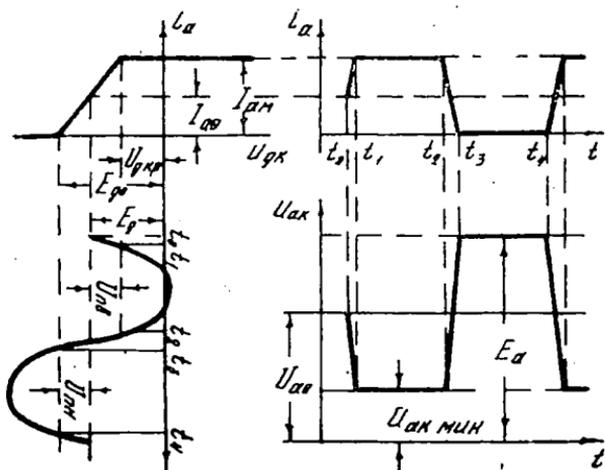


Рис. 3.20. Режим двухстороннего ограничения.

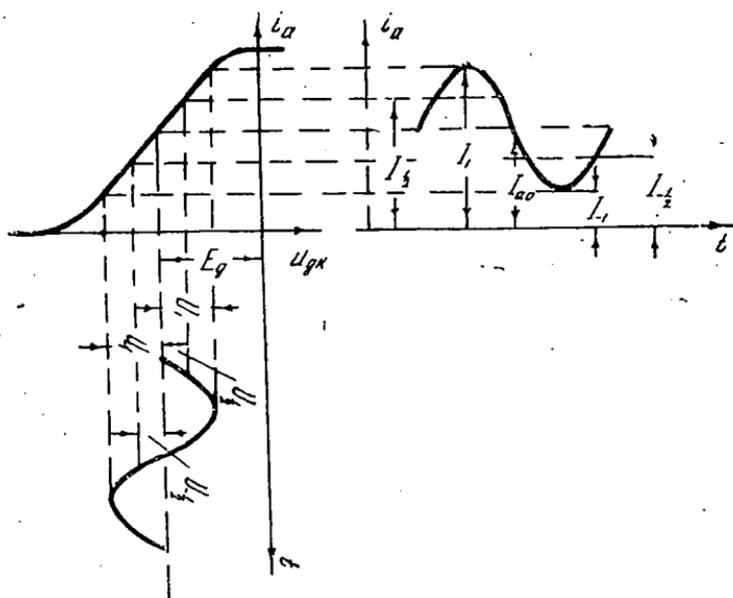


Рис. 3.21. К определению нелинейных искажений в усилителе.

Возникающие при этом искажения называются *нелинейными*. Наиболее сильные нелинейные искажения имеют место в режиме ограничения из-за отсечки анодного тока. Поэтому такой режим используется для преобразования формы сигнала (см. гл. 13), а не для его простого усиления. Однако даже при работе лампы на участке управления  $A'C'$  (рис. 3.13) нелинейные искажения, хотя и слабые, обязательно возникают. Чем больший участок кривой  $A'C'$  используется для усиления, тем сильнее искажается форма сигнала.

Так как величина нелинейных искажений зависит, в первую очередь, от амплитуды входного сигнала, а не от его конкретной формы, то для ее оценки обычно рассматривают действие на усилитель синусоидального сигнала (рис. 3.21):

$$\tilde{u}_1 = U_1 \sin \Omega t, \quad (3.40)$$

где  $t$  отсчитывается от начала положительного полупериода.

Вследствие нелинейности динамической характеристики анодный ток представляет собою хотя и периодическую, но несинусоидальную функцию. Разлагая ее в ряд Фурье, получим

$$i_a = I_{a\text{cp}} + I_{a1} \cos(\Omega t - \varphi_1) + I_{a2} \cos(2\Omega t - \varphi_2) + \dots \quad (3.40')$$

Здесь

$$I_{a\text{cp}} = \frac{1}{T} \int_0^T i_a dt \quad (3.41)$$

— среднее значение анодного тока, которое из-за нелинейных искажений не равно значению  $I_{a0}$  в рабочей точке;

$I_{a1}, I_{a2}, \dots$ , а также  $\varphi_1, \varphi_2, \dots$  — соответственно амплитуды и начальные фазы гармоник.

Отличие формы анодного тока  $i_a(t)$  от формы входного сигнала  $\tilde{u}_1(t)$  оценивают коэффициентом нелинейных искажений.

$$\gamma_{\text{н}} = \frac{\sqrt{I_{a2}^2 + I_{a3}^2 + \dots}}{I_{a1}} = \frac{\sqrt{\sum_{l=2}^{\infty} I_{al}^2}}{I_{a1}}. \quad (3.42)$$

Для идеального линейного усилителя, в котором форма сигнала не изменяется,

$$I_{a2} = I_{a3} = \dots = I_{al} = \dots = 0$$

и

$$\gamma_{\text{н}} = 0.$$

Чем меньше отклоняется от линейной зависимости участок  $A'C'$  динамической характеристики, тем меньше  $\gamma_{\text{н}}$ . Для определения

коэффициента нелинейных искажений  $\gamma_n$  найдем амплитуды гармоник  $I_{a1}, I_{a2}, \dots$ . Представим динамическую характеристику

$$i_a = f_{\partial}(u_{гк})$$

в виде разложения в ряд Тэйлора относительно точки  $u_{гк} = E_g$ :

$$i_a = f_{\partial}(E_g) + \left. \frac{df_{\partial}}{du_{гк}} \right|_{u_{гк}=E_g} (u_{гк} - E_g) + \\ + \frac{1}{2!} \cdot \left. \frac{d^2 f_{\partial}}{du_{гк}^2} \right|_{u_{гк}=E_g} (u_{гк} - E_g)^2 + \dots$$

Вводя обозначения

$$I_{a0} = f_{\partial}(E_g)$$

— анодный ток в рабочей точке,

$$\alpha_k = \left. \frac{d^k f_{\partial}}{du_{гк}^k} \right|_{u_{гк}=E_g}$$

и учитывая, что

$$u_{гк} - E_g = \tilde{u}_1,$$

получим

$$i_a = I_{a0} + \alpha_1 \tilde{u}_1 + \alpha_2 \tilde{u}_1^2 + \dots + \alpha_k \tilde{u}_1^k + \dots \quad (3.43)$$

Очевидно, главным членом ряда (3.43) является второй  $\alpha_1 \tilde{u}_1$ , определяющий пропорциональную связь между  $\tilde{u}_1$  и  $i_a$ . Нелинейные искажения возникают за счет влияния старших членов  $\alpha_2 \tilde{u}_1^2$ ,  $\alpha_3 \tilde{u}_1^3$  и т.д. Для их устранения необходимо, чтобы эти члены были достаточно малы, а именно:

$$\alpha_k \tilde{u}_1^k \ll \alpha_1 \tilde{u}_1$$

или

$$\frac{\alpha_k}{\alpha_1} \tilde{u}_1^{k-1} \ll 1. \quad (3.44)$$

При заданных  $\alpha_k$ , определяемых видом динамической характеристики, неравенство (3.44) обеспечивается при достаточно малой амплитуде  $U_1$  входного сигнала. В этом случае форма анодного

тока определяется практически лишь первыми несколькими членами ряда (3.43). В зависимости от того, сколько членов ряда (3.43) учитывается при расчете, можно определить форму  $i_a(t)$  и коэффициент нелинейных искажений  $\gamma_{нл}$  с различной точностью. Для технических расчетов вполне приемлемую точность дает «метод пяти ординат», в котором учитываются лишь первые пять членов ряда (3.43):

$$i_a = I_{a0} + \alpha_1 \tilde{u}_1 + \alpha_2 \tilde{u}_1^2 + \alpha_3 \tilde{u}_1^3 + \alpha_4 \tilde{u}_1^4. \quad (3.45)$$

Подставляя выражение (3.40) для входного сигнала, после несложных преобразований получим ряд Фурье для анодного тока в следующем виде:

$$i_a = I_{a\text{cp}} + I_{a1} \sin \Omega t - I_{a2} \cos 2\Omega t - I_{a3} \sin 3\Omega t + I_{a4} \cos 4\Omega t, \quad (3.46)$$

где

$$\begin{aligned} I_{a\text{cp}} &= I_{a0} + \frac{1}{2} \alpha_2 U_1^2 + \frac{3}{8} \alpha_4 U_1^4; \\ I_{a1} &= \alpha_1 U_1 + \frac{3}{4} \alpha_3 U_1^3; \\ I_{a2} &= \frac{1}{2} (\alpha_2 U_1^2 + \alpha_4 U_1^4); \\ I_{a3} &= \frac{1}{4} \alpha_3 U_1^3; \\ I_{a4} &= \frac{1}{8} \alpha_4 U_1^4. \end{aligned} \quad (3.47)$$

Эти же значения амплитуд гармоник можно найти графо-аналитическим методом, вычислив по динамической характеристике предварительно значения анодного тока  $I_{a0}$ ,  $I_{\frac{1}{2}}$ ,  $I_1$ ,  $I_{-\frac{1}{2}}$  и  $I_{-1}$ , соответствующие определенным уровням входного сигнала (рис. 3.21) или определенным моментам времени:

$$I_{a0} \text{ соответствует } \tilde{u}_1 = 0 \quad (\Omega t = 0);$$

$$I_{\frac{1}{2}} \quad \quad \quad \tilde{u}_1 = \frac{U_1}{2} \quad \left( \Omega t = \frac{\pi}{6} \right);$$

$$I_1 \quad \quad \quad \tilde{u}_1 = U_1 \quad \left( \Omega t = \frac{\pi}{2} \right);$$

$$I_{-\frac{1}{2}} \text{ соответствует } \tilde{u}_1 = -\frac{U_1}{2} \quad \left( \Omega t = -\frac{\pi}{6} \right);$$

$$I_{-1} \quad \quad \quad \tilde{u}_1 = -U_1 \quad \left( \Omega t = -\frac{\pi}{2} \right).$$

Подставляя указанные значения  $\Omega t$  и  $I_l$  в формулу (3.46), получим следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned} I_{a \text{ ср}} - I_{a2} + I_{a1} &= I_{a0}; \\ I_{a \text{ ср}} - \frac{1}{2} I_{a1} - \frac{1}{2} I_{a2} - I_{a3} - I_{a4} &= I_{\frac{1}{2}}; \\ I_{a \text{ ср}} + I_{a1} - I_{a2} + I_{a3} + I_{a4} &= I_1; \\ I_{a \text{ ср}} - \frac{1}{2} I_{a1} - \frac{1}{2} I_{a2} + I_{a3} - I_{a4} &= I_{-\frac{1}{2}}; \\ I_{a \text{ ср}} - I_{a1} + I_{a2} - I_{a3} + I_{a4} &= I_{-1}. \end{aligned} \quad (3.48)$$

После решения этой системы уравнений получим

$$\begin{aligned} I_{a \text{ ср}} &= \frac{1}{6} \left( I_1 + 2I_{\frac{1}{2}} + 2I_{-\frac{1}{2}} - I_{-1} \right); \\ I_{a1} &= \frac{1}{3} \left( I_1 + I_{\frac{1}{2}} - I_{-\frac{1}{2}} - I_{-1} \right); \\ I_{a2} &= \frac{1}{4} \left( I_1 - 2I_{a0} + I_{-1} \right); \\ I_{a3} &= \frac{1}{6} \left( I_1 - 2I_{\frac{1}{2}} + 2I_{-\frac{1}{2}} - I_{-1} \right); \\ I_{a4} &= \frac{1}{12} \left( I_1 - 4I_{\frac{1}{2}} + 6I_{a0} - 4I_{-\frac{1}{2}} + I_{-1} \right). \end{aligned} \quad (3.49)$$

При работе на центральном почти линейном участке динамической характеристики коэффициент нелинейных искажений составляет величину  $\gamma_n = 0,01 - 0,05$  (или  $\gamma_n = 1 - 5^{\text{дБ}}$ ).

#### § 3.4. УСИЛИТЕЛЬНЫЙ ЭЛЕМЕНТ С АКТИВНОЙ НАГРУЗКОЙ НА ТРАНЗИСТОРЕ

##### Схема и принцип работы

В усилительных и импульсных устройствах применяются, главным образом, транзисторы типа  $p-n-p$ , которые только и рас-

сматриваются в настоящей книге. Схема усилительного элемента с таким транзистором показана на рис. 3.22. Как и схема на электронной лампе, она состоит из усилительного прибора (транзистора типа  $p-n-p$ ), резистора  $R_k$ , включенного в коллекторную цепь транзистора, и источника питания  $E_k$ , причем по отношению к последнему сопротивление  $R_k$  и транзистор включены последовательно.

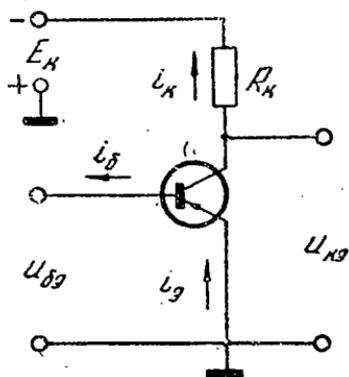


Рис. 3.22. Схема усилительного элемента с общим эмиттером.

Входной сигнал  $u_{бэ}$  подается между базой и эмиттером, а выходной  $u_{кэ}$  снимается с коллектора. Так как эмиттер является общим зажимом для входной и выходной цепи, то схема (рис. 3.22) называется схемой с общим эмиттером (ОЭ).

Схема усилительного элемента с транзистором имеет два основных отличия от схемы с электронной лампой. Во-первых, для питания используется источник отрицательного напряжения  $E_k$ , поскольку транзистор пропускает ток только при отрицательных напряжениях на коллекторе и базе. Во-вторых, транзистор является токовым прибором. Это означает, что ток коллектора  $i_k$  пропорционален току базы  $i_б$ , а не напряжению на базе  $u_{бэ}$  и протекает в транзисторе только, если имеется ток во входной цепи (ток базы). В отличие от усилительного элемента с электронной лампой, работающего, как правило, без сеточного тока, схема на транзисторе всегда потребляет ток от источника сигнала, и режим ее работы выбирается так, чтобы обеспечивалось протекание тока  $i_б$  в базовой цепи.

Как видно из входной характеристики транзистора (рис. 3.23), это возможно лишь в области отрицательных напряжений на базе  $u_{бэ}$ . Поэтому помимо входного сигнала  $u_1$  на базу подается также постоянное отрицательное напряжение смещения  $U_{бн}$ , определяющее начальный режим усилительного элемента. В усилителях переменного тока устраняется также передача на базу постоянной составляющей входного сигнала. Следовательно,

$$u_{бэ} = U_{бн} + \tilde{u}_1. \quad (3.50)$$

Принцип работы схемы (рис. 3.22) такой же, как и схемы с электронной лампой. При подаче переменного напряжения  $u_1$  на ба-

Эмиттер является общим зажимом для входной и выходной цепи, то схема (рис. 3.22) называется схемой с общим эмиттером (ОЭ).

Схема усилительного элемента с транзистором имеет два основ-

ных отличия от схемы с электронной лампой. Во-первых, для питания используется источник отрицательного напряжения  $E_k$ , поскольку транзистор пропускает ток только при отрицательных напряжениях на коллекторе и базе.

Во-вторых, транзистор является токовым прибором. Это означает, что ток коллектора  $i_k$  пропорционален току базы  $i_б$ , а не напряжению на базе  $u_{бэ}$  и протекает в транзисторе только, если имеется ток во входной цепи (ток базы). В отличие от усилительного элемента с электронной лампой, работающего, как правило, без сеточного тока, схема на транзисторе всегда потребляет ток от источника сигнала, и режим ее работы выбирается так, чтобы обеспечивалось протекание тока  $i_б$  в базовой цепи.

Как видно из входной характеристики транзистора (рис. 3.23), это возможно лишь в области отрицательных напряжений на базе  $u_{бэ}$ . Поэтому помимо входного сигнала  $u_1$  на базу подается также постоянное отрицательное напряжение смещения  $U_{бн}$ , определяющее начальный режим усилительного элемента. В усилителях переменного тока устраняется также передача на базу постоянной составляющей входного сигнала. Следовательно,

$$u_{бэ} = U_{бн} + \tilde{u}_1. \quad (3.50)$$

Принцип работы схемы (рис. 3.22) такой же, как и схемы с электронной лампой. При подаче переменного напряжения  $u_1$  на ба-

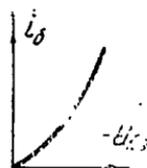


Рис. 3.23. Входная характеристика транзистора.

зу изменяется базовый ток  $i_b$  и пропорционально ему ток коллектора  $i_k$ . За счет этого создается переменное напряжение  $u_R = i_k R_k$ . Так как общее напряжение питания  $E_k$  постоянно, то благодаря изменению в последовательной цепи (транзистор—нагрузка) одной составляющей  $u_R$  меняется (но в противофазе) другая составляющая  $u_{кэ}$  на ту же величину. Усиление по напряжению обеспечивается благодаря включению не слишком малого  $R_k$ , а усиление по току обеспечивается благодаря тому, что в транзисторе ток коллектора  $i_k$  значительно больше тока базы  $i_b$ . Оба эти эффекта дают усиление по мощности.

Поясним подробнее связь между формой выходного и входного сигналов. Условимся относительно знаков напряжений и токов в транзисторных схемах. Напряжения  $u_{бэ}$  и  $u_{кэ}$  измеряются по отношению к эмиттеру («заземленной» точке), и знак их включается в обозначение. За положительное направление токов  $i_э$ ,  $i_k$  и  $i_b$  примем их физическое направление, показанное на рис. 3.22, так как вследствие односторонней проводимости транзистора эти токи в другом направлении не протекают. Что касается напряжения источника питания, то величину  $E_k$  будем считать положительной, поэтому по отношению к «земле» источник имеет напряжение  $-E_k$ .

Запишем уравнение Кирхгофа для коллекторной цепи, обходя контур в направлении: «земля» — эмиттер — коллектор — резистор  $R_k$  — минусовый зажим источника  $E_k$ :

$$E_k = -u_{кэ} + i_k R_k,$$

откуда

$$u_{кэ} = -(E_k - i_k R_k). \quad (3.51)$$

Это уравнение показывает, что форма выходного сигнала определяется исключительно коллекторным током, причем при возрастании  $i_k$  растет напряжение  $u_R$  и уменьшается по абсолютной величине напряжение  $u_{кэ}$ . Но из-за того, что оно отрицательно, его алгебраическая величина (с учетом знака) тоже возрастает. Таким образом, при принятом условии относительно знаков напряжений и токов в схеме с транзистором типа  $p-n-p$  напряжение  $u_{кэ}$  и ток  $i_k$  изменяются в *противофазе*, если иметь в виду абсолютную величину  $|u_{кэ}|$ , и в *фазе* для действительной величины  $u_{кэ}$ .

Чтобы сопоставить фазу выходного и входного сигналов, нужно иметь в виду, конечно, их действительные величины. В режиме усиления работа УЭ поясняется временными графиками (рис. 3.24).

При подаче отрицательного входного сигнала  $u_1 < 0$ , как видно из формулы (3.50), растет абсолютная величина отрицательного напряжения  $u_{бэ}$ , но уменьшается его алгебраическая величина. Это вызывает возрастание токов  $i_b$  и  $i_k$ , следовательно, возрастает алгебраическая величина  $u_{кэ}$ . Наоборот, при положительном

входном сигнале  $u_1 > 0$  напряжение  $u_{бэ}$  с учетом знака возрастает, а его абсолютная величина уменьшается. Это вызывает уменьшение токов  $i_б$  и  $i_к$ , следовательно, уменьшается алгебраическая величина  $u_{кэ}$ . Таким образом, выходной сигнал  $u_{кэ}$  изменяется всегда в *противофазе* с входным  $u_1$ .

