Российская Социалистическая Федеративная Советская Республика

П. К. ХУДЯКОВ
профессор Московского Высшего Технического Училища

Как рассчитывают на крепость части машин и сооружений

Часть первая

Курс Сопротивления Материалов без высшей математики, читанный в ТЕХНИКУМЕ ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ОБЩЕСТВА в Москве, с решенными задачами из области машиностроения, инженерного дела и жилищно-строительной практики

Издательство
Бюро Иностранной Науки и Техники
Н. Т. О. Берлин 1922

Предисловие.

Печатаемый курс был прочитан мною в 1919 году в *Техникуме Политехнического Общества* в Москве перед аудиторией, имевшей весьма пеструю и недостаточную подготовку по математике и отчасти по механике. Пришлось излагать этот курс без высшей математики. Весь материал для этого был у меня уже налицо. Исподволь он собирался и передавался мною на лекциях и упражнениях в Московском Высшем Техническом Училище тем студентам его, которые готовились работать в качестве преподавателей средней и низшей технической школы. Оставалось весь этот материал собрать воедино и обработать по одному общему плану; разработка и систематизация его натолкнули меня на новые простейшие геометрические приемы вычислений в этой области и на очень простые геометрические представления, о которых не упоминалось ранее ни в одном из существующих подобных курсов. Опираясь на эту, так сказать, техническую геометрию, мне удалось легко об'яснить и провести такие выводы, которые обычно излагаются с помощью высшего анализа, или же попросту пропускаются в элементарных и кратких курсах. Отсутствие высшей математики в печатаемом курсе ничуть не повлияло на полноту изложения всех его отделов. Напротив, по своему об'ему этот курс сопротивления материалов содержит в себе даже многие дополнения к тому курсу, который читался мною в Высшем Техническом Училище; но изложение их здесь переведено, однако, в другую сферу понимания, сообразуясь с неполной подготовкой слушателей по механике и математике.

Эти дополнения в печатаемом курсе выразились и отразились:

1) на подборе, концентрации и приведении в систему всего того опытного материала, который дается и лабораторной практикой и, так сказать, житейской практикой инженера, работающего в заводском деле, строительном и т. д.;

2) на подборе и разработке разнообразных типичных заданий для расчетов на крепость, взятых из области машиностроения, инженерного дела и жилищно-строительной практики;

3) на проведении по этим заданиям полных расчетов на крепость для всей совокупности деталей сооружения, работающих в общей группе и взаимно связанных между собою одинаковым назначением — ответить на действие воспринимаемой ими на себя нагрузки с возможно наименьшею тратою материала;

4) на разборе разнообразных характерных конструктивных устройств, подвергнутых сначала расчету на крепость, а затем критической оценке со стороны достижения ими своего непосредственного назначения в той же самой обстановке, которая предложена в задании, или же в другой, более благоприятной, на которую наталкивается лицо, разрешающее поставленный ему вопрос, только при углублении в детальную разработку и критическую оценку, вникая попутно в рассмотрение вопроса о трате материала, о возможности или невозможности удобной сборки, об изнашивании трущихся и сминаемых частей и т. п.;

5) на разборе различного рода неправильных конструкций, по недосмотру и рутине распространяемых справочными книжками;

6) на сообщении, попутно с расчетами на крепость, еще и кратких практических сведений по вопросам, имеющим к деятельности заводского техника и помощника строителя-инженера непосредственное отношение;

7) на указаниях технической литературы по многим вопросам строительной техники.

Все расчеты проведены в курсе в метрической системе мер длины и веса; но проделано также несколько примеров расчета в русских мерах и в английских, чтобы легче было понять на собственном опыте сравнительно бо́льшую сложность и трудность подобных расчетов.

Чертежи для выполнения всех клише для этого курса начисто заготовлены были лично мною, чтобы получить на них возможность надежнее выдвинуть на первый план те именно подробности, которые исподволь должны вводить слушателя в область изготовления выразительных технических схем и конструктивных чертежей, где ни одна простановка размера, ни одна буква не должны затемнять сути дела на чертеже, не должны мешать друг другу, не должны создавать никаких недоразумений во время хода вычислений из-за неясности чертежа, переданного в черезчур мелком масштабе.

Как упомянуто было выше, подготовка аудитории к слушанию этого курса оставляла желать многого. Но мои слушатели сумели возместить эти недочеты тем исключительным вниманием и желанием работать, с которыми они отнеслись к делу изучения курса. С первого же месяца они с охотою начали работать самостоятельно на предложенных им необязательных упражнениях; и к концу семестра некоторые из них продвинулись в этом направлении так далеко и с такой сознательностью, что могли бы послужить образцом и примером для студентов Московского Высшего Технического Училища вообще, и в особенности для тех из них, которые в последнее время переводились в Москву из Варшавы, Риги и Томска. Благодаря этому, на упражнениях по сопротивлению материалов как-то сразу создалась интересная рабочая атмосфера в Техникуме Политехнического Общества, и общий интерес к работе с течением времени не только не ослабевал у слушателей, но все время возрастал. Стремление их к работе еще более окрепло, когда в начале мая 1919 г. удалось продемонстрировать пред ними всю серию основных лабораторных опытов над сопротивлением главнейших строительных материалов. Существенная помощь мне в этом случае была оказана инженер-технологом И. И. Сидориным, лаборантом Механической Лаборатории Москов. Высшего Тхн. Уч., которому от себя лично и от имени слушателей Техникума приношу здесь мою глубокую благодарность за это содействие.

Вышеупомянутая интенсивная работа на упражнениях и тот исключительный интерес, с которым отнеслись к ней мои слушатели в Техникуме, как бы прибавили сил и бодрости и мне самому и способствовали тому, что вся работа по составлению этого курса и подготовка его к печати были выполнены мною от начала и до конца в течение первого же семестра после открытия Техникума Политехнического О-ва в декабре 1918 года. К началу июня 1919 года вся работа была мною уже закончена, и я посвящаю ее тому первому составу моих слушателей в Техникуме, которые своим отношением к нашему общему делу вдохновили меня на ее выполнение.

Ради удобств облегчения издания весь курс разбит на две части.

В состав I-й части вошли отделы: растяжение тел, сжатие, сдвиг, кручение и сгибание. В этих отделах передана вся теоретическая основа, затем результаты лабораторных опытов и показано практическое приложение теории на целом ряде примеров, в виде разрешенных задач на темы, взятые непосредственно из жизни.

Во II-й части, также подготовленной уже к печати, рассматриваются и развиваются, главным образом, практические приложения того материала, который сообщен в 1-й части. Туда вошли отделы: деревянные балки, железные и стальные балки, чугунные балки, железо-бетонные балки, эксцентрическое растяжение, сгибание и кручение при совместном их действии. теория колонн и все практические данные, раскрывающие результаты опытов с колоннами деревянными, железными. стальными. чугунными и железо-бетонными. Каждый из этих отделов богато подкреплен примерами, взятыми из практики машиностроительной, инженерной и жилищно-строительной. Вторая часть заканчивается задачами на все отделы курса — с более сложными темами, с бо́льшим углублением в практическую обстановку разработки. Тут же попутно затронуты и такие темы, на которых раскрывается неверность многих расчетов на крепость, появившихся в технической литературе и получивших распространение в курсах, справочных книгах, технических календарях и проч., — вплоть до самых новейших изданий, появившихся во время войны и после нее.

1 июля 1919 года.

П. К. Худяков.

Введение.

Перед тем, как начать строить машину или завод, составляют для них *проект*, т. е. готовят все *исполнительные чертежи*.

При разработке проекта приходится подумать о *каждой части* проектируемого сооружения, подумать о многих вопросах, ее касающихся, которые могут быть разрешены и так и этак.

На первый план выступает *назначение* проектируемой части. Оно определяется *заданием*, т. е. выяснением той *роли*, которую эта часть должна выполнять в общей массе среди других частей машины или здания. Например, одна часть служит *опорой* для других, а сама может быть или *неподвижна*, или же быть *в движении*. В первом случае это может быть, напр., *фундамент* под машиною, фундамент под стенами здания; это могут быть и сами *стены* здания, его *пол*, его *потолок*, если к ним прикрепляются неподвижные части машин. Совершенно понятно также, что любая часть сооружения может служить *опорою* для других, окружающих ее, частей; а они в свою очередь могут быть или неподвижными, или же быть в движении; да и самый характер движения отдельных частей может быть весьма разнообразным, т. е. медленным или быстрым, затем — непрерывным всё в одном направлении, или же возвратным; движение может быть плавным, или же с толчками, ударами; то под нагрузкою будет в работе данная часть, то она может итти порожнём и т. д. Все эти особенности, создающие определенную *роль* для проектируемой части, должны быть учтены, и забывать о них при составлении проекта нельзя ни под каким видом.

Второй вопрос, о котором приходится подумать, это — *способ использования* проектируемой части. В деле она может встретить к себе три разных способа отношения: 1) исключительно бережливое и внимательное, 2) обыкновенное и 3) грубое. Заранее имеется в виду тот или другой из этих трех способов отношения, и это обстоятельство учитывается во всем дальнейшем, что будет касаться: а) перевозки или переноски части на место сборки, б) ее установки, в) ухода за ней, г) ремонта ее и т. п.

Далее пойдет вопрос о *выборе материала* из которого проектируемую часть надо построить. В числе строительных материалов с давних пор значатся: камни (естественные и искусственные), древесные породы, металлы, тканые и плетеные изделия, обработанные изделия животного происхождения (ремни и т. п.).

С течением времени область нашего знакомства со всеми свойствами и особенностями строительных материалов постепенно делается все полнее и обширнее, она выделяется в особый специальный отдел науки, который должен находиться в самом тесном контакте и с производством этих материалов, и с лабораторными испытаниями их, и со всесторонним практическим использованием их. Этой области науки присвоено название *материаловѐдения.*

Когда будет решен вопрос о выборе материала, из которого надо сделать проектируемую часть, тогда на очереди будет вопрос, *какие размеры* дать ей в поперечном сечении, какой у нее будет *вес*, и в какой *цене* выразится ее осуществление, доставка на место установки, самая установка и сборка.

Решение вопроса об определении размеров поперечного сечения и о весе проектируемой части ставится в зависимость от величины той нагрузки, которая будет на нее передаваться, и выделяется в особый отдел прикладной механики, который имеет дело с сопротивляемостью строительных материалов по отношению к воздействию на них разного рода нагрузок.

Этот отдел науки черпает данныя для постановки основных вопросов из лабораторной практики, а самые темы для их обследования и научного освещения он берет непосредственно из жизни, из заводской и строительной практики.

С давних пор человечество широко пользовалось разнообразными строительными материалами, но *расчетливо* и *экономно* пользоваться ими оно научилось совсем еще недавно, да и то не вполне еще.

Давно было известно, что можно разорвать и канат, и цепь, и толстый железный стержень, и широкую стальную полосу, и водопроводную трубу, и листы, из которых склепан паровой котел. Знали, что ветер может повалить и переломить дымовую трубу (и кирпичную, и железную), что под напором воды переламываются и разрушаются на вид прочнейшие, казалось бы, части плотин, что под напором массы людей не раз рушились балки цирковых и других зданий, что под тяжелыми и быстро движущимися поездами сильно прогибались и разрушались железные и стальные мосты. Все эти факты собирались, записывались, разбирались, изучались и давали богатейший материал для последующих строителей. Часть этого материала поучала нас, как *надо* строить, а другая — как *не надо*, каких промахов и ошибок следует избегать в строительной практике.

Работа по научной разработке и собиранию этого практического материала продолжается и ныне. Но не она является главным источником для пополнения наших научных знаний в области создания *прочных частей* машин и всякого рода сооружений, долговечно выносящих на себе предопределенную, заданную, *допускаемую нагрузку*. Научные данныя для решения этого весьма важного практического вопроса черпаются из научно обставленного лабораторного опыта. Постройка механических лабораторий для производства такого рода научных опытов началась в конце первой половины прошлого столетия; и с тех пор постепенно эти учреждения сделались необходимою принадлежностью в учебном строе каждой высшей технической школы, а в Германии оборудованы подобными лабораториями и многие средние школы типа промышленных училищ.

Опытному исследованию в таких лабораториях подвергаются ныне не игрушечные модели изделий, но самые изделия, т. е. отобранные из партии равноценные с остальными экземпляры. Производство таких опытов потребовало, между прочим, применения весьма сильных машин, сокрушающих пробные изделия. За этим дело не стало: появились машины с сокрушающею силою до 500 тонн, работающие с поразительной точностью в измерении сил и всего, что они производят. Использование машин и приборов для испытания строительных материалов принесло человечеству неоценимую пользу и вписало в историю науки длинный ряд славных имен опытных исследователей этого вопроса. Среди них красуются имена и русских работников, поставивших некоторые новые вопросы, выдвинутые практикою, и оригинально их разрешивших.

Лабораторным путем всесторонне исследованы воздействия на тела растягивающих нагрузок, сжимающих, сдвигающих, скручивающих и сгибающих. Весь этот материал послужил фундаментом для теоретической разработки вопроса, для проверки существовавших ранее умозрительных теорий и предположений и для установления правильного взгляда на природу вещества и сущность проявления в нем *сил упругости*, неукоснительно всегда отвечающих на воздействия внешних сил, с которыми они вступают в борьбу. Наибольший теоретический и практический интерес представляет та именно стадия этой борьбы, когда победителем являются именно силы упругости, охраняющие и форму и размеры тела, которые были ему приданы до испытания. Эта стадия опыта проходит перед нашими глазами как раз именно в тех условиях, при которых нагрузка может действовать на тело в обыденной обстановке, т. е. когда эту нагрузку для тела мы считаем *допускаемою*, а самое тело *прочно построенным*.

Лабораторный опыт убеждает нас в том, что понятие о прочности тела вполне совместимо с понятием об его *упругой податливости* напору нагрузки. Каждое нагруженное тело обязательно «пружинит», т. е. растянутое тело удлиняется по направлению действия силы, согнутое тело прогибается и т. д., как бы мала ни была величина самой нагрузки. Как только она подействовала, тело пружинит, уступает ей до тех пор, пока силы упругости его не уравновесят собою нагрузки. Этот процесс уравновешиванья происходит чрезвычайно быстро. А если удалим нагрузку, тело столь же быстро пружинит в обратную сторону, и все полученные им изменения формы исчезают: оно стремится воспринять свою первоначальную форму, при которой силы упругости его были в равновесии между собою.

Не менее интересным является в лабораторном опыте нагружение тела и вне тех условий, при которых ему приходится работать на практике. При этих исключительных условиях тело, все еще продолжая отчасти пружинить, может считаться уже надорванным в том смысле, что по удалении нагрузки оно уже никогда более не воспримет своей первоначальной формы, а останется навсегда или несколько более вытянутым, чем в начале опыта, или же несколько прогнутым и т. д.

Если же, не взирая на это, продолжать нагружение тела еще далее, можно довести его до полного *разрушения*, т. е. оборвать, переломить, перерезать и т. п.

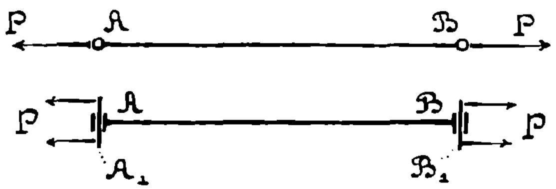
Одинаково важны все характеристики данного материала, которые он выказывает и *в первой стадии* опыта, т. е. в условиях прочного, упругого нагружения, и *во второй*, т. е. с переходом той резкой границы, миновав которую мы ясно видим надорванность тела, утрату им значительной части своей упругой податливости, и *в третьей*, когда частицы тела в определенном месте его окончательно утрачивают свое взаимное сцепление, и — тело разрушается.

Интересные для целей практики подробности лабораторных опытов и числовые характеристики разнообразных строительных материалов удобнее будет передать, рассматривая в дальнейших главах наиболее распространенные способы нагружения тела.

А теперь запомним только одно, что надежность каждому расчету на крепость дает только то, в основу чего положены такие результаты лабораторных опытов, которые доступны проверке в любой момент.

Сопротивление тел растяжению.

1. Разнообразные способы нагружения растягивающей нагрузкой. Растянутое тело называют или *тягой* или *стержнем*. Один из размеров его обычно бывает значительно более двух других; форма тела бывает или призматическая, или цилиндрическая, значительно реже — конническая или еще какая другая. С одного конца стержня на другой растягивающая нагрузка передается *вдоль оси стержня*. Это — наивыгоднейший способ передачи нагрузки, который и стремятся всегда осуществить. Лучше всего это достигается тогда, когда концы



1.

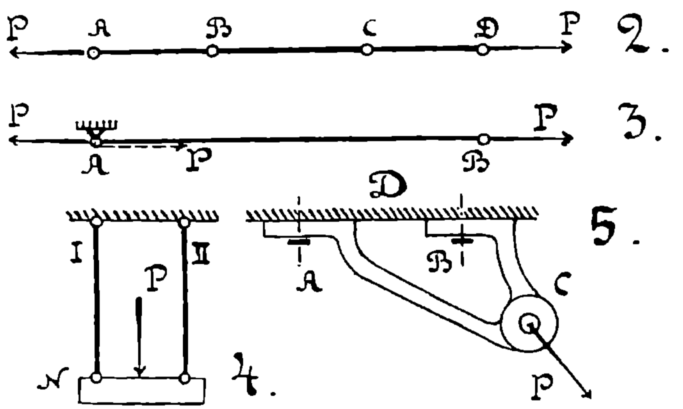
тяги свободны, и соединение их с окружающими телами происходит посредством поперечных *шарнирных болтов* или *шкворней*.

На *фиг. 1* дана схема выполнения тяги AB с двумя шарнирами на концах ее: A_1 и B_1 — шарнирные болты, с которых и передается нагрузка к тяге. При равновесии тяги нагрузка P может передаваться только вдоль оси тяги. Здесь тяга работает в одиночку.

На *фиг. 2* дана схема такой групповой работы тяг AB. BC, CD, когда они имеют общую геометрическую ось AD и являются, так сказать, равноценными звеньями тела AD, воспринимающего с концов растягивающую нагрузку P.

Если конец A, напр., шарнирно связан с опорою, а нагрузка P, действует только на конец B (*фиг. 3*) вдоль оси тяги, то расчетная схема тяги от этого не меняется, и левая сила P обязательно должна существовать, чтобы уравновесить правую силу P. Для этого, не нарушая равновесия, мы можем приложить при центре шарнира A (*фиг. 3*) две силы P, одинаковые по величине, противоположные по направлению и разным образом отмеченные на чертеже, — одну сплошной линией, а другую пунктиром. Левая сила P, при точке A приложенная, будет изображать *реакцию опоры* A, вызванную действием силы P при точке B; обе эти силы относятся к тяге AB и держат ее в равновесии. Правая же сила P при точке A, отмеченная пунктиром, будет представлять собою воздействие тяги на опору A; и относится эта сила именно к опоре, а не к тяге.

На *фиг. 4* показана групповая работа двух тяг, на которые растягивающая нагрузка передается с помощью общей поперечины N. Число тяг в такой групповой работе может быть и более двух.

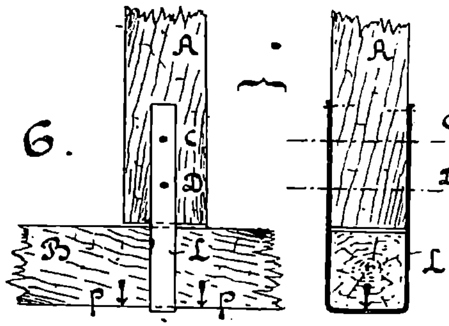


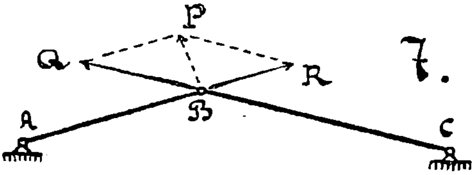
На *фиг. 5* показана схема групповой работы растянутых болтов A и B, прикрепляющих рессорную подвеску C к балке D. Здесь заведомо оба болта будут нагружены неодинаково.

На *фиг. 6* дана схема групповой работы болтов C и D, прикрепляющих деревянные балки A и B одну к другой посредством железной скобы L. Затяжкой болтов здесь надо вызвать силы трения на поверхности прикосновения между балкою A и вертикальными развилинами скобы L. Эти силы трения и должны воспрепятствовать взаимному перемещению балок под действием нагрузки P.

На *фиг. 7* показан пример групповой работы двух тяг AB и BC, шарнирно соединенных между собою в узле B и нагружаемых от шкворня B, который взял на себя нагрузку P, а она в узле B преобразовалась в нагрузки Q и R, которые возьмут на себя обе соединяемые здесь тяги. В общем случае величины Q и R могут быть и не равны между собою.

Еще более сложные условия групповой работы растянутых стержней мы имеем, напр., в проволочном канате, где отдельные проволоки заплетены в канат по довольно пологой винтовой линии, и ось каната перестает быть прямолинейной, когда канат должен будет обойти вокруг блока, его направляющего; в это время отдельные проволоки перестают быть одинаково натянутыми.