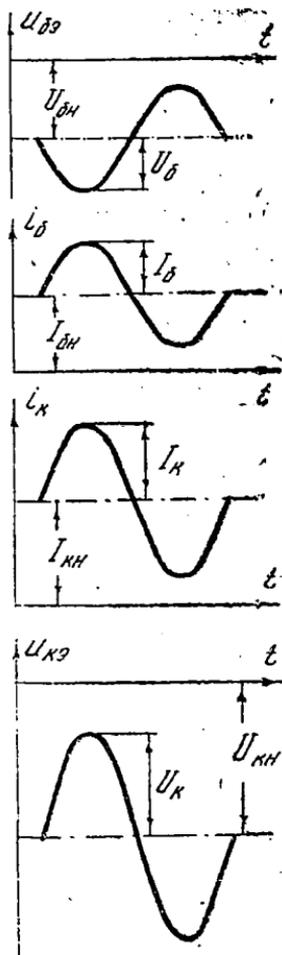


Рис. 3.24. Форма сигналов в режиме усиления для схемы с транзистором.

Поскольку зависимости  $i_к = f(i_б)$  и  $i_б = f_1(u_{бэ})$ , вообще говоря, нелинейны, то возникают нелинейные искажения. Они рассчитываются так же, как и в схеме с электронной лампой (см. § 3.3). Заметим, что нелинейные искажения возникают, главным образом, за счет нелинейности входной характеристики транзистора  $i_б = f_1(u_{бэ})$ .

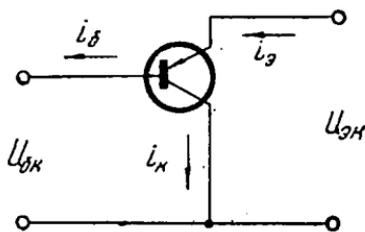


Рис. 3.25. Включение транзистора по схеме с общим коллектором.

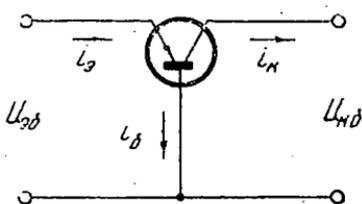


Рис. 3.26. Включение транзистора по схеме с общей базой.

Помимо основной схемы усилительного элемента с общим эмиттером (ОЭ) используются также схемы включения транзистора с общим коллектором (ОК) или с общей базой (ОБ), показанные на рис. 3.25 и 3.26. Первая из них (ОК) обеспечивает уси-

ние по току, так как  $i_3 \gg i_6$ , но не даёт усиления по напряжению, поскольку выходное напряжение

$$u_{\text{ЭК}} = u_{\text{ОК}} - u_{\text{ОЭ}}$$

меньше входного  $u_{\text{ОК}}$ .

Во второй схеме (ОБ) производится усиление по напряжению, так как  $u_{\text{КЭ}} \gg u_{\text{ОЭ}}$ , но отсутствует усиление по току, поскольку  $i_{\text{К}} \cong i_3$ . Эти схемы и их свойства будут изучены позже.

### Основные свойства транзисторов

На рис. 3.27 показано семейство выходных статических характеристик транзистора  $i_{\text{К}} = f(u_{\text{КЭ}}, i_6)$  при  $i_6 = \text{const}$ . Они напоминают характеристики пентода. В весьма широкой области сравнительно больших напряжений на коллекторе (для типовых маломощных транзисторов порядка единиц — десятков вольт) ток коллектора почти не зависит от напряжения  $u_{\text{КЭ}}$ , но зато при  $u_{\text{КЭ}} = \text{const}$  изменяется пропорционально  $i_6$  (область управления).

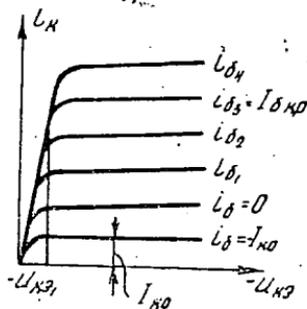


Рис. 3.27. Выходные характеристики транзистора.

При малых  $u_{\text{КЭ}}$  (0,01 ÷ 0,1 в) характеристики сливаются в общую линию насыщения. Это означает, что при  $u_{\text{КЭ}} = \text{const}$ , начиная с некоторого минимального значения  $i_6 = I_{\text{Б КР}}$  (критический базовый ток) база перестает управлять коллекторным током. Например,  $I_{\text{Б КР}} = i_{\text{Б}}$  при  $u_{\text{КЭ}} = u_{\text{КЭ1}}$  (рис. 3.27).

Напомним далее, какова зависимость токов  $i_3$ ,  $i_6$  и  $i_{\text{К}}$  между собой и от управляющего напряжения  $u_{\text{ОЭ}}$  при  $u_{\text{КЭ}} = \text{const}$  в области управления. При этом для упрощения пренебрежем „коллекторной реакцией“, т. е. влиянием напряжения  $u_{\text{КЭ}}$  на токи в транзисторе. На основании первого закона Кирхгофа

$$i_3 = i_{\text{К}} + i_6. \quad (3.52)$$

При положительных  $u_{\text{ОЭ}} > 0$   $p$ - $n$ -переход эмиттер—база заперт, и ток эмиттера  $i_3 = 0$ . Но в запертом транзисторе протекает так называемый начальный ток коллектора  $I_{\text{К0}}$ , источником которого является переход база—коллектор. Ток  $I_{\text{К0}}$  внутри транзистора протекает от базы к коллектору (рис. 3.28), а затем замыкается через элементы внешней цепи. Этот ток практически не зависит от внешних напряжений и сохраняется также в открытом транзисторе. Запертому состоянию транзистора ( $i_3 = 0$ ) на рис. 3.27 соответствует характеристика  $i_{\text{К}} = I_{\text{К0}}$  при  $i_6 = -I_{\text{К0}}$ , а на рис. 3.29 область слева от оси ординат ( $u_{\text{ОЭ}} > 0$ ).

При отрицательных  $u_{\text{ОЭ}} < 0$   $p$ - $n$ -переход эмиттер—база опти-

рается, причем ток эмиттера изменяется примерно по экспоненциальному закону

$$i_3 = I_{30} \left( e^{\frac{u_{36}}{\varphi_T}} - 1 \right), \quad (3.53)$$

где  $I_{30}$  — тепловой ток  $p-n$ -перехода эмиттер-база;  
 $u_{36}$  — напряжение на этом переходе;

$$\varphi_T = \frac{kT}{q} \cong \frac{T}{11600} \quad (3.54)$$

— температурный потенциал;  
 $T$  — абсолютная температура.

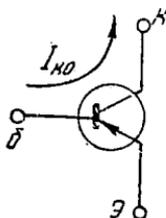


Рис. 3.28. Схема протекания токов в транзисторе при  $u_{63} > 0$ .

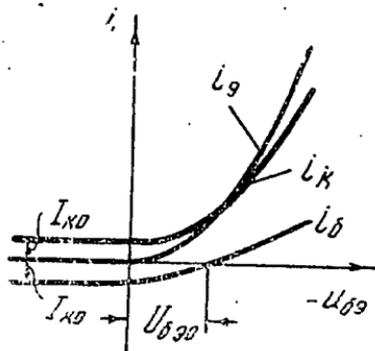


Рис. 3.29. Зависимость токов в транзисторе от управляющего напряжения  $u_{63}$ .

Напряжение  $u'_{36}$  отличается от  $u_{36}$  на величину падения напряжения  $i_6 \cdot r_6$  на объемном сопротивлении базы  $r_6$  (см. § 3.6):

$$u'_{36} = u_{36} - i_6 \cdot r_6. \quad (3.55)$$

Если не учитывать слабого влияния напряжения  $u_{к3}$ , то коллекторный ток изменяется пропорционально  $i_3$ :

$$i_k = I_{к0} + \alpha i_3, \quad (3.56)$$

где

$$\alpha = \frac{di_k}{di_3}$$

— коэффициент усиления по току в схеме с общей базой (в которой входным является  $i_{33}$ ). Для типовых транзисторов

$$\alpha = 0,95 - 0,99.$$

На основании формул (3.53) и (3.56) на рис. 3.29 построены зависимости  $i_3$  и  $i_k$  от  $u_{63}$  при  $u_{63} < 0$ . Из соотношения (3.52) ток базы

$$i_6 = i_3 - i_k. \quad (3.57)$$

Его зависимость от  $u_{бэ}$  также построена на рис. 3.29. Так как в запертом транзисторе ток  $i_б = -I_{к0}$  течет в направлении, противоположном основному базовому току, то после отпираания при значении  $u_{бэ} = -U_{бэ0}$  ток  $i_б = 0$ , а

$$i_{к0} = i_{э0}. \quad (3.58)$$

Для определения  $U_{бэ0}$  подставим в формулу (3.56) выражение (3.58) и найдем

$$I_{к0} + \alpha i_{э0} = i_{э0},$$

откуда

$$i_{к0} = i_{э0} = \frac{I_{к0}}{1 - \alpha}. \quad (3.59)$$

Подставляя это выражение в формулу (3.53), после логарифмирования получим

$$U_{бэ0} = \varphi_T \ln \left[ \frac{I_{к0}}{I_{э0}(1 - \alpha)} + 1 \right]. \quad (3.60)$$

Так как  $I_{к0} \cong I_{э0}$ , то

$$U_{бэ0} \cong (3 \div 4) \varphi_T.$$

Установим также непосредственную связь между  $i_к$  и  $i_б$ . Подставляя в формулу (3.56) выражение (3.52), найдем

$$i_к = I_{к0} + \alpha (i_к + i_б),$$

откуда

$$i_к = \frac{I_{к0}}{1 - \alpha} + \frac{\alpha}{1 - \alpha} i_б. \quad (3.61)$$

Если прибавить и вычесть  $I_{к0}$ , то эту формулу можно переписать так:

$$i_к = I_{к0} + \beta (i_б + I_{к0}), \quad (3.62)$$

где

$$\beta = \frac{di_к}{di_б} = \frac{\alpha}{1 - \alpha} \quad (3.63)$$

— коэффициент усиления по току в схеме с общим эмиттером. Определяя из формулы (3.63) коэффициент  $\alpha$ , получим

$$\alpha = \frac{\beta}{1 + \beta}. \quad (3.64)$$

Сравнивая формулы (3.56) и (3.62), замечаем, что

$$i_6 + I_{к0} = (1 - \alpha) i_э. \quad (3.65)$$

Следовательно,  $(i_6 + I_{к0})$  — та часть тока базы, которая обязана своим появлением основному току эмиттера. Именно эта часть  $(i_6 + I_{к0})$ , а не действительный ток  $i_6$  усиливается транзистором.

### Динамическая характеристика

Как и в схеме с электронной лампой, для определения динамической характеристики вначале производится построение линии нагрузки. Определим из соотношения (3.51) коллекторный ток:

$$i_k = \frac{E_k + u_{кэ}}{R_k}. \quad (3.66)$$

Это — уравнение прямой линии, которую можно построить по двум точкам (рис. 3.30). Полагая  $u_{кэ} = -E_k$ , находим  $i_k = 0$ .

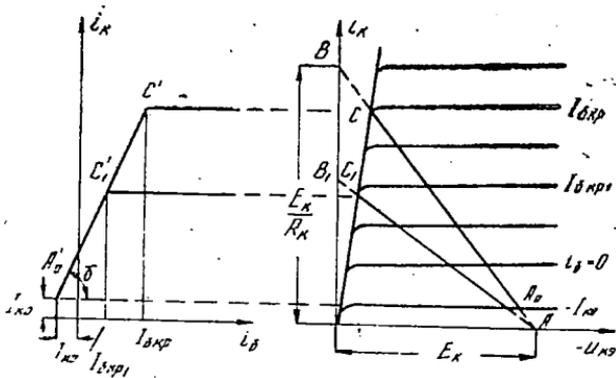


Рис. 3.30. Построение динамической характеристики для схемы с транзистором.

Этим значениям  $u_{кэ}$  и  $i_k$  соответствует точка А. Затем, полагая  $u_{кэ} = 0$ , находим

$$i_k = \frac{E_k}{R_k}.$$

Этим значениям  $u_{кэ}$  и  $i_k$  соответствует точка В. Соединяя эти точки прямой, строим линию нагрузки АВ.

Так как на участках ВС и А<sub>0</sub>А транзистор не имеет физических состояний, то динамической характеристикой схемы усилительного элемента является участок А<sub>0</sub>С линии нагрузки (рис. 3.30). Для наглядности она может быть перестроена в координатах  $(i_k, i_6)$ .

Запертому транзистору ( $u_{бэ} > 0$ ,  $i_b = 0$ ) соответствует точка  $A_0$  (или  $A_0'$ ) на динамической характеристике. После отпирания транзистора ( $u_{бэ} < 0$ ) по мере возрастания базового тока растет ток  $i_k$  и уменьшается по абсолютной величине  $u_{кэ}$ . Рабочая точка перемещается от  $A_0$  к  $C$  (от  $A_0'$  к  $C'$ ). Когда рабочая точка достигает положения  $C$  на линии насыщения, базовый ток перестает управлять коллекторным током, и несмотря на рост  $i_b$  коллекторный ток не меняется. Критическое значение  $I_{б\text{кр}}$  определяется по положению точки  $C$ . По входной характеристике  $i_b = f_1(u_{бэ})$  можно найти также критическое напряжение  $U_{бэ\text{кр}}$ , соответствующее  $I_{б\text{кр}}$  (рис. 3.31).

Ввиду того, что в области управления ток  $i_k$  слабо зависит от  $u_{кэ}$ , положение участка  $A_0'C'$  динамической характеристики практически сохраняется неизменным независимо от  $R_k$  (рис. 3.30). При возрастании  $R_k''$  уменьшается  $I_{б\text{кр}}$ .

Уравнение прямой  $A_0'C'$  может быть записано в таком виде:

$$i_k = I_{к0} + \text{tg } \gamma (i_b + I_{к0}). \quad (3.67)$$

Сравнивая это выражение с формулой (3.62), замечаем, что

$$\text{tg } \gamma = \beta.$$

Угол наклона  $\gamma$  динамической характеристики определяется коэффициентом усиления по току  $\beta$ . Соотношение (3.67) остается справедливым только при  $i_b < I_{б\text{кр}}$ .

### Режимы работы усилительного каскада

Анализ вида динамической характеристики (рис. 3.30) показывает, что в усилительном элементе на транзисторе можно получить те же основные режимы работы, как и в УЭ с электронной лампой:

- режим линейного усиления;
- режим ограничения.

Получение того или иного режима работы определяется в конечном счете диапазоном изменения напряжения  $u_{бэ}$  и тока  $i_b$  при действии входного сигнала. Ограничение снизу происходит за счет нижней отсечки коллекторного (и базового) тока вследствие запирающего транзистора при  $u_{бэ} > 0$ . Ограничение сверху имеет место за счет верхней отсечки коллекторного тока при  $i_b > I_{б\text{кр}}$

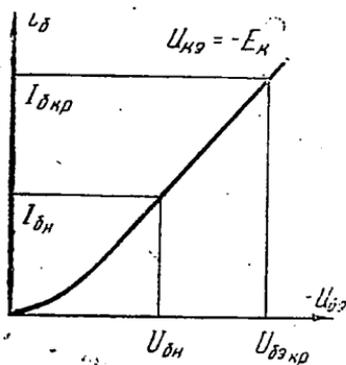


Рис. 3.31. К определению критического  $U_{бэ\text{кр}}$  и начального  $U_{бн}$  напряжений на базе.

( $u_{бэ} < U_{бэ\text{кр}}$ ). Если при действии входного сигнала напряжение  $u_{бэ}$  остается отрицательным и ток базы изменяется в пределах

$$-I_{к0} < i_b < I_{б\text{кр}}, \quad (3.68)$$

то получим режим линейного усиления.

Более подробные условия получения соответствующих режимов аналогичны условиям, записанным в § 3.2 для схемы с электронной лампой, с той лишь разницей, что напряжение запирающего транзистора  $E_{б0} = 0$ . Рассмотрим эти условия лишь для режима усиления. Обычно для усиления используется участок  $A_1C'$  (рис. 3.32) при  $i_b > 0$ . Поэтому диапазон изменения базового тока

$$\Delta I_b = (i_{б\text{макс}} - i_{б\text{мин}}) < I_{б\text{кр}}. \quad (3.69)$$

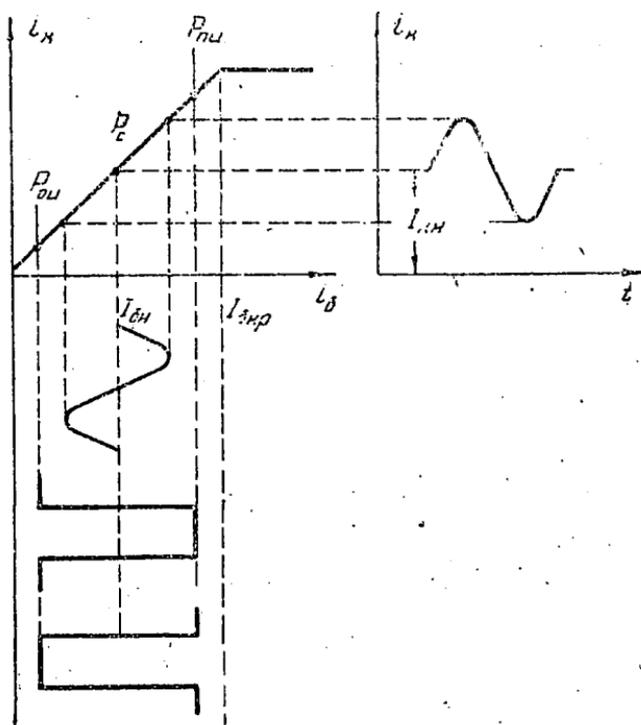


Рис. 3.32. Определение исходной рабочей точки для сигналов различной формы.

Начальное значение базового тока  $I_{бн}$  определяется в зависимости от формы сигнала. При действии синусоидального (или другого симметричного) сигнала исходная рабочая точка выбирается посредине линейного участка (рис. 3.32), причем

$$I_{бн} = \frac{I_{б\text{кр}}}{2}. \quad (3.70)$$

При действии отрицательного входного импульса (вызывающего возрастание базового тока) исходная рабочая точка  $P_{\text{он}}$  выбирается при меньшем, а при действии положительного импульса (точка  $P_{\text{он}}$ ), наоборот, — при большем значении  $I_{\text{бн}}$  (рис. 3.32). По входной характеристике транзистора найденному значению  $I_{\text{бн}}$  соответствует  $U_{\text{бн}}$  (рис. 3.31). Начальное напряжение на коллекторе

$$U_{\text{кн}} = - (E_{\text{к}} - I_{\text{кн}} R_{\text{к}}).$$

Как и для схемы с электронной лампой, графо-аналитическим путем можно построить форму сигнала на выходе и определить его амплитуду. На рис. 3.32 это сделано для синусоидального сигнала.

### § 3.5. ЭКВИВАЛЕНТНЫЕ СХЕМЫ ЭЛЕКТРОННОЙ ЛАМПЫ

Как показано в § 3.2 и 3.4, графо-аналитический метод исследования, связанный с построением динамической характеристики, позволяет изучить свойства и определить форму и параметры выходного сигнала. Однако исключительному его применению препятствуют два обстоятельства. Во-первых, статические характеристики лампы или транзистора отражают их свойства только для сравнительно медленно меняющихся сигналов. При передаче сигналов высоких частот свойства лампы (транзистора) оказываются более сложными. Во-вторых, для реальных схем, имеющих реактивные элементы, вместо прямой линии нагрузки приходится строить гораздо более сложные нагрузочные кривые (обычно это — замкнутые кривые на плоскости  $i_{\text{а}}, u_{\text{ак}}$  или  $i_{\text{к}}, u_{\text{кэ}}$ ), из-за чего изучение свойств усилителя графо-аналитическим методом оказывается громоздким.

Ввиду указанных трудностей наряду с графо-аналитическим применяются также аналитические методы теории цепей. Чтобы воспользоваться ими, необходимо заменить реальный нелинейный прибор (лампу или транзистор) какой-то линейной эквивалентной схемой. Как мы увидим ниже, это возможно сделать только для *переменных составляющих* в режиме линейного усиления (режиме малых сигналов).

Оба метода — аналитический и графо-аналитический — дополняют друг друга при изучении и расчете усилителя. На основании динамических характеристик выбирается исходная рабочая точка усилителя и оценивается диапазон  $\Delta U$  линейного усиления, а также определяются нелинейные искажения. Анализ эквивалентных схем позволяет для режима малых сигналов найти частотные и переходные характеристики усилителя и определить линейные искажения формы сигнала.

Разумеется, что для существенно нелинейных режимов ограничения (режима больших сигналов) нельзя пользоваться эквивалентными схемами, составленными для режима усиления. Здесь

приходится применять графо-аналитический метод или попытаться составить какие-то новые эквивалентные схемы.

Эквивалентной схемой какого-либо устройства называется схема, состоящая из генераторов тока или напряжения и постоянных сопротивлений  $R$ , индуктивностей  $L$  и емкостей  $C$ , в которой соотношения между токами и напряжениями такие же, как соотношения между этими величинами (или их приращениями) в действительной схеме устройства. Эквивалентная схема всегда составляется на основании анализа уравнений, описывающих свойства данного устройства. В настоящем параграфе изучаются эквивалентные схемы лампы для режима усиления, а в следующем — эквивалентные схемы транзистора.

### Физическая эквивалентная схема

Составим вначале приближенную эквивалентную схему лампы для медленно меняющихся сигналов, считая, что ее свойства определяются только статическими характеристиками. Свойства лампы как нелинейного прибора описываются следующими двумя зависимостями:

$$\begin{aligned} i_g &= f_1(u_{гк}, u_{ак}); \\ i_a &= f(u_{гк}, u_{ак}). \end{aligned} \quad (3.71)$$

Так как в режиме усиления лампа работает без сеточных токов, то первое уравнение принимает вид

$$i_g = 0. \quad (3.72)$$

Для составления эквивалентной схемы анодной цепи разложим функцию (3.71) двух переменных в ряд Тэйлора в окрестности исходной рабочей точки ( $u_{гк} = E_g$ ,  $u_{ак} = U_{а0}$ ):

$$\begin{aligned} i_a &= I_{а0}(E_g, U_{а0}) + \left. \frac{\partial i_a}{\partial u_{гк}} \right|_{\substack{u_{гк}=E_g \\ u_{ак}=U_{а0}}} (u_{гк} - E_g) + \\ &+ \left. \frac{\partial i_a}{\partial u_{ак}} \right|_{\substack{u_{гк}=E_g \\ u_{ак}=U_{а0}}} (u_{ак} - U_{а0}) + \frac{1}{2!} \left. \frac{\partial^2 i_a}{\partial u_{гк}^2} \right|_{\substack{u_{гк}=E_g \\ u_{ак}=U_{а0}}} (u_{гк} - E_g)^2 + \\ &+ \frac{1}{2!} \left. \frac{\partial^2 i_a}{\partial u_{ак}^2} \right|_{\substack{u_{гк}=E_g \\ u_{ак}=U_{а0}}} (u_{ак} - U_{а0})^2 + \dots \end{aligned} \quad (3.73)$$

Поскольку эта функция (3.73) — нелинейная, то не удастся составить эквивалентную схему анодной цепи, определяющую действительный ток  $i_a$ . Считая амплитуды сигналов малыми, составим эквивалентную схему только для переменных составляющих.

По определению (см. § 3.1) переменная составляющая тока

(напряжения) есть разность между его действительным значением и начальным значением в рабочей точке. Следовательно,

$$\begin{aligned}\tilde{i}_a &= i_a - I_{a0}; \\ \tilde{u}_{гк} &= u_{гк} - E_g; \\ \tilde{u}_{ак} &= u_{ак} - U_{a0}.\end{aligned}\tag{3.74}$$

Подставляя эти значения в формулу (3.73) и пренебрегая для малых амплитуд сигналов старшими членами, начиная с квадратных, получим

$$\tilde{i}_a = S\tilde{u}_{гк} + \frac{1}{R_1}\tilde{u}_{ак},\tag{3.75}$$

где введены обозначения

$$S = \left. \frac{\partial i_a}{\partial u_{гк}} \right|_{\substack{u_{гк} = E_g \\ u_{ак} = U_{a0}}}\tag{3.76}$$

— крутизна лампы;

$$g_1 = \frac{1}{R_1} = \left. \frac{\partial i_a}{\partial u_{ак}} \right|_{\substack{u_{гк} = E_g \\ u_{ак} = U_{a0}}}\tag{3.77}$$

— выходная проводимость лампы;  
 $R_1$  — ее внутреннее сопротивление.

По уравнениям (3.72) и (3.75) составлена эквивалентная схема лампы для переменных составляющих (рис. 3.33). Так как

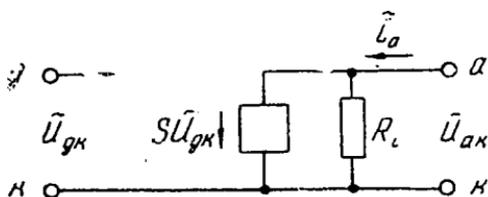


Рис. 3.33. Эквивалентная схема электронной лампы для медленно меняющихся сигналов.

$i_g = 0$ , то входная (сеточная) цепь лампы разомкнута. Согласно уравнению (3.75), определяющему свойства выходной (анодной) цепи, переменная составляющая анодного тока  $i_a$  создается двумя напряжениями  $u_{гк}$  и  $u_{ак}$ . Поскольку напряжение  $u_{гк}$  непосредственно в выходной цепи не действует, то член  $Su_{гк}$  в эквива-

лентной схеме учитывается генератором тока, другая доля  $g_1 u_{ак}$  — включением непосредственно к выходным зажимам внутреннего сопротивления  $R_1$ .

Параметры лампы (и ее эквивалентной схемы) — крутизна  $S$  и внутреннее сопротивление  $R_1$  — определяются согласно соотношениям (3.76) и (3.77) в рабочей точке по малым приращениям  $\Delta i_{a1}$ ,  $\Delta u_{гк}$  и  $\Delta u_{ак}$  (рис. 3.34):

$$S = \frac{\Delta i_{a1}}{\Delta u_{гк}} \Big|_{u_{ак} = U_{а0}};$$

$$g_1 = \frac{1}{R_1} = \frac{\Delta i_{a2}}{\Delta u_{ак}} \Big|_{u_{гк} = E_g}$$

При воздействии на лампу быстро меняющегося сигнала (высокой частоты) на ее свойства влияют также междуэлектродные емкости  $C_{гк}$ ,  $C_{аг}$  и  $C_{ак}$  (рис. 3.35). Токи, протекающие через них, линейно суммируются с током, найденным из статических характеристик, создаваемым эмиссией катода. Поэтому, чтобы учесть междуэлектродные емкости, достаточно включить их в соответствующие

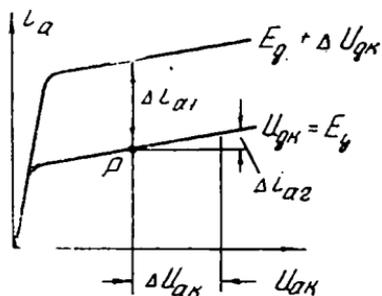


Рис. 3.34. Определение крутизны  $S$  и внутреннего сопротивления  $R_1$  электронной лампы.

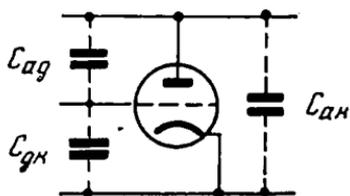


Рис. 3.35. Схема включения междуэлектродных емкостей.

участки, что дает полную эквивалентную схему лампы (рис. 3.36).

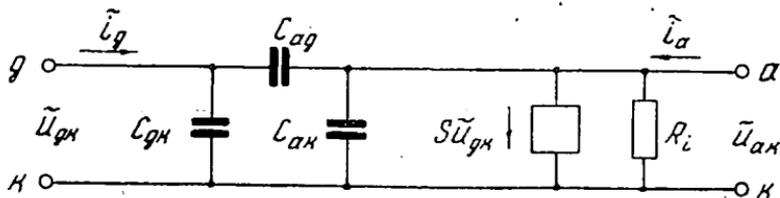


Рис. 3.36. Физическая эквивалентная схема электронной лампы для переменных составляющих.

В этой схеме входной (сеточный) ток уже не равен нулю, а замыкается через емкости  $C_{гк}$  и  $C_{аг}$ . Так как параметры схемы по-

стоянны, то она справедлива как для переменных составляющих, так и для комплексных амплитуд.

Схема (рис. 3.36) представляет собою *физическую эквивалентную схему лампы*, ибо составлена на основе анализа ее основных свойств. Для удобства дальнейшего использования ее преобразуют в вид, соответствующему обобщенной схеме четырехполюсника (рис. 1.28), определив  $Y$ -параметры лампы. Как будет показано ниже, они имеют различное значение в зависимости от способа включения. При определении комплексных  $Y$ -параметров считается, что на вход подается гармонический сигнал, а токи и напряжения характеризуются их комплексными амплитудами.

### Схема с общим катодом

В этой схеме входным является напряжение  $U_{гк}$ , а выходным  $U_{ак}$ . Поэтому эквивалентная схема не претерпевает изменений по сравнению с физической. Достаточно только заземлить катод и заменить переменные напряжения и токи их комплексными амплитудами (рис. 3.37).

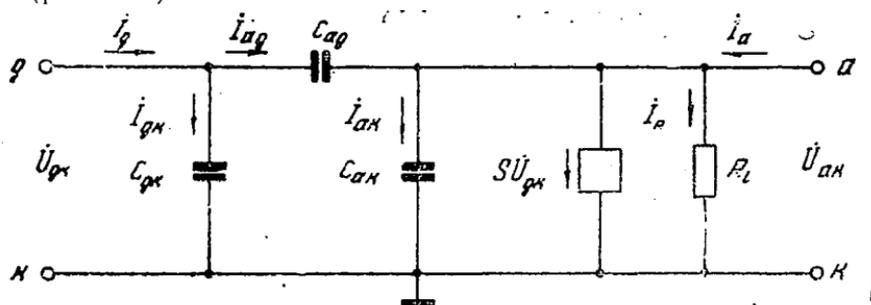


Рис. 3.37. Эквивалентная схема электронной лампы для комплексных амплитуд.

Запишем уравнения для токов  $I_g$  и  $I_a$  с учетом действия междуэлектродных емкостей (рис. 3.37):

$$I_g = I_{гк} + I_{аг}; \quad (3.78)$$

$$I_a = S\dot{U}_{гк} + g_1 \dot{U}_{ак} - I_{ак} - I_{аг}.$$

Емкостные токи  $I_{гк}$ ,  $I_{ак}$  и  $I_{аг}$  определяются соответствующими проводимостями  $j\omega C$  и напряжениями, приложенными к емкостям:

$$\begin{aligned} I_{гк} &= j\omega C_{гк} \dot{U}_{гк}; \\ I_{ак} &= j\omega C_{ак} \dot{U}_{ак}; \\ I_{аг} &= j\omega C_{аг} (\dot{U}_{гк} - \dot{U}_{ак}). \end{aligned} \quad (3.79)$$

Подставляя эти выражения в формулы (3.78), получим

$$I_g = j \omega (C_{гк} + C_{аг}) U_{гк} - j \omega C_{аг} U_{ак}; \quad (3.80)$$

$$I_a = (S - j \omega C_{аг}) U_{гк} + [g_1 + j \omega (C_{ак} + C_{аг})] U_{ак}.$$

Чтобы найти параметры  $\dot{Y}_{11}$  и  $\dot{Y}_{21}$ , полагаем  $U_{ак} = 0$  (короткое замыкание на выходе). Тогда собственная входная проводимость лампы

$$\dot{Y}_{11} = \left. \frac{I_g}{U_{гк}} \right|_{U_{ак}=0} = j \omega (C_{гк} + C_{аг}), \quad (3.81)$$

а прямая проходная проводимость

$$\dot{Y}_{21} = \left. \frac{I_a}{U_{гк}} \right|_{U_{ак}=0} = S - j \omega C_{аг}. \quad (3.82)$$

При условии  $U_{гк} = 0$  (короткое замыкание на входе) находим обратную проходную проводимость

$$\dot{Y}_{12} = \left. \frac{I_g}{U_{ак}} \right|_{U_{гк}=0} = -j \omega C_{аг} \quad (3.83)$$

и выходную проводимость

$$\dot{Y}_{22} = \left. \frac{I_a}{U_{ак}} \right|_{U_{гк}=0} = g_1 + j \omega (C_{ак} + C_{аг}). \quad (3.84)$$

На основании полученных соотношений составляется эквивалентная схема лампы с двумя генераторами тока (рис. 3.38). Собственная входная проводимость  $\dot{Y}_{11}$  определяется параллельным соединением емкостей  $C_{гк}$  и  $C_{аг}$ , а выходная проводимость  $\dot{Y}_{22}$  — параллельным соединением  $g_1$ ,  $C_{ак}$  и  $C_{аг}$ .

Поясним влияние емкостей на  $Y$ -параметры. Емкость  $C_{гк}$  включена непосредственно на входе схемы (рис. 3.37) и входит в состав только входной проводимости  $\dot{Y}_{11}$ . Емкость  $C_{ак}$  включена на выходе и является составной частью только выходной проводимости  $\dot{Y}_{22}$ . Что касается емкости  $C_{аг}$ , то ее влияние на свойства лампы гораздо сложнее. Так как эта емкость включена между входом и выходом схемы (рис. 3.37), то благодаря протекающему через нее току  $I_{аг}$  изменяются оба тока  $I_g$  и  $I_a$ . Поэтому емкость  $C_{аг}$  влияет на все четыре  $Y$ -параметра.

Согласно формуле (3.79) ток  $I_{аг}$  зависит от разности напряжений  $U_{гк} - U_{ак}$ . Влияние  $U_{гк}$  на ток  $I_{аг}$  приводит не только к тому, что собственная входная проводимость  $\dot{Y}_{11}$  зависит от  $C_{аг}$ ,

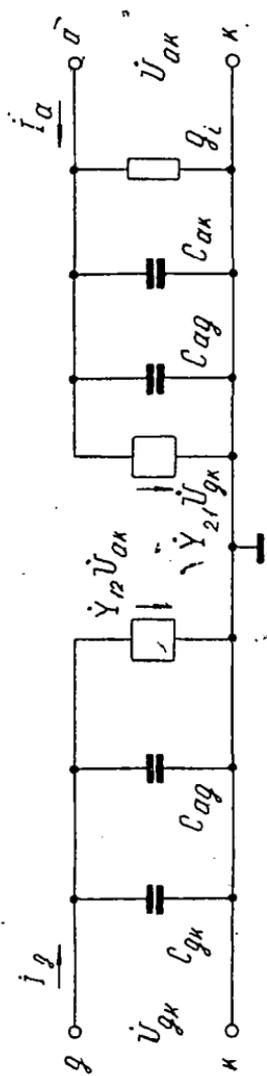


Рис. 3.38. Эквивалентная схема лампы с двумя генераторами тока.

но и к дополнительной прямой связи в лампе (напряжение  $U_{гк}$  дополнительно влияет на  $I_a$  через  $C_{аг}$ ), из-за чего  $Y_{21}$  зависит от  $C_{аг}$ . Зависимость  $I_{аг}$  от  $U_{ак}$  приводит к возрастанию  $Y_{22}$ , а также к появлению внутренней обратной связи (напряжение  $U_{ак}$  влияет на  $I_g$  через емкость  $C_{аг}$ ).

При анализе усилительных устройств всегда стремятся к предельному упрощению эквивалентных схем, так как это облегчает получение расчетных соотношений, удобных для практического использования. Выясним, как можно упростить схему (рис. 3.38).

Ввиду того, что емкость  $C_{аг}$  мала, в диапазоне видеочастот проводимость  $\omega C_{аг}$  мала по сравнению с крутизной  $S$ . Поэтому ток  $I_{аг}$  составляет незначительную часть анодного тока  $I_a$ , что позволяет найти  $I_{аг}$  приближенно. Рассмотрим комплексный коэффициент передачи

$$K(j\omega) = \frac{U_{ак}}{U_{гк}}. \quad (3.85)$$

В основной области частот коэффициент передачи  $K(j\omega)$  — это действительная величина  $K_0$ , мало зависящая от частоты. Считая  $K_0 = \text{const}$  и учитывая, что в схеме ОК происходит сдвиг фаз на  $\pi$  (см. § 3.2), приближенно полагаем

$$K(j\omega) = -K_0.$$

Воспользовавшись этим приближенным соотношением, на основании формулы (3.79) получим

$$I_{аг} = j\omega C_{аг} (1 - K_0) U_{гк} \quad (3.86)$$

или

$$I_{аг} = -j\omega C_{аг} \left(1 + \frac{1}{K_0}\right) U_{ак}. \quad (3.87)$$

Подставляя выражения (3.86) или (3.87) в формулы (3.78), получим

$$I_g = Y_{вх} \cdot U_{гк}; \quad (3.88)$$

$$I_a = S U_{гк} + Y_{вых} \cdot U_{ак},$$

где введены обозначения

$$Y_{вх} = j\omega [C_{гк} + (1 + K_0) C_{аг}]; \quad (3.89)$$

$$Y_{вых} = g_1 + j\omega \left[ C_{ак} + \left(1 + \frac{1}{K_0}\right) C_{аг} \right].$$

Приближенные соотношения (3.88) имеют более простую структуру, чем формулы (3.80). Им соответствует эквивалентная

схема (рис. 3.39), в которой следует отметить следующие упрощения:

— исключен генератор тока  $Y_{12} \cdot \dot{U}_{ак}$ , определяющий внутреннюю обратную связь, из-за чего увеличивается входная проводимость  $Y_{вх}$  по сравнению с  $Y_{11}$ ;

— вместо комплексного параметра  $Y_{21}$  ток генератора в выходной цепи определяется только крутизной  $S$ , из-за чего увеличивается выходная проводимость  $Y_{вых}$  по сравнению с  $Y_{22}$ .

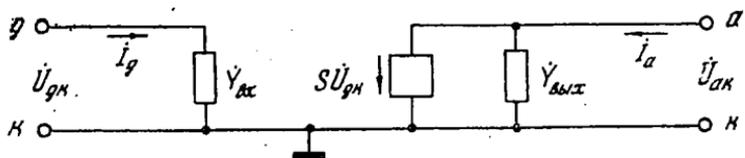


Рис. 3.39. Преобразование эквивалентной схемы (рис. 3.38).

Рассмотрим, как реализуются  $Y_{вх}$  и  $Y_{вых}$  в эквивалентной схеме. Как видно из соотношений (3.89), входная проводимость  $Y_{вх}$  линейно зависит от частоты, т. е. имеет емкостный характер. Входная емкость лампы

$$C_{вх} = C_{гк} + (1 + K_0) C_{аг}. \quad (3.90)$$

Так как мнимая часть выходной проводимости  $Y_{вых}$  линейно зависит от частоты, то она определяет выходную емкость лампы:

$$C_{вых} = C_{ак} + \left(1 + \frac{1}{K_0}\right) C_{аг}. \quad (3.91)$$

Следовательно, проводимость  $Y_{вх}$  реализуется в виде емкости  $C_{вх}$ , а проводимость  $Y_{вых}$  — в виде параллельного соединения  $g_1$  и  $C_{вых}$  (рис. 3.40). Этой эквивалентной схемой мы будем пользоваться в следующих главах.

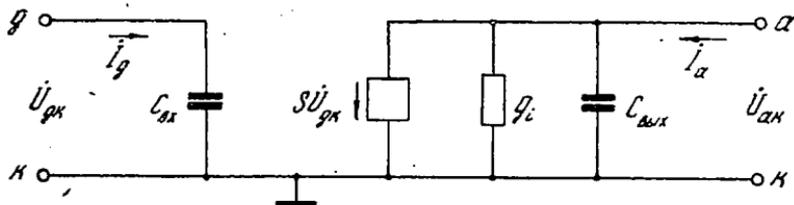


Рис. 3.40. Эквивалентная схема лампы с общим катодом.

Заметим, что, строго говоря, эквивалентная схема (рис. 3.39) справедлива и при комплексном коэффициенте передачи  $K(j\omega)$ ,

по в этом случае в формулы (3.86) и (3.87) следует подставить  $-K(j\omega)$  вместо  $K_0$ . Тогда проводимости  $Y_{\text{вх}}$  и  $Y_{\text{вых}}$  имеют более сложную зависимость от частоты и не могут быть реализованы, как показано на рис. 3.40.