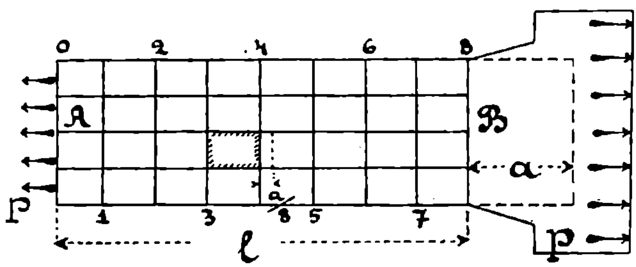




Этих примеров достаточно, чтобы понять и усвоить, насколько разнообразны могут быть те практические условия, при которых растянутому стержню приходится работать; а потому, когда надо будет говорить о расчете растянутого стержня на прочность, следует совершенно точно выяснить решительно все условия, которыми сопровождается нагружение: а затем надо указать еще и способ самого нагружения, т. е. будет ли он сделан с особой осторожностью, или же нет, или он может быть явно грубым, с ударом.

2. Что происходит со стержнем, когда его подвергают действию растягивающей нагрузки? Подробно ответить на этот вопрос можно только тогда, когда перед нами будут все результаты лабораторного опыта. Чтобы осуществить такой опыт, заготовим из полосового железа брусок AB (*фиг. 8*) длиною l, выполнив его на этой длине строго призматическим и снабдив его расширенными головками на обоих концах. На поверхности призматической части стержня нанесем графилкою несколько продольных линий и поперечных, чтобы пересечением их образовать большую группу отдельных прямоугольников, размеры которых должны быть тщательно занесены в журнал испытания. Затем брусок этот вставляют между зажимами разрывной машины и устанавливают его таким образом, чтобы растягивающее усилие, развиваемое машиною, передавалось аккуратно по оси бруска. Теперь мы приготовились к испытанию, и его можно будет начать.

Цель испытания — передача на брусок растягивающих его осевых усилий, величины которых по желанию можно менять в какой угодно последовательности. Ожидаемый результат — увеличение длины бруска или, иначе, получение *удлинения*. Надо приготовиться к тому, чтобы можно было изменять как удлинение бруска на всей его длине l, так и на любой из частей ее, отделенных одна от другой поперечными линиями 1, 2, 3 ... 7, 8, отстоящими одна от другой на равном расстоянии.



8.

Передадим на брусок растягивающее усилие p и выждем, когда его действие будет уравновешено силами упругости, развивающимися в бруске. Во время этого процесса уравновешения брусок тянется в длину, и к началу равновесия даст нам удлинение a на всей длине, а *каждая* из призм, отмеченных на боковой стороне его, даст удлинение в восемь раз меньше, если вся длина l была разделена поперечными линиями на 8 равных частей.

Видимый результат этого первого опыта выразится в следующем:

1) при центральном, осевом растяжении бруска не происходит искривления ни продольных линий, ни поперечных, нанесенных на боковую поверхность бруска;

2) каждая из отмеченных на боку бруска призм дает удлинение, одинаковое с соседней призмой, и все они вместе одинаково участвуют в образовании удлинения a, которое получил брусок под действием силы P;

3) *растягивающее усилие* между сечениями A и B призматической части бруска *передается* от одного сечения к другому *не меняя своей величины*, потому что любая из вычерченных на боковой стороне призм тянется одинаково со всеми другими;

4) удлинение a пропорционально длине l при заданной нагрузке P.

Удалим теперь нагрузку P, и брусок быстро восприжет свою первоначальную длину l, т. е. удлинение его исчезнет.

Мы можем повторить этот опыт, и результат получится тот же: сила P каждый раз будет вызывать одно и то же удлинение a.

Продолжим опыт далее. Передадим на брусок нагрузку $2P$, она вызовет в бруске удлинение $2a$; снимем одно P, удлинение снова будет равно a; а если снимем и это последнее P, удлинение бруска исчезнет.

С той же последовательностью будем продолжать опыт далее:

нагрузка	0	P	$2P$	$3P$	$2P$	P	0
удлинение ...	0	a	$2a$	$3a$	$2a$	a	0

Видимый результат этого второго опыта выразился в следующем:

5) как бы мала ни была нагрузка P, она непременно вызывает в бруске удлинение;

6) каждой нагрузке соответствует свое удлинение, и оно получается одно и то же, действует ли нагрузка на брусок в первый раз, или же после этого действовала на брусок другая нагрузка больше первой;

7) если делать опыты с одним и тем-же бруском, то оказывается, что *удлинение пропорционально нагрузке.*

Теперь заготовим из того же материала и такой же длины второй брусок с площадью поперечного сечения *в два раза меньше* предыдущей и заставим его давать удлинения, возрастающие в той же последовательности. Тогда получим следующую табличку:

нагрузка	$0{,}5 \cdot P$	P	$1{,}5 \cdot P$	P	$0{,}5 \cdot P$	0
удлинение ...	a	$2a$	$3a$	$2a$	a	0

Оказалось, что в новом бруске получились те же удлинения, что и раньше, *от вдвое меньших нагрузок.*

Чем же разнится этот последний опыт от предыдущего? — Только тем, что площадь сечения мы уменьшили вдвое. Тогда и нагрузку надо уменьшить вдвое, чтобы получать прежнее удлинение. Стало быть, в процессе удлинения играет роль величина не всей нагрузки, которая передается на брусок, а только *относительная нагрузка,* т. е. та часть всей нагрузки, которую можно было бы передать на брусок с площадью поперечного сечения в 1 кв. мм.

Относительную нагрузку называют иначе *напряжением материала.*

Будем обозначать его буквою H.

Опыт со вторым бруском, более тонким, убедил нас в том, что удлинение бруска пропорционально его напряжению.

Обратимся теперь к языку формул и в короткой форме передадим ими всё, что было сказано на словах в такой по необходимости растянутой форме.

3. Формулы, определяющие напряжение материала и удлинение бруска. Посмотрим теперь, *какой формулой* можно будет выразить напряжение материала H.

Назовем растягивающую брусок силу через P и будем выражать ее всегда в килограммах (сокращенно — *кг.*).

Площадь поперечного сечения назовем через F и будем выражать ее в квадратных миллиметрах (сокращенно — *кв. мм.*).

Теперь выразим ту мысль, что напряжение материала это — не вся растягивающая сила P, а только часть ее, — та именно часть, которая передавалась бы на брусок с площадью поперечного сечения в 1 кв. мм. Составим пропорцию, сказавши, что:

на 1 кв. мм. передается нагрузка . . . . . . H
на F » » » . . . . . . P

$$1 : H = F : P,$$

или

$$H = P : F \; \ldots\ldots \qquad \textbf{1.}$$

$$\frac{\text{Нагрузка}}{\text{Площадь поперечного сечения}} = \text{Напряжение}$$

$$\frac{\text{Килограммы}}{\text{Квадратные миллиметры}} = \text{Напряжение.}$$

Перепишем ф-лу *1* еще иначе:

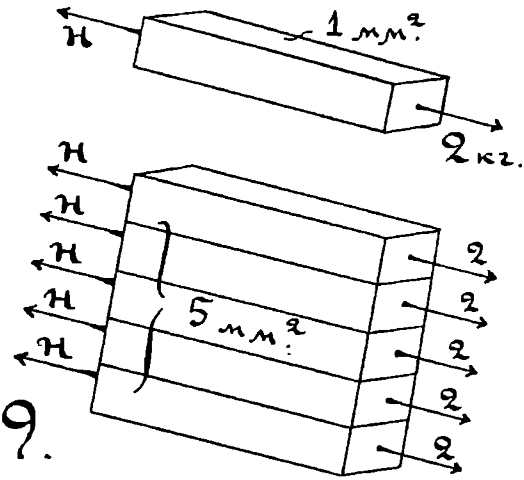
$$\frac{P}{H} = \frac{F}{1} \; \ldots\ldots \qquad \textbf{1a.}$$

$$\frac{\text{Нагрузка}}{\text{Напряжение}} = \frac{\text{Число всех } \textit{кв. мм.} \text{ в площади}}{\text{1 кв. мм.}}$$

Теперь делается понятным, почему у напряжения (см. формулу *1*) должно быть *не одно наименование*, а *два*: одно — от числителя (от нагрузки), оно будет выражено в *кг.*; а другое — от знаменателя (от площади), оно будет выражено в *кв. мм.*

Иначе говоря, *напряжение выражается в килограммах, разделенных на квадратные миллиметры.* Можно сказать еще и так, что *напряжение выражается числом килограммов,* *приходящихся из всей нагрузки на каждый 1 кв. мм. площади сечения бруска.* А скороговоркой говорят и так еще: напряжение выражается в *кг.* на *кв. мм.*

У бруска площадь сечения равна 1 кв. мм. (*фиг. 9*), и на него действует растягивающая сила в 2 кг. Вот случай, когда и нагрузка и напряжение выражаются одним и тем же числом, но имеющим, однако-же, разные наименования.



9.

Велика ли нагрузка? — $P = 2$ кг.
Велика ли площадь? — $F = 1$ кв. мм.
Велико ли напряжение? — $H = 2$ кг. на кв. мм.

Возьмем теперь 5 таких брусков, все — как один; будут ли эти пять брусков слиты вместе в один общий брусок, или они будут существовать порознь, это всё равно; по отношению к нагрузке, которую они берут на себя, тут не будет разницы. И один из них берет на себя нагрузку в 2 кг., и другой, и третий, и четвертый, и пятый. Ответим теперь на те-же вопросы, что и раньше, но только в обратном порядке.

Велико ли напряжение у каждого из пяти взятых брусков? — И у всех пяти брусков вместе, и у каждого из них напряжение одно и то-же, а именно: $H = 2$ кг. на кв. мм.

Во сколько раз увеличилась нагрузка на все бруски, когда мы перешли от одного бруска к пяти? — В пять раз.

Почему нагрузка увеличилась именно *в пять раз*? — Потому, что площадь увеличилась в 5 раз; каждая из пяти частей коллективного бруска несла на себе одну и ту-же нагрузку, равную той, которую мы назвали напряжением материала.

В одно и то-же время мы увеличиваем в 5 раз и площадь брусков, и всю нагрузку, которую они возьмут на себя, как растягивающую их силу.

В разговорной речи пропадает, следовательно та *единица* (1 кв. мм.), с которой мы начинали писать пропорцию, составляя р-во **1**.

На все 5 брусков, давших площадь сечения в 5 кв. мм., передается нагрузка в 10 кг.

Из скольких отдельных брусков составится весь наш брусок, если у всего бруска площадь = 5 кв. мм., а у отдельных брусков она = 1 кв. мм.? Из пяти брусков.

На сколько равных частей надо разделить всю нагрузку в 10 кг., чтобы получить напряжение материала, с которым работает брусок, имеющий площадь в 5 кв. мм.? — На пять частей, т. е. ровно на столько же, на сколько мы будем делить и площадь в 5 кв. мм., чтобы перейти к площади в 1 кв. мм.

Выразим теперь формулою все полученные ранее результаты опыта, т. е. взаимную пропорциональность, существующую между удлинением бруска и напряжением его, и длиною его:

$$a = k \cdot H \cdot l = k \cdot \frac{P}{F} \cdot l \cdots\cdots \qquad \mathbf{2.}$$

В этой формуле величина коэф. k, выражающего вышеотмеченную пропорциональность, зависит от рода испытуемого материала: для каждого материала будет своя величина k.

Для целей практики важно знать не столько само удлинение, возникающее при данном напряжении, сколько отношение его ко всей длине растянутого стержня, т. е.

$$a : l = b \cdots\cdots \qquad \mathbf{3.}$$

Это отношение удлинения к той длине, на протяжении которой оно образовалось, называют *относительным удлинением*, или, короче, *вытяжкой*. Очевидно, что b будет отвлеченным числом.

После этого формулу *2* можно будет переписать так:

$$a : l = b = k \cdot H, \quad \text{или же}$$

$$\frac{H}{b} = \frac{1}{k} = E \cdots\cdots, \qquad \mathbf{4.}$$

т. е. *напряжение и вытяжка, им вызываемая, взаимно пропорциональны при растяжении.* Необходимость этой пропорциональности настолько естественна, что еще задолго до постановки опытных исследований на растяжение она была предугадана в 1678 году английским физиком *Гуком.* Поэтому иногда формулу 4 называют также *формулой Гука*. В нее введен новый коэффициент E. Сделано это потому, что k — весьма малая дробь, трудно запоминаемая, и с применениями ее чаще возможны ошибки; а коэф. E можно выразить целым числом, среднюю величину его возможно округлить и сделать доступною для запоминания.

4. Коэффициент упругости при растяжении материала. Так называется величина коэф. E, которая входит в ф-лу Гука; стало быть *коэффициент упругости есть отношение напряжения к вытяжке.* Наименование у этого коэф. то же самое, что и у напряжения материала; следовательно, этот коэф. E представляет собою также какое-то напряжение материала, но какое именно?

Нечего и думать, чтобы возможно было сделать вытяжку тела $b = 1$, т. е. длину тела удвоить путем вытягивания его. В практических применениях деревянных растянутых брусков имеем $b = 0{,}001$, а то и меньше. В растянутых металлических частях зданий и машин величина b бывает еще меньше. Но если бы только *вообразить* себе такой фантастический, небыточный случай, что $b = 1$, т. е. $a = l$, тогда имели бы равенство между H и E. Иначе говоря, коэф. упругости это такое *воображаемое* нами напряжение материала, при существовании которого тело удлинилось бы вдвое. Это представление нам нужно только для того, чтобы понять, что коэф. упругости E также есть напряжение материала, и также он выражается в кг. на кв. мм.

Средние величины коэф. упругости, выраженные в круглых, легко запоминаемых, цифрах можно брать так:

железо сварочное	$E =$	20 000	кг.	на	кв.	мм.
литая сталь		22 000	»	»	»	»
чугун в отливках		10 000	»	»	»	»
дерево вдоль волокон .		1 000	»	»	»	»

При выработке металлов всегда возможно иметь изменение свойств их и наблюдать неодинаковость их даже в одной и той же партии доставленного на постройку материала. Напр., даже в одном и том же *толстом* железном бруске можно наблюдать неодинаковость удельного веса в различных частях его, т. е. ближе к наружной его поверхности и дальше от нее. В бруске с диам. в 100 мм. наблюдалась эта разница от 7,8 до 7,75. То же самое и с коэф. E. В одной и той же большой партии могут найтись и такие стержни, для которых $E = 20\,000$, а у других — 19 000 и даже 18 000. Поэтому по вышеприведенным данным для E можно определять удлинение только приближенно, а для точного выяснения величины E, относящейся к *данному* бруску, необходимо произвести опыт в каждом отдельном случае.

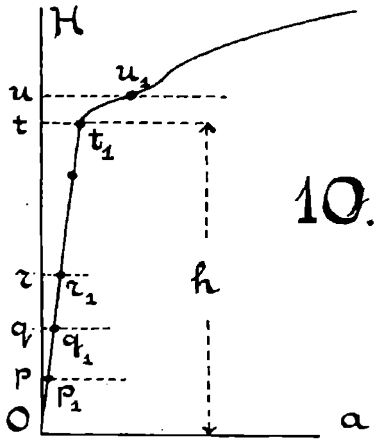
5. Графическое изображение формулы Гука. То самое, что говорит нам формула 2, можно передать теперь чертежем, или, как говорят, можно построить формулу 2 графически. Возьмем для этого координатную бумагу, выберем на ней начало O (*фиг. 10*) и две взаимно перпендикулярные оси Oa и OH. По вертикальной оси будем откладывать одно за другим те напряжения, с которыми заставляем мы работать растянутый брусок. Это будут длины Op, Oq, Or и т. д., отложенные в условно-выбранном масштабе, считая, напр., каждое напряжение в 1 кг. на кв. мм. условно за 10 мм., отложенных вдоль оси OH. Из намеченных точек p, q, r проведем горизонтали, и на каждой из них отложим соответственные удлинения; откладывать их будем в *своем* условном масштабе; напр., фактически измеренное удлинение в 1 : 10 мм. будем считать за 2 мм. на чертеже. Тогда при точке p отложится удлинение pp_1, при точке q оно будет qq_1 и т. д. Таким образом на координатной бумаге появятся точки $p_1\, q_1\, r_1 \ldots$; из них каждая будет характеризовать *свое* состояние растянутого бруска. Напр., точка r_1 скажет нам, что она соответствует тому самому моменту, когда брусок, имея напряжение Or, дал удлинение rr_1, которое тотчас же исчезло, как только с бруска была снята вся нагрузка. Если соединить все полученные здесь точки $p_1\, q_1\, r_1 \ldots$ одной непрерывной линией, то ее называют *линией удлинений*, или иначе, *диаграммой удлинений*, — еще иначе *линией Гука*.

При испытаниях железа и стали диаграмма удлинений ближе всего подходит к *прямой линии*, проходящей через начало координат O; а при испытаниях чугуна, меди, кожаного ремня эта диаграмма получается в виде пологой кривой, обращенной своей выпуклостью к линии OH, т. е. эта кривая состоит как бы из отдельных прямолинейных отрезков, для каждого из которых будет существовать своя величина коэф. E.

Главнейшими строительными материалами, из которых готовятся тяги, являются *железо* и *сталь*, поэтому и будем дальше говорить именно о них.

Зададим себе вопрос, *как далеко* будет продолжаться эта прямолинейная часть на диаграмме удлинений. Будет ли диаграмма удлинений прямою линиею до самого момента разрыва бруска? — Ни в каком случае; ни для одного из строительных материалов не будет этой пропорциональности дальше известного предела, имеющего почти постоянную величину для каждого материала в виде напряжения h.

Пусть в самом деле нарушение пропорциональности произошло при точке t_1. когда напряжение было $Ot = h$. Что это значит? — Это значит, что каждое напряжение Ou, чуть большее h, вызовет удлинение uu_1, и точка u_1 уже не будет лежать на прямой линии or_1; она будет расположена правее этой прямой.



До тех пор, пока характеристику материала давали точки p_1 q_1 r_1 t_1, лежащие на одной прямой линии, на *линии Гука*, все удлинения бруска были *упругими*, сполна исчезающими по удалении нагрузки. Но как только на диаграмме мы переходим на криволинейную ее часть $t_1 u_1$, так при напряжении Ou, чуть большем h, уже появляется такое удлинение uu_1, которое будет состоять из *двух* частей: одна из них будет по прежнему исчезать по удалении нагрузки, а другая не исчезнет, сколько бы мы этого ни ждали; эта другая часть будет, следовательно, *остающеюся* в бруске на всегда и говорящею об его первом признаке *надорванности*.

Наступит ли после этого сейчас же опасность полного *обрыва* бруска? Нет. После этого надрыва будут расти удлинения только много быстрее, чем напряжения, т. е. будет накапливаться в бруске *избыточная длина*, как сумма всё новых и новых остающихся удлинений, уже не исчезающих после удаления нагрузки.

6. Разрушающее напряжение. Накопление избыточной длины после надрыва растянутого бруска будет продолжаться еще довольно долго; и напряжение h может возрасти иногда уже *вдвое*, а разрыв бруска все еще не наступает. Чем мягче и податливее материал, тем больше у него накапливается вся избыточная длина l_1 до наступления разрыва. Величина

$$b_0 = 100 \cdot \frac{l_1 - l}{l} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad \mathbf{5.}$$

будет представлять собою вытяжку бруска, вычисленную в момент разрыва, если выразить ее в процентах от первоначальной длины бруска.

Величины вытяжки b_0 в момент обрыва бывают таковы:

железо более жесткое	$b_0 =$ 10—12%
» » мягкое	20—25%
литая сталь	15—27%
никелевая сталь	18—22%
красная медь прокатная	до 38%
проволока стальная	35—38%
мягкая марганцовистая бронза	30—45%
алюминиевая бронза с 5,5% Al . . .	до 64%

Мягкие, податливые материалы еще задолго перед обрывом начинают обнаруживать, *где* случайно находится в бруске самое слабое место. Возле него начинается образование «пережима», т. е. заметное сужение или уменьшение размеров поперечного сечения.

Если начальная площадь сечения бруска была F, а конечная (в момент обрыва) — F_1, то величина сокращения площади, выраженная в %, будет:

$$c_0 = \frac{F - F_1}{F} \cdot 100 \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot \qquad \textbf{6.}$$

Наиболее характерные величины c_0 таковы:

мягкое железо и сталь . .	$c_0 =$ до 40%
никелевая сталь	50—60%
красная медь прокатная	45—50%

Если разрывающее брусок усилие P_0 разделить на первоначальную площадь F, то получится напряжение материала H_0 в момент обрыва, или *разрушающее напряжение.* Зовут его также и *коэффициентом крепости,* и *временным сопротивлением материала.* Первое наименование определеннее всего передает то, что нужно.

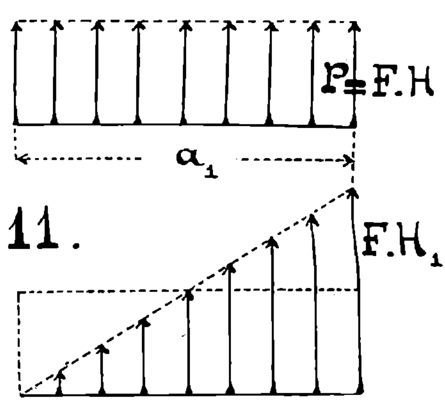
В нижеследующей таблице сопоставлены величины *разрушающего напряжения* H_0 в кг. на кв. мм. и величины напряжения h, до которого справедлива формула Гука, т. е. до которого еще не появляется в материале первого признака его надорванности:

сварочное железо	$H_0 =$ 33—40	$h =$ 13—17
листовое железо вдоль прокатки	33—36	13—17
» » поперек	28—35	11—13
железная проволока	50—65	24—30
чугун литейный плохой	8—10	—
» » средних качеств	15	—
» » лучших »	18—20	—

литое железо в полосах	$H_0 = 34$— 44	$h = 20$—24
» » в проволоке	40— 55	24—30
литая сталь прокатная	45—100	25—50
марганцовистая бронза с 15% Mn	36— 48	7— 8
алюминиевая бронза с 10% Al ..	64	18—27
никелевая сталь..............	60— 70	30—35
хромо-никелевая сталь	65—130	—

7. Как надо передавать нагрузку на тело, чтобы не надорвать его. Выше было уже говорено, что обращение с растянутым стержнем может быть и *бережное*, и *обыкновенное*, и *грубое*. Это может отразиться и на величине удлинения, которое стержень получит от данной нагрузки, а следовательно и на величине напряжения. Чтобы лучше понять, в чем тут может быть разница, разберем вопрос о том, *как* передается механическая работа от внешней нагрузки к растягиваемому бруску.

Чтобы сообщить телу удлинение, вдоль его оси мы передаем ему нагрузку P. В течение всего периода образования удлинения величина силы P постоянна, а величина сил упругости, стремящихся ее уравновесить, переменна; силы упругости начнут возрастать от нуля и будут расти вместе с ростом удлинения, подчиняясь формуле *Гука*. Если a_1 будет тот путь, на протяжении которого вся внешняя работа $P \cdot a_1$ будет затрачена или преобразована в работу сил упругости, тогда графически эта работа может быть изображена двояко (*фиг. 11*): для внешней нагрузки $P = F \cdot H$ это будет площадь прямоугольника, у которого основанием будет удлинение a_1, а высотою будет все время постоянная сила P; а для сил упругости та же самая работа выразится площадью прямоугольного треугольника, у которого основанием будет то же самое удлинение a_1, а высотою будет конечная величина силы упругости $F \cdot H_1$, развивши которую тело поглотит, наконец, всю внешнюю работу. Обе величины этих двух работ должны быть равны между собою, т. е.



11.

$$P \cdot a_1 = F \cdot H \cdot a_1 = 0{,}5 \cdot F \cdot H_1 \cdot a_1$$

или

$$H_1 = 2 \cdot H \cdot \cdots \cdot \qquad 7.$$

Если a будет удлинение стержня, соответствующее по линии *Гука* напряжению H, то ясно, что

$$a_1 = 2a \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad 8.$$

Две последние формулы говорят нам, что в случае прикладывания к стержню всей растягивающей силы *сразу* эта сила *временно* вызовет в стержне и вдвое большее напряжение и вдвое большее удлинение чем те, которые соответствуют равновесию между нагрузкою и силами упругости. Но и этого временного воздействия повышенного напряжения может быть иногда совершенно достаточно, чтобы надорвать тело.

Пусть, напр., тяга должна была бы работать с напряжением, равным $0{,}6 \cdot h$, где h — последнее из напряжений на линии *Гука*; а ту силу, которая при спокойном воздействии вызовет это напряжение, мы вздумали бы передать на тягу *сразу*. Тогда в момент передачи поднимется напряжение до $1{,}2 \cdot h$, и оно вызовет в тяге не только упругое удлинение, но и *остающееся*, т. е. длина тяги будет при этом навсегда изменена, увеличена, что иногда бывает и не желательно, а в другом случае и вовсе недопустимо. А чтобы этого не случилось, не надо было назначать в тяге столь высокого напряжения, как $0{,}6 \cdot h$.

Так обстоит дело, когда мы нагружаем тягу, относясь к этой операции нагружения обыкновенным способом, т. е. без особой осторожности. Но мы можем поставить тягу в еще худшие условия, если будем нагружать ее порывисто, с ударом. Тогда к прежней работе $P \cdot a_1$ прибавится еще работа удара, напр., $P \cdot a_0$, т. е. до начала воздействия на тягу груз P сам падал и успел переместиться на высоту a_0. Само собою понятно, что поглощение новой работы $P \cdot (a_1 + a_0)$ не может произойти на прежней длине a_1; для этого понадобится новая величина удлинения a_2, много большая a_1, на протяжении которой сравняются обе работы, т. е. работа сил упругости сделается равной всей новой внешней работе. Новой же величине удлинения a_2 будет соответствовать и новое напряжение H_2. Во сколько же раз оно может быть более прежнего H_1? — Во сколько угодно. Это будет зависеть от степени грубости обхождения с тягой, т. е. от величины высоты a_0, определяющей собою работу удара.

Таким образом мы выяснили значение способа обхождения с тягою при ее нагружении. Передача на нее растягивающего усилия срыву, смаху может иметь весьма нежелательные для нее последствия, — надорванность. Всё это надо иметь в виду при использовании всякого рода под'емных устройств, — лебедок, кранов, под'емных катающихся по рельсам тележек и т. п., особенно же при использовании под'емников для людей (лифты в высоких домах, в глубоких шахтах, вагоны в канатных горных под'емных устройствах и проч.).

8. Чем можно отчасти парализовать вредные последствия грубого обращения с растянутым телом. Чтобы выяснить этот весьма важный для целей практики вопрос, надо обратить внимание на работу сил упругости $P \cdot a_1$, с которой мы имели дело при выводе формулы *7*. Присоединим к этой формуле еще и формулы *2*, *4*, *8* и *1*:

$$P \cdot a_1 = P \cdot 2a = 2P \cdot \frac{P \cdot l}{E \cdot F} = \frac{2l}{E \cdot F} \cdot (H \cdot F)^2,$$

или

$$P \cdot a_1 = 2 \cdot \frac{H^2}{E} \cdot (F \cdot l) \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad \mathbf{9.}$$

Эта формула показывает нам, *какие* из условий заметно облегчают поглощение внешней работы, а именно:

1) Для этого полезно иметь большую величину об'ема $F \cdot l$, т. е. между рабочим телом и местом нагружения его полезно ввести *промежуточное тело* с большим об'емом. Оно и возьмет на себя значительную часть внешней работы в первый момент нагружения; а затем уже от этого промежуточного тела в более спокойной, упругой форме будет передано растягивающее усилие далее, к рабочему телу. Это промежуточное тело должно будет сыграть как бы роль сильной пружины, не так много, однако, сдающей.

2) Промежуточное тело полезнее всего будет выполнить из такого материала, у которого величина $H^2 : E$ имеет наибольшую величину. Подсчитывая эту величину для стали, железа и ремня при допустимых на практике напряжениях, получим следующее:

для стали .... $\dfrac{H^2}{E} = \dfrac{12 \cdot 12}{22\,000} = \dfrac{1}{153}$

для ремня .... » $= \dfrac{0{,}28 \cdot 0{,}28}{22{,}5} = \dfrac{1}{287}$

для железа .... » $= \dfrac{7 \cdot 7}{20\,000} = \dfrac{1}{408}$

Эти цифры говорят нам, что лучше всего делать вышеупомянутое промежуточное тело из стали, а затем — *из кожаного ремня.* Вот почему в некоторых механических устройствах, где неизбежно приходится производить нагружение в грубой форме, т. е. с ударом в начале нагружения, промежуточное тело выполняют иногда из ремня (приводные молота и т. п.).

Попутно мы получаем указания и на то, что в современных под'емных кранах (паровых, электрических и приводных), работающих часто с весьма большой скоростью под'ема груза, полезно иметь на нижнем рабочем конце цепи, никогда не навивающемся на барабан, другую цепь, которая будет прилегать непосредственно к крюку и будет иметь более значительную толщину звеньев. Это будет способствовать сохранению цепи в рабочей ее части, навивающейся на барабан, и сделает ненужным употребление того груза-противовеса, который располагается обыкновенно возле крюка, чтобы помогать ему оттягивать ненагруженную цепь.

9. Чем надо руководствоваться при выборе рабочего напряжения материала. Подходя к решению этого вопроса надо спросить себя, допустим ли надрыв растянутого стержня, хотя бы в слабой форме, т. е. допустимо ли нагружение его при каких бы то ни было условиях с напряжением h, наибольшим из всех на линии *Гука* (фиг. 10), а случайно — и более h.

Если растянутый стержень участвует в работе, как одно из ответственных звеньев точного механизма, если изменение длины данного стержня неблагоприятно отразится на распределении расчетных усилий в той системе, которую считают как бы *неизменяемою*, в таком случае ни при каких случайностях (толчках, сотрясениях, появлении сил, не предусмотренных в расчете и т. д.) напряжение в стержне не должно превосходить h. Это одно отношение к делу.

В других практических случаях получение тягою слабого надрыва ее, т. е. получение его небольших остающихся удлинений, не имеет большого значения и считается допустимым. А то допускается иногда даже и довольно значительное *предварительное вытягивание* изделий, работающих на растяжение, напр., канатов, цепей, ремней приводных и т. п. *Умышленно надрывая* изделие, доходят при этом до напряжения h_1, значительно большего h и получают остающиеся удлинения, по своей величине во много раз превосходящие удлинения упругие; и тогда оказывается, что после этой операции линия *Гука* идет уже до напряжения h_1, а не до h, как было ранее, т. е. одни только упругие удлинения начинают получаться не только до напряжения h, но и далее — до напряжения h_1, которое при испытании проволок доходило, напр., до величины $0{,}8 \cdot H_0$.

Если H будет *допускаемое* напряжение материала, или иначе *рабочее, возможное, прочное, расчетное,* а через H_0 обозначим разрушающее напряжение и введем обозначение:

$$H_0 : H = ф \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad \textbf{10.}$$

Число $ф$, показывающее отношение разрушающего напряжения к допускаемому, дает, как говорят, *степень надежности постройки.*

Целесообразный выбор числа $ф$ делается на основании многочисленных указаний, выведенных частью из непосредственных практических приложений, частью из лабораторных опытов.

Различают 3 возможных способа передачи нагрузки на растягиваемое тело:

а) *Нагрузка не меняет своей величины* и передают ее на тело спокойно, осторожно, не сразу всю величину, а по частям. Это сравнительно редкий и самый безопасный способ нагружения, при котором допускается брать $ф = 3$—4. Пусть, например, имеем железный брусок, для которого оказалось $H_0 = 36$ и $h = 15$ кг. на кв. мм. Тогда в этом случае будем иметь:

$$\text{допускаемое напряжение} \ldots H = \text{от } \frac{36}{3} \text{ до } \frac{36}{4} = 12\text{—}9.$$

И та и другая цифра несколько менее h, следовательно, передачу нагрузки обязательно делать весьма осторожно и по частям.

б) *Нагрузка изменяет свою величину*, например, в такой последовательности:

$$0\,;\ \frac{P}{3}\,;\ 0\,;\ \frac{2}{5}P;\ 0\,;\ \frac{P}{4}\,;\ 0\,;\ \frac{2}{3}P;\ 0;\ P;\ \frac{3}{4}P;\ 0\,;\ \frac{P}{4}\,;\ 0\,.$$

Другими словами, тяга рассчитана была на действие нагрузки P, но выносить ее на себе приходится тяге только изредка, а в остальное время нагрузка менее P. Способ приложения нагрузки предполагается обыкновенный, без особой осторожности, сразу, но без удара. При таком способе нагружения допускается брать $ф = 5$—6. Пусть имеем тот же брусок железный, у которого $H_0 = 36$ и $h = 15$, тогда здесь

$$\text{допускаемое напряжение} \ldots H = \text{от } \frac{36}{6} \text{ до } \frac{36}{5} = 6\text{—}7{,}2$$

Если допустим $H = 7$, и нагрузку P приложим сразу, напряжение может возрасти до 14 кг., т. е. быть весьма близким к $h = 15$; и если не желательно получение надрыва, осторожнее будет работать с $H = 6$.

В растянутых чугунных частях машин, случайно работающих на растяжение, имея в виду также и хрупкость этого материала, назначают в этом случае $\mathfrak{H} = 6—8$. А в деревянных частях считаются с усыханием материала, короблением его, растрескиванием и т. п. и назначают $\mathfrak{H} = 8—10$.

в) *Нагрузка резко изменяет свою величину и передается с ударом.* Изменения величины нагрузки таковы:

$$0\,,\ P\,,\ 0\,,\ P\,,\ 0\,,\ P\,,\ 0\ \text{ и т. д., или}$$

$$0\,,\ +P\,,\ 0\,,\ -P\,,\ 0\,,\ +P\,,\ 0\,,\ -P\,,\ 0\ \text{ и т. д.}$$

Во втором примере предполагается, что нагрузка действует то растягивающим образом $(+P)$, то сжимающим $(-P)$, как это имеем в частях шатунного механизма (шатуны, штанги, стержни парового поршня, стержни насосного поршня и т. д.). В этом случае назначают $\mathfrak{H} = 10—15$ и более.

На бо́льших цифрах $\mathfrak{H}$ останавливаются тогда:

а) когда величина нагрузки P может быть выяснена в расчете только приближенно, и в действительности ожидается увеличение ее;

б) когда поломка рассчитываемой тяги может повлечь за собою несчастия с людьми (тяжкие ушибы, ожоги и смерть);

в) когда удлинение тяги по смыслу ее роли допускается исключительно малым и упругим во всяком случае (при резких изменениях температуры и т. п.);

г) когда замена части новою или невозможна вовсе, или же представляет большие трудности.

10. Опасное поперечное сечение растянутого тела. При практическом выполнении растянутого стержня форма его может более или менее уклоняться от призматической или цилиндрической, т. е., имея прямолинейную ось, стержень в различных местах своей длины может быть снабжен или утолщенными местами, или же, наоборот, ослабленными. Всякие такие уклонения от идеальной призматической формы не желательны, потому что они неизбежно будут вести к напрасному увеличению веса стержня и его стоимости; но из-за различного рода практических соображений эти уклонения допускают.

Опасным сечением, «*живым*», или *расчетным* будет наименьшее по площади поперечное сечение. К нему и относится расчет; а если остальные сечения будут обладать большей площадью, на крепости тела это может только иногда отразиться в смысле изменения работы сил упругости, как говорилось об этом при выводе формулы *9*.

Расчетным сечением может иногда быть и *не наименьшее* по площади, но такое, которое присоединено к остальной части тела путем *сварки*, или которое ослаблено *пробиванием* отверстия в холодном состоянии. В этих случаях почти всегда бывает на лицо ослабление материала и, следовательно, необходимо будет для него уменьшение рабочего напряжения.

11. Расчетные формулы для растянутого тела. Они сводятся к использованию уравнения *1*. Из него может быть определена любая из трех величин, если две другие даны или известны. *Безопасная нагрузка, допускаемая, возможная* или *прочная* будет высчитываться по формуле:

$$P = \text{или менее } H \cdot F \cdots\cdots \qquad \mathbf{11.}$$

В нее будет вноситься заданная площадь и безопасное напряжение. Последнее высчитывается по разрушающему напряжению H_0 и степени надежности $\mathfrak{f}$, как об'яснено было выше, сообразуясь с условиями работы стержня.

Безопасная площадь поперечного сечения, определяющая собою «прочные» размеры тела при данных условиях его работы, вычисляться будет по формуле:

$$F = \text{или более } P : H \cdots\cdots \qquad \mathbf{12.}$$

Рабочее же напряжение в растянутом теле надо вычислять по формуле *1*; затем надо подсчитать по нему степень надежности $\mathfrak{f}$ и сообразить достаточна ли она будет при данных условиях работы.

Подсчитавши размеры тела на растяжение, определяют затем и собственный вес тела в *кг*. Тут надо различать вес *исполнительный* и вес *теоретический*. Величину последнего B будем определять по площади F расчетного сечения (в кв. мм.), по строительной длине l (в мм.), измеряемой от центра одного шарнирного болта до центра другого, и по плотности *ю*, выражающей собою *вес 1 куб. мм. материала в кг.*:

$$B = \frac{P \cdot l \cdot ю}{H} \cdots\cdots \qquad \mathbf{13.}$$

Если *б* будет *удельный вес* материала, то величина плотности *ю* подсчитывается на основании следующих соображений:

1 куб. дециметр воды весит 1 кг.

1 куб. см. воды будет весить 1 : 1 000 кг.

1 куб. мм. воды будет весом 1 : 1 000 000 кг.

Следовательно, плотность *ю* надо вычислять так:

$$ю = \frac{б}{1\,000\,000} \cdots\cdots \qquad \mathbf{14.}$$

Пример 1. Железная затяжка длиною $l = 6$ мт. имеет квадратное сечение 40×40 мм. Как велика будет для нее безопасная нагрузка, если для полосы можно принять $\mathfrak{H}$ = от 5 до 6, а разрушающее напряжение можно считать $H_0 = 36$?

Площадь живого сечения будет

$$F = 40 \cdot 40 = 1\,600 \text{ кв. мм.}$$

Если $\mathfrak{H} = 6 \cdots H = 36 : 6 = 6$ кг. на кв. мм.

$$P = 1\,600 \cdot 6 = 9\,600 \text{ кг.}$$

Если $\mathfrak{H} = 5 \cdots H = 36 : 5 = 7{,}2$ кг. на кв. мм.

$$P = 1\,600 \cdot 7{,}2 = 11\,520 \text{ кг.}$$

Длина затяжки $l = 6$ мт. $= 6\,000$ мм.

Принимая $\delta = 7{,}55$, найдем вес затяжки:

$$B = \frac{1\,600 \cdot 6\,000 \cdot 7{,}55}{1\,000\,000} = 72{,}5 \text{ кг.}$$

Удлинение для этой затяжки вычислим по формуле *2*, принявши $E = 20\,000$ кг. на кв. мм.

$$\text{При } H = 6 \cdots\cdot a = \frac{6 \cdot 6\,000}{20\,000} = 1{,}8 \text{ мм.}$$

$$\text{При } H = 7{,}2 \cdots a = \frac{7{,}2 \cdot 6\,000}{20\,000} = 2{,}2 \text{ мм.}$$

Пример 2. Рассчитывается та же самая полоса железная 40×40 мм., что и в примере первом, со степенью надежности $\mathfrak{H} = 6$, но только здесь полоса подвешена вертикально. На сколько % повысится напряжение материала, если взять во внимание также и собственный вес полосы?

Повышение напряжения в % выразится формулою

$$\frac{100 \cdot B}{P} = \frac{100 \cdot 72{,}5}{9\,600} = 0{,}75\%,$$

т. е. при расчете коротких тел, подвешенных вертикально, собственный вес их можно не брать во внимание, — особенно, если степень надежности взята наибольшей для данного способа действия сил.

Пример 3. При скреплении деревянных штанг с железными полосами употреблены железные полуторадюймовые болты. «Затяжку» болта, т. е. усилие, действующее вдоль оси болта, предполагают довести до величины $P = 5\,000$ кг. Найти степень надежности, с которою будут работать болты, если известно, что для болтового железа можно иметь разрывающее напряжение $H_0 = 40$ кг. на кв. мм.

Внутренний диаметр винтовой резьбы полуторадюймового болта равен 32,7 мм. Поэтому живое сечение болта будет иметь площадь

$$F = \frac{\pi}{4} \cdot 32{,}7^2 = 839 \text{ кв. мм.}$$

Рабочее напряжение в болте будет

$$H = P : F = 5\,000 : 839 = \text{почти } 6 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Искомая степень надежности

$$\text{ф} = H_0 : H = 40 : 6 = \text{около } 6{,}7.$$

Пример 4. Стальная штанга артезианского насоса имеет диаметр в три четверти дюйма. Нижним своим концом она скреплена с поршневым стержнем, отлитым из фосфористой бронзы и снабженным на верхнем конце дюймовою резьбою. Оба эти конца соединены гайкою специального устройства*).

Разрушающее напряжение для стальной штанги можно взять $H_{01} = 50$ кг. на кв. мм., а для фосфористой бронзы $H_{02} = 39$. Считая, что степень надежности в этом устройстве не должна быть меньше *шести*, надо найти слабое место этого скрепления и безопасную для него растягивающую нагрузку.

При диаметре штанги в три четверти дюйма площадь живого сечения в резьбе будет

$$F_1 = \frac{\pi}{4} \cdot 15{,}8^2 = 196 \text{ кв. мм.}$$

Рабочее напряжение в стальной штанге можно будет взять по формуле:

$$H_1 = H_{01} : \text{ф} = \frac{50}{6} = 8{,}3 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Растягивающую нагрузку для штанги можно иметь равною

$$P_1 = H_1 \cdot F_1 = 8{,}3 \cdot 196 = 1\,627 \text{ кг.}$$

Поршневой стержень при дюймовой нарезке у него будет иметь площадь живого сечения

$$F_2 = \frac{\pi}{4} \cdot 21{,}3^2 = 356 \text{ кв. мм.}$$

Рабочее напряжение в этом стержне можно подсчитать по формуле

$$H_2 = H_{02} : \text{ф} = \frac{39}{6} = 6{,}5 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Растягивающую нагрузку для поршневого стержня можно иметь равною

$$P_2 = H_2 \cdot F_2 = 6{,}5 \cdot 356 = 2\,314 \text{ кг.}$$

Меньшею по величине оказалась первая из этих двух подсчитанных нагрузок. Следовательно, слабым местом этого скрепления будет живое сечение в резьбе у стальной штанги.

---

*) См. Худяков. Поршневые насосы, стр. 293, черт. 194.

Примем величину безопасной растягивающей нагрузки здесь равною $P = 1\,600$ кг. и подсчитаем рабочую степень надежности для стержня поршня.