Входная и выходная емкости лампы зависят не только от междуэлектродных емкостей, но и от коэффициента усиления  $K_0$ . Эта зависимость реализуется в эквивалентной схеме влиянием тока  $I_{\text{аг}}$  на изменение  $I_{\text{г}}$  и  $I_{\text{а}}$ . Как видно из соотношения (3.86), при увеличении  $K_0$  растет емкостный ток  $I_{\text{аг}}$ . Это согласно основным формулам (3.78) увеличивает емкостный ток  $I_{\text{г}}$  и уменьшает емкостную составляющую тока  $I_{\text{а}}$ . Указанное изменение токов  $I_{\text{г}}$  и  $I_{\text{а}}$  в эквивалентной схеме реализуется тем, что возрастает  $C_{\text{вх}}$  и уменьшается  $C_{\text{вых}}$ .

### Схема с общим анодом

В схеме с общим анодом физическая эквивалентная схема электронной лампы принимает вид, показанный на рис. 3.41. В этой схеме входной сигнал  $u_1$  подается между сеткой и анодом, а выходной сигнал  $u_2$  снимается с катода. Поэтому по сравнению со схемой ОК наблюдаются два изменения: во-первых, выходное напряжение  $\dot{U}_2 = -\dot{U}_{\text{ак}}$  и имеет фазу, противоположную фазе  $\dot{U}_{\text{ак}}$ , т. е. совпадает по фазе с входным сигналом (при активной нагрузке). Во-вторых, напряжение

$$\dot{U}_{\text{гк}} = \dot{U}_1 - \dot{U}_2$$

зависит не только от входного, но и от выходного сигнала. Значит, в данной схеме имеет место обратная связь.

Сделаем одно замечание относительно знака тока генератора  $I_r$  на схеме (рис. 3.41). При положительном  $\dot{u}_{\text{гк}}$  в лампе наблюдается

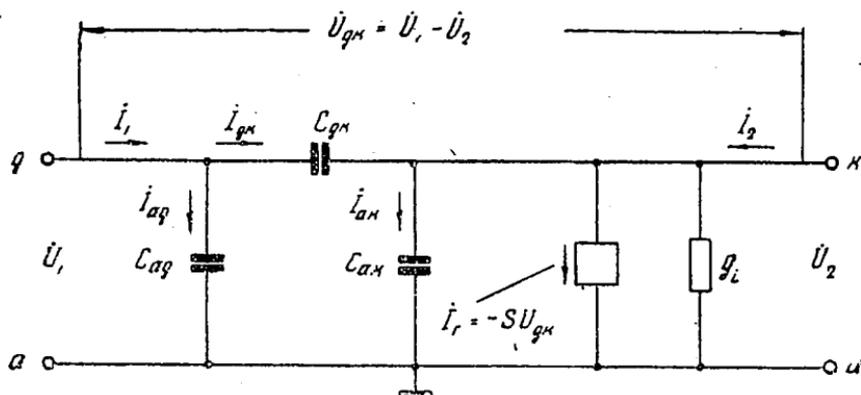


Рис. 3.41. Физическая эквивалентная схема лампы с общим анодом.

ся положительная переменная составляющая  $\dot{i}_a$  (см. § 3.2). Это соответствует протеканию в эквивалентной схеме тока гене-

ратора в направлении от анода к катоду. При общем аноде этот ток вытекает из четырехполюсника со стороны катода и имеет, следовательно, отрицательный знак. Поэтому следует записать

$$I_r = -S U_{гк} = -S (U_1 - U_2). \quad (3.92)$$

Согласно общей теории четырехполюсников (гл. I) мы условились представлять генератором тока только ток, зависящий от напряжения, не действующего непосредственно в данном участке схемы. Поскольку  $I_r$  зависит как от  $U_1$ , так и  $U_2$ , то его следует представить так:

$$I_r = I_r' + g_a U_2. \quad (3.93)$$

Доля  $I_r' = -S U_1$  представляется генератором тока, а доля  $g_a U_2 = S U_2$  — дополнительной проводимостью  $g_a = S$ . Поэтому схема (рис. 3.41) преобразуется к виду (рис. 3.42).

Таким образом, то обстоятельство, что управляющее напряжение  $U_{гк}$  зависит не только от входного  $U_1$ , но и от выходного  $U_2$  напряжения, приводит к появлению в эквивалентной схеме дополнительной проводимости лампы  $g_a = S$ .

Приведем схему (рис. 3.42) к обобщенному виду, определив ее параметры  $Y_{вх}$ ,  $Y_{21}$  и  $Y_{22}$ . Анализируя включение элементов схе-

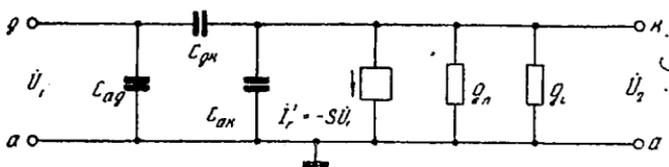


Рис. 3.42. Преобразование схемы (рис. 3.41).

мы (рис. 3.42), замечаем, что  $C_{ag}$  влияет только на входную проводимость  $Y_{вх}$ , элементы  $C_{ак}$ ,  $g_1$  и  $g_a$  — на выходную проводимость  $Y_{вых}$ . Так как емкость  $C_{гк}$  включена между входом и выходом схемы, то ток, протекающий через нее, влияет как на входной  $I_1$ , так и на выходной  $I_2$  токи. Из-за этого от емкости  $C_{гк}$  в схеме ОА зависят все три параметра  $Y_{вх}$ ,  $Y_{21}$  и  $Y_{22}$ . Полагая  $U_2 = 0$ , найдем ток короткого замыкания на выходе:

$$I_2|_{U_2=0} = I_r' - I_{гк} = -S U_1 - j\omega C_{гк} U_1.$$

Отсюда

$$Y_{21} = -(S + j\omega C_{гк}). \quad (3.94)$$

Прямая проходная проводимость  $Y_{21}$  определяется крутизной  $S$  и емкостью  $C_{гк}$  и по величине практически не изменяется по сравнению со схемой ОК, так как  $S \gg \omega C_{гк}$ . Знак «—» озна-

чает, что при положительном  $u_1$  анодный ток физически протекает от анода к катоду, вытекая из четырехполюсника (рис. 3.41) со стороны катода.

Полагая  $U_1=0$ , получим эквивалентную схему (рис. 3.43), из которой следует, что

$$Y_{22} = g_i + S + j\omega C_{\text{вых}}, \quad (3.95)$$

где

$$C_{\text{вых}} = C_{\text{ак}} + C_{\text{гк}} \quad (3.96)$$

— выходная емкость лампы в схеме ОА.

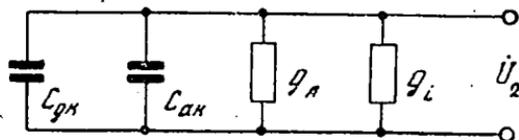


Рис. 3.43. К определению выходной проводимости схемы (рис. 3.42).

При подключении внешней нагрузки  $Y_n$  согласно общей формуле (1.120) получим комплексный коэффициент передачи:

$$K(j\omega) = \frac{S}{g_i + S + Y_n + j\omega C_{\text{вых}}}. \quad (3.97)$$

Так как в области видеочастот  $Y_n \gg \omega C_{\text{вых}}$ , то при активной нагрузке  $g_n = \frac{1}{R_n}$  получим

$$K(j\omega) = K = \frac{S}{g_i + S + g_n}. \quad (3.98)$$

В этом случае коэффициент передачи имеет действительную величину и положительный знак. Последнее означает, что схема с общим анодом не изменяет фазы входного сигнала. Из формулы (3.98) видно также, что всегда  $K < 1$ , т. е. схема с общим анодом не дает усиления по напряжению.

Определим входную проводимость схемы (рис. 3.41). Общий входной ток

$$I_1 = I_{\text{гк}} + I_{\text{аг}}. \quad (3.99)$$

Очевидно,

$$I_{\text{гк}} = j\omega C_{\text{гк}} U_{\text{гк}} = j\omega C_{\text{гк}} U_1 [1 - K(j\omega)]; \quad (3.100)$$

$$I_{\text{аг}} = j\omega C_{\text{аг}} U_1.$$

Следовательно, входная проводимость

$$\dot{Y}_{\text{вх}} = \frac{I_1}{\dot{U}_1} = j \omega \{ C_{\text{гк}} [1 - K(j\omega)] + C_{\text{аг}} \}. \quad (3.101)$$

В общем случае из-за комплексного характера  $K(j\omega)$  входная проводимость также комплексна. Но при активной нагрузке ( $K(j\omega) = K$ ), входная проводимость имеет емкостный характер:

$$\dot{Y}_{\text{вх}} = j \omega C_{\text{вх}},$$

причем

$$C_{\text{вх}} = C_{\text{гк}} (1 - K) + C_{\text{аг}}. \quad (3.102)$$

Сравним входную емкость лампы, включенной по схеме с общим катодом или анодом. Во втором случае уменьшается как доля входной емкости, вносимая  $C_{\text{гк}} [C_{\text{гк}}(1 - K)]$  вместо  $C_{\text{гк}}$ , так и доля, вносимая  $C_{\text{аг}} [C_{\text{аг}}]$  вместо  $C_{\text{аг}}(1 + K_0)$ . Следовательно, входная емкость лампы в схеме ОА меньше, чем в схеме ОК. Уменьшение входной проводимости (входной емкости) объясняется тем, что в схеме с общим анодом становятся меньше токи, протекающие через  $C_{\text{г}}$  и  $C_{\text{гк}}$ , из-за уменьшения напряжения на них.

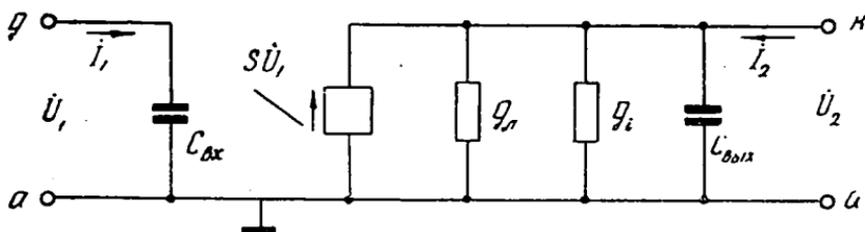


Рис. 3.44. Эквивалентная схема лампы с общим анодом.

Обобщенная эквивалентная схема лампы, включенной по схеме ОА, показана на рис. 3.44.

### Схема с общей сеткой

В этой схеме входной сигнал подают на катод, а выходной снимают с анода. Физическую эквивалентную схему удобно изобразить в виде, показанном на рис. 3.45. Внешняя нагрузка  $Y_{\text{н}}$  включается между анодом и сеткой.

Примем за положительное направление токов, показанное на рис. 3.45 стрелками. Так как ток  $I_{\text{г}}$  генератора считается положительным, когда протекает от катода к аноду, то он равен

$$I_{\text{г}} = - S \dot{U}_{\text{гк}} = S \dot{U}_1, \quad (3.103)$$

так как

$$\dot{U}_{\text{гк}} = - \dot{U}_1.$$

Найдем  $Y$ -параметры схемы (рис. 3.45). Полагая  $U_2=0$ , определим ток короткого замыкания на выходе. Поскольку элементы  $C_{ак}$  и  $g_1$  включены между входом и выходом схемы, то при коротком замыкании (рис. 3.46) напряжение на них равно  $U_1$ . Поэтому

$$\begin{aligned} I_R &= -g_1 U_1; \\ I_C &= j\omega C_{ак} U_1. \end{aligned} \quad (3.104)$$

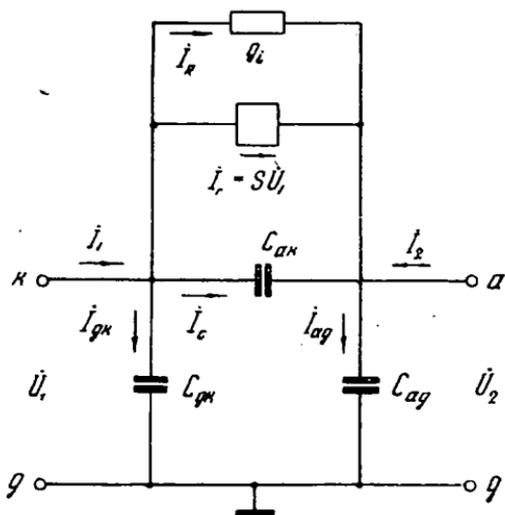


Рис. 3.45 Физическая эквивалентная схема лампы с общей сеткой.

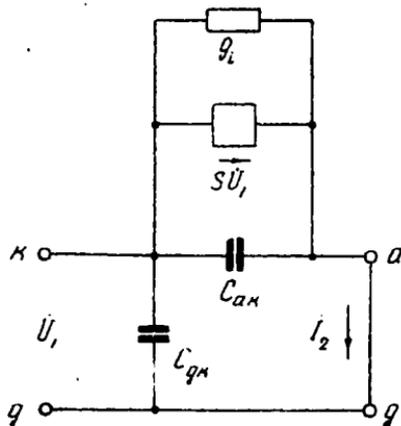


Рис. 3.46 Режим короткого замыкания на выходе ( $U_2=0$ ) в схеме (рис. 3.45).

Ток  $I_2$  вытекает из четырехполюсника и, следовательно, имеет отрицательный знак.

Складывая токи  $I_г$ ,  $I_R$  и  $I_C$ , находим

$$I_2|_{U_2=0} = -(I_г + I_R + I_C) = -(S + g_1 + j\omega C_{ак}) U_1,$$

откуда

$$Y_{21} = -(S + g_1 + j\omega C_{ак}). \quad (3.105)$$

Прямая проходная проводимость в схеме ОС оказывается комплексной величиной из-за влияния емкости  $C_{ак}$ , через которую просачивается небольшая часть входного сигнала на выход. Однако, поскольку в диапазоне видеочастот

$$S \gg \omega C_{ак},$$

а также

$$S \gg g_1,$$

то практически можно считать, что

$$Y_{21} = -S. \quad (3.106)$$

Прямая проходная проводимость в схеме ОС не отличается от ее значения в схемах ОК или ОА. Знак «—» означает, что при положительном входном сигнале получим ток  $I_2$ , вытекающий из четырехполюсника со стороны анода.

Полагая  $U_1 = 0$ , получим схему (рис. 3.47), анализ которой дает следующее выражение для выходной проводимости:

$$Y_{22} = g_i + j\omega C_{\text{вых}}, \quad (3.107)$$

где  $C_{\text{вых}}$  определяется формулой (3.96). Выходная проводимость в схеме ОС остается почти такой же, как и в схеме ОК.

На основании общей формулы (1.120) находим комплексный коэффициент передачи

$$K(j\omega) = \frac{S + g_i + j\omega C_{\text{ак}}}{g_i + Y_{11} + j\omega C_{\text{вых}}}. \quad (3.108)$$

Если учесть приближенное соотношение (3.106) и неравенство  $Y_{11} = g_{11} \gg \omega C_{\text{вых}}$ , то получим

$$K(j\omega) = K = \frac{S}{g_i + g_n}. \quad (3.109)$$

При активной нагрузке коэффициент передачи имеет действительную величину, такую же, как и в схеме ОК. Значит, схемы с общим катодом и общей сеткой дают одинаковое усиление по напряжению (при одной и той же нагрузке  $g_n$ ). Так как коэффициент усиления  $K$  имеет положительную величину, то фаза выходного сигнала не отличается от фазы входного.

Определим входную проводимость схемы с общей сеткой. Как видно из рис. 3.45, входной ток

$$I_1 = I_r + I_R + I_C + I_{gk}. \quad (3.110)$$

Так как в нагруженной схеме

$$\begin{aligned} I_R &= g_i (U_1 - U_2) = g_i U_1 [1 - K(j\omega)]; \\ I_C &= j\omega C_{\text{ак}} (U_1 - U_2) = j\omega C_{\text{ак}} U_1 [1 - K(j\omega)], \end{aligned} \quad (3.111)$$

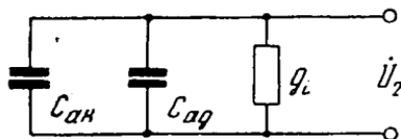


Рис. 3.47. Режим короткого замыкания на входе ( $U_1 = 0$ ) в схеме (рис. 3.45).

и также

$$I_{гк} = j \omega C_{гк} \dot{U}_1, \quad (3.112)$$

то

$$\dot{Y}_{вх} = S + (g_1 + j \omega C_{ак}) [1 - K(j \omega)] + j \omega C_{гк}.$$

Подставляя выражение (3.108) для коэффициента передачи, после преобразований получим

$$\dot{Y}_{вх} = j \omega C_{гк} + (S + g_1 + j \omega C_{ак}) \frac{\dot{Y}_н + j \omega C_{аг}}{g_1 + \dot{Y}_н + j \omega C_{вых}}. \quad (3.113)$$

Основным недостатком схемы с общей сеткой является большая величина входной проводимости  $\dot{Y}_{вх}$ , ибо эта схема потребляет большой ток  $I_1$ . Как видно из формулы (3.110), входной ток в основном определяется током эквивалентного генератора  $I_r$ , практически равным анодному току  $I_a$  (если не учитывать влияние  $g_1$ ). Поскольку усиление лампы в конечном счете пропорционально амплитуде анодного тока (см. § 3.2), то в схеме с общей сеткой неизбежен режим с большим током на входе, когда она оказывает сильное влияние на предыдущий каскад. Так как эта схема не имеет преимуществ перед схемой с общим катодом (такие же  $K$ ,  $Y_{21}$  и  $Y_{22}$ ), то в диапазоне видеочастот она не применяется. В усилителях высокой частоты ее приходится использовать для уменьшения влияния шумов.

### § 3.6. ЭКВИВАЛЕНТНЫЕ СХЕМЫ ТРАНЗИСТОРА

#### Упрощенная эквивалентная схема с общим эмиттером

Как и для электронной лампы, составим сначала упрощенную эквивалентную схему транзистора для медленно меняющихся сигналов, когда его свойства определяются статическими характеристиками. В схеме с общим эмиттером имеем следующие характеристики:

— входные

$$i_б = f_1(u_{бэ}, u_{кэ});$$

— выходные

$$i_к = f(i_б, u_{кэ}).$$

Разложим эти функции в ряд Тэйлора в окрестности исходной рабочей точки, имеющей координаты

$$i_б = I_{бн}; \quad u_{бэ} = U_{бн}; \quad i_к = I_{кн}; \quad u_{кэ} = U_{кн},$$

и ограничимся для малых сигналов только линейными приращениями. Тогда получим

$$i_b = I_{бн} + \left. \frac{\partial i_b}{\partial u_{бэ}} \right|_{\substack{u_{бэ}=U_{бн} \\ u_{кэ}=U_{кн}}} (u_{бэ} - U_{бн}) + \\ + \left. \frac{\partial i_b}{\partial u_{кэ}} \right|_{\substack{u_{бэ}=U_{бн} \\ u_{кэ}=U_{кн}}} (u_{кэ} - U_{кн}); \quad (3.114)$$

$$i_k = I_{кн} + \left. \frac{\partial i_k}{\partial i_b} \right|_{\substack{i_b=I_{бн} \\ u_{кэ}=U_{кн}}} (i_b - I_{бн}) + \\ + \left. \frac{\partial i_k}{\partial u_{кэ}} \right|_{\substack{i_b=I_{бн} \\ u_{кэ}=U_{кн}}} (u_{кэ} - U_{кн}). \quad (3.115)$$

Введем обозначения для частных производных. Как видно из входных характеристик (рис. 3.48), убывание напряжения  $u_{бэ}$  (рост по абсолютной величине его отрицательного значения) приводит к возрастанию  $i_b$ . Следовательно, производная  $\frac{\partial i_b}{\partial u_{бэ}}$  имеет отрицательную величину. Тогда

$$\left. \frac{\partial i_b}{\partial u_{бэ}} \right|_{\substack{u_{бэ}=U_{бн} \\ u_{кэ}=U_{кн}}} = -g_{бэ} = -\frac{1}{R_{бэ}}. \quad (3.116)$$

Величина  $R_{бэ}$  называется собственным входным сопротивлением, а  $g_{бэ}$  — собственной входной проводимостью транзистора (в схеме с общим эмиттером). Эти величины определяются на входной характеристике  $u_{кэ} = U_{кн}$  (рис. 3.48) по малым приращениям вблизи рабочей точки:

$$g_{бэ} = \frac{1}{R_{бэ}} = \left. \frac{\Delta i_{б1}}{\Delta u_{бэ1}} \right|_{u_{кэ}=U_{кн}}$$

При  $u_{бэ} = U_{бн} = \text{const}$ , как видно из рис. 3.48, производная

$$\frac{\partial i_b}{\partial u_{кэ}} > 0.$$

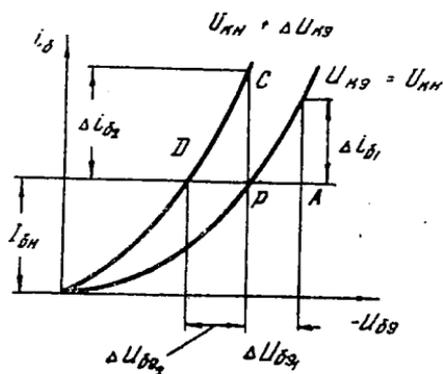


Рис. 3.48. Определение входной проводимости транзистора.