Его рабочее напряжение теперь будет

$$H = P : F_2 = 1\,600 : 356 = 4{,}5 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Рабочая степень надежности у поршневого стержня из фосфористой бронзы вычислится по формуле:

$$\mathcal{J}_1 = \frac{H_{n2}}{H} = \frac{39}{4{,}5} = 8{,}6\,.$$

Для литого материала, каким является фосфористая бронза, это повышение степени надежности с 6 до 8,6 является весьма желательным.

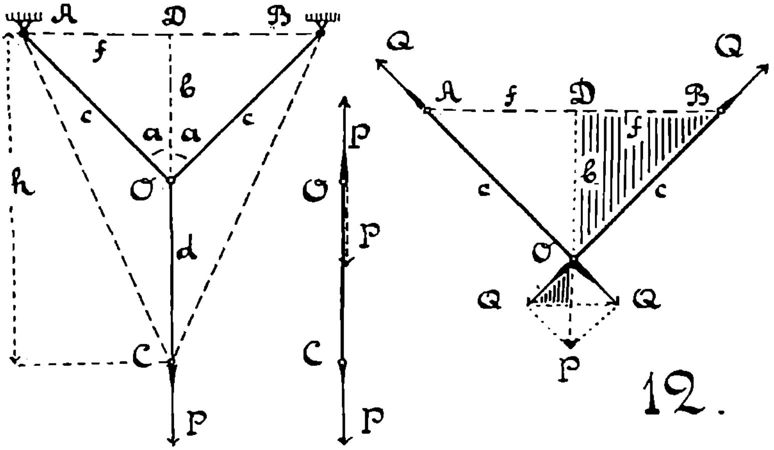
12. Чем можно достигать уменьшения веса сооружения, состоящего из растянутых частей. Стремление к возможному уменьшению веса сооружения вполне естественно и понятно; попутно с этим будет уменьшаться и его стоимость. Рассматривая формулу *13*, видим, что для достижения уменьшения в весе любой растянутой части есть соблазн провести расчет тяги с повышенным напряжением H в ней; но это возможно сделать, только переходя, напр., от плохого сорта железа к лучшему, или же заменяя железную тягу стальной. А если этих возможностей не предвидится, т. е. надо работать всё с одним и тем же сортом материала, тогда повышать напряжение H выше тех норм, о которых говорилось выше, не желательно, иначе будет уменьшаться надежность постройки тяги. Тем не менее бывают такие комбинации практических условий, когда мы можем изменять положение тяги в пространстве, т. е. изменять ее длину и подставлять ее под действие разных сил. И вот формула *13* говорит нам, что, не меняя ни H, ни w, мы можем выстроить тягу и с одним весом и с другим; и между всеми этими комбинациями будет и такая, у которой вес будет *наименьший из всех* возможных. Чтобы достигнуть этого решения вопроса, для этого, как видно из формулы *13*, надо сделать наименьшею величиною выражение

$$R = P \cdot l \cdot \cdots\cdots \qquad \textbf{15.}$$

Эту *величину произведения длины тяги на величину нагрузки ее назовем инженерскою характеристикою веса тяги.* Уменьшая эту характеристику, мы будем уменьшать и вес тяги; а способы для ее уменьшения мог придумать и может придумывать дальше только инженер, т. е. лицо, способное и подготовленное к творческой работе, рабски не повторяющее готовых форм, придуманных ранее, но отыскивающее всё новые и новые практические комбинации.

Раскрытие этого инженерского *принципа* выполнения тяг с наименьшим весом и заслуга научного освещения его и широкого приложения его на практике принадлежит русскому инженеру В. Г. Шухову. Результаты его изысканий и многие дополнения к ним, сделанные мною, в свое время были напечатаны в моем курсе *сопротивления материалов* (три первых издания для высших школ с двумя изданиями задачника). Изыскания эти обычно делаются при помощи высшего анализа; но многое из того, что было добыто этим путем, возможно сделать доступным обследованию и пониманию каждого, кто владеет только алгеброй, геометрией и тригонометрией, как увидим далее на целом ряде примеров.

Пример 5. С потолка симметрично свисают две тяги AO и BO (*фиг. 12*); в узле O к ним присоединена третья



12.

тяга CO, к нижнему концу которой привешен груз P. Во всех четырех узловых точках A, B, O, C расположены шарнирные болты. Расстановка между центрами шарниров A и B дана расстоянием $f = \overline{AD} = \overline{BD}$. Расстояние между центром нижнего шарнира C и потолком также дано. Как высоко надо разместить центр шарнира O, чтобы вес материала, истраченного на выполнение всех трех тяг был наименьшим?

Введем обозначения:

$$\overline{OD} = b; \quad \overline{OC} = d; \quad \overline{CD} = h = b + d; \quad \overline{AO} = \overline{BO} = c.$$

Каждая из тяг должна работать с одним и тем же напряжением H, но должна быть рассчитана по *своей* нагрузке. Вследствие симметрии в расположении тяг AO и BO, нагрузки для них будут одинаковы, и длина их тоже одинакова.

Тяга CO будет растянута силою P. Вынесем эту тягу на чертеже отдельно и к центру болта O приложим две силы P

вдоль оси CO; на чертеже одна из них нанесена сплошною линиею, а другая пунктиром. Сила P, действующая в узле O снизу вверх, будет участвовать в растягивании стержня CO; а другая, пунктированная, будет воздействовать в узле O на обе наклонные тяги; по правилу параллелограмма разложим ее на две силы QQ; они будут сторонами ромба, у которого вертикальная диагональ равна P. Из подобия треугольников, покрытых на фиг. 12 справа штрихами находим:

$$Q : \frac{P}{2} = c : b\,; \qquad Q = \frac{P \cdot c}{2b}\,.$$

Теперь составляем характеристику R веса всех трех тяг вместе (см. формулу *15*):

$$R = P \cdot d + 2Q \cdot c = P \cdot d + 2c \cdot \frac{P \cdot c}{2b} = P \cdot \left(d + \frac{b^2 + f^2}{b}\right)$$

$$R = P \cdot \left(d + b + \frac{f^2}{b}\right) = P \cdot \left(h + \frac{f^2}{b}\right) \cdots\cdots \qquad \mathbf{16.}$$

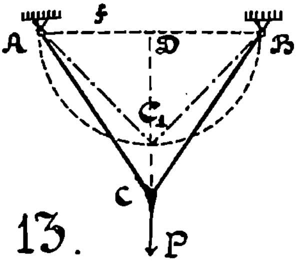
В формуле *16* осталась одна только переменная величина, а именно b, влияние которой на величину характеристики R совершенно ясно: с увеличением b величина характеристики R будет уменьшаться. Но в пределах задания наибольшее значение b может быть равно только высоте сооружения h. Следовательно, наименьший вес этой системы тяг получится тогда, когда сделаем $d = 0$, т. е когда три тяги заменим двумя протянутыми непосредственно между узлами C и A, C и B. Формула *16* для этого частного случая примет вид:

$$R = P \cdot \left(h + \frac{f^2}{h}\right) \cdots\cdots \qquad \mathbf{17.}$$

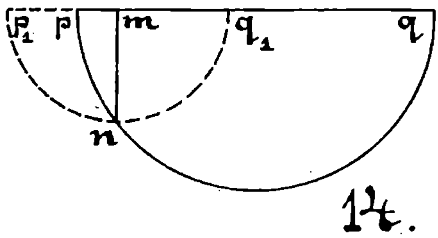
Пример 6. Возьмем конечный результат предыдущего примера, т. е. из узла C (*фиг. 13*) передадим нагрузку P двумя только тягами AC и BC к шарнирным болтам A и B, отстоящим один от другого на расстоянии $2f$. Теперь надо обдумать, каким образом, изменяя размеры f и h, добиться того, чтобы вес обеих тяг был наименьший возможный.

Будем сначала изменять расстояние f при данной высоте h, тогда формула *17* говорит нам, что наименьшее значение R получится при $f = 0$, т. е. когда обе тяги будут иметь кратчайшую длину между точкою C и поверхностью потолка.

Теперь предположим, наоборот, что дано расстояние f, и нужно для него подыскать наивыгоднейшую величину h, обращающую R в наименьшую величину. Геометрическое решение этого вопроса изображено на *фиг. 14*: проведем окружность pnq таким образом, чтобы отрезок mq диаметра был равен некоторому значению h, а отрезок mn полухорды, перпендикулярной к этому диаметру, был равен заданной длине f; тогда другой отрезок pm диаметра всегда будет равен $f^2 : h$, т. е. оба слагаемые, заключенные в скобку в формуле *17*, суть отрезки диаметра некоторой окружности pnq; между всеми окружностями надо выбрать такую, у которой диаметр будет наименьший;



13.



14.

ясно, что это будет окружность p_1nq_1, у которой полухорда mn будет вертикальным радиусом, а это дает нам равенство

$$h = \frac{f^2}{h}, \quad \text{или} \quad h = f \cdots, \qquad \mathbf{18.}$$

т. е. при заданном расстоянии $2f$ между точками подвеса A и B надо сделать так, чтобы все три узла A, C_1 и B (*фиг. 13*) лежали на одной окружности.

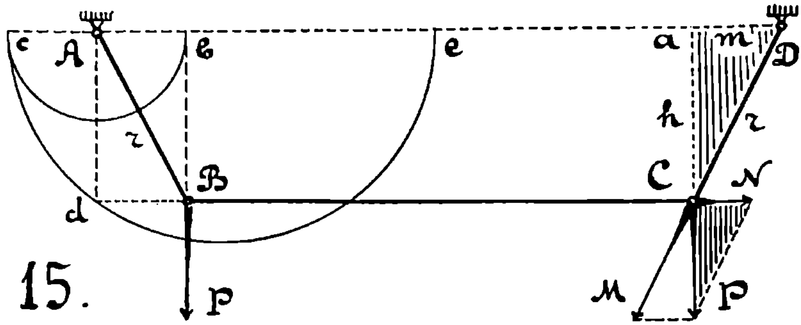
Если же при исполнении тяг не будут придерживаться равенства *18*, неизбежно будет происходить увеличение веса тяг. В какой мере будет происходить это увеличение веса против наименьшего возможного, можно видеть по следующим данным, относящимся к формуле *17*:

Если	$h : f = 0{,}7 \cdots$	$h + \frac{f^2}{h} =$	2,128;	увеличение веса на	6,4 %
»	» 0,8 ···	»	2,050;	» » »	2,5 %
»	» 0,9 ···	»	2,011;	» » »	0,55%
»	» 1,0 ···	»	2,0 ;	» » »	0,0 %
»	» 1,1 ···	»	2,009;	» » »	0,45%
»	» 1,2 ···	»	2,033;	» » »	1,6 %
»	» 1,3 ···	»	2,069;	» » »	3,5 %

Пример 7. С потолка симметрично свисают две наклонных тяги AB и DC (*фиг. 15*). Между ними протянута горизонтальная затяжка BC. Соединения в узлах A, B, C и D сделаны шарнирными. К шкворням B и C привешены одинаковые грузы P, P. Даны: расстояние $l = \overline{AD}$ между опорными шкворнями и затем расстояния $m = \overline{Ab} = \overline{Da}$ от цен-

тров шкворней A и D до направлений действия грузов P, P. Найти надо наивыгоднейшее расстояние $h = \overline{Bb} = \overline{Ca}$ оси затяжки BC от потолка, при котором вес всех трех тяг вместе был бы наименьший.

Введем обозначение $\overline{AB} = \overline{CD} = r$.



15.

Раскладываем каждый из грузов P на две его слагающие M и N, действующие вдоль осей тяг. Из подобных треугольников, покрытых на фиг. 15 штрихами, находим:

$$M = \frac{P \cdot r}{h}; \qquad N = \frac{P \cdot m}{h}$$

Составляем теперь характеристику R веса всех трех тяг вместе (см. формулу *15*):

$$R = 2M \cdot r + N \cdot (l - 2m) = 2r \cdot \frac{P \cdot r}{h} + \frac{l - 2m}{h} \cdot Pm$$

$$R = P \cdot \frac{2r^2 + l \cdot m - 2m^2}{h} = P \cdot \frac{2h^2 + l \cdot m}{h}$$

$$R = 2P \cdot \left(h + \frac{m}{h} \cdot \frac{l}{2}\right) \cdots\cdots \qquad \textbf{19.}$$

Сравнивая эту формулу с *17*, видим, что они будут совершенно подобны одна другой, если сделать замену

$$m \cdot \frac{l}{2} = f^2.$$

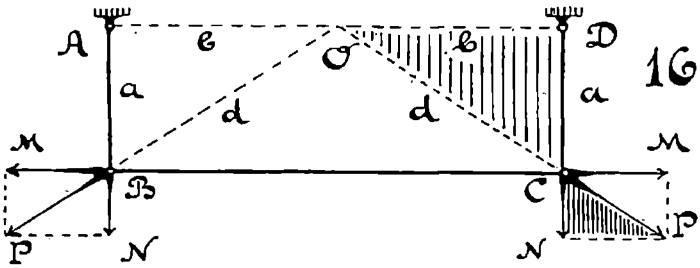
Поэтому и решение относительно наименьшего веса здесь будет то же самое, что в примере шестом, т. е. надо будет сделать

$$h^2 = m \cdot \frac{l}{2}.$$

Построение этой средней пропорциональной показано слева на фиг. 15-й:

$$\overline{Ab} = \overline{Ac} = m; \quad \overline{Ae} = 0{,}5 \cdot l; \quad \overline{Ad} = \overline{Bb} = h.$$

Пример 8. С потолка вертикально спускаются две одинаковой длины тяги AB и CD (*фиг. 16*); между ними введена горизонтальная затяжка BC. Разметка расстояний такая: $\overline{AO} = \overline{DO} = b$; $\overline{AB} = \overline{DC} = a$; $\overline{BC} = 2b$; $\overline{OB} = \overline{OC} = d$. На шарнирные болты B и C передаются равные нагрузки P; направления их по заданию всегда должны проходить через точку O, лежащую на средине между A и D. Выяснить надо условия наивыгоднейшего нагружения этих трех тяг.



16.

Из подобных треугольников, покрытых на чертеже (*фиг. 16*) штрихами, находим, что:

$$M = P \cdot \frac{b}{d}; \qquad N = P \cdot \frac{a}{d}.$$

Характеристика R веса всех трех тяг вместе (см. формулу *15*) напишется так:

$$R = M \cdot 2b + N \cdot 2a = 2b \cdot \frac{P \cdot b}{d} + 2a \cdot \frac{P \cdot a}{d}$$

$$R = 2P \cdot \frac{b^2 + a^2}{d} = 2P \cdot \sqrt{a^2 + b^2} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad \mathbf{20.}$$

Пусть, напр., длина b дана, а длину a можно изменять, тогда наивыгоднейшим значением a будет та практическая наименьшая его величина, до которой пожелают ее доводить, не исключая $a = 0$.

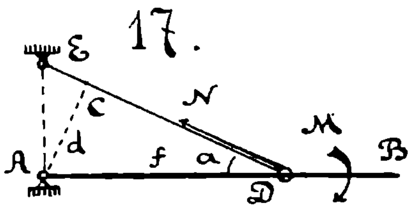
Совершенно так же поступим, если дана будет длина a, длину же b можно будет выбирать; ее надо будет выбрать наименьшею, не исключая значения $b = 0$.

Введем теперь еще новое условие, чтобы сумма всех трех тяг была равна заданной длине l, от которой отступать нельзя, и найдем наивыгоднейшую зависимость между a и b. Это новое условие выразится равенством:

$$l = 2 \cdot (a + b); \qquad a^2 + b^2 = \frac{l^2}{4} - 2 \cdot a \cdot b.$$

Следовательно, в этом случае наименьшее значение R будет тогда, когда произведение $a \cdot b$ достигнет *наибольшей* своей величины. Но сумма этих двух длин дана, она равна $0,5 \cdot l$; поэтому наибольшую величину произведения $a \cdot b$ получим тогда, когда сделаем $a = b = 0,25 \cdot l$. Необходимость существования одинаковости величин a и b в этом случае совершенно понятна и легко доказывается геометрически. После того, как об'яснен был чертеж 14, не трудно догадаться самому, как это доказать. Там, на чертеже 14, мы имели дело с окружностями разного диаметра, а теперь у нас будет *одна* окружность, описанная на длине $0,5 \cdot l$, как на диаметре; а отрезками диаметра будут длины a и b, составляющие в сумме всегда $0,5 \cdot l$.

Пример 9. Балка AB (*фиг. 17*) может вращаться около оси A шарнирного болта под действием момента M. Для удержания ее от вращения протянута между узлами D и E тяга, делающая с осью балки угол a. Центр шарнира E взят на вертикали через точку A. Требуется выяснить, *где* надо взять точку D, — ближе к оси A или дальше от нее, и какой угол надо осуществить между осью тяги и осью балки, чтобы тяга DE получилась с наименьшим возможным весом.



Назовем натяжение тяги через N, а длину плеча его относительно оси A — через d и длину тяги $\overline{DE} = l$. Равенство между моментом действующим и моментом сопротивления даст нам:

$$M = N \cdot d; \qquad N = M : d.$$

Введем обозначение $\overline{AD} = f$, тогда:

$$\overline{AC} = d = f \cdot Sn\, a; \qquad \overline{DE} = l = f : Cs\, a.$$

Характеристика веса тяги будет:

$$R = N \cdot l = \frac{M \cdot l}{d} \cdots\cdots \qquad \mathbf{21.}$$

$$\text{Или} \qquad R = M \cdot \frac{f}{Cs\, a} : f \cdot Sn\, a = \frac{2M}{Sn\, 2a} \cdots\cdots \qquad \mathbf{22.}$$

Чтобы сделать эту дробь наименьшей, необходимо иметь у нее знаменателя наибольшим, т. е.

$$Sn\, 2a = 1; \quad 2a = 90°; \quad a = 45° = b,$$

$$\text{или иначе, } \overline{AE} = \overline{AD} = f.$$

Формула 22 показывает нам следующее:

1) вес тяги DE зависит только от величины угла a, но вовсе не зависит от расстояния f между узловыми точками A и D;

2) все тяги, параллельные с DE, имеют с нею одинаковый вес;

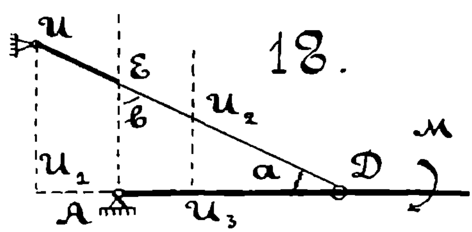
3) наименьшим весом обладают тяги, одинаково наклоненные к линиям AD и AE, т. е. делающие треугольник DEA равнобедренным.

А если обратить внимание на состав формулы 2, то можно добавить к предыдущим заключениям еще следующее:

4) удлинения тяг DE будут пропорциональны расстояниям f между узловыми точками A и D.

То обстоятельство, что вес тяги не зависит вовсе от расстояния f между узловыми точками A и D, об'ясняет формула 22: из нее видно, что длина тяги будет всегда *прямо пропорциональна* f, а натяжение тяги бывает обязательно *обратно пропорционально* f.

Изменим теперь несколько условия предыдущей задачи. Потребуем, чтобы верхняя точка прикрепления тяги была расположена не на вертикали, проведенной через точку A, но на линии, с ней параллельной; и выясним в этом случае, когда вес тяги будет наименьшим. Чтобы ответить на этот вопрос, не надо будет производить никаких вычислений. Если верхней точкой прикрепления тяги будет U (*фиг.18*), лежащая на вертикали UU_1, тогда вес тяги будет тем меньше, чем точка U будет взята выше. Если же верхняя точка прикрепления тяги должна будет лежать на вертикали $U_2\,U_3$, тогда надо спускать по ней верхнюю точку прикрепления; и наименьший вес тяги получится тогда, когда и верхний и нижний шарнир у нее совпадут с точкою U_3.

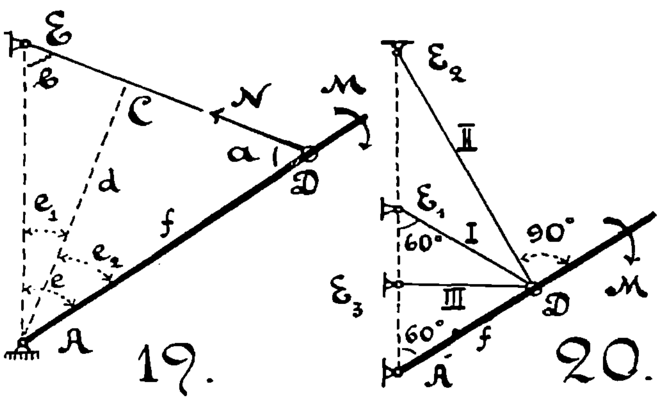


Почему же мы здесь не делаем вычислений для отыскания наименьшего веса тяг? Потому, что мы их уже сделали ранее (см. формулу 22), а теперь нам остается только догадаться, как их использовать в применении к этим новым условиям.

Будем говорить о тяге DU; ее надо перемещать параллельно самой себе, сохраняя угол a между ее осью и горизонталью неизменным; в каждом из положений этой тяги, у нее будет *свой* вес; он будет меняться с переменой места тяги. Причина этого лежит вот в чем. Тягу DU можно представлять себе как бы составленной из двух частей — UE и DE;

вместе с переменою места тяги DU длина отрезка UE меняться не будет, а отрезок DE будет менять свою длину, но вес его останется неизменным, как это доказано выше. Итак, выходит, что к постоянному весу отрезка DE в разных положениях тяги DU мы будем прикладывать вес отрезка UE; длина всех этих последних отрезков одна и та же, но вес у них будет разный; чем выше будет взят центр U шарнира, тем тоньше будет тяга DU, тем легче будет отрезок UE. Стало быть, самою легкою тягою DU будет та, для которой точка D взята дальше от оси вращения A.