Ее можно определить также по малым приращениям вблизи рабочей точки:

$$\frac{\partial i_6}{\partial u_{кэ}} = \frac{\Delta i_{62}}{\Delta u_{кэ}}$$

Введем величину  $\Delta u_{6э2}$  (рис. 3.48), которая равна отрезку  $DP$  при  $i_6 = \text{const}$ . Тогда

$$\frac{\partial i_6}{\partial u_{кэ}} = \frac{\Delta i_{62}}{\Delta u_{6э2}} \cdot \frac{\Delta u_{6э2}}{\Delta u_{кэ}}$$

Величина  $\Delta u_{6э2}$  показывает, насколько необходимо изменить напряжение  $u_{6э}$ , чтобы скомпенсировать приращение базового тока за счет изменения напряжения  $u_{кэ}$ . Отношение

$$\mu_{обр} = \frac{\Delta u_{6э2}}{\Delta u_{кэ}}$$

называют *обратным коэффициентом передачи по напряжению*. Очевидно,

$$\mu_{обр} = \left. \frac{\partial u_{6э}}{\partial u_{кэ}} \right|_{i_6 = I_{6н} = \text{const}} \quad (3.117)$$

Так как рассматриваются малые приращения вблизи рабочей точки  $P$ , то треугольники  $APB$  и  $PDC$  подобны, поэтому

$$\frac{\Delta i_{62}}{\Delta u_{6э2}} = g_{6э}$$

Следовательно,

$$\left. \frac{\partial i_6}{\partial u_{кэ}} \right|_{\substack{u_{6э} = U_{6н} \\ u_{кэ} = U_{кн}}} = g_{6э} \mu_{обр} \quad (3.118)$$

Поскольку коллекторный ток прямо пропорционален базовому, то производная  $\frac{\partial i_к}{\partial i_6}$  имеет положительный знак и представляет собою коэффициент усиления  $\beta$  по току (в схеме с общим эмиттером):

$$\left. \frac{\partial i_к}{\partial i_6} \right|_{\substack{i_6 = I_{6н} \\ u_{кэ} = U_{кн}}} = \beta \quad (3.119)$$

Убывание напряжения  $u_{кэ}$  (рост абсолютной величины его отрицательного значения) приводит к возрастанию  $i_к$  (рис. 3.49).

Вследствие этого производная  $\frac{\partial i_к}{\partial u_{кэ}}$  отрицательна. Тогда

$$\left. \frac{\partial i_к}{\partial u_{кэ}} \right|_{\substack{i_6 = I_{6н} \\ u_{кэ} = U_{кн}}} = -g_{кэ} = -\frac{1}{R_{кэ}} \quad (3.120)$$

Здесь  $R_{кэ}$  — выходное сопротивление, а  $g_{кэ}$  — выходная проводимость транзистора (в схеме с общим эмиттером).

Указанные параметры транзистора определяются по малым приращениям на выходных характеристиках (рис. 3.49):

$$\beta = \left. \frac{\Delta i_{к1}}{\Delta i_{б}} \right|_{u_{кэ} = U_{кн}};$$

$$g_{кэ} = \frac{1}{R_{кэ}} = \left. \frac{\Delta i_{к2}}{\Delta u_{кэ}} \right|_{i_{б} = I_{бн}}$$

Учитывая введенные обозначения, перепишем уравнения (3.114) и (3.115) в следующем виде:

$$i_{б} = I_{бн} - g_{бэ}(u_{бэ} - U_{бн}) + g_{бэ} \mu_{обр}(u_{кэ} - U_{кн});$$

$$i_{к} = I_{кн} + \beta(i_{б} - I_{бн}) - g_{кэ}(u_{кэ} - U_{кн}).$$

Напомним, что по статическим характеристикам за положительное принято направление токов, вытекающих из транзистора (см. § 3.4). Поскольку для эквивалентной схемы считается, что положительный ток  $I_1$  или  $I_2$  втекает в четырехполюсник, то переменные составляющие токов равны:

$$\tilde{i}_{б} = -(i_{б} - I_{бн}) = I_{бн} - i_{б};$$

$$\tilde{i}_{к} = -(i_{к} - I_{кн}) = I_{кн} - i_{к}.$$

Так как напряжения  $u_{кэ}$  и  $u_{бэ}$  измеряются по отношению к заземленному эмиттеру, то их переменные составляющие имеют обычную запись:

$$\tilde{u}_{бэ} = u_{бэ} - U_{бн};$$

$$\tilde{u}_{кэ} = u_{кэ} - U_{кн}.$$

Учитывая эти обозначения, получим следующие уравнения для переменных составляющих:

$$\tilde{i}_{б} = g_{бэ} \tilde{u}_{бэ} - g_{бэ} \mu_{обр} \tilde{u}_{кэ};$$

$$\tilde{i}_{к} = \beta \tilde{i}_{б} + g_{кэ} \tilde{u}_{кэ}.$$

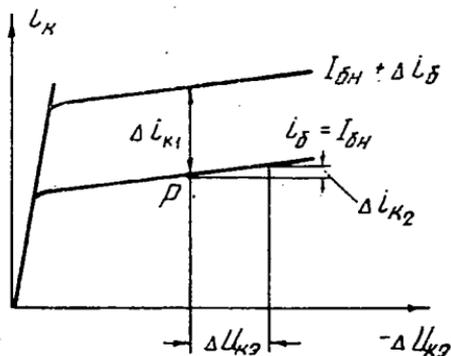


Рис. 3.49. Определение выходной проводимости транзистора.

Так как все параметры уравнений (3.124) суть действительные величины, то эти же уравнения справедливы для комплексных амплитуд:

$$\tilde{I}_6 = g_{63} \tilde{U}_{63} - g_{63} \mu_{обр} \tilde{U}_{кэ}; \quad (3.125)$$

$$\tilde{I}_к = \beta \tilde{I}_6 + g_{кэ} \tilde{U}_{кэ}.$$

На основании уравнений (3.124) составлена эквивалентная схема (рис. 3.50). Поскольку коллекторный ток  $\tilde{I}_к$  состоит из двух

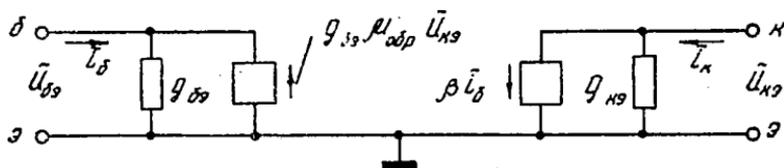


Рис. 3.50. Эквивалентная схема транзистора для медленно меняющихся сигналов с генератором тока  $\beta \tilde{I}_6$ .

частей, то на выходе эквивалентной схемы включены две параллельные ветви. Доля коллекторного тока  $\beta \tilde{I}_6$  представляется генератором тока, так как  $\tilde{I}_6$  непосредственно не протекает в выходной цепи. Другая доля  $g_{кэ} \tilde{U}_{кэ}$  представляется проводимостью  $g_{кэ}$ , поскольку зависит непосредственно от выходного напряжения. Точно так же составлена эквивалентная схема входной цепи. Наличие во входной цепи генератора тока  $g_{63} \mu_{обр} \tilde{U}_{кэ}$  определяет внутреннюю обратную связь в транзисторе — влияние выходного напряжения  $\tilde{U}_{кэ}$  на входной ток  $\tilde{I}_6$ .

### Т-образная эквивалентная схема

Ввиду специфической структуры электрических полей внутри транзистора и внутренней обратной связи параметры эквивалентной схемы (рис. 3.50) связаны между собою и коэффициентом усиления по току  $\beta$ . Чтобы установить эту зависимость, изучим *распределение напряжений внутри транзистора*, воспользовавшись его физической моделью (рис. 3.51), и составим другую Т-образную эквивалентную схему для медленно меняющихся сигналов.

Входное напряжение  $\tilde{u}_{63}$  распределяется внутри транзистора между  $p-n$ -переходом эмиттер—база и самим слоем базы (падением напряжения в слое эмиттера можно пренебречь):

$$\tilde{u}_{63} = \tilde{u}_6 + \tilde{u}'_{63}. \quad (3.126)$$

Здесь  $\tilde{u}'_6$  — падение напряжения в слое базы;  
 $u_{63}$  — напряжение на  $p-n$ -переходе эмиттер—база.

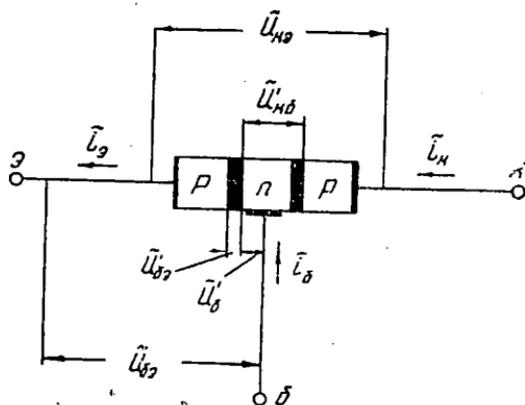


Рис. 3.51. Физическая модель транзистора.

Выходное напряжение распределяется внутри транзистора так:

$$\tilde{u}_{кэ} = \tilde{u}'_{кб} + \tilde{u}'_{63}, \quad (3.127)$$

где  $u'_{кб}$  — напряжение на  $p-n$ -переходе коллектор—база и частично в слое базы (падением напряжения в слое коллектора пренебрегаем).

Для действительных значений токов справедливо уравнение непрерывности (3.52) в любой момент времени, в том числе и в рабочей точке

$$I_{эп} = I_{кп} + I_{6п}. \quad (3.128)$$

Примем, что переменная составляющая эмиттерного тока положительна, когда  $\tilde{i}_3$  вытекает из транзистора (рис. 3.51). Тогда

$$\tilde{i}_3 = -(i_3 - I_{3п}) = -(i_к - I_{кп}) - (i_6 - I_{6п}). \quad (3.129)$$

Учитывая соотношения (3.122), получим

$$\tilde{i}_3 = \tilde{i}_к + \tilde{i}_6, \quad (3.130)$$

или для комплексных амплитуд

$$I_3 = I_к + I_6. \quad (3.130')$$

На основании уравнений (3.126), (3.127) и (3.130) составляется T-образная эквивалентная схема (рис. 3.52). Она состоит из

трех двухполюсников Э, Б и К, каждый из которых реализует одно из внутренних напряжений  $\tilde{u}'_{бэ}$ ,  $\tilde{u}'_{бк}$  или  $\tilde{u}'_{кб}$  при протекании

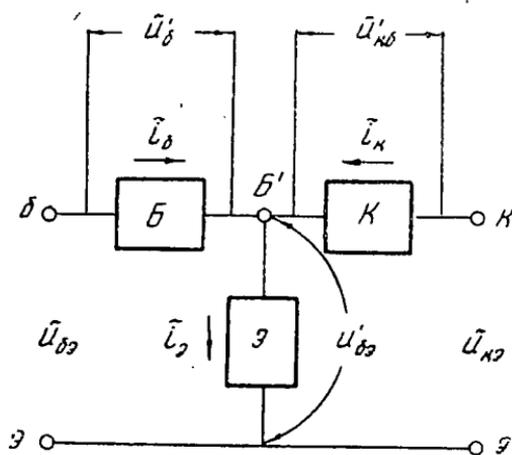


Рис. 3.52. Предварительная Т-образная схема транзистора.

одного из токов  $\tilde{i}_э$ ,  $\tilde{i}_б$  или  $\tilde{i}_к$ . Точка Б' называется *внутренней базой*. Выясним структуру каждого двухполюсника.

Как указано в § 3.4, ток эмиттера является однозначной функцией напряжения  $u'_{эб}$  на  $p-n$ -переходе эмиттер—база. Разложим функцию

$$i_э = f(u'_{эб})$$

в ряд Тэйлора в окрестности исходной рабочей точки, ограничиваясь для малых сигналов только линейным приращением:

$$i_э = I_{эн} + \frac{\partial i_э}{\partial u'_{эб}} (u'_{эб} - U'_{эбн}), \quad (3.131)$$

где  $I_{эн}$  и  $U'_{эбн}$  — начальные значения тока и напряжения в рабочей точке.

Вводя обозначения

$$\left. \frac{\partial i_э}{\partial u'_{эб}} \right|_{i_э=I_{эн}} = g_э = \frac{1}{r_э}; \quad (3.132)$$

$$\tilde{u}'_{бэ} = -\tilde{u}'_{эб} = -(u'_{эб} - U'_{эбн}) \quad (3.132')$$

и учитывая уравнение (3.129), получим следующее уравнение для переменных составляющих:

$$\tilde{i}_3 = g_3 \tilde{u}_{63} = \frac{\tilde{u}_{63}}{r_3}; \quad (3.133)$$

или

$$\tilde{u}_{63} = \tilde{i}_3 \cdot r_3. \quad (3.133')$$

Для комплексных амплитуд

$$I_3 = g_3 U_{63}, \quad (3.134)$$

откуда

$$U_{63} = I_3 \cdot r_3. \quad (3.134')$$

Знак «—» в формуле (3.132') означает, что переменное напряжение  $\tilde{u}_{63}$  считается положительным, когда ток эмиттера  $\tilde{i}_3$  вытекает из транзистора, что имеет место при  $\tilde{u}_{36} < U_{36н}$ . Соотношение (3.133) показывает, что двухполюсник Э представляет собою дифференциальное сопротивление  $r_3$  p—n-перехода эмиттер—база.

Двухполюсник Б — это элемент, на котором другой ток  $\tilde{i}_6$  создает напряжение  $\tilde{u}_6$ . Его тоже можно реализовать в виде сопротивления  $r_6$ , причем

$$\tilde{u}_6 = \tilde{i}_6 \cdot r_6. \quad (3.135)$$

Сопротивление  $r_6$  называется *объемным сопротивлением базы*.

Подставляя выражения (3.133) и (3.135) в формулу (3.126), получим

$$\tilde{u}_{63} = \tilde{i}_3 \cdot r_3 + \tilde{i}_6 \cdot r_6. \quad (3.136)$$

Третий двухполюсник К уже нельзя реализовать в виде пассивного элемента по следующей причине. В транзисторе действует уравнение непрерывности токов (3.130), из которого

$$\tilde{i}_k = \tilde{i}_3 - \tilde{i}_6.$$

Значит, ток коллектора зависит от напряжений  $\tilde{u}_{63}$  и  $\tilde{u}_6$ , которые не приложены непосредственно к двухполюснику К. Такая зависимость согласно теории цепей всегда реализуется в виде генератора тока  $\tilde{i}_k$ . Но ток коллектора зависит также и от напряжения  $\tilde{u}_{к6}$ , так как при его изменении будет меняться распре-

деление напряжений внутри транзистора, а следовательно, будут меняться и токи  $\tilde{i}_b$  и  $\tilde{i}_c$ , что приведет согласно уравнению непрерывности к изменению тока  $\tilde{i}_k$ . Влияние напряжения  $\tilde{u}_{кб}$  на коллекторный ток учитывается дифференциальным сопротивлением  $r_k$   $p-n$ -перехода коллектор—база. Таким образом, коллекторный ток  $\tilde{i}_k$  можно представить в виде

$$\tilde{i}_k = \tilde{i}_r + \frac{\tilde{u}_{кб}}{r_k}. \quad (3.137)$$

Этому уравнению соответствует двухполюсник  $K$ , состоящий из параллельного соединения генератора тока  $\tilde{i}_r$  и сопротивления  $r_k$ .

На основании проведенного анализа составлена Т-образная эквивалентная схема (рис. 3.53). Найдем ток генератора  $\tilde{i}_r$ . По-

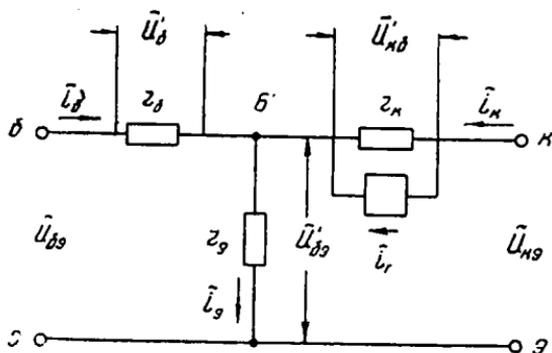


Рис. 3.53. Т-образная эквивалентная схема транзистора для медленно меняющихся сигналов.

скольку при заданных  $\tilde{u}_{δб}$  и  $\tilde{u}_{кб}$  в транзисторе протекают вполне определенные токи  $\tilde{i}_b$ ,  $\tilde{i}_c$  и  $\tilde{i}_k$ , то величину  $\tilde{i}_r$  можно определить, сопоставляя значения тока коллектора  $\tilde{i}_k$ , которые получаются в эквивалентных схемах (рис. 3.50 и 3.53). Для этого преобразуем сначала уравнения эквивалентной схемы (рис. 3.50) так, чтобы установить в явном виде зависимость  $\tilde{i}_k$  от  $\tilde{i}_b$ .

Подставляя значение тока базы

$$\tilde{i}_b = \tilde{i}_b - \tilde{i}_k$$

в уравнение (3.124), получим

$$\tilde{i}_k = \beta (\tilde{i}_b - \tilde{i}_k) + g_{кэ} \tilde{u}_{кэ}.$$

Отсюда

$$\tilde{i}_k = \alpha \tilde{i}_g + \frac{\tilde{u}_{кэ}}{(1 + \beta) R_{кэ}}, \quad (3.138)$$

где использовано соотношение (3.64).

Сопоставим теперь значения тока коллектора  $\tilde{i}_k$ , получаемые по уравнениям (3.137) и (3.138) при  $\tilde{u}_{кб} = 0$ . Согласно уравнению распределения выходного напряжения (3.127) это условие соответствует действию на выходе напряжения

$$\tilde{u}_{кэ} = \tilde{u}_{гэ} = \tilde{i}_g r_g.$$

Подставляя это значение в уравнение (3.138), получим

$$\tilde{i}_k = \left[ \alpha + \frac{r_g}{(1 + \beta) R_{кэ}} \right] \tilde{i}_g. \quad (3.139)$$

По T-образной эквивалентной схеме согласно уравнению (3.137) имеем

$$\tilde{i}_k = \tilde{i}_r. \quad (3.140)$$

Приравнивая правые части соотношений (3.139) и (3.140), найдем

$$\tilde{i}_r = \alpha_1 \tilde{i}_g, \quad (3.141)$$

где

$$\alpha_1 = \alpha + \frac{r_g}{(1 + \beta) R_{кэ}}. \quad (3.142)$$

Сопоставление уравнений (3.137) и (3.138) позволяет также найти связь между сопротивлениями  $R_{кэ}$  и  $r_k$ . Рассмотрим случай, когда напряжение  $\tilde{u}_{бэ} = 0$  ( $\tilde{i}_э = 0$ ). При этом условии согласно соотношению (3.127) напряжение на выходе  $\tilde{u}_{кэ}$  полностью приложено к  $p-n$ -переходу база — коллектор:

$$\tilde{u}_{кб} = \tilde{u}_{кэ},$$

а ток генератора

$$\tilde{i}_r = 0.$$

Тогда для T-образной схемы согласно уравнению (3.137) имеем

$$\tilde{i}_k = \frac{\tilde{u}_{кэ}}{r_k}. \quad (3.143)$$

Для эквивалентной схемы (рис. 3.50) при  $\tilde{u}_{кэ} = 0$  на основании уравнения (3.138) получим

$$\tilde{i}_k = \frac{\tilde{u}_{кэ}}{(1 + \beta) R_{кэ}}. \quad (3.144)$$

Приравнивая правые части соотношений (3.143) и (3.144), найдем

$$r_k = (1 + \beta) R_{кэ} = \frac{1 + \beta}{g_{кэ}}. \quad (3.145)$$

Следовательно, выходное сопротивление  $R_{кэ}$  в схеме с общим эмиттером однозначно связано с  $r_k$  — сопротивлением  $p$ — $n$ -перехода коллектор—база. Поскольку параметры  $\beta$  и  $R_{кэ}$  определяются по статическим характеристикам, то формулу (3.145) можно рассматривать, как соотношение для определения  $r_k$  при расчете.

Подставляя значение  $R_{кэ}$  в формулы (3.138) и (3.142), получим следующие выражения:

$$\tilde{i}_k = \alpha \tilde{i}_э + \frac{\tilde{u}_{кэ}}{r_k}; \quad (3.146)$$

$$\alpha = \alpha_1 + \frac{r_э}{r_k}. \quad (3.147)$$

Выясним подробнее связь величин  $\alpha$  и  $r_k$  с  $\tilde{i}_k$ . Если воспользоваться уравнением (3.146) вместо (3.124), то получим преобразованную эквивалентную схему транзистора (рис. 3.54), в кото-

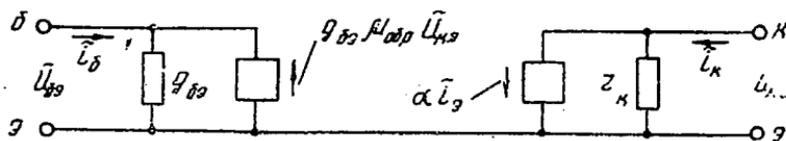


Рис. 3.54. Эквивалентная схема транзистора с генератором тока  $\alpha \tilde{i}_э$ .

рой в выходной цепи действует генератор тока  $\alpha \tilde{i}_э$  и включено выходное сопротивление  $r_k$ . Согласно этой схеме при  $\tilde{u}_{кэ} = 0$

$$\alpha = \left. \frac{\tilde{i}_k}{\tilde{i}_э} \right|_{\tilde{u}_{кэ} = 0}.$$

Условие  $\tilde{u}_{кэ} = 0$  означает, что действительное напряжение  $u_{кэ}$  считается постоянным, причем  $u_{кэ} = U_{кн}$  (начальному значению

в рабочей точке). При линейной теории отношение переменных составляющих равно соответствующей частной производной, поэтому

$$\alpha = \left. \frac{\partial i_k}{\partial i_3} \right|_{u_{кэ} = u_{кн}} \quad (3.148)$$

Так как эмиттерный ток  $i_3$  является входным в схеме с общей базой, то величину  $\alpha$  называют *коэффициентом усиления по току* в схеме с общей базой. Она определяет величину переменного коллекторного тока, образующегося под действием переменного тока эмиттера при постоянном напряжении между коллектором и эмиттером (а не между коллектором и базой).

Согласно уравнению (3.146) при  $\tilde{i}_3 = 0$  получим

$$g_k = \frac{1}{r_k} = \left. \frac{\tilde{i}_k}{u_{кэ}} \right|_{\tilde{i}_3 = 0}$$

При малых сигналах это отношение можно записать так:

$$g_k = \frac{1}{r_k} = \left. \frac{\partial i_k}{\partial u_{кэ}} \right|_{i_3 = I_{эн}} \quad (3.149)$$

Следовательно, сопротивление  $r_k$  определяет величину переменного коллекторного тока, получающуюся под действием переменного напряжения между коллектором и эмиттером при постоянном токе эмиттера. Сопротивления  $r_k$  и  $R_{кэ}$  оказываются различными, так как последнее определяет переменный коллекторный ток, образующийся под действием переменного напряжения  $u_{кэ}$  при постоянном токе базы. Так как для транзисторов  $\beta = (20 \div 50)$ , то  $r_k \gg R_{кэ}$ .

Установим далее связь между входными параметрами полученных эквивалентных схем, учитывая, что при заданных  $u_{бэ}$  и  $u_{кэ}$  ток базы  $\tilde{i}_б$  должен быть одинаковым независимо от вида эквивалентной схемы. При коротком замыкании на выходе ( $\tilde{u}_{кэ} = 0$ ) для эквивалентной схемы (рис. 3.50) согласно формулам (3.124) получим

$$\tilde{i}_б = g_{бэ} \tilde{u}_{бэ} = \frac{\tilde{u}_{бэ}}{R_{бэ}}; \quad (3.150)$$

$$\tilde{i}_к = \beta \tilde{i}_б. \quad (3.151)$$

С учетом формулы (3.151) ток эмиттера

$$\tilde{i}_3 = \tilde{i}_к + \tilde{i}_б = (1 + \beta) \tilde{i}_б.$$

Подставляя эту величину в формулу (3.133'), найдем напряжение на  $p-n$ -переходе эмиттер—база:

$$\tilde{u}_{бэ} = \tilde{i}_э r_э = (1 + \beta) r_э \tilde{i}_б. \quad (3.152)$$

Сопротивление  $(1 + \beta)r_э$  имеет простой физический смысл. Оно является некоторым эквивалентным элементом, на котором ток базы  $\tilde{i}_б$  создает такое же напряжение, как и ток эмиттера на сопротивлении  $r_э$  (при  $\tilde{u}_{кэ} = 0$ ). После подстановки выражения (3.152) в формулу (3.136) найдем ток базы в Т-образной схеме:

$$\tilde{i}_б = \frac{\tilde{u}_{бэ}}{r_б + (1 + \beta)r_э}. \quad (3.153)$$

Приравнявая правые части выражений (3.150) и (3.153), получим

$$\frac{1}{g_{бэ}} = R_{бэ} = r_б + (1 + \beta)r_э. \quad (3.154)$$

Формула (3.154) показывает, что входное сопротивление транзистора  $R_{бэ}$  состоит из двух последовательно соединенных элементов (рис. 3.55), которые реализуют при протекании тока базы распределение напряжения  $\tilde{u}_{бэ}$  на составляющие  $\tilde{u}_б$  и  $\tilde{u}'_{бэ}$ .

Поскольку токи  $\tilde{i}_э$  и  $\tilde{i}_б$  связаны с входным напряжением  $\tilde{u}_{бэ}$  дополнительным уравнением распределения напряжений (3.136), помимо основных уравнений четырехполюсника (3.124), то только три внешних параметра являются независимыми. Найдем связь между внешними параметрами. При коротком замыкании на входе ( $\tilde{u}_{бэ} = 0$ ) из соотношений (3.124) следует

$$\tilde{i}_б = -\mu_{обр} g_{бэ} \tilde{u}_{кэ};$$

$$\tilde{i}_к = (g_{кэ} - \mu_{обр} g_{бэ} \beta) \tilde{u}_{кэ};$$

$$\tilde{i}_э r_э + \tilde{i}_б \cdot r_б = 0.$$

Рис. 3.55. Представление входного сопротивления транзистора в виде последовательного соединения  $r_б$  и  $(1 + \beta)r_э$ .

Подставляя значения токов  $\tilde{i}_б$  и  $\tilde{i}_к$  в последнее уравнение, найдем

$$(g_{кэ} r_э - \mu_{обр}) \tilde{u}_{кэ} = 0,$$

где учтено соотношение (3.154).

Так как  $\tilde{u}_{кэ} \neq 0$ , то это уравнение выполняется при условии

$$\mu_{обр} = g_{кэ} r_э, \quad (3.155)$$

или

$$\mu_{обр} = \frac{r_э}{R_{кэ}} = (1 + \beta) \frac{r_э}{r_к}. \quad (3.155')$$

Отсюда видно, что параметр  $\mu_{обр}$ , характеризующий внутреннюю обратную связь в транзисторе, полностью определяется выходной проводимостью  $g_{кэ}$  и сопротивлением эмиттера  $r_э$ . Так как в транзисторе  $r_э \ll R_{кэ}$ , то  $\mu_{обр} \ll 1$ . Для типовых транзисторов  $\mu_{обр} \cong 2 \cdot 10^{-4}$ .

Приведем типовые значения параметров Т-образной схемы:

$$r_э = 10 \div 40 \text{ ом};$$

$$r_б = (150 \div 400) \text{ ом};$$

$$r_к = (0,1 \div 1) \text{ Мом.}$$

### Инерционность транзистора

В транзисторе  $p-n-p$  основную часть токов  $i_э$  и  $i_к$  составляет дырочный ток, причем ток коллектора возникает за счет проникновения определенного количества дырок из базы через  $p-n$ -переход база—коллектор, тогда как ток эмиттера — за счет инжекции дырок в базу через  $p-n$ -переход эмиттер—база. Перемещение дырок в слое базы от одного перехода к другому происходит благодаря явлению диффузии (в диффузионных транзисторах) или диффузии и дрейфа (в дрейфовых транзисторах) со сравнительно малой скоростью, и на этот процесс затрачивается определенное время. Поэтому при действии гармонического сигнала наблюдается запаздывание тока коллектора по отношению к току эмиттера во времени, а значит по фазе. Как будет показано ниже, фазовое запаздывание зависит от частоты.

Кроме того, в течение процесса перемещения дырок в слое базы изменяется здесь структура электрического поля, а следовательно условия рекомбинации носителей заряда. Это приводит к изменению распределения общего тока эмиттера на коллекторный и базовый ток. При действии гармонического сигнала амплитуда коллекторного тока зависит от частоты.

Влияние конечного времени распространения зарядов в слое базы и изменения структуры электрического поля в ней на свойства транзистора во внешней цепи называется *инерционностью транзистора*.

В эквивалентной схеме (рис. 3.54)  $\tilde{i}_к = \alpha \tilde{i}_э$  при  $\tilde{u}_{кэ} = 0$ . Если  $\alpha$  — действительная величина, то токи  $\tilde{i}_к$  и  $\tilde{i}_э$  совпадают по

фазе. Очевидно, инерционность транзистора, приводящая к фазовому запаздыванию тока коллектора  $I_k$  по отношению к току эмиттера  $I_3$ , может быть учтена введением комплексного коэффициента усиления по току (в схеме с общей базой)  $\alpha(j\omega)$  вместо  $\alpha$ . Итак, будем полагать, что при  $U_{кэ} = 0$

$$I_k = \alpha(j\omega) I_3. \quad (3.156)$$

Определим функцию  $\alpha(j\omega)$  временным методом. Заменяя в формуле (3.156) величину  $j\omega$  на  $p$ , получим следующее соотношение для операционных изображений:

$$I_k(p) = \alpha(p) I_3(p), \quad (3.157)$$

откуда

$$\alpha(p) = \left. \frac{I_k(p)}{I_3(p)} \right|_{U_{кэ}=0}. \quad (3.157')$$

При подаче на транзистор скачка эмиттерного тока

$$\tilde{i}_3 = I_3 \mathbf{1}(t)$$

получим

$$I_3(p) = I_3,$$

следовательно,

$$\alpha(p) = \left. \frac{I_k(p)}{I_3} \right|_{U_{кэ}=0}. \quad (3.158)$$

Отсюда видно, что операционный коэффициент усиления по току  $\alpha(p)$  определяется операционным изображением коллекторного тока  $I_k(p)$  при включении скачка  $I_3$  тока эмиттера, когда  $U_{кэ} = 0$ .

В указанном режиме ток коллектора  $\tilde{i}_k$  изменяется по сложному закону, который может быть найден экспериментально или теоретически из уравнения распространения дырок в слое базы [4]. Форма его определяется инерционностью транзистора и качественно поясняется следующим образом.

Считая движение дырок одномерным (вдоль оси  $x$ ), изучим процессы в элементе  $\Delta x$  на расстоянии  $x$  от  $p$ - $n$ -перехода эмиттер—база (рис. 3.56). Определим вначале ток  $\tilde{i}_x$  в сечении  $x$ . Обозначим через  $n(x)$  концентрацию дырок, движущихся со средней скоростью  $v(x)$  слева от сечения  $x$ . Очевидно, за время  $\Delta t$  через сечение  $x$  пройдет элементарный заряд

$$\Delta q = n(x) S_6 \cdot v \Delta t = n(x) S_6 \Delta x_1,$$

где  $S_6$  — площадь поперечного сечения базы;

$\Delta x_1 = v \Delta t$  — толщина элементарного слоя, из которого за время  $\Delta t$  успевают пройти дырки через сечение  $x$ .

Ток в указанном сечении будет

$$\tilde{i}_x = \frac{\Delta q}{\Delta t} = n(x) S_0 v(x). \quad (3.159)$$

Следовательно, ток  $\tilde{i}_x$  определяется концентрацией движущихся дырок  $n(x)$  слева от сечения  $x$  и их скоростью  $v(x)$ . Подставляя сюда  $x = w$  (ширина базы), получим

$$\tilde{i}_k = n(w) v(w) S_0. \quad (3.160)$$

Дырки, пересекающие сечение  $x$ , движутся далее в элементе  $\Delta x$ ,

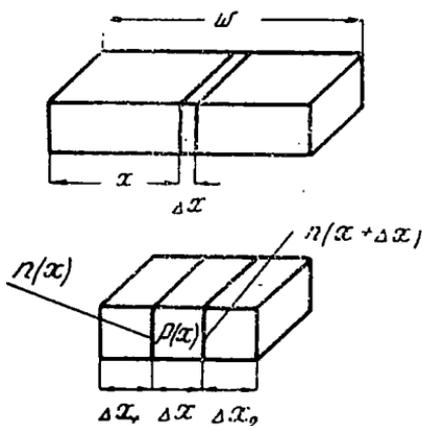


Рис. 3.56. К пояснению инерционности транзистора.

частично рекомбинируя с электронами, составляющими базовый ток. Поэтому в сечении  $x + \Delta x$  движущиеся дырки имеют меньшую концентрацию  $n(x + \Delta x) < n(x)$ . Концентрация избыточных статических зарядов в элементе  $\Delta x$  (дырочек или электронов) равна

$$p(x) = n(x) - n(x + \Delta x). \quad (3.161)$$

Так как количество движущихся дырок уменьшается вдоль базы (с ростом  $x$ ), то также падает и концентрация  $p(x)$  избыточных носителей. У  $p$ - $n$ -перехода база—коллектор всегда  $p(w) = 0$ , потому что движущиеся дырки, достигающие сечения  $x = w$ , проникают в область коллектора.

Поясним теперь на основе описанного механизма диффузии дырок форму тока коллектора (рис. 3.57). После включения пере-

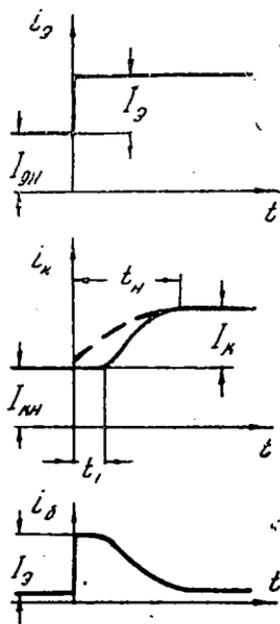


Рис. 3.57. Форма токов в транзисторе при включении перепада тока эмиттера.

пада тока эмиттера  $I_3$  в базу за время  $t$  инжектируется определенное количество дырок, характеризуемое зарядом:

$$q_3 = \int_0^t I_3 dt = I_3 t.$$

В начале переходного процесса (при малых  $t$ ) вследствие уменьшения вдоль базы концентрации движущихся дырок  $n(x)$ , а также благодаря их конечной скорости  $v(x)$  избыточный заряд распределяется на небольшом отрезке  $x_0 < w$  вблизи  $p-n$ -перехода эмиттер—база. Так как движущиеся дырки не достигают  $p-n$ -перехода база—коллектор ( $n(w) = 0$ ), то согласно формуле (3.160)  $\tilde{i}_k = 0$ .

С течением времени возрастает заряд  $q_3$ , а значит концентрация движущихся дырок  $n(0)$  на левой границе базы ( $p-n$ -переход эмиттер—база), поэтому они дальше проникают в базу и в некоторый момент  $t_1$  достигают коллектора. Начиная с этого момента,  $n(w) \neq 0$  и появляется коллекторный ток. Но  $\tilde{i}_k \ll I_3$ , поскольку  $n(w) \ll n(0)$ .

Пока коллекторный ток меньше эмиттерного, из базы удаляется меньше дырок, чем в нее поступает. Поэтому в течение переходного процесса увеличивается как концентрация движущихся носителей  $n(x)$ , так и пропорциональная ей концентрация избыточных зарядов  $p(x)$ . В результате роста  $n(w)$  происходит неуклонное возрастание коллекторного тока.

Окончание переходного процесса наступает после установления динамического равновесия, когда из базы удаляются через  $p-n$ -переход база—коллектор все дырки, не успевшие рекомбинировать с электронами в толще базы, т. е. когда  $\tilde{i}_k = I_k = \alpha I_3$ .

Поскольку в транзисторе в любой момент выполняется уравнение непрерывности токов  $i_3 = i_k + i_b$ , то вначале (после скачка тока эмиттера) резко возрастает ток базы до величины

$$i_b = I_{bn} + I_3,$$

а затем, по мере роста коллекторного тока, величина тока базы постепенно уменьшается до нового установившегося значения:

$$i_b = I_{bn} + (I_3 - I_k) = I_{bn} + (1 - \alpha) I_3.$$

Для упрощения анализа усилительных схем обычно заменяют действительный закон изменения коллекторного тока экспоненциальным:

$$\tilde{i}_k = \alpha I_3 \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau_2}} \right), \quad (3.162)$$

где  $\tau_2$  — постоянная времени нарастания коллекторного тока при  $I_3 = \text{const}$  и  $U_{кз} = 0$  (постоянная времени схемы с общей базой).

При изучении экспоненциальной кривой (например, кривой заряда конденсатора) установлено, что длительность нарастания  $t_n$  примерно равна трем постоянным времени. Для транзисторов обычно полагают

$$t_n = (2 \div 3) \tau_a. \quad (3.163)$$

Для экспоненциальной функции (3.162) операционное изображение имеет вид

$$I_k(p) = \frac{\alpha I_3}{1 + p \tau_a}.$$

Тогда согласно формуле (3.158) получим

$$\alpha(p) = \frac{\alpha}{1 + p \tau_a}. \quad (3.164)$$

Заменяя здесь  $p$  на  $j\omega$ , находим комплексный коэффициент усиления по току:

$$\alpha(j\omega) = \frac{\alpha}{1 + j\omega \tau_a}. \quad (3.165)$$

Представим  $\alpha(j\omega)$  в показательной форме:

$$\alpha(j\omega) = \alpha(\omega) \cdot e^{-j\varphi_a(\omega)}. \quad (3.166)$$

Приравнивая выражения (3.165) и (3.166), получим модуль коэффициента усиления по току

$$\alpha(\omega) = \frac{\alpha}{\sqrt{1 + (\omega \tau_a)^2}} \quad (3.167)$$

и его фазовый угол

$$\varphi_a(\omega) = \text{arctg } \omega \tau_a. \quad (3.168)$$

Зависимость  $\alpha(\omega)$  и  $\varphi_a(\omega)$  показана на рис. 3.58. Поскольку  $\varphi_a > 0$ , то ток коллектора  $I_k$  отстает по фазе от тока эмиттера  $I_3$ , что соответствует физической картине влияния инерционности транзистора, изложенной выше. Фазовое запаздывание  $\varphi_a$  возрастает с частотой до значения  $\frac{\pi}{2}$ . Модуль коэффициента усиления  $\alpha(\omega)$  уменьшается с ростом частоты, что свидетельствует об уменьшении амплитуды  $I_k$  по сравнению с  $I_3$ .