Если верхний шарнирный болт перенесем в U_2 на вертикаль $U_2 U_3$, то будем иметь дело с обратным явлением. Здесь из постоянного веса тяги DE надо будет *вычитать* вес отрезка $U_2 E$; меньше всего мы будем вычитать в верхнем



19. 20.

положении тяги, а больше всего — в нижнем. Перемещая центр шарнира D влево, вес тяги $U_2 D$ мы будем уменьшать, пока не сдвинем D в U_3; тогда вес тяги сделается равным нулю, т. к. в этом положении длина тяги равна нулю. В этом предельном положении тяга $U_2 D$ исчезает, и вместо нее давление от балки начнет передаваться на второй шарнирный узел у нее, расположенный в точке U_3.

Пример 10. В отличие от предыдущего случая нагружения балки (*фиг. 19*) здесь балка AD не горизонтальна, но делает с вертикалью угол DAE, равный e. В остальном — всё то же: и момент M, вращающий балку около оси A, и расстояние $f = \overline{AB}$ между узловыми точками A и D, и неизвестный угол a наклона оси тяги к оси балки, и натяжение N у тяги, и его плечо d относительно оси вращения A. Надо будет выяснить и здесь также наивыгоднейшее расположение тяги DE, при котором ее вес будет наименьшим.

Введем обозначения: угол CAE обозначим через e_1, угол CAD — через e_2; длина тяги здесь разбивается на два отрезка — $\overline{CE} = l_1$ и $\overline{CD} = l_2$.

Характеристика веса тяги и здесь также будет выражаться формулою *21*:

$$R = N \cdot l = \frac{M \cdot l}{d} = M \cdot \frac{l_1 + l_2}{d} = M \cdot (tg\, e_1 + tg\, e_2) \quad \textbf{23.}$$

Сумма $e_1 + e_2 = e$, данной величине, поэтому наименьшее значение R получится в том случае, когда $e_1 = e_2$, т. е. треугольник DAE будет равнобедренным. Как и в предыдущей задаче, здесь

$$\overline{DA} = \overline{AE} = f.$$

Возьмем какой нибудь частный случай, легко поддающийся обследованию. Сделаем, напр., угол $e = 60°$ (*фиг. 20*) и определим величину R для трех тяг — I, II, III.

У тяги I . . . . $\overline{AD} = \overline{AE_1} = f$ и все три угла при узловых точках A, D и E будут по $60°$:

$$l = f; \quad d = \frac{f}{2} \cdot \sqrt{3}; \quad R_1 = \frac{2M}{\sqrt{3}}.$$

У тяги II . . . . угол при узле D прямой

$$l = f \cdot \sqrt{3}; \quad d = f; \quad R_2 = M \cdot \sqrt{3}.$$

У тяги III . . . . угол при узле E_3 прямой

$$l = \frac{f}{2} \cdot \sqrt{3}; \quad d = \frac{f}{2}; \quad R_3 = M \cdot \sqrt{3}.$$

Оказалось, что тяги II и III имеют одинаковый вес, который больше чем у тяги I в отношении

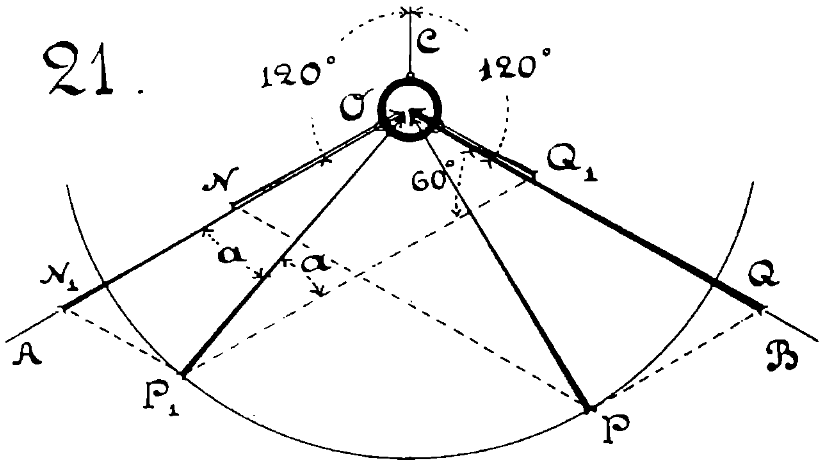
$$\sqrt{3} : \frac{2}{\sqrt{3}}, \quad \text{т. е. в полтора раза.}$$

Пример 11. Фабричная железная дымовая труба O (*фиг.21*) удерживается от падения под напором ветра тремя железными тягами. Вертикальные плоскости, содержащие в себе ось трубы и оси тяг OA, OB, OC, делают одна с другой угол в 120 градусов. Выяснить, под каким углом a к направлению OA, должен дуть ветер с силою P, чтобы соседняя тяга OB получила наибольшее натяжение Q.

Часто приходилось слышать ответ, что наиболее опасною тягою будет та, в плоскости которой дует ветер. Но это так только кажется. Посмотрим, что скажет нам язык формул, цифр и чертежа.

По правилу параллелограмма раскладываем силу P_1 на две слагающие — Q_1 и N_1 (*фиг. 21*); затем выразим, что стороны треугольника относятся, как синусы противолежащих им углов:

$$\frac{Q_1}{P_1} = \frac{Sn\,a}{Sn\,60}\,; \qquad Q_1 = \frac{2P_1}{\sqrt{3}} \cdot Sn\,a \cdots\cdots \qquad \mathbf{24.}$$



Эта формула показывает, что слагающая Q_1 пропорциональна величине $Sn\,a$; а его наибольшая величина, равная 1, будет при $a = 90°$; тогда

$$Q = \frac{2P}{\sqrt{3}} = 1{,}154 \cdot P\,,$$

т. е. натяжение тяги B будет наибольшим тогда, когда ветер дует под прямым углом к соседней тяге. Графическое изображение разложения силы P на Q и N подтверждает это заключение: в этот момент сила Q будет гипотенузою, а P — катетом (см. *фиг. 21*).

13. Разница между весом исполнительным и теоретическим. На целом ряде практических примеров было выяснено ранее, какие меры надо принять, чтобы представилась возможность выполнить систему растянутых стержней с наименьшим возможным весом. *Теоретическим весом* растянутого стержня мы будем называть ту его величину, которая вычисляется по формуле *13*:

$$B = F \cdot l \cdot ю$$

где $F = P : H$ — площадь «живого» сечения растянутого стержня, рассчитанного по нагрузке P с напряжением H,

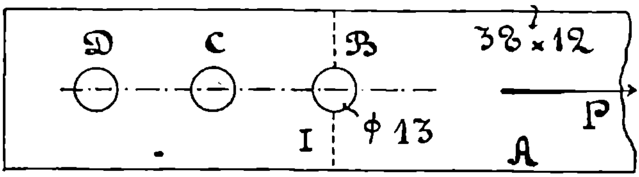
l — строительная длина стержня,

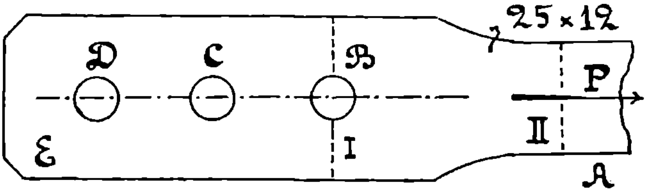
$ю$ — плотность материала.

Исполнительный вес часто отличается от теоретического. Происходит это потому, что исполняемую площадь F_1 поперечного сечения стержня делают больше F. Это вполне возможно сделать, но за это приходится платиться увеличением веса

Поясним это на примерах.

Растянутый стержень A (*фиг. 22*) выполнен из полосового железа 38×12 мм., а скрепление этого стержня с другими, соседними, будет сделано поперечными болтами, для которых

22.


23.


на конце полосы A просверлены дыры B, C, D и т. д.; их диаметр по 13 мм. Живым, расчетным сечением полосы, очевидно, будет сечение I, проходящее через центр болта B, ближайшего к утолщенной правой части растянутого стержня.

Площадь живого сечения . . . . $F = (38 - 13) \cdot 12 = 300$

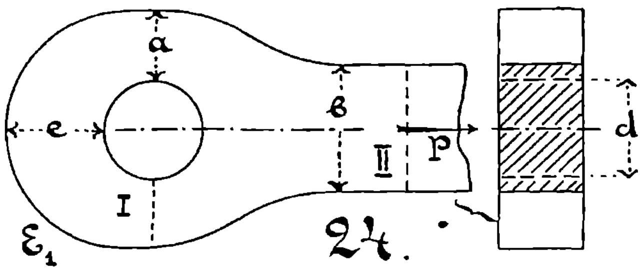
Площадь выполняемого сечения . . . . $F_1 = 38 \cdot 12 = 456$

Отношение $F_1 : F = 456 : 300 = 1{,}52$,

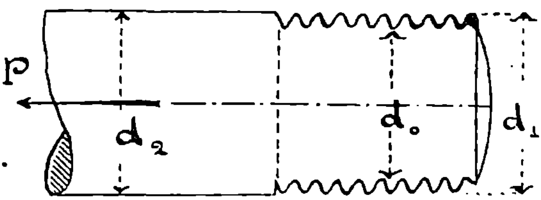
т. е. исполнительный вес будет разниться от теоретического по крайней мере на 52 %. Чтобы уменьшить эту разницу, возможно было бы поступить иначе (см. *фиг. 23*): на концах стержня (справа и слева) можно было бы выполнить приварные головки с сечением 38×12 мм., а между ними расположить стержень A с сечением 25×12 мм. При таком выполнении стержня живым сечением его безразлично можно было бы считать или сечение I, или же II; и вес исполнительный у стержня A наименее разнился бы от теоретического.

Головке тяги A, имеющей прямоугольное сечение, придают иногда форму E_1, показанную на *фиг. 24*. Образование такой головки делают путем осаживания под молотом в разогретом состоянии, а дыру получают пробиванием. Обе эти операции неблагоприятно влияют на крепость материала в живом сечении I (фиг. 24) у головки E_1; поэтому размеры площади сечения I здесь принято брать процентов на 35—40 более, чем в сечении II.

Если тяга выполняется из круглого железа (*фиг. 25*) с диаметром d_2, а на концах ее должна быть винтовая резьба, у которой наружный диаметр будет d_1, а внутренний — d_0, тогда и здесь также неминуемо получится разница между



24.



25.

исполнительным весом и теоретическим; и эта разница выходит не малою. Возьмем для примера дюймовый болт, у которого (см. *фиг. 25*):

$$d — 25{,}4 \text{ мм.}; \quad d_0 — 21{,}3 \text{ мм.}; \quad d_2 = 26 \text{ мм.}$$

$$\text{Площадь сечения I} \cdots \quad F = \frac{\pi}{4} \cdot (21{,}3)^2 = 356 \text{ кв. мм.}$$

$$\text{»} \qquad \text{»} \qquad \text{II} \cdots \quad F_1 = \frac{\pi}{4} \cdot (26)^2 \quad = 531 \text{ » } \text{ »}$$

Отношение $F_1 : F = 1{,}5$, т. е. исполнительный вес будет более теоретического на 50%. При диаметре болта в $1\frac{1}{2}$ дюйма прибавка в весе будет около 42%. Если желают эту разницу уменьшить, всю тягу делают с диаметром близким к d_0 или равным ему, а утолщенную цилиндрическую головку тяги, на которой будет нарезана винтовая резьба, получают или путем приварки, или же путем осаживания в разогретом состоянии.

Подобное же увеличение веса против теоретического происходит и во всех применениях труб. Напр., в чугунных водопроводных трубах, отдельные звенья которых соединяются между собою фланцами, повышение веса труб против теоретического, т. е. высчитанного без фланцев, достигает 12—15%.

Наибольшую разницу между весом исполнительным и теоретическим находят в растянутых деревянных штангах насосов, в стропильных деревянных затяжках и т. п.

14. Расчет цепей. В виде готового изделия цепи применяются: для под'ема тяжестей, для тяги судов при цепном пароходстве, для удержания судов на месте посредством якоря и т..д. Их готовят из круглых прутков мягкого железа лучших качеств, допускающих без особого вреда для их прочности выгибать звенья по овалу. Выработка любого из звеньев цепи заканчивается сваркою концов подготовленного звена, захватившего предыдущее готовое звено. Сварка делается или на длинном боку овала (в толстых цепях), или же на узкой части овала, которая придется ближе к оси цепи.

Диаметр цепного железа d бывает в применениях от 5 до 50 мм. Внешняя длина большой оси овала у звена бывает различна — от $4{,}6 \cdot d$ до $5{,}5 \cdot d$. Цепи с короткими звеньями это *английского типа*, а с длинными — *немецкого*.

Площадь «живого» сечения цепи, по которому возможен ее разрыв, считается равным двойному поперечному сечению цепного железа. Не надо однако же думать, что усилие, разрывающее цепь, можно было бы вычислить по формуле

$$Q = H_0 \cdot 2 \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4}.$$

Этого не будет потому, что растянутое звено цепи испытывает на себе в одно и то же время и растяжение и сгибание. Наличность последнего уменьшает крепость цепи процентов на 20—25.

Для расчета цепей пользуются или готовыми таблицами, или же формулами, о которых идет речь далее.

В таблице 1-й приведены данныя для короткозвенных цепей среднего качества и притом *новых*, т. е. неизношенных и не имеющих распорок между удлиненными боками овала.

Таблица 1. Короткозвенные грузовые цепи.

Диаметр цепного железа	Нагрузки на цепь в *кг.*		
	допускаемая	пробная	разрывающая
10 мм.	1 000	2 200	4 400
12 »	1 450	3 150	6 300
14 »	1 950	4 300	8 200
16 »	2 500	5 600	10 100
18 »	3 300	7 000	14 500
20 »	4 000	9 000	18 000

Из этой таблицы можно брать *допускаемую нагрузку* только для тех цепей, к которым относятся бережно, и навивают их на барабан с диаметром не менее $20 \cdot d$.

Расчетные формулы для цепей имеют общий вид такой:

$$P = K \cdot d^2 \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot \qquad \textbf{25.}$$

Чтобы выяснить значение коэффициента K, напишем уравнение крепости цепного звена, выразивши, что у него будет *два* опасных сечения m и n (*фиг. 26*):

$$P = H \cdot 2 \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot \qquad \textbf{26.}$$

Из сравнения формул *25* и *26* находим:

$$K = \frac{\pi}{2} \cdot H \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot \qquad \textbf{27.}$$

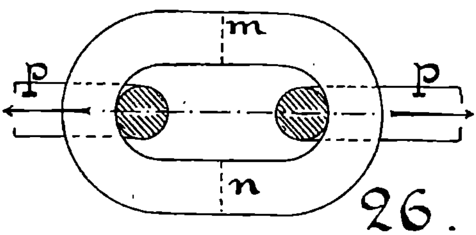
В круглых числах берут величины K и H следующим образом:

$K = 10 \cdots$ для цепей бережно использованных (спокойное нагружение, мало изменяющаяся величина груза и т. п.); по формуле *27* найдем $H = 6{,}37$ кг. на кв. мм.

$K = 8 \cdots$ для цепей с обыкновенным уходом, нагружаемых более часто и без особой осторожности; по формуле *27* получим здесь $H = 5{,}1$ кг. на кв. мм.

$K = 5 \cdots$ для цепей паровых и электрических лебедок, работающих почти без перерыва; в этом случае $H = 3{,}2$ кг. на кв. мм.

Бывает цепь, как говорят, «*калиброванная*», т. е. особо аккуратно выполненная и подготовленная к тому, чтобы работать не на барабане или блоке, а на *звездочке* специального устройства. На этой звездочке для каждого звена цепи приготовлено аккуратно выполненное ложе; в него звено входит свободно и выходит из него также свободно. А для этого надо, чтобы звенья цепи под действием нагрузки получали только *упругие изменения* своей длины, т. е. исчезающие по прекращении действия силы. Для калиброванных цепей подсчитанная по предыдущим формулам допускаемая нагрузка уменьшается на 30—35%.



26.

В дополнение к таблице 1 приведем здесь еще и *вес* погонного метра длины цепи, выраженный в кг. Для цепей английского образца он обозначен через q_1, а для цепей немецкого образца — через q_2. В обоих случаях цепи предполагаются без распорок.

Таблица 2. Вес погонного метра цепей.

d = 10	12	14	16	18	20 мм.
q_1 = 2,26	3,25	4,44	5,80	7,32	9,05 кг.
q_2 = 1,90	2,75	3,73	4,87	6,16	7,60 »

На цепи, у которых звенья выполнены с распорками между длинными боками овала, можно передавать нагрузку на 10—12 % более, чем на цепи тех же размеров, но без распорок.

Стоимость цепей не пропорциональна их весу: 1 кг. тонких цепей расценивается больше, чем та же единица веса в толстых цепях. До великой войны на лучших немецких заводах существовали следующие расценки для цепей без распорок:

Диам. цепного железа	Расценка 1 кг. цепи в германских марках
6 мм.	1,60
8 »	0,95
10	0,70
12	0,60
14 »	0,55
16	0,50
18 »	0,45
от 20 до 52 мм.	0,40

Один кг. цепей с распорками расценивался на 20 % дороже, а допускаемую для них нагрузку лучшие вестфальские заводы гарантировали даже на 50 % более, чем для цепей того же размера, но без распорок. Диаметр цепного железа в ходовых цифрах был следующим:

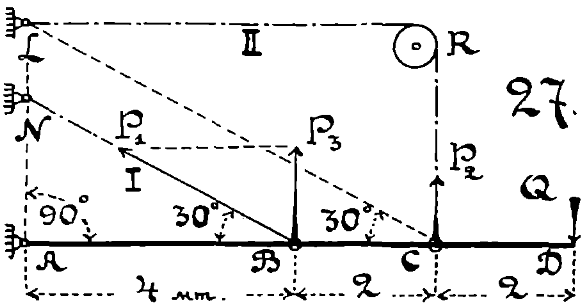
12 14 16 18 20 22 24 26 28 30 мм.

33 36 39 42 45 48 51 54 57 60 66 мм.

В виде исключения диаметр цепного железа в якорных цепях океанских больших пароходов доходит ныне до 100 мм. (4 дюйма).

Пример 12. Балка AD (*фиг. 27*), скреплена со стеною шарниром A; на внешнем правом своем конце к ней подвешен груз Q; а сама она может быть подвешена к стене или цепью BN, или же цепью CRL, которая огибает блок R.

Относительное расположение цепей ясно дано на чертеже. Все данныя, относящиеся к цепи NB сопровождаются значком 1, а у цепи CRL — значком 2. Даны $d_1 = 18$ мм. и $d_2 = 12$ мм. Выяснить возможные величины нагрузок Q_1 и Q_2 при степени надежности $\varphi_1 = \varphi_2 = 4$, а также найти и вес обеих цепей B_1 и B_2, предполагая цепи немецкого типа и самое использование их бережным, осторожным.



По таблице 1 находим для цепи NB величину разрывающего груза

$$d_1 = 18 \text{ мм} \cdots P_{01} = 14\,500 \text{ кг.}$$

$$P_1 = P_{01} : \varphi_1 \qquad 14\,500 : 4 = 3\,625 \text{ кг.}$$

Вертикальная слагающая этой силы будет P_3 (*фиг. 27*), определяемая равенством:

$$P_3 = P_1 : 2 = 1\,812{,}5 \text{ кг.}$$

Равновесие сил P_3 и Q_1 даст нам равенство моментов относительно оси вращения A в таком виде:

$$P_3 \cdot \overline{AB} = Q_1 \cdot \overline{AD}, \text{ откуда}$$

$$Q_1 = \frac{4 \cdot 1\,812{,}5}{8} = 906{,}25 \text{ кг.}$$

По чертежу (*фиг. 27*) находим:

$$\overline{AN} = \overline{AB} : \sqrt{3} = 4 : 1{,}723 = 2{,}3 \text{ мт.}$$

$$\overline{BN} = 2 \cdot \overline{AN} = 2 \cdot 2{,}3 = 4{,}6 \text{ мт.}$$

Вес погонного мт. цепи берем из табл. 2 равным 6,16 кг., а потому

$$B_1 = 4{,}6 \cdot 6{,}16 = 28{,}34 \text{ кг.}$$

Переходим теперь ко второй цепи CRL, которая могла бы заменить собою первую. Поставим условие, чтобы вес этой второй цепи остался, примерно, такой же, как и у первой цепи NB. По чертежу (*фиг. 27*) имеем:

$$\overline{CR} = \overline{AL} = 1{,}5 \cdot \overline{AN} = 3{,}45 \text{ мт.}$$

$$\overline{CRL} = \overline{CR} + \overline{RL} = 3{,}45 + 6 = 9{,}45 \text{ мт.} = l_2.$$

Вес погонного мт. второй цепи должен получиться около следующей величины:

$$q_2 = B_2 : l_2 = B_1 : l_2 = \frac{28,34}{9,45} = 2,99.$$

Ближайшая к этому числу величина будет равна 2,75 кг. на погонный мт., соответственно диаметру цепного железа $d_2 = 12$ мм.

По табл. 1 находим:

$$d_2 = 12 \text{ мм.} \cdots P_{02} = 6\,300 \text{ кг.}$$

Допускаемая нагрузка получится здесь равной

$$P_2 = P_{02} : \mathfrak{F}_2 = 6\,300 : 4 = 1\,575 \text{ кг.}$$

Равновесие сил P_2 и Q_2 выразится равенством моментов:

$$P_2 \cdot \overline{AC} = Q_2 \cdot \overline{AD}, \quad \text{откуда}$$

$$Q_2 = \frac{1\,575 \cdot 6}{8} = 1\,181,25 \text{ кг.}$$

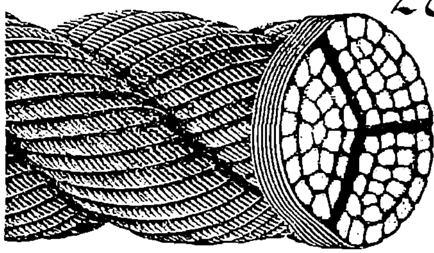
$$\text{Отношение } \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{1\,181}{906} = 1,3$$

$$\frac{B_2}{B_1} = \frac{9,45 \cdot 2,75}{28,34} = 0,92,$$

т. е. цепь CRL, хотя и более длинная, имеет вес на 5% меньше против цепи NB, а нагрузка Q_2 у балки AD может быть допущена на 30% более, чем при короткой и толстой цепи.

15. Расчет пеньковых под'емных канатов. Они применяются для под'ема небольших сравнительно грузов, — до 2.500—3.000 кг. Пеньковый канат бывает сплетен из трех круглых прядей, взаимно сплющивающихся во время процесса плетения (*фиг. 28*). Поперечное сечение каната может быть вписано в окружность. Диаметр ее и называется *диаметром каната*. Само собою разумеется, что не вся площадь F этого круга будет заполнена материалом. Степень несовершенства заполнения ее можно охарактеризовать поправочным коэффициентом c и сказать, что площадь *живого сечения* каната будет $c \cdot F$. Тогда расчетное уравнение каната будет

28



$$P = H \cdot (c \cdot F) \cdots\cdots \qquad \textbf{28.}$$

Это уравнение можно переписать иначе:

$$P = (c \cdot H) \cdot F \cdots\cdots \qquad \textbf{29.}$$

В таком виде поправочный коэф. c отнесен к напряжению материала; и формула *29* говорит нам, что расчет каната на растяжение можно вести по площади F круга, описанного вокруг сеченія каната, но с напряжением $(c \cdot H)$, меньшим допускаемого H, уменьшенным величиною поправочного коэффициента c. Эта правильная дробь c должна характеризовать не только несовершенное заполнение сечения F материалом, но также и перегружение последнего, происходящее при его перегибе во время обхвата блоков, барабанов и т. п. Назовем диаметр последних через D. Без особого вреда для крепости каната, имеющего диаметр d, можно брать:

а) при обыкновенном использовании каната

$$D = \text{от } 7 \cdot d \text{ до } 10 \cdot d \cdots P = 0{,}6 \cdot d^2 \cdots\cdots \qquad \textbf{30.}$$

$$D = \text{более } 10 \cdot d \cdots\cdots\cdots P = 0{,}8 \cdot d^2 \cdots\cdots \qquad \textbf{31.}$$

б) при бережном использовании каната в шахтных подъемниках назначают

$$D = 50 \cdot d \cdots P = 0{,}6 \cdot d^2 \cdots\cdots \qquad \textbf{32.}$$

$$D = 80 \cdot d \cdots P = 0{,}8 \cdot d^2 \cdots\cdots \qquad \textbf{33.}$$

Напишем формулу *29* подробнее:

$$P = (c \cdot H) \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdots\cdots$$

Сравнивая эту формулу с *31* получим:

$$(c \cdot H) \cdot \frac{\pi}{4} = 0{,}8\,, \quad \text{откуда}$$

$$(c \cdot H) = \frac{3{,}2}{\pi} = \text{около 1 кг. на кв. мм.}$$

Разрушающее напряжение для несмоленых канатов бывает

$$(c \cdot H_0) = \text{от 4 до 6,5 кг. на кв. мм.}$$

Для канатов просмоленых эта величина понижается на 15—20%.

Лучшие пеньковые канаты вырабатывали немецкие вестфальские заводы. Они готовили канаты частью из русской очищенной пеньки, частью же из своей (баденской), очищенной и сученой. Немецкая пенька позволяла готовить канаты несколько прочнее, как показывает таблица.

Таблица 3. Круглые несмоленые канаты.

Диаметр каната	Немецкая пенька		Русская пенька	
	Разрушающее усилие	Вес погонного мт.	Разрушающее усилие	Вес погонного мт.
20 мм.	2 800 кг.	0,31 кг.	2 500 кг.	0,30 кг.
26	4 800	0,51	4 200	0,50
33	7 650	0,80	6 800	0,78
39	10 700	1,15	9 500	1,10
46	14 900	1,50	13 250	1,45
52	19 100	1,95	16 950	1,90

16. Расчет под'емных проволочных канатов. Они готовятся из железной проволоки или стальной. В гибких канатах число отдельных проволок n, скручиваемых между собою вокруг общей геометрической оси, бывает часто или *шесть*, или же *кратное шести*, напр., 24, 36, 42, 84, 96 и т. д. Когда n будет более шести, то основную группу или пасьму образует канат из шести проволок; а затем эти пасьмы могут скручиваться между собою совершенно подобным же образом, как скручивались отдельные проволоки при образовании пасьмы. В свободные промежутки между проволоками вплетаются часто смоленые пеньковые жгуты, чтобы предупредить образование ржавчины внутри каната и отчасти дать на поверхность каната слой смазки. Диаметр проволок, из которых плетут под'емные канаты, бывает от 1 мм. до 2,5 мм., а в канатах, от которых требуется особая гибкость и прочность, сплетаются между собою проволоки и более тонких нумеров.

От железной проволоки, идущей на фабрикацию канатов, требуют разрывающего напряжения не менее 40 кг. на кв. мм., а от стальной проволоки (тигельной стали) — от 90 до 120 кг. на кв. мм. Лучших сортов дорогие канаты готовятся из тонкой стальной проволоки, дающей разрушающее напряжение до 250 кг. на кв. мм. Вытяжку материала до момента разрыва требуют 30—35—40% от первоначальной длины проволоки.

Расчет под'емных проволочных канатов можно вести по формуле типа *29*; но всего надежнее вести такие расчеты по таблицам, которые дают заводы, изготовляющие канаты и гарантирующие для каждого диаметра каната определенную величину разрывающего усилия P_0; тогда допускаемая нагрузка будет вычисляться по формуле

$$P = P_0 : \beta \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad \mathbf{34.}$$

Сообразуясь с условиями использования каната, степень надежности $\mathfrak{f}$ берут так:

работа с простоями, неответственная · · · $\mathfrak{f} = 5 - 6$
работа непрерывная, ответственная · · · · · $\mathfrak{f} = 10 - 12$

В таблице 4 приведены *величины разрывающих усилий* для канатов трех типов:

P_{01} · · · для железных канатов, свитых из проволок, имеющих разрушающее напряжение не менее 40 кг. на кв. мм.

P_{02} · · · для железных канатов с напряжением во время разрыва не менее 55 кг. на кв. мм.

P_{03} · · · для стальных канатов с напряжением во время разрыва не менее 120 кг. на кв. мм.

Таблица 4. Круглые проволочные канаты.

Диаметр каната δ	Вес погонного мт. q	Число проволок n	Диам. проволок d	Разрывающее канат усилие в кг.		
				при $H_0 = 40$	при $H_0 = 55$	при $H_0 = 120$
мм.	кг.	—	мм.	P_{01}	P_{02}	P_{03}
10	0,26	42	1,0	1 050	1 500	3 200
12	0,40	36	1,2	1 600	2 200	4 900
14	0,52	36	1,4	2 200	3 000	6 650
16	0,82	42	1,6	3 000	4 650	10 100
18	1,05	42	1,8	4 250	5 900	12 800
21	1,30	42	2,0	5 250	6 600	15 800
25	1,85	56	2,0	7 000	9 700	21 000
30	2,85	96	2,0	12 000	16 500	36 150
35	4,40	108	2,3	17 900	24 600	53 700
41	5,55	126	2,4	22 700	31 350	67 300

Исключительные по своим размерам канаты встречаются в цепных мостах. Один из таких мостов в Нью-Іорке работает с четырьмя канатами. Общий диаметр каната 540 мм. (21,25 дм.); в нем 37 прядей, каждая по 256 проволок; общее число проволок в канате 9 472 с диам. в 5 мм. Средний пролет у моста 448,4 мт. (1 470 фут.), а оба крайних — по 221,1 мт. (725 фут.).

Если произвести сравнение между использованием материала при выработке цепей и канатов на одну и ту же под'емную силу, то окажется, что на выделку цепей тратится материала, примерно, от $2^1/_2$ до $3^1/_2$ раз больше чем на выделку канатов.

Величина разрушающего напряжения у железной проволоки, оказывается, весьма много зависит от того, *в каком состоянии* находится проволока, т. е. будет ли она *отожженою*, или же *неотожженою*. Операция отжига проволоки понижает величину разрывающего напряжения, но делает проволоку более мягкою, податливою, более приспособленною к плетению из нее канатов, лент и т. п.

Неотожженая проволока из сварочного железа дает, напр., величину разрывающего напряжения $H_{01} = 56—70$ кг. на кв. мм., а в отожженном виде она же дает $H_{02} = 40$ кг. на кв. мм.

Неотожженая проволока из литого железа (бессемеровского) даст $H_{01} = 65$, а в отожженом виде она же — $H_{02} = 40—60$.

Для проволоки из тигельной стали бывает $H_{02} = 90—150—200—250$ кг. на кв. мм., для проволоки из фосфористой бронзы $H_{02} = 63$, из алюминия $H_{02} = 23—27$.

Другая особенность проволоки заключается в том, что разрушающее напряжение для нее растет по мере уменьшения ее диаметра d. По опытам *Кармарша* величину разрушающего напряжения проволоки можно представить такой формулой:

$$H_0 \text{ кг. на кв. мм.} = \frac{A}{d} + B$$

Проволока	Неотожженая		Отожженая	
	A	B	A	B
Обыкновенная железная . .	22,9	45,8	6,4	28,7
Лучшая железная	15,9	63,7	3,8	33,1
Стальная	26,7	63,7	3,8	57,3
Латунная	10,2	54,8	7,0	28,7

Тонкие, гибкие и прочные канаты называют также иногда *троссами*. Они находят себе большое применение в деле постройки аэропланов.

Пример 13. Между двумя стенами (*фиг. 29*) протянут тонкий и гибкий проволочный канат данной длины l. Точки подвеса концов каната A и C расположены на разной высоте; разность уровней между ними $\overline{CM} = a$; расстояние между стенами $\overline{AM} = b$. К канату будет привешен груз Q посредством блока O. Найти положение равновесия блока на канате и произвести расчет каната.

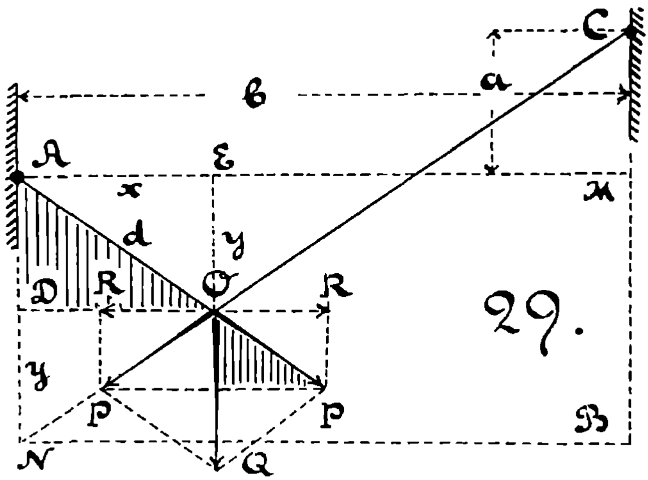
Пусть точка O будет искомая. Мы узнаем об этом потому, что при разложении силы Q по направлениям AO и CO мы получим одинаковые слагающие P; а если каждую из них в свою очередь разложить на горизонтальную силу и вертикальную, то обе вертикальные слагающие вместе дадут нагрузку Q, а горизонтальные слагающие R будут равны между собою, т. е. каток O не покатится ни вправо ни влево. Следовательно, положение точки O определяется таким условием:

$$\text{угол } AOE = \text{углу } COE.$$

Стороны прямоугольного треугольника AOE назовем так:

$$\overline{AE} = x; \qquad \overline{OE} = y; \qquad \overline{OA} = d.$$

Неизвестными будут величины x и y. Для нахождения их поступаем следующим образом: продолжим направление CO



до пересечения с вертикалью AN, проведенной через точку A; кроме этого, проведем горизонталь OD через точку O. Тогда получим два равных между собою прямоугольных треугольника AOD и NOD; в них катеты AD и ND будут равны между собою:

$$\overline{AD} = \overline{ND} = \overline{OE} = y; \qquad \overline{AN} = \overline{MB} = 2y.$$
$$\overline{AO} = \overline{ON} = d; \qquad \overline{CN} = l.$$

Из треугольника NCB имеем по теореме Пифагора:

$$l^2 = b^2 + (a + 2y)^2, \text{ откуда}$$

$$y = 0{,}5 \cdot (\sqrt{l^2 - b^2} - a) \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad \textbf{35.}$$

А из подобных треугольников AOD и CNB получится, что:

$$x = b \cdot \frac{y}{a + 2y} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad \textbf{36.}$$

После этого величина силы P, натягивающей канат, найдется из подобия треугольников, покрытых на *фиг. 29* вертикальными штрихами:

$$P = \frac{Q}{2} \cdot \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{y} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad \textbf{37.}$$

Пусть, например, $l = 10$ мт., $b = 8$ мт., $a = 1$ мт., тогда:

по формуле *35* ··· $y = 2{,}5$ мт.

» » *36* ··· $x = 3{,}3$ »

» » *37* ··· $Q = \dfrac{P \cdot 5}{4{,}17} = 1{,}2 \cdot P.$

Если будет взят железный канат с диаметром 7 мм., состоящий из 24 проволок по 1 мм. в диаметре, тогда, при $H_0 = 40$ кг. на кв. мм., разрывающее усилие для него можно принимать в 600 кг. При шестикратной надежности получим допускаемое натяжение каната $P = 100$ кг., откуда допускаемая нагрузка

$$Q = 120 \text{ кг.}$$

17. Расчет труб. К числу изделий, испытывающих на себе действие растягивающей нагрузки, относятся также и разного рода трубы. Они служат, напр., для проводки воздуха под давлением, для проводки газов, паров, для проводки воды, керосина, нефти, мазута, щелочных и кислых растворов, канализационных вод и т. п. Готовят трубы из самых разнообразных материалов: из чугуна, железа, стали, меди, латуни, бронзы, свинца, олова, цинка, дерева, обожженой глины, железо-бетона и проч.

Во всех вышеуказанных случаях главная рабочая нагрузка на стенки трубы будет изнутри, т. е. она будет направлена радиально от центра к окружности, а снаружи будет давление атмосферы. Величина поверхности, на которую передается внутреннее давление p_1, немного менее внешней поверхности трубы, испытывающей на себе атмосферное давление p_2. Если принять, что нагрузка на единицу поверхности трубы изнутри будет равна $p = p_1 - p_2$, то это будет не совсем верно. Действительное давление изнутри чуть меньше p; а если его считать равным p, самый расчет трубы от этого только выиграет в своей надежности. Давление p это будет то, которое указывает *манометр*.

Итак, нагрузка трубы изнутри на 1 кв. мм. пусть будет q. Переход от p к q совершится следующим путем:

Представим себе высокий призматический сосуд, поставленный стойма; площадь днища или основания у него пусть будет = 1 кв. м., а высота 10 334 мт., т. е. высоте столба воды, соответствующего атмосферному давлению. Тогда днище этого сосуда будет выносить на себе давление в 10 334 кг., считая вес 1 куб. мт. воды равным 1 000 кг. Если бы площадь днища была не 1 кв. мт., а только 1 кв. см., тогда приходящееся на днище давление было бы равно 1,03 кг.;

а округляя эту последнюю цифру, можно принимать ее за единицу при всех подсчетах, не требующих особо щепетильной точности. Вот почему и говорят часто, что *давление 1 атм. соответствует давлению 1 кг. на 1 кв. см.* Следовательно, если мы выразим давление p в атмосферах, а давление q — в *кг. на кв. мм.*, тогда установится между ними следующее соотношение:

$$q = p : 100 \cdots\cdots \qquad \textbf{38.}$$

Переходим теперь к выяснению условий крепости цилиндрической трубы.

Если говорят о *диаметре трубы*, то всегда подразумевается ее *внутренний диаметр*, определяющий собою площадь F пропускного сечения трубы.

Пусть диаметр трубы будет d, толщина стенки — b, расчетная длина — l.

Отдельно следует рассмотреть крепость поперечного сечения трубы и крепость ее продольного сечения.

Величина площади «живого» поперечного сечения трубы, сопротивляющегося разрыву, будет

$$F_1 = \pi \cdot (d + b) \cdot b \cdots\cdots \qquad \textbf{39.}$$

Если на имеющуюся нагрузку каждый 1 кв. мм. этой площади отвечает с напряжением H_1, тогда вся величина сопротивления поперечного сечения трубы выразится через $F_1 \cdot H_1$; а величина силы, действующей вдоль оси трубы и вызывающей это сопротивление, будет, очевидно, равна $F \cdot q$, т. е. это будет то давление, которое получила бы «заглушка», или крышка, привернутая к фланцу трубы. При равновесии между этими двумя силами установится равенство их, т. е. мы будем иметь:

$$F_1 \cdot H_1 = F \cdot q\,, \quad \text{или}$$

$$\pi \cdot (d + b) \cdot b \cdot H_1 = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot q\,, \quad \text{откуда}$$

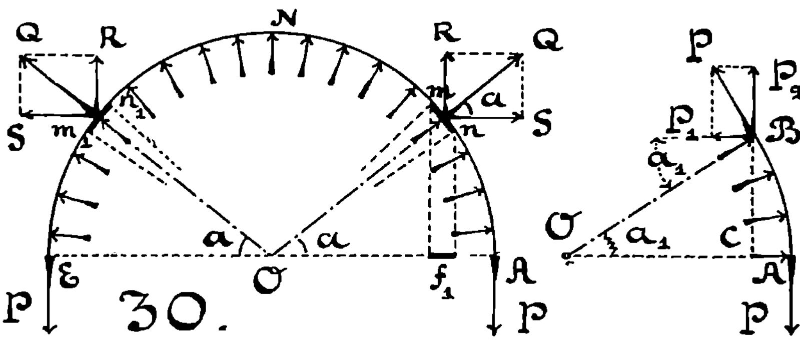
$$b = \frac{q}{4H_1} \cdot \frac{d^2}{d + b} \cdots\cdots \qquad \textbf{40.}$$

Если в знаменателе второй части этого равенства вместо среднего диаметра трубы $d + b$ взять ее внутренний диаметр d, тогда ф-ла *40* даст толщину стенки трубы чуть больше следуемой, а сама формула *40* чрез это значительно упростится. Это мы и делаем. Тогда

$$b = \frac{q \cdot d}{4H_1} \cdots\cdots \qquad \textbf{41.}$$

Переходим теперь к рассмотрению условий крепости продольного сечения трубы, взятого по диаметру AE (*фиг. 30*). Всю внутреннюю поверхность трубы разобьем на отдельные продольные полоски. Одна из них имеет, напр., ширину весьма малой дуги $\overline{mn} = f$, а длина полоски равна l, расчетной длине трубы. И все другие полоски пусть имеют ту же самую площадь $f \cdot l$. Величина внутренней нагрузки Q, передающейся на эту площадь, будет выражаться так:

$$Q = f \cdot l \cdot q \cdots\cdots \qquad \textbf{42.}$$



Если длина дуги f будет весьма небольшою, то вся внутренняя поверхность трубы нагружена будет большим числом одинаковых сил Q, проходящих через центр трубы O. Это — нагрузка на трубу, а ответные сопротивления на эту нагрузку возникнут в продольных сечениях A и E трубы. Оба они, очевидно, будут одинаковы. Каждое из них назовем буквою P.

Выразим, что обе силы P, действующие в сечениях A и E (*фиг. 30*) находятся в равновесии со всеми силами Q, воздействующими на поверхность ANE трубы. Назовем через r внутренний радиус трубы и через a величину угла, который делает с горизонталью AO радиус, проведенный к средней точке дуги mn или же $m_1 n_1$, если последняя расположена симметрично с первой.

После этого заменим каждую силу Q ее слагающими; из них будут:

горизонтальная слагающая . . . . . $S = Q \cdot Cs\, a$
вертикальная слагающая $R = Q \cdot Sn\, a$.

Так как все силы P, R и S лежат в одной плоскости, делящей длину l пополам, поэтому надо будет написать 3 условия равновесия, а именно:

1) Должно быть соблюдено равенство моментов. Примем за центр моментов точку O, тогда найдем, что все силы Q

никакого момента не дадут, так как они проходят через точку O; а обе силы P дадут относительно точки O моменты, одинаковые по величине и противоположные по знаку, т. е. правая сила P будет стремиться вращать трубу по часовой стрелке, а левая — обратно, и равновесие трубы будет обеспечено.