Граничной частотой  $f_a$  (в схеме с общей базой) называется частота, при которой коэффициент усиления  $\alpha(\omega)$  уменьшается в  $\sqrt{2}$  раз. Полагая

$$f = f_a, \quad \omega = \omega_a = 2\pi f_a$$

и

$$\alpha(\omega_a) = \frac{\alpha}{\sqrt{2}},$$

по формуле (3.167) получим

$$\omega_a \tau_a = 1,$$

откуда

$$f_a = \frac{1}{2\pi\tau_a}. \quad (3.169)$$

Заметим, что зависимость  $\alpha(\omega)$  может быть получена также экспериментально при подаче на вход гармонического сигнала. В этом случае на основании этой зависимости определяется  $f_a$ , а затем по формуле (3.169) постоянная времени  $\tau_a$ . Параметры  $f_a$  и  $\tau_a$ , определяющие инерционность транзистора, приводятся в его паспортных данных.

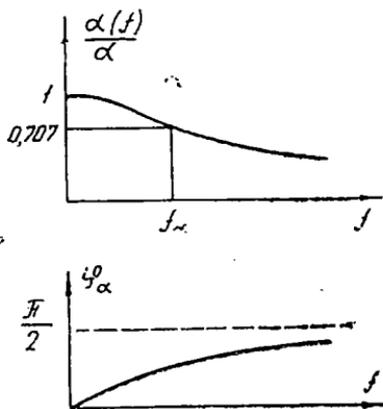
Так как комплексные амплитуды токов связаны уравнением непрерывности (3.130'), то наряду с  $\alpha(j\omega)$  становится комплексным и коэффициент усиления по току  $\beta(j\omega)$  в схеме с общим эмиттером:

$$\beta(j\omega) = \frac{I_k}{I_b} \Big|_{U_{кэ}=0}. \quad (3.170)$$

Учитывая значения  $I_k$  и  $I_b$ , получим

$$\beta(j\omega) = \frac{I_k}{I_a - I_k} = \frac{\alpha(j\omega)}{1 - \alpha(j\omega)}. \quad (3.171)$$

Рис. 3.58. Частотные зависимости коэффициента усиления по току  $\alpha(j\omega)$ .



После подстановки выражения (3.165) с учетом формулы (3.63) найдем

$$\beta(j\omega) = \frac{\beta}{1 + j\omega\tau_\beta}. \quad (3.172)$$

Здесь

$$\tau_\beta = \frac{\tau_a}{1 - \alpha} = (1 + \beta)\tau_a. \quad (3.173)$$

Выясним смысл величины  $\tau_\beta$ . По аналогии с формулой (3.157) можно записать

$$I_k(p) = \beta(p) I_b(p) = \frac{\beta}{1 + p\tau_\beta} I_b(p). \quad (3.174)$$

Если на вход транзистора подать перепад базового тока

$$\tilde{i}_b = I_0 \cdot \mathbf{1}(t),$$

то

$$I_0(p) = I_0;$$

$$I_k(p) = \frac{\beta I_0}{1 + p\tau_\beta}.$$

Такому операционному изображению соответствует следующая функция времени:

$$\tilde{i}_k = \beta I_0 \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau_\beta}} \right). \quad (3.175)$$

Следовательно, величина  $\tau_\beta$  — это постоянная времени нарастания тока коллектора при  $I_0 = \text{const}$  и  $U_{кэ} = 0$  (постоянная времени схемы с общим эмиттером). Как видно из формы (3.173),  $\tau_\beta \gg \tau_\alpha$ , поскольку  $\beta \gg 1$ .

Представляя комплексную величину  $\beta(j\omega)$  в показательной форме

$$\beta(j\omega) = \beta(\omega) e^{-j\varphi_\beta(\omega)}, \quad (3.176)$$

найдем ее модуль

$$\beta(\omega) = \frac{\beta}{\sqrt{1 + (\omega\tau_\beta)^2}} \quad (3.177)$$

и фазовый угол

$$\varphi_\beta(\omega) = \text{arctg } \omega\tau_\beta. \quad (3.178)$$

Графики функций  $\beta(\omega)$  и  $\varphi_\beta(\omega)$  построены на рис. 3.59.

Граничной частотой  $f_\beta$  (в схеме с общим эмиттером) называется частота, при которой коэффициент усиления  $\beta(\omega)$  уменьшается в  $\sqrt{2}$  раз. Очевидно,

$$f_\beta = \frac{1}{2\pi\tau_\beta}, \quad (3.179)$$

или с учетом выражения (3.173)

$$f_\beta = \frac{f_\alpha}{1 + \beta} = (1 - \alpha)f_\alpha. \quad (3.180)$$

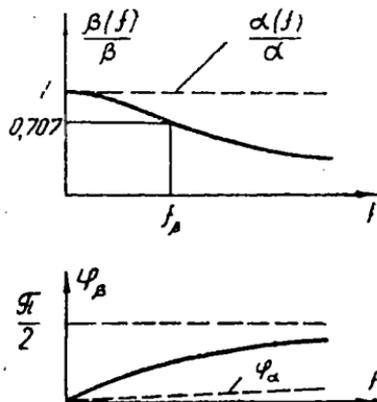


Рис. 3.59. Частотные зависимости коэффициента усиления по току  $\beta(j\omega)$ .

Сравнивая формулы (3.177) и (3.178) с (3.167) и (3.168), замечаем, что закон изменения с частотой комплексных коэффициентов усиления  $\alpha(j\omega)$  и  $\beta(j\omega)$  одинаков с той лишь разницей, что величина  $\beta(\omega)$  уменьшается гораздо более интенсивно, чем  $\alpha(\omega)$ , так как  $\tau_\beta \gg \tau_\alpha$ . Поэтому резко уменьшается граничная частота  $f_\beta \ll f_\alpha$ .

Поясним физически, почему при включении перепада  $I_0 = \text{const}$  коллекторный ток нарастает гораздо медленнее, чем в случае  $I_0 = \text{const}$ . Для сравнения предположим, что

$$I_0 = (1 - \alpha)I_0 = \frac{I_0}{1 + \beta}.$$

Тогда после окончания переходного процесса установится одна и та же величина тока коллектора:

$$I_k = \beta I_0 = \alpha I_0.$$

Графики изменения токов по формулам (3.175) и (3.130) построены на рис. 3.60.

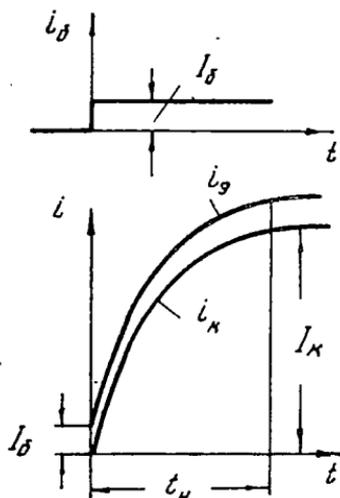


Рис. 3.60. Форма токов в транзисторе при включении перепада тока базы.

Для сохранения условия  $\tilde{i}_0 = \text{const}$  входное напряжение  $u_{бэ}$  изменяется таким образом, чтобы ток эмиттера увеличивался с той же скоростью, что и ток коллектора:

$$\begin{aligned} \tilde{i}_0 &= \tilde{i}_0 + \tilde{i}_k = I_0 + \beta I_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_\beta}}\right) = \\ &= I_0 - \beta I_0 e^{-\frac{t}{\tau_\beta}}. \end{aligned} \quad (3.181)$$

Вначале этот ток испытывает скачок, равный  $I_0$ , а затем растет по экспоненциальному закону, в отличие от предыдущего случая, когда ток эмиттера скачком достигал максимального значения. Поскольку теперь ток эмиттера в любой момент времени меньше  $I_0$ , то с меньшей скоростью изменяется избыточный заряд  $q_э$ , инжектируемый в базу, а это, в свою очередь, приводит к замедлению процесса диффузии дырок в базе и, следовательно, нарастания коллекторного тока.

### Полная Т-образная эквивалентная схема

Помимо инерционности транзистора на его работу влияют также емкости  $C_э$  и  $C_к$ , создаваемые зарядами на  $p-n$ -переходах. Так как  $p-n$ -переход эмиттер—база открыт (смещен в прямом

направлении), то на нем почти не сосредоточиваются переменные заряды, и емкость  $C_3$  его настолько мала, что ее можно не учитывать в эквивалентной схеме. Переход база—коллектор заперт (смещен в обратном направлении), на нем образуется заметное количество переменных зарядов, создающих барьерную емкость  $C_k$ . Учитывая ее, а также инерционность транзистора, получим Т-образную эквивалентную схему (рис. 3.61) с генератором тока

$$I_T = \alpha_1(j\omega) I_3. \quad (3.182)$$

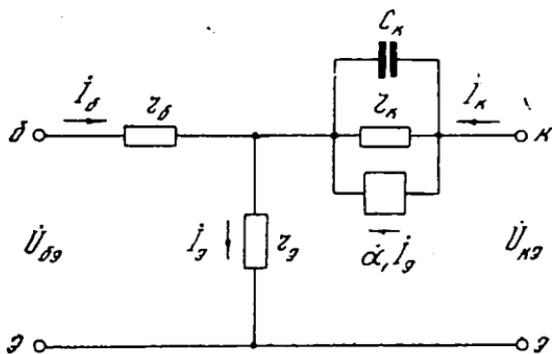


Рис. 3.61. Полная Т-образная эквивалентная схема транзистора.

Комплексная величина  $\alpha_1(j\omega)$  определяется формулой (3.147), в которой вместо  $r_k$  необходимо учесть сопротивление  $Z_k$ , образуемое параллельным соединением  $r_k$  и  $C_k$ :

$$\alpha_1(j\omega) = \alpha(j\omega) + \frac{r_э}{Z_k}. \quad (3.183)$$

Если ввести обозначение

$$\tau_k = r_k C_k \quad (3.184)$$

— постоянная времени  $p$ - $n$ -перехода база—коллектор, то выражение для  $Z_k$  запишется так:

$$Z_k = \frac{r_k}{1 + j\omega \tau_k}. \quad (3.185)$$

### Полная эквивалентная схема с общим эмиттером

Вследствие того, что коэффициенты усиления по току  $\alpha(j\omega)$  и  $\beta(j\omega)$  комплексны, становятся комплексными величинами, и входная проводимость  $Y_{бэ}$  (вместо  $g_{бэ}$ ), выходная проводимость  $Y_{кэ}$  (вместо  $g_{кэ}$ ) и обратный коэффициент передачи  $\mu_{обр}(j\omega)$ . Тогда

эквивалентная схема (рис. 3.50) принимает вид, показанный на рис. 3.52. Для нее основные уравнения (3.125) принимают вид

$$I_6 = Y_{63} \cdot U_{63} - \mu_{обр}(j\omega) \cdot Y_{63} \cdot U_{к3}; \quad (3.186)$$

$$I_к = \beta(j\omega) I_6 + Y_{к3} \cdot U_{к3}. \quad (3.187)$$

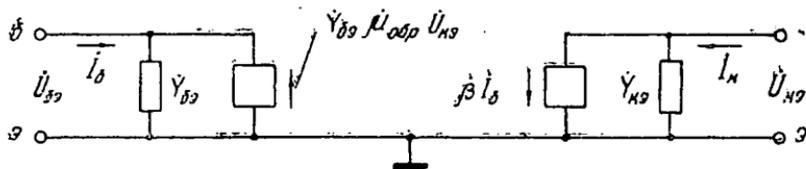


Рис. 3.62. Эквивалентная схема транзистора с общим эмиттером.

Если подставить значение  $I_6$  в формулу (3.187), то получим

$$I_к = \beta(j\omega) Y_{63} U_{63} + [Y_{к3} - \mu_{обр}(j\omega) Y_{63}] U_{к3}. \quad (3.188)$$

Сравнивая соотношения (3.186) и (3.188) с записью токов  $I_1$  и  $I_2$  на входе и выходе четырехполюсника (1.112) и (1.115), найдем  $Y$ -параметры схемы с общим эмиттером:

$$\begin{aligned} Y_{11} &= Y_{63}; \\ Y_{12} &= -\mu_{обр}(j\omega) Y_{63}; \\ Y_{21} &= \beta(j\omega) Y_{63}; \\ Y_{22} &= Y_{к3} - \mu_{обр}(j\omega) Y_{63}. \end{aligned} \quad (3.189)$$

Найдем указанные параметры, сопоставляя их с соответствующими параметрами  $T$ -образной схемы (рис. 3.61). Очевидно, для этого в формулах (3.145), (3.154) и (3.155) необходимо заменить  $\beta$  на  $\beta(j\omega)$  и вместо  $r_к$  учесть сопротивление  $Z_к$ . После выполнения указанных операций формулы (3.145), (3.154) и (3.155) принимают вид

$$Y_{к3} = \frac{1 + \beta(j\omega)}{Z_к}, \quad (3.190)$$

$$Y_{63} = \frac{1}{r_6 + [1 + \beta(j\omega)] \cdot r_3}. \quad (3.191)$$

$$\mu_{обр}(j\omega) = r_3, \quad Y_{к3} = [1 + \beta(j\omega)] [1 + j\omega \tau_к] \frac{r_3}{r_к}. \quad (3.192)$$

Воспользовавшись соотношением (3.172) для  $\beta(j\omega)$ , преобразуем формулы (3.190) и (3.191):

$$\dot{Z}_{63} = \frac{1}{\dot{Y}_{63}} = (r_6 + r_3) + \frac{\beta r_3}{1 + j\omega\tau_3}, \quad (3.193)$$

$$\dot{Y}_{к3} = \frac{(1 + j\omega\tau_a)(1 + j\omega\tau_k)}{R_{к3}(1 + j\omega\tau_k)}. \quad (3.194)$$

Так как  $\tau_a \ll \tau_3$ , то в формуле (3.194) можно пренебречь величиной  $\omega\tau_a$ , которая мало влияет на  $\dot{Y}_{к3}$ . Тогда получим

$$\dot{Z}_{к3} = \frac{1}{\dot{Y}_{к3}} = \frac{R_{к3}}{1 + j\omega\tau_k} + \frac{j\omega r_k \tau_a}{1 + j\omega\tau_k}. \quad (3.195)$$

Выясним, в виде каких элементов можно реализовать сопротивления  $\dot{Z}_{63}$  и  $\dot{Z}_{к3}$ . Введем обозначения

$$\dot{Z}_1 = \frac{\beta r_3}{1 + j\omega\tau_3}; \quad (3.196)$$

$$\dot{Z}_2 = \frac{R_{к3}}{1 + j\omega\tau_k}; \quad (3.197)$$

$$\dot{Z}_3 = \frac{j\omega r_k \tau_a}{1 + j\omega\tau_k}. \quad (3.198)$$

Сравнивая выражение (3.196) с формулой (3.185), замечаем, что  $\dot{Z}_1$  — это комплексное сопротивление параллельного соединения резистора  $\beta r_3$  и емкости

$$C_3 = \frac{\tau_3}{\beta \cdot r_3} \cong \frac{\tau_a}{r_3}. \quad (3.199)$$

Точно так же  $\dot{Z}_2$  — это комплексное сопротивление параллельного соединения резистора  $R_{к3}$  и емкости

$$C_k = \frac{\tau_k}{R_{к3}} = C_k(1 + \beta). \quad (3.200)$$

Сопротивление  $\dot{Z}_3$  представим в виде параллельного соединения эквивалентных индуктивности  $L_a$  и сопротивления  $R_a$ :

$$\dot{Z}_3 = \frac{j\omega L_a}{1 + j\omega \frac{L_a}{R_a}}. \quad (3.201)$$

Сравнивая выражения (3.201) и (3.198), получим следующие эквивалентные параметры:

$$L_a = r_k \cdot \tau_a; \quad (3.202)$$

$$R_a = \frac{L_a}{\tau_k} = \frac{\tau_a}{C_k}.$$

На основании полученных соотношений (3.193) и (3.195) представим в явном виде входную и выходную проводимости транзистора (рис. 3.63). Как видно из формулы (3.199), емкость  $C_3$  зави-

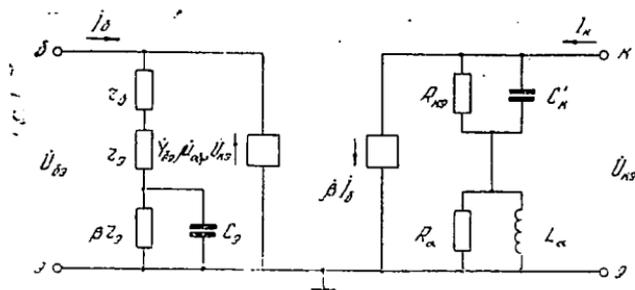


Рис. 3.63. Замена в эквивалентной схеме (рис. 3.62) входной и выходной проводимости соединением пассивных элементов.

сит от  $\tau_a$ , т. е. определяется инерционностью транзистора. Поэтому ее называют *диффузионной емкостью*. В отличие от входной емкости лампы, она включена не на входе (зажимы б—э), а только параллельно части  $\beta r_z$  входного сопротивления. Емкость  $C_k'$  — это *выходная емкость* транзистора, которая тоже включена не на выходе (зажимы к—э). Она всегда больше коллекторной емкости  $C_k$ . Эквивалентные параметры  $L_a$  и  $R_a$  учитывают влияние инерционности транзистора на выходную проводимость.

Покажем, что при анализе усилительных схем можно пренебречь внутренней обратной связью. Так как для транзисторов  $\mu_{обр} \cong 2 \cdot 10^{-4}$ , то влияние  $Y_{12}$  на ток базы  $I_6$  допустимо учесть для основного коэффициента усиления  $K_0$ . Полагая

$$\frac{\dot{U}_{кэ}}{\dot{U}_{бэ}} = -K_0,$$

получим из формулы (3.186)

$$I_6 \cong (1 + \mu_{обр} K_0) Y_{бэ} \cdot \dot{U}_{бэ}.$$

При коэффициенте усиления  $K_0 < 100$  имеем

$$\mu_{обр} K_0 < 0,02.$$

Отсюда видно, что для не слишком больших  $K_0$  при технических расчетах допустимо пренебречь влиянием внутренней обратной связи, полагая

$$I_b = \dot{Y}_{бэ} \cdot \dot{U}_{бэ}. \quad (3.203)$$

В этом случае ток коллектора согласно соотношению (3.187) будет

$$I_k = \dot{S}_T \cdot \dot{U}_{бэ} + \dot{Y}_{кэ} \cdot \dot{U}_{кэ}, \quad (3.204)$$

где

$$\dot{S}_T = \beta(j\omega) \dot{Y}_{бэ} \quad (3.205)$$

— крутизна транзистора. Из уравнения (3.204) видно, что если пренебречь внутренней обратной связью, то генератор тока  $\beta(j\omega) I_b$  заменяется генератором тока  $\dot{S}_T \dot{U}_{бэ}$ , причем крутизна транзистора  $\dot{S}_T$  — это комплексная величина. Уравнениям (3.203)

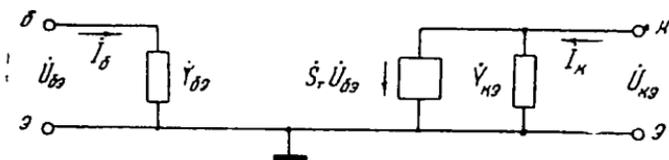


Рис. 3.64. Преобразованная эквивалентная схема транзистора с общим эмиттером.

и (3.204) соответствует преобразованная эквивалентная схема (рис. 3.64).

### Схема с общим коллектором

В схеме с общим коллектором входной сигнал  $\dot{U}_{бк}$  подается между базой и коллектором, а выходной  $\dot{U}_{эк}$  снимается с эмиттера. Эквивалентная схема транзистора (рис. 3.64) принимает вид, показанный на рис. 3.65. Приведем эту схему к обобщенному виду

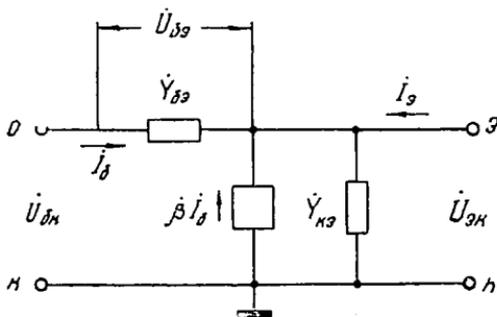


Рис. 3.65. Предварительная эквивалентная схема транзистора с общим коллектором.

и определим ее  $Y$ -параметры. Так как напряжение

$$\dot{U}_{бэ} = \dot{U}_{бк} - \dot{U}_{эк}, \quad (3.206)$$

$$I_6 = \dot{Y}_{69} \cdot \dot{U}_{69} = \dot{Y}_{69} (\dot{U}_{6к} - \dot{U}_{эк}). \quad (3.207)$$

Отсюда видно, что ток базы зависит не только от входного, но и от выходного сигнала, что определяет наличие в схеме ОК обратной связи. Ввиду того, что напряжение  $\dot{U}_{эк}$  влияет на ток базы благодаря изменению  $\dot{U}_{69}$  — основного управляющего напряжения для транзистора, то эту обратную связь называют *внешней*, в отличие от рассмотренной внутренней обратной связи (при  $\mu_{обр} \neq 0$ ), которая действует при  $\dot{U}_{69} = 0$ , т. е. независимо от величины управляющего напряжения.

Из соотношения (3.207), рассматривая опыты короткого замыкания на выходе ( $\dot{U}_{эк} = 0$ ) и на входе ( $\dot{U}_{6к} = 0$ ), найдем

$$\begin{aligned} \dot{Y}_{11} &= \left. \frac{\dot{I}_6}{\dot{U}_{6к}} \right|_{\dot{U}_{эк}=0} = \dot{Y}_{69}; \\ \dot{Y}_{12} &= \left. \frac{\dot{I}_6}{\dot{U}_{эк}} \right|_{\dot{U}_{6к}=0} = -\dot{Y}_{69}. \end{aligned} \quad (3.208)$$

Отсюда видно, что проводимость  $\dot{Y}_{69}$  определяет оба входных  $Y$ -параметра.

Перейдем теперь к определению выходных  $Y$ -параметров. Будем считать положительным ток эмиттера  $I_э$ , втекающий в транзистор со стороны эмиттера (рис. 3.65). Тогда для точки э можно записать такое уравнение токов:

$$I_6 + I_э + \beta(j\omega) I_6 = \dot{Y}_{кэ} \cdot \dot{U}_{эк},$$

откуда

$$I_э = - [1 + \beta(j\omega)] I_6 + \dot{Y}_{кэ} \cdot \dot{U}_{эк}.$$

Подставляя значение тока  $I_6$  из формулы (3.207), получим

$$\begin{aligned} I_э &= - [1 + \beta(j\omega)] \dot{Y}_{69} \cdot \dot{U}_{6к} + \\ &+ \{ \dot{Y}_{кэ} + [1 + \beta(j\omega)] \dot{Y}_{69} \} \dot{U}_{эк}. \end{aligned} \quad (3.209)$$

На основании опытов короткого замыкания на выходе ( $\dot{U}_{эк} = 0$ ) и на входе ( $\dot{U}_{6к} = 0$ ) находим

$$\begin{aligned} \dot{Y}_{21} &= \left. \frac{\dot{I}_э}{\dot{U}_{6к}} \right|_{\dot{U}_{эк}=0} = - [1 + \beta(j\omega)] \dot{Y}_{69}; \\ \dot{Y}_{22} &= \left. \frac{\dot{I}_э}{\dot{U}_{эк}} \right|_{\dot{U}_{6к}=0} = \dot{Y}_{кэ} + [1 + \beta(j\omega)] \dot{Y}_{69}. \end{aligned} \quad (3.210)$$

На основании полученных выражений (3.208) и (3.210) составлена эквивалентная схема (рис. 3.66) с двумя генераторами тока.

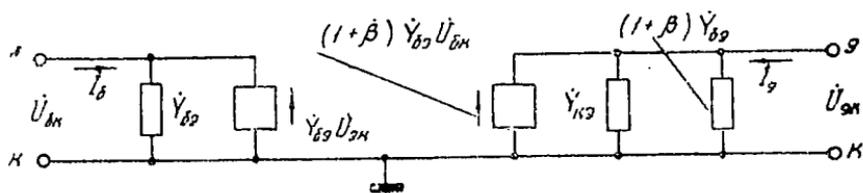


Рис. 3.66. Эквивалентная схема транзистора с общим коллектором.

Поскольку параметры  $\dot{Y}_{12}$  и  $\dot{Y}_{21}$  отрицательны, то ток генератора во входной цепи течет против часовой стрелки, а ток генератора в выходной цепи — по часовой стрелке. Выходная проводимость  $Y_{22}$  согласно соотношению (3.210) состоит из параллельного соединения двух проводимостей  $\dot{Y}_{кэ}$  и  $[1 + \beta(j\omega)] \dot{Y}_{бэ}$ , т. е. увеличивается по сравнению со схемой ОЭ. Выясним, из-за чего это происходит.

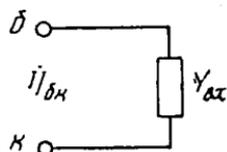
При коротком замыкании на входе ( $U_{бк} = 0$ ) согласно формуле (3.206) на участке база—эмиттер транзистора действует входное напряжение

$$U_{бэ} = -U_{эк},$$

равное по величине выходному сигналу. Оно создает ток базы, который сам непосредственно протекает на выход (рис. 3.65) и еще дополнительно усиливается в коллекторной цепи [генератор  $\beta(j\omega)I_б$ ]. Таким образом, благодаря зависимости управляющего напряжения  $U_{бэ}$  от выходного сигнала  $U_{эк}$  (наличие в схеме ОК обратной связи) образуется дополнительный ток  $I_э$ , который и учитывается в эквивалентной схеме проводимостью  $[1 + \beta(j\omega)] \dot{Y}_{бэ}$ .

Входную цепь схемы (рис. 3.66) можно привести к виду (рис. 3.67), если найти входную проводимость нагруженного четырехполюсника:

$$\dot{Y}_{вх} = \frac{\dot{I}_б}{\dot{U}_{бк}} = \dot{Y}_{бэ} [1 - K(j\omega)], \quad (3.211)$$



где

$$K(j\omega) = \frac{U_{эк}}{U_{бк}} \quad (3.212)$$

Рис. 3.67. Преобразование входной цепи схемы (рис. 3.66).

— коэффициент передачи схемы ОК.

Изучим, как изменяется входная и выходная проводимости в схеме ОК по сравнению со схемой ОЭ. Для простоты рассмотрим

только область частот, где параметры транзистора действительны, т. е.

$$\beta(j\omega) = \beta;$$

$$\dot{Y}_{бэ} = g_{бэ}; \quad \dot{Y}_{кэ} = g_{кэ}.$$

При положительном сигнале на входе согласно формуле (3.209) получим отрицательный ток  $I_э$ , вытекающий из транзистора со стороны эмиттера. Значит, на активной нагрузке будет положительный сигнал  $U_{эк}$  и  $K > 0$ . В этом случае в схеме ОК сигнал на выходе совпадает по фазе с входным. Тогда, как видно из соотношения (3.211),

$$Y_{вх} = g_{вх} \sim g_{бэ}.$$

Так как на выходе эквивалентной схемы вследствие обратной связи появляется дополнительная проводимость, то

$$Y_{22} = g_{22} > g_{кэ}.$$

Входная проводимость в схеме ОК уменьшается, а выходная возрастает по сравнению со схемой ОЭ.

Максимальный коэффициент усиления

$$K_M = \frac{Y_{21}}{Y_{22}} = \frac{(1 + \beta)g_{бэ}}{g_{кэ} + (1 + \beta)g_{бэ}} \quad (3.213)$$

всегда меньше единицы. Это означает, что схема ОК не дает усиления по напряжению, что является ее основным недостатком.

### Схема с общей базой

В схеме ОБ входным является напряжение  $\dot{U}_{эб}$ , а выходным — напряжение  $\dot{U}_{кб}$ . Эквивалентная схема транзистора преобразуется, как показано на рис. 3.68. Поскольку напряжение  $U_{эб}$  измеряется в направлении, противоположном  $U_{бэ}$ , считаются положительными ток эмиттера  $I_э$ , втекающий в транзистор со стороны эмиттера, ток базы  $I_б$ , вытекающий из транзистора со стороны базы, и ток генератора  $\beta I_б$ , направленный от эмиттера к коллектору. Ток коллектора  $I_к$  по-прежнему считается положительным, если он втекает в транзистор со стороны коллектора.

Найдем выражения для токов  $I_э$  и  $I_к$  и затем  $Y$ -параметры схемы ОБ. На основании схемы (рис. 3.68) ток коллектора определяется выражением

$$I_к = -\beta(j\omega)I_б + \dot{Y}_{кэ}(\dot{U}_{кб} - \dot{U}_{эб}),$$

или, так как

$$I_6 = \dot{Y}_{63} \cdot \dot{U}_{36}, \quad (3.214)$$

ток коллектора

$$I_k = -[\beta(j\omega)\dot{Y}_{63} + \dot{Y}_{к3}] \dot{U}_{36} + \dot{Y}_{к3} \cdot \dot{U}_{к6}. \quad (3.215)$$

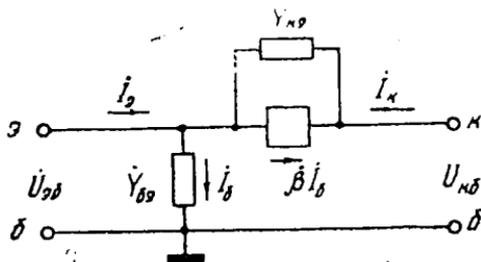


Рис. 3.68. Предварительная эквивалентная схема транзистора с общей базой.

Для тока эмиттера получим

$$I_3 = I_6 - I_k = [1 + \beta(j\omega)] I_6 - \dot{Y}_{к3}(\dot{U}_{к6} - \dot{U}_{36}),$$

или с учетом формулы (3.214)

$$I_3 = \{[1 + \beta(j\omega)] \dot{Y}_{63} + \dot{Y}_{к3}\} \dot{U}_{36} - \dot{Y}_{к3} \cdot \dot{U}_{к6}. \quad (3.216)$$

На основании соотношений (3.215) и (3.216), рассматривая опыты короткого замыкания на выходе ( $U_{к6} = 0$ ) и на входе ( $U_{36} = 0$ ), найдем

$$\begin{aligned} \dot{Y}_{11} &= [1 + \beta(j\omega)] \dot{Y}_{63} + \dot{Y}_{к3}; \\ \dot{Y}_{12} &= -\dot{Y}_{к3}; \\ \dot{Y}_{21} &= -[\beta(j\omega) \dot{Y}_{63} + \dot{Y}_{к3}]; \\ \dot{Y}_{22} &= \dot{Y}_{к3}. \end{aligned} \quad (3.217)$$

Этим выражениям соответствует эквивалентная схема (рис. 3.69).

Выясним, как изменяются свойства схемы ОБ по сравнению со схемой ОЭ, имея в виду для простоты низкочастотные постоянные параметры транзистора. Так как проводимость  $Y_{к3} = g_{к3}$  включена между входом и выходом схемы, то через нее образуется дополнительная прямая связь (влияние  $U_{36}$  на  $I_k$ ) и внутренняя обратная связь (влияние  $U_{к6}$  на  $I_3$ ), из-за чего проводимость  $g_{к3}$  определяет параметры  $Y_{11}$  и  $Y_{12}$ . Величина  $g_{к3}$  сравнительно ма-

ла, поэтому с этими связями можно не считаться. Основная прямая связь обеспечивается генератором тока  $\beta I_6$ , из-за чего параметр

$$Y_{21} \cong -\beta(j\omega) Y_{63} = -S_T$$

почти не изменяется по сравнению со схемой ОЭ. Выходная проводимость  $Y_{22}$  остается равной  $Y_{кэ}$ .

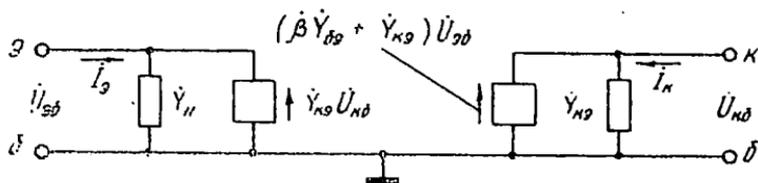


Рис. 3.69. Эквивалентная схема транзистора с общей базой.

Таким образом, если на схему ОБ подается сигнал с постоянной амплитудой  $U_{эб}$ , то в выходной цепи (на нагрузке) получим усиленный сигнал с теми же характеристиками, что и в схеме ОЭ. Разница наблюдается лишь в фазе сигнала. При подаче положительного напряжения  $U_{эб}$  ток коллектора  $i_k$  вытекает из транзистора, что создает на нагрузке также положительное напряжение. Значит, в схеме ОБ фазы сигнала на выходе и входе совпадают (при низких частотах и активной нагрузке).

Основное отличие схемы ОБ заключается в увеличении входной проводимости  $Y_{11}$  по сравнению с  $Y_{63}$ , так как в этой схеме входным является ток эмиттера  $I_э$ , который (при одинаковых амплитудах  $U_{эб}$  и  $U_{63}$ ) значительно превосходит ток базы  $I_б$ . Для получения того же самого усилительного эффекта по напряжению схема ОБ потребляет весьма значительный ток от источника сигнала, что является ее существенным недостатком.

Рассмотрим теперь некоторые свойства схемы ОБ, когда она питается от генератора тока  $I_э = \text{const}$ . Для этого преобразуем эквивалентную схему (рис. 3.69) так, чтобы ток выходного генератора зависел не от  $U_{эб}$ , а от  $I_э$ . Подставляя в формулу (3.215) значение  $U_{эб}$  из соотношения (3.216), получим

$$I_k = -\alpha'(j\omega) I_э + Y_{кб} \cdot U_{кб}, \quad (3.218)$$

где введены обозначения

$$\alpha'(j\omega) = \frac{\beta(j\omega) Y_{63} + Y_{кэ}}{[1 + \beta(j\omega)] Y_{63} + Y_{кэ}}; \quad (3.219)$$

$$Y_{кб} = \frac{Y_{кэ} \cdot Y_{63}}{[1 + \beta(j\omega)] Y_{63} + Y_{кэ}}.$$

Уравнению (3.218) соответствует преобразованная эквивалентная схема (рис. 3.70).

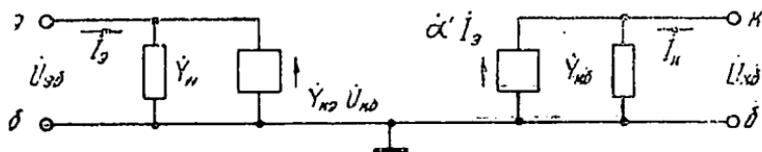


Рис. 3.70. Преобразованная эквивалентная схема транзистора с общей базой.

Учитывая, что

$$\beta Y_{бэ} \gg Y_{кэ},$$

формулы (3.219) упрощаются так:

$$\alpha'(j\omega) = \alpha(j\omega); \quad (3.220)$$

$$Y_{кб} = \frac{Y_{кэ}}{1 - \beta(j\omega)}.$$

Согласно соотношению (3.220) выходная проводимость  $Y_{кб}$  схемы ОБ при питании от генератора тока  $I_3 = \text{const}$  значительно уменьшается по сравнению с выходной проводимостью  $Y_{кэ}$  схемы ОЭ. Другое свойство этой схемы выясним из анализа формулы (3.218). Пренебрегая здесь вторым членом, получим

$$I_{к} \cong -\alpha(j\omega) I_3.$$

Отсюда видно, что частотная зависимость тока коллектора определяется коэффициентом  $\alpha(j\omega)$ , тогда как в схеме ОЭ она определяется коэффициентом усиления  $\beta(j\omega)$ . Как показано выше, граничная частота  $f_a \gg f_\beta$ , поэтому в схеме ОБ при питании от генератора тока  $I_3 = \text{const}$  значительно расширяется полоса пропускания.

Однако для создания указанного режима последовательно в эмиттерную цепь (рис. 3.71) приходится включать сравнительно большое сопротивление

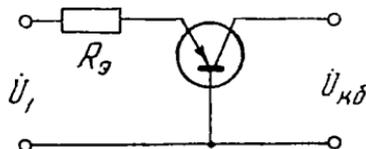


Рис. 3.71. Питание транзистора, включенного по схеме ОБ, от генератора тока  $I_3 = \text{const}$ .

$$R_3 \gg \frac{1}{Y_{11}},$$

что снижает общий коэффициент усиления каскада

$$K = \frac{U_{\text{кб}}}{U_1},$$

так как основная часть входного сигнала падает на  $R_3$  и только незначительная его часть усиливается схемой ОБ. Ввиду указанных особенностей схема ОБ в диапазоне видеочастот почти не применяется.

---

## ЛИТЕРАТУРА

1. Я. С. Ицхоки, Импульсные устройства, изд-во «Советское радио», 1959.
  2. С. И. Виглин, Импульсные устройства, ХВАИВУ, 1959.
  3. Л. М. Гольденберг, Основы импульсной техники, изд-во «Связь», 1964.
  4. И. П. Степаненко, Основы теории транзисторов и транзисторных схем, изд-во «Энергия», 1967.
  5. Г. С. Цыкин, Усилительные устройства, изд-во «Связь», 1971.
  6. И. Г. Мамонкин, Усилительные устройства, изд-во «Связь», 1966.
  7. Справочник по импульсной технике. Под редакцией В. Н. Яковлева, изд-во «Техника», 1970.
  8. Т. М. Агаханян, Линейные импульсные усилители, изд-во «Связь», 1970.
  9. К. А. Валиев, А. Н. Кармазинский, М. А. Королев, Цифровые интегральные схемы на МДП-транзисторах, изд-во «Советское радио», 1971.
  10. Л. М. Гольденберг, Теория и расчет импульсных устройств на полупроводниковых приборах, изд-во «Связь», 1969.
  11. В. А. Диткин, П. И. Кузнецов, Справочник по операционному исчислению, ГИТТЛ, 1951.
  12. С. И. Виглин, Расчет укорачивающей цепи  $RC$ , ХВКИУ, 1962.
-

## О Г Л А В Л Е Н И Е

	Стр.
Предисловие . . . . .	3
Введение . . . . .	5
§ 1. Основные виды электрических сигналов. Назначение импульсных и усилительных устройств . . . . .	5
§ 2. Основные характеристики электрических видеосигналов . .	17
<i>Глава 1. Методы анализа усилительных и импульсных схем . . . .</i>	<i>28</i>
§ 1.1. Основные понятия и определения . . . . .	28
§ 1.2. Методы анализа воздействия сигналов на линейные цепи	34
§ 1.3. Спектральный метод. Частотные характеристики . . . . .	38
§ 1.4. Метод переходных характеристик . . . . .	54
§ 1.5. Связь между переходной характеристикой и комплексным коэффициентом передачи . . . . .	62
§ 1.6. Функциональная схема усилителя . . . . .	69
<i>Глава 2. Воздействие сигналов на простые линейные цепи . . . . .</i>	<i>79</i>
§ 2.1. Воздействие прямоугольного импульса на линейную цепь	79
§ 2.2. Воздействие реального импульса на линейную цепь . . . .	87
§ 2.3. Воздействие периодического сигнала на линейную цепь . .	98
§ 2.4. Переходные и частотные характеристики некоторых линейных цепей . . . . .	107
Последовательный колебательный контур . . . . .	107
Параллельный колебательный контур . . . . .	123
Последовательный контур с шунтирующим сопротивлением	131
Цепь $RC$ с шунтирующей емкостью . . . . .	135
<i>Глава 3. Процессы в основных усилительных элементах . . . . .</i>	<i>142</i>
§ 3.1. Усилительный элемент с активной нагрузкой на электронной лампе . . . . .	142
§ 3.2. Режимы работы усилительного элемента . . . . .	148
§ 3.3. Нелинейные искажения в усилителе . . . . .	162
§ 3.4. Усилительный элемент с активной нагрузкой на транзисторе . . . . .	167
§ 3.5. Эквивалентные схемы электронной лампы . . . . .	177
§ 3.6. Эквивалентные схемы транзистора . . . . .	192
<i>Литература . . . . .</i>	<i>225</i>

Для внутриведомственной продажи  
(цена 60 коп.).

Техн. редактор *З. М. Сеницына*

Ст. корректор *А. И. Шахова*

---

Подписано к печати 20-IV 1973 г.

Г-855547

Формат бум. 60 × 92<sup>1</sup>/<sub>16</sub>.

Объем 14<sup>1</sup>/<sub>4</sub> печ. л.

Зак. 1298

---

Типография ХВВУ

96509

БЕСПЛАТНО

Д4  
15370