2) Сумма проекций всех сил на горизонталь должна быть равна нулю. Это условие удовлетворяется само собою, так как сила S, действующая на правую полоску mn будет всегда равна и противоположна силе S, действующей на левую полоску $m_1 n_1$.

3) Сумма проекций всех сил на вертикаль должна быть равна нулю. Обе силы P действуют по вертикали сверху вниз, а все силы R — снизу вверх, стало быть сумма $2P$ должна равняться сумме всех сил R, которые проявятся на всей поверхности ANE.

Посмотрим, чему равна величина силы R:

$$R = Q \cdot Sn\,a = q \cdot l \cdot f \cdot Sn\,a = q \cdot l \cdot f_1 \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot \qquad \mathbf{43.}$$

Величина $f \cdot Sn\,a$ представляет собою проекцию дуги mn на горизонталь, т. е. для составления каждой силы R, действующей на полоску mn, достаточно умножить силу q на проекцию полоски mn на горизонталь. Следовательно, произведя суммирование всех сил R, которые проявятся на всей поверхности AN или NE мы должны получить следующее:

$$P = q \cdot l \cdot r \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot \qquad \mathbf{44.}$$

Проверим необходимость существования этого равенства еще иначе. Установим равновесие всех сил на части AB трубы, стягиваемой центральным углом a_1. Очевидно, что в сечениях A и B должны снова действовать одинаковые силы P, иначе не было бы удовлетворено равенство моментов. Верхнюю силу P заменим ее слагающими

$$P_2 = P \cdot Cs\,a_1 = q \cdot l \cdot r \cdot Cs\,a_1$$
$$P_1 = P \cdot Sn\,a_1 = q \cdot l \cdot r \cdot Sn\,a_1$$

Проектируя на горизонталь все силы Q, действующие на длине дуги AB, мы должны получить $q \cdot l \cdot \overline{BC}$, а это равно P_1. Проектируя на вертикаль все силы Q, действующие на длине дуги AB, получим, что по вертикали вниз будет действовать сила P, а вверх — сила P_2 и затем сумма всех сил R, которые разовьются на горизонтальной проекции дуги AB, т. е. мы должны иметь, что

$$P = P_2 + q \cdot l \cdot r \cdot (1 - Cs\,a_1)\,,$$

а это есть тождество. Следовательно, равновесие сил Q и P подтверждается для любого отрезка AB трубы при всякой величине угла a_1.

Выразим теперь, что сила P равна сопротивлению продольного сечения трубы, работающего с напряжением H_2:

$$P = q \cdot l \cdot r = b \cdot l \cdot H_2, \text{ откуда}$$

$$b = \frac{q \cdot d}{2H_2} \cdots\cdots \qquad \mathbf{45.}$$

Сравнивая формулы *41* и *45* видим, что

$$H_2 = 2H_1 \cdots\cdots \qquad \mathbf{46.}$$

т. е. продольные сечения трубы работают с напряжением вдвое большим против сечений поперечных, и *опасными относительно разрыва будут продольные сечения*, а не поперечные. Допускаемому напряжению H надо приравнять напряжение H_2. Расчетною формулою будет *45*, а не *41*. Соединяя формулы *45* и *38* в одну, получим

$$b = \frac{p \cdot d}{200 \cdot H} \cdots\cdots \qquad \mathbf{47.}$$

В этой формуле давление p выражено в атмосферах, как показывает его манометр.

Это и есть расчетное уравнение трубы, работающей под преобладающим внутренним давлением.

Пример 14. В чугунных водопроводных трубах установлены следующие соотношения между диаметром трубы d и толщиною стенки b:

$d =$	100	200	300 мм.
$b =$	9	11	13 »

Трубы работают под давлением в 10 атм., а испытываются давлением в 20 атм. На какое рабочее напряжение материала рассчитаны трубы?

Для самой толстой из этих трех труб будем иметь:

$$H = \frac{p \cdot d}{200 \cdot b} = \frac{10 \cdot 300}{200 \cdot 13} = 1{,}16 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Повысивши эту величину при пробе трубы вдвое, т. е. до 2,32, и принявши разрушающее напряжение для чугуна в 16 кг. на кв. мм., мы и тогда получим степень надежности равной

$$16 : 2{,}32, \text{ т. е. около } 7.$$

Для самой тонкой из этих трех труб результат будет еще более благоприятным, а именно:

$$H = \frac{10 \cdot 100}{200 \cdot 9} = 0{,}56 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Пример 15. Дана таблица для расчета стальных тянутых труб высокого давления, приготовленных по способу *Маннесмана* без продольного шва. Выяснить, какое рабочее напряжение имелось в виду при составлении этой таблицы, и не был-ли придан формуле 47 такой практический вид:

$$b = \frac{p \cdot d}{x} + y \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad \mathbf{48.}$$

где y — практическая прибавка к теоретической толщине стенок.

Из таблицы выписываем такие данныя для двух сортов труб:

$d_1 = 200$ мм.	$P_1 = 100$ атм.	$b_1 = 10$ мм.
$d_2 = 50$ »	P_2 200 »	$b_2 = 5$ »

Внося все эти величины в формулу получим следующие 2 уравнения:

$$\frac{100 \cdot 200}{x} + y = 10$$

$$\frac{200 \cdot 50}{x} + y = 5.$$

Решая эти 2 уравнения, найдем

$$x = 2\,000\,;\ y = 0\,.$$

Рабочее напряжение вычислится по формуле

$$H = x : 200 = 10 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Исследуя таким же образом практические данныя для труб, изготовляемых из других материалов, получим следующее:

Таблица 5. Трубы.

Трубы	x	y	H	ϕ
Железные для высоких давлений	700 $\frac{\text{кг.}}{\text{мм}^2}$	3 мм.	3,5 $\frac{\text{кг.}}{\text{мм}^2}$	10
Медные цельнотянутые, до $p = 20$ атм.,				
при $d > 125$ мм. . . .	400	—	2	16
при $d < 125$ . . .	400	1,5 »	—	—
Свинцовые	50	—	0,25 »	5,5

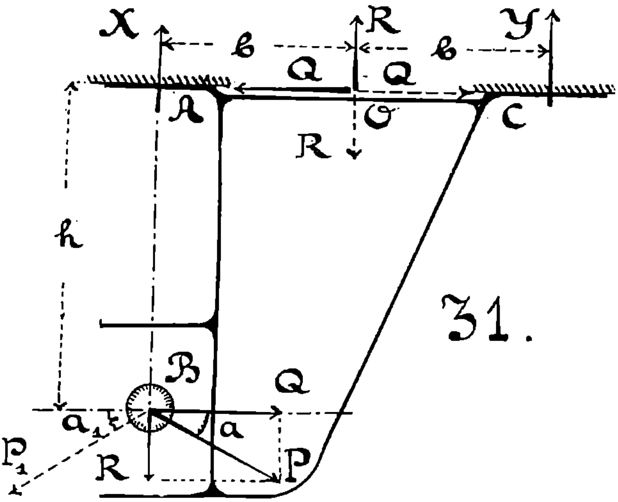
18. Как ведут расчет болтов, прикрепляющих подвески или кронштейны. Здесь мы встречаемся с болтами, одинаковым образом выполняемыми, по почти всегда по разному нагруженными. Болты, более нагруженные и менее нагруженные, у подвесок одного и того же типа, но в разных местах привода, могут меняться своими ролями; вот почему они и делаются одинаковых размеров.

На *фиг. 31* изображена схема подвески для приводного вала B. На опорные вкладыши передается от вала нагрузка P, направление которой делает с горизонтом угол a. Главные размеры подвески характеризуются ее высотою h и вылетом $2b$ между осями опорных болтов. Высота h отсчитывается от центра вала до опорной плоскости плиты.

Разложим силу P на две ее слагающие, горизонтальную Q и вертикальную R.

Теперь учтем воздействие каждой из этих сил.

На верхней линии опорной плиты отметим точку O, лежащую по средине между осями опорных болтов A и C. К этой точке O приложим две горизонтальные силы Q и две вертикальные силы R; и в том и в другом случае силы должны быть равны между собою и противоположны по направлению, чтобы равновесие не было нарушено. Одна из этих сил при точке O представлена сплошною линиею, а другая пунктиром. Сплошные силы Q и R это те, которые с силами при точке B составляют нагружающие подвеску пары сил; пунктированная сила Q стремится сдвинуть плиту подвески слева направо, а пунктированная сила R стремится оторвать плиту подвески.



31.

При подсчете приближенном, т. е. предварительном, можно пренебрегать весом самой подвески и даже тем весом вала, который передается на нее.

До нагружения подвески силою P болты A и C можно считать одинаково натянутыми. Это будет их так называемая *предварительная затяжка*. Назовем ее чрез X_0 и будем считать, что она одинакова для обоих болтов.

После нагружения подвески сейчас же проявят свое действие те силы Q и R, которые на *фиг. 31* при точке O нанесены пунктиром. Возможность сдвига плиты подвески в сторону под действием силы Q парализуется трением плиты об опору, и об этом мы можем сейчас не заботиться; а сила R

вызовет в обоих болтах новое добавочное натяжение X_1, которое будет одинаково и для правого и для левого болта:

$$X_1 = 0{,}5 \cdot R \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad \textbf{49.}$$

Теперь посмотрим, что сделают обе нанесенные на чертеж пары сил, т. е. пара QQ с ее плечом h и пара RR с ее плечом b. Они помогают одна другой повернуть подвеску около центра O по направлению против часовой стрелки. Уравновесить их может только пара сил, а зародиться она может в живом сечении болтов A и C. При повороте плиты AC в плоскости чертежа около средней ее точки O левая опорная плитка A должна будет опуститься, а правая C приподняться на одну и ту же весьма небольшую величину. Эти перемещения будут возможны за счет упругой податливости той опоры, к которой подвеска прикреплена. При этом повороте плиты AC будут перераспределены также и силы сопротивления, возникающие на самой опорной поверхности от сжатия ее силами X_0 и X_1. Они будут помогать болтам A и C оказывать противодействие внешним вращательным моментам. Но будет осторожнее, если мы предположим, что одни болты A и C сами справятся с этими моментами; от этого расчет приобретет только бо́льшую надежность.

Одинаковые перемещения опорных плиток вызовут одинаковые по величине упругие изменения длины болтов A и C; но только у болта A это будет удлинение, а у болта B сокращение его длины, т. е. болт A получит положительное приращение X_2 своего натяжения (снизу вверх), а болт C отрицательное приращение X_2 своего натяжения (сверху вниз). В результате будет образована пара сил X_2X_2 с плечом $2b$, которая и должна будет уравновесить действие внешних вращательных моментов. То именно, что это уравновешивание совершилось, выразится следующим равенством моментов:

$$X_2 \cdot 2b = Q \cdot h + R \cdot b\,, \quad \text{откуда}$$

$$X_2 = Q \cdot \frac{h}{2b} + \frac{R}{2} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad \textbf{50.}$$

После этого можно будет написать формулы, определяющие оба натяжения X и Y для левого и правого болта:

$$X = X_0 + X_1 + X_2\,; \qquad Y = X_0 + X_1 - X_2$$

Само собою разумеется, что усилие Y должно быть положительным, т. е. направленным снизу вверх, иначе прекратилось бы нажатие плитки C на опору, что недопустимо.

Обе плитки A и C будут прижаты к опоре с силою

$$X + Y = 2X_0 + 2X_1 \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad \textbf{51.}$$

т. е. величина этой силы совсем не зависит от заданной величины вращательных моментов; а зависит она только от предварительной затяжки болтов и вертикальной силы R, в состав которой следует ввести в этом случае и собственный вес подвески и то давление от веса вала, которое приходится на ее нижний вкладыш.

Нажатие обеих опорных плиток на опору не только должно существовать всё время, но оно должно быть и значительным. Это нужно для того, чтобы между плитками и опорою существовала достаточная сила трения, превосходящая сдвигающую силу Q по крайней мере *раза в два*. А если выполнение этого условия потребует чрезмерно толстых болтов A и C, то поглощение горизонтальной силы Q должно производиться совсем другим способом, независимо от затяжки болтов и возбуждения силы трения; тогда болты, как говорят, «разгружают» и передают всю горизонтальную силу Q на особые упорные части, вводимые между плитами A и C и опорою. А кроме того, заботятся еще и о повышении коэффициента трения на плоскости скольжения; для этого строжку опорных плиток подвески ведут перпендикулярно к линии AC и не стараются сглаживать следы резца после его последнего прохода на строгальной машине.

Чтобы обеспечить достаточную надежность скрепления подвески с опорою, выбирают величину предварительной затяжки болтов по крайней мере в два раза более того натяжения, которое возникнет в работе, т. е. после нагружения подвески силою P:

$$X_0 = 2 \cdot (X_1 + X_2) \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad \textbf{52.}$$

Тогда расчетная сила X для левого болта будет писаться так:

$$X = 3 \cdot (X_1 + X_2) = 3R + Q \cdot \frac{3h}{2b} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad \textbf{53.}$$

Мы здесь рассмотрели самые неблагоприятные условия нагружения подвески нагрузкою P; на самом же деле, где только возможно, подвески подставляют под действие сил P_1, менее нагружающих болты.

Пример 16. Пусть имеем подвеску, у которой $h = 400$ мм. и $2b = 500$ мм. Диаметр вала 55 мм. Длина чугунного вкладыша 220 мм. Наибольшее давление на вкладыш может доходить до величины $P = 300$ кг. Болты A и C взяты по $^3/_4$ дюйма диаметром. Проверим их крепость при различной величине угла α.

Площадь живого сечения болта будет

$$F = 196 \text{ кв. мм.}$$

Пусть сначала угол $a = 90^\circ$, тогда

$$Q = 0\,; \quad R = P\,; \quad X = 3\,P = 900 \text{ кг.}$$

Напряжение болта A достигнет величины

$$H = 900 : 196 = 4{,}6 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Если бы дан был угол $a = 60^\circ$, тогда

$$Q = \frac{P}{2} = 150 \text{ кг.}\,; \quad R = P \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 260 \text{ кг.}$$

$$X = 3\,260 + 150 \cdot \frac{3 \cdot 400}{500} = 1\,140 \text{ кг.}$$

$$H = 1\,140 : 196 = 5{,}8 \text{ кг. на кв. мм.}$$

$$Y = X_0 + X_1 - X_2 = 3X_1 + X_2 = 2R + \frac{Q \cdot h}{2b} = 640 \text{ кг.}$$

Примем величину коэф. трения $f = \frac{1}{3}$, тогда сила трения между плитками A и C и опорою будет вычисляться по формуле

$$(X + Y) \cdot f = \frac{1\,140 + 640}{3} = 593 \text{ кг.}$$

Отношение силы трения к сдвигающей подвеску силе получается равным $593 : 150$, т. е. более *трех*; и в разгрузке болтов надобности не встретится.

В предельном случае, когда угол $a = o$

$$R = 0\,; \qquad Q = P = 300 \text{ кг.}$$

$$X = 300 \cdot \frac{3 \cdot 400}{500} = 720 \text{ кг.}\,; \qquad Y = 240 \text{ кг.}$$

$$(X + Y) \cdot f = \frac{720 + 240}{3} = 320 \text{ кг.},$$

т. е. сила трения здесь едва лишь будет покрывать собою сдвигающую силу Q, и без разгрузки болтов здесь было бы не обойтись. Но так как натяжение X оказалось весьма умеренным, то можно прибегнуть к более сильной предварительной затяжке болтов. Если сделаем в этом частном случае

$$X_0 = 3{,}5 \cdot (X_1 + X_2)$$

$$X = 4{,}5 \cdot (X_1 + X_2) = 4{,}5 \cdot P \cdot \frac{h}{2b} = 1\,080 \text{ кг.}$$

$$Y = 4{,}5 \cdot X_1 + 3{,}5 \cdot X_2 = 3{,}5 \cdot P \cdot \frac{h}{2b} = 840 \text{ кг.}$$

$$(X + Y) \cdot f = \frac{1\,080 + 840}{3} = 640 \text{ кг.}$$

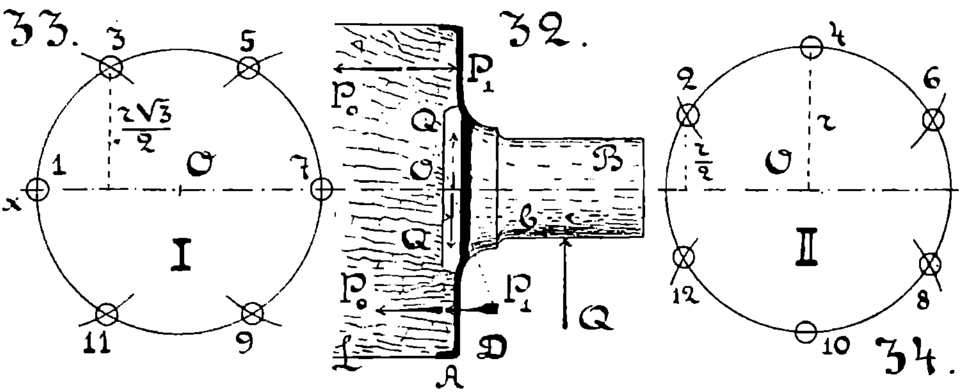
Отношение $640:300$ получилось более двух, и натяжение X для болта A все еще довольно умеренное.

19. Как надо вести расчет болтов, прикрепляющих тарелку шипа к торцу деревянной оси. Схема устройства показана на *фиг. 32*: B — чугунный шип, которым ось опирается на опору; Q — сопротивление этой опоры; D — плоская чугунная тарелка шипа с манжетой A, охватывающею конец деревянной оси L; тарелка укрепляется к оси шестью одинаковыми болтами; центры осей этих болтов совпадают с угловыми точками правильного шестиугольника, вписанного в круг радиуса r. При вращении шипа в опоре центры болтов могут занимать всевозможные положения; наиболее характерными из них будут или 1—3—5—7—9—11, или же 2—4—6—8—10—12. Крепость болтов надо проверить и в том и в другом случае.

Силу Q считаем приложенною в средине длины шипа на расстоянии b от центра O на торце деревянной оси.

В центре O приложим две силы Q, равные между собою по величине и противоположные по направлению. Сверху вниз направленная сила Q нанесена при точке O сплошною линиею; эта сила вместе с нагрузкою Q на шип составит пару сил с плечом b, которая будет стремиться повертывать шип относительно горизонтального диаметра, проходящего через точку O; а снизу вверх направленная сила Q нанесена при точке O пунктиром: эта сила будет стремиться сдвинуть тарелку D по торцу оси, и ее мы передадим на манжету A у тарелки, т. е. пунктированная сила Q на болты передаваться не будет; их роль ограничится только тем, что они должны будут оказать сопротивление моменту пары QQ с величиною его $Q \cdot b$. Пара сил может быть уравновешена или одной парой сил, или же несколькими, как это будем иметь в этом случае; и образование этих пар возможно будет здесь лишь в том случае, если за ось вращения тарелки D возьмем горизонтальный диаметр, проходящий через центр O.

Во время сборки все шесть болтов, прикрепляющих тарелку к оси, пусть будут затянуты совершенно одинаково, и сила затяжки каждого из них будет равна P_0. Теперь положим ось на ее опоры и нагрузим ее. На шип B начнет действовать нагрузка Q, появится тотчас же пара сил с моментом $Q \cdot b$, и она будет стремиться повернуть тарелку около горизонтального диаметра, проведенного чрез точку O. Благодаря упругой податливости торца у оси L, этот поворот будет возможен, и он произойдет на самом деле, но на угол совершенно ничтожный. Этого будет совершенно достаточно. чтобы все болты, которые в данный момент находятся ниже оси вращения, натянулись сильнее, т. е. получили бы, как говорят, *положительное приращение натяжения*, а все болты. лежащие выше оси вращения, в это время ослабнут на соответственную величину, или, как говорят, они получат *отрицательное приращение натяжения*. Если нижний болт и верхний



лежат на одном диаметре, проведенном через точку O, то прибавка к натяжению у нижнего болта будет совершенно одинакова с убавкой натяжения у верхнего болта; эта прибавка и убавка и составят одну из тех пар сил, которые будут уравновешивать момент $Q \cdot b$.

Вникнем теперь ближе в подробности этого явления уравновешивания момента $Q \cdot b$.

На *фиг. 33 и 34* показаны два характерных положения всех шести болтов. В группе I два болта лежат на оси вращения Ox, поэтому они не принимают участия в уравновешивании момента $Q \cdot b$ и не получат никакого приращения натяжения. Болты, занимающие положения *9* и *11*, получат положительное приращение P_1 к натяжению P_0; а болты, занимающие положения *3* и *5* получат отрицательное приращение P_1 к натяжению P_0. Если радиус окружности, на которой лежат все центры болтов, будет r, то плечо у обеих пар $P_1 P_1$, уравновешивающих собою пару QQ будет $r \cdot \sqrt{3}$; а самый факт уравновешивания будет закреплен равенством моментов

$$Q \cdot b = 2 \cdot P_1 \cdot r \cdot \sqrt{3}, \text{ откуда}$$

$$P_1 = \frac{Q}{\sqrt{3}} \cdot \frac{b}{2r} \qquad \textbf{54.}$$

В группе II (*фиг. 34*) все шесть болтов участвуют в уравновешивании пары QQ, образуя 3 пары сил, а именно: болты *4* и *10* образуют одну пару сил с натяжением $P_2 P_2$ и плечом

$2r$; болты *2* и *12* образуют вторую пару сил с плечом r и натяжением $0{,}5 \cdot P_2$; болты *6* и *8* входят в состав третьей пары сил тоже с плечом r и с тем же натяжением $0{,}5 \cdot P_2$. Для положения II равенство моментов от силы действующей и от сил сопротивления будет:

$$Q \cdot b = P_2 \cdot 2r + 2 \cdot \frac{P_2}{2} \cdot r = P_2 \cdot 3r \text{, откуда}$$

$$P_2 = Q \cdot \frac{b}{3r} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad \textbf{55.}$$

$$\text{Отношение } P_2 : P_1 = \frac{2 \cdot \sqrt{3}}{3} = 1{,}155$$

$$\text{»} \qquad P_1 : P_2 = \sqrt{3} : 2 = 0{,}866 .$$

Следовательно, наиболее опасным положением болтов будет II, когда один из болтов приходит в положение *10*, лежащее в одной плоскости с силою Q, нагружающею шип; а в это время диаметрально противоположный ему болт *4* будет наименее опасным, так как у него сила P_2 будет вычитаться из предварительной затяжки P_0. Ни в каком случае нельзя допустить, чтобы болт *4* разгрузился совсем, т. е. чтобы P_2 равнялось P_0 или же было больше P_0. Чтобы обеспечить полную надежность затяжки болтов и уменьшить пределы изменения этой затяжки, примем:

$$P_0 = 3P_2 = \frac{Q \cdot b}{r} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad \textbf{56.}$$

Тогда любой болт, занимая последовательно все *12* положений, указанных на *фиг. 33* и *34*, будет испытывать на себе нижеследующие натяжения, обозначаемые через Y:

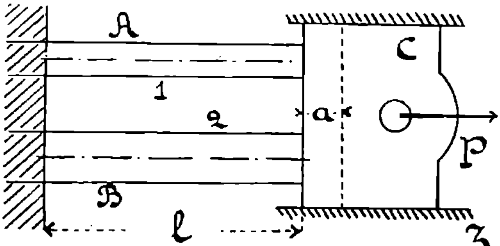
Положение	$Y : P_2$	Положение	$Y : P_2$
1	3,0	7	3,0
2	2,5	8	3,5
3	2,11	9	3,87
4	2,0	10	4,0
5	2,11	11	3,87
6	2,5	12	3,5

Натяжение каждого из болтов во время вращения шипа будет изменяться в пределах от $2P_2$ до $4P_2$. Расчетным уравнением для болтов будет

$$4P_2 = Q \cdot \frac{4b}{3r} = H \cdot F \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad \textbf{57.}$$

В этом расчете не принята во внимание та помощь, которую оказывают волокна дерева своим упругим сопротивлением вращению тарелки D; от этого самый расчет болтов приобретает только еще бо́льшую надежность.

20. Совместная работа растянутых стержней, выполненных из разного материала. Это — довольно обыкновенные практические условия групповой совместной работы тяг. Пусть имеем две железные тяги A и B (*фиг.* 35); на них надо передать нагрузку P таким образом, чтобы оба стержня, имеющие одинаковую длину l, получили одинаковое удлинение a.



35.

Все, что относится к тяге A, отметим значком 1, а к тяге B — значком 2. Следовательно, сила P раздается на две — P_1 и P_2, площади сечения у обеих тяг будут разные — F_1 и F_2, напряжения материала также получатся разные — H_1 и H_2; коэффициенты упругости у обеих тяг даны разные — $E_1 = 20\,000$ кг. на кв. мм., $E_2 = 19\,000$; разрушающие напряжения для обеих тяг даны тоже разные — $H_{01} = 36$ кг. на кв. мм., $H_{02} = 40$; тогда и степени надежности для обеих тяг окажутся также разные — ф_1 и ф_2. Общая формула, определяющая удлинение, даст нам:

$$a = \frac{H_1 \cdot l}{E_1} = \frac{H_2 \cdot l}{E_2} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad \mathbf{58.}$$

$$\text{Или} \quad \frac{H_{01}}{\text{ф}_1 \cdot E_1} = \frac{H_{02}}{\text{ф}_2 \cdot E_2}, \text{ откуда}$$

$$\frac{\text{ф}_2}{\text{ф}_1} = \frac{20\,000}{19\,000} \cdot \frac{40}{36} = \frac{200}{171} = 1{,}17$$

Если зададим себе $\text{ф}_1 = 6$, то

$$\text{ф}_2 = 1{,}17 \cdot 6 \doteq 7{,}02,$$

т. е. при создавшихся условиях обе тяги вынуждены работать с разными степенями надежности и с разными напряжениями, а именно:

$$H_1 = H_{01} : \text{ф}_1 = 36 : 6 = 6 \text{ кг. на кв. мм.}$$

$$H_2 = H_{02} : \text{ф}_2 = 40 : 7{,}02 = 5{,}7 \text{ кг. на кв. мм.}$$

$$P_1 = H_1 \cdot F_1; \qquad P_2 = H_2 \cdot F_2$$

$$P = P_1 + P_2 = 6 \cdot F_1 + 5{,}7 \cdot F_2,$$

т. е. при раздаче силы P на оба стержня выгоднее всего будет увеличивать площадь F_1, а не F_2.

На этом примере мы убедились, насколько невыгодна групповая работа стержней, если они должны давать общую вытяжку, а данныя для выполнения этой работы у них разные; при этом оказалось, что стержень B сам по себе мог бы работать с напряжением $40:6 = 6{,}7$, а в групповой работе его заставляют принужденно работать с напряжением $5{,}7$, т. е. крепость этого бруска B здесь не будет и не может быть вполне использована.

Еще хуже будет обстоять дело, если мы для групповой работы возьмем разные материалы не только по их строительным характеристикам, т. е. величинам E и H_0, но даже и по названию.

Пусть, напр., на *фиг. 35* брусок A будет железный, а брусок B — чугунный, причем:

$H_{01} = 36$ кг. на кв. мм.	$E_1 = 20\,000$ кг. на кв. мм.
$H_{02} = 12$ » » » »	$E_2 = 10\,000$ » » » »

Тогда по формуле *58* найдем:

$$\text{ф}_1 = \frac{36}{24}\cdot\text{ф}_2 = \frac{3}{2}\cdot\text{ф}_2\,.$$

Взявши $\text{ф}_2 = 6$, принужденно получим $\text{ф}_1 = 9$; откуда $H_2 = 2$ и $H_1 = 4$, т. е. железо должно будет здесь работать с еще более пониженным напряжением, как бы подлаживаясь к работе слабого материала чугуна.

Результат будет еще более неудовлетворительным, если брусок B (*фиг. 35*) мы вздумали бы выполнить деревянным, назначивши:

$H_{01} = 36$ кг. на кв. мм.	$E_1 = 20\,000$ кг. на кв. мм.
$H_{02} = 10$ » » » »	$E_2 = 1\,000$ » » » »

По формуле *58* здесь получим:

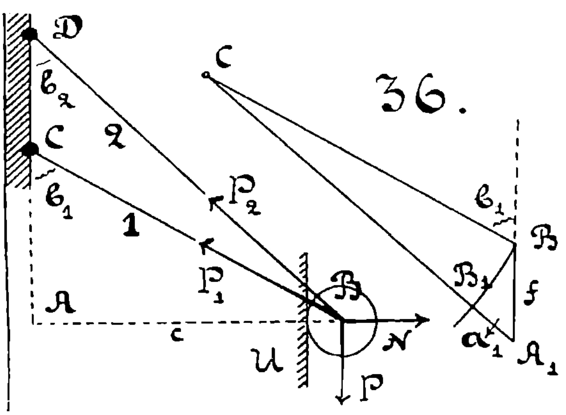
$$\text{ф}_2 = \frac{200}{36}\cdot\text{ф}_1 = 5{,}5\,\text{ф}_1\,.$$

Взявши для железа $\text{ф}_1 = 6$, для дерева найдем $\text{ф}_2 = 33$; железо будет работать с напряжением $H_1 = 6$, а дерево будет вынуждено работать с напряжением $H_2 = 10:33 = 0{,}3$, т. е. помощь от деревянного бруска в общей работе его с железным будет весьма незначительна, и такого комбинирования материалов для совместной их работы предпринимать не следует.

Пример 17. В предыдущем случае мы предположили оси тяг параллельными одна другой. Теперь возьмем более общий случай, когда оси обеих тяг наклонны одна к другой. Нижние концы их шарнирно связаны со шкворнем катка B

(*фиг. 36*), а верхние концы D и C шарнирно прикреплены к стене AD. Шкворень катка несет на себе нагрузку P; в ее уравновешивании будут участвовать и натяжения P_1 и P_2 обеих тяг и сопротивление N той вертикальной опорной плиты U, по которой будет перемещаться каток B. Все эти три неизвестных силы надо будет найти.

Общими данными, которые нам известны из статики, решить эту задачу нельзя, потому что все три неизвестных силы — P_1 P_2 и N — здесь проходят через одну и ту же точку B; стало быть, из-за этого мы лишаемся одного из трех уравнений равновесия; равенство моментов ничего не может нам дать, кроме тождества, а двух остающихся уравнений проекций сил будет недостаточно для нахождения трех неизвестных величин. Следовательно, надо как-то установить зависимость между силами P_1 и P_2. Для этого мы используем то бесспорное положение, что, когда под влиянием нагрузки P центр шкворня B переместится вниз на длину f, на ту же длину переместятся вниз и центры шарнирных ушков B на обоих нижних концах тяг BC и BD.



Все, что будет относиться к тяге BC, будем отмечать значком *1*, а к тяге BD — значком *2*. Напр., усилия, их нагружающие, обозначены через P_1 и P_2, длина тяг — l_1 и l_2, удлинения их — a_1 и a_2, рабочие напряжения — H_1 и H_2, углы наклонения осей тяг к стене — b_1 и b_2.

Образование удлинения a_1 у тяги BC более ясно передано чертежом на фиг. 36. Перемещение $BA_1 = f$ будет в сущности весьма небольшим в сравнении с длиною тяг, поэтому дугу BB_1, описанную радиусом BC из центра C, можно счесть за прямую линию и притом перпендикулярную к направлению A_1C. По той же причине и угол CA_1B можно считать не отличающимся от угла b_1. Тогда удлинение тяги BC можно будет выразить такой простой формулой:

$$A_1B_1 = a_1 = f \cdot Cs\, b_1 \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad \textbf{59.}$$

Совершенно подобным же чертежом и подобной же формулой можно было бы выразить и удлинение тяги BD:

$$a_2 = f \cdot Cs\, b_2 \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad \textbf{60.}$$

Называя длину AB через c, вытяжки обеих тяг через i_1 и i_2, а коэффициенты упругости тяг — через E_1 и E_2, получим:

$$i_1 = \frac{a_1}{l_1} = \frac{f}{c} \cdot Sn\,b_1 \cdot Cs\,b_1 \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad \textbf{61.}$$

$$i_2 = \frac{a_2}{l_2} = \frac{f}{c} \cdot Sn\,b_2 \cdot Cs\,b_2 \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad \textbf{62.}$$

$$H_1 = E_1 \cdot i_1 = E_1 \cdot \frac{f}{c} \cdot \frac{Sn\,2b_1}{2}$$

$$H_2 = E_2 \cdot i_2 = E_2 \cdot \frac{f}{c} \cdot \frac{Sn\,2b_2}{2}\,.$$

Формулы *61* и *62* показывают, что, если сделать углы b_1 и b_2 дополнительными один к другому до $90°$, тогда

$$Sn\,b_1 = Cs\,b_2 \text{ и } Sn\,b_2 = Cs\,b_1\,,$$

т. е. вытяжки обеих тяг будут одинаковыми, а зависимость между напряжениями будет такою

$$H_1 : H_2 = E_1 : E_2 \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad \textbf{63.}$$

А если тяги будут выполнены из одинакового материала, то и напряжения их будут одинаковыми, что и желательно иметь для однообразного использования материала; но оно не будет наивыгоднейшим.

Формулы показывают в то же время, что если наклонить тягу к стене под углом в 45 градусов, то ее можно заставить работать с наибольшим напряжением, т. е. она будет самой выгодной. А если надо будет иметь у обеих тяг непременно разные углы, то выгодно будет сделать $b_2 = 45°$, а b_1 несколько больше $45°$, чтобы длина менее выгодной тяги была не велика.

Итак, пусть при осуществлении этих тяг будет взято:

$$b_2 = 45°; \quad Sn\,2b_2 = 1$$

$$b_1 = 60°; \quad Cs\,b_1 = 0{,}5\,; \qquad Sn\,b_1 = 0{,}5 \cdot \sqrt{3}\,.$$

Сделаем далее $E_1 = E_2$, тогда

$$H_2 : H_1 = 1 : \frac{\sqrt{3}}{2} = 1{,}156 = k.$$

Расчетным напряжением будет H_2, как наибольшее из двух, а величина H_1 будет тогда и подавно допускаемой. После этого величины сил, растягивающих обе тяги, будут писаться так:

$$P_2 = H \cdot F_2 \quad \text{и} \quad P_1 = \frac{H}{k} \cdot F_1\,.$$

Проектируя все силы, сгруппировавшиеся в узловой точке B, на горизонталь и на вертикаль, получим следующие равенства:

$$N = P_1 \cdot Sn\, b_1 + P_2 \cdot Sn\, b_2 = H \cdot \left(\frac{F_1 \cdot \sqrt{3}}{2k} + \frac{F_2}{\sqrt{2}}\right)$$

$$P = P_1 \cdot Cs\, b_1 + P_2 \cdot Cs\, b_2 = \frac{H}{\sqrt{2}} \cdot \left(\frac{F_1}{k \cdot \sqrt{2}} + F_2\right).$$

Если бы вместо катка B и плиты U, по которой он перемещается, мы ввели распорку AB с шарниром в узле A, тогда сила N была бы реакциею этой распорки, а сама она была бы сжата силою N, и укоротилась бы она на некоторую длину a_3. При выполнении этого устройства тогда надо было бы взять длину распорки более c, а именно $c + a_3$, и все явление образования сил P_1 и P_2 из P протекло бы тогда в тех самых условиях, как это мы здесь рассмотрели.

21. На сколько сильно сказывается уменьшение температуры на увеличении напряжения в тягах. Изменение температуры окружающей среды неизбежно вызывает изменение длины тяг, а следовательно и напряжения материала (см. формулу 2), если концы тяг скреплены наглухо с соседними частями. Примем для железа коэф. линейного расширения при изменении температуры на 1° Цельсия равным 1 : 81 000; тогда приращение напряжения в железном бруске при понижении температуры на 1° Ц. будет

$$H_1 = E \cdot b = \frac{20\,000}{81\,000} = 0{,}247 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Если сборка тяг происходила при (+ 15° Ц.), а зимой температура в помещении понизится до (— 5° Ц.), получится разность температур в 20 градусов, а чрез это явится приращение напряжения $0{,}247 \cdot 20 = 4{,}94$ кг. на кв. мм., если не будет у концов тяг свободы перемещения. Это обстоятельство надо иметь в виду в строительной практике, чтобы не подвергать опасности и части сооружений, и стены зданий, к которым они прилегают.

С другой стороны надо знать также, что сильное повышение температуры вызывает весьма заметное уменьшение коэф. упругости E, т. е. соответственное увеличение удлинения. Для железа эти цифры таковы:

$t =$ 20° Ц. · · ·	$E =$ 20 700	$t =$ 400° Ц. · · ·	$E =$ 17 900
200° Ц. · · ·	19 500	500° Ц. · · ·	15 100
300° Ц.	18 800	600° Ц. · · ·	13 400

22. Что происходит в поперечном направлении у призмы, растягиваемой в длину. Осевая растягивающая сила увеличивает длину тела на величину a и дает вытяжку b (см. формулы *2* и *3*). Та же самая сила P и в то же самое время, оказывается, производит сокращение размеров поперечного сечения тела, но столь слабое, что его можно обнаружить только весьма точными измерениями. Пусть длина поперечного ребра призмы будет l_1 и сокращение ее — a_1, тогда отношение $a_1 : l_1 = b_1$ называется *поперечной усадкой* тела при растяжении. Опытным путем было обнаружено, что

$$b_1 : b = 1 : 4 \cdots\cdots \qquad \textbf{64.}$$

Чтобы понять, о *сколь малой* величине сокращения идет здесь речь, вернемся к примеру 1. Там мы имели затяжку из квадратного железа 40×40 мм. в 6 мт. длиною. Работая с напряжением $H = 6$ кг. на кв. мм., эта затяжка удлинилась на 1,8 мм. Ее продольная вытяжка была равна (см. ф-лу *4*):

$$b = \frac{H}{E} = \frac{6}{20\,000} = \frac{3}{10\,000}.$$

Поэтому поперечная усадка здесь будет

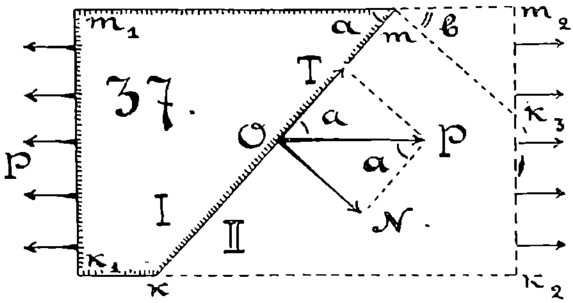
$$b_1 = \frac{b}{4} = \frac{3}{40\,000}.$$

Следовательно, сокращение поперечного ребра призмы будет:

$$a_1 = b_1 \cdot l_1 = \frac{3}{40\,000} \cdot 40 = \frac{3}{1\,000} \text{ мм.}$$

Вот о какой величине поперечного сокращения идет речь; поэтому-то во всех предыдущих расчетах мы и не обращали внимания на нее, относя все напряжения к первоначальной площади поперечного сечения растянутой призмы.

23. Что происходит в любом косом сечении у призмы, растягиваемой в длину. Пусть имеем призму $m_1 k_2$ (*фиг. 37*), которую мы вытягиваем продольною нагрузкою P. Ее действие проявляется не только в каждой поперечной плоскости призмы, но и в любой наклонной плоскости mk. Силу P, приложенную к центру тяжести наклонного сечения mk, разложим на две слагающие N и T; первая из них будет действовать нормально к плоскости mk и вызовет на ней нормальные напряжения n, а вторая сила T действует вдоль плоскости mk, распределяясь тоже по ней равномерно и стремясь сдвинуть часть II призмы относительно части I; поэтому силу T называют *касательной силой*, или иначе *силой сдвига*; а те напряжения t, которые она вызывает на плоскости mk, носят в таком случае название *напряжений сдвига*. Вычислим величину напряжений n и t.



Если величина площади поперечного сечения $m_1 k_1$ есть F и развивающееся на ней напряжение от силы P есть H, то величина косой площади mk, равная F_2 может быть определена так:

$$F = F_2 \cdot Sn\,a\,; \qquad \text{или} \qquad F_2 = F : Sn\,a \cdots\cdots \qquad \mathbf{65.}$$

После этого нормальное напряжение n можно будет вычислить следующим образом:

$$n = \frac{N}{F_2} = P \cdot Sn\,a : \frac{F}{Sn\,a} = H \cdot Sn^2 a \cdots\cdots \qquad \mathbf{66.}$$

Эта формула показывает, что напряжение n достигает величины H в одном только случае, когда плоскость mk будет поперечною плоскостью, т. е. при $a = 90°$: во всех же остальных сечениях величина n обязательно менее H. Вот почему мы и считали поперечные сечения призмы за расчетные, т. е. наиболее опасные.

Совершенно также определим и напряжение сдвига t по формуле:

$$t = \frac{T}{F_2} = P \cdot Cs\,a : \frac{F}{Sn\,a} = \frac{H}{2} \cdot Sn\,2a \cdots\cdots \qquad \mathbf{67.}$$

Эта формула показывает, что напряжения сдвига будут существовать *во всех* косых плоскостях растянутого тела; в одних плоскостях они будут больше, в других меньше. *Наименьшее* напряжение сдвига, равное нулю, будет при угле $a = 0$, т. е. во всех продольных плоскостях растянутой призмы. А если сделаем $2a = 90°$, т. е. $a = 45°$, то получим *наибольшее* напряжение t, или иначе, *максимальное*:

$$\max\, t = \frac{H}{2} \qquad \mathbf{68.}$$

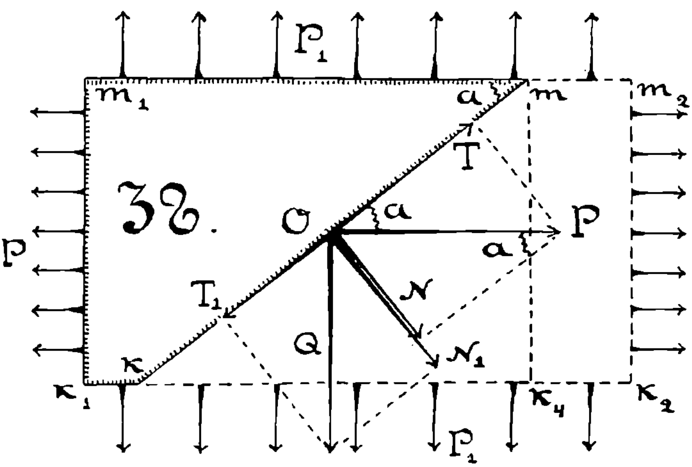
Если из точки m проведем плоскость mk_3, перпендикулярную к плоскости mk, т. е. сделаем $b = 90° - a$, тогда получим

$$Sn\,a = Cs\,b\,; \qquad Cs\,a = Sn\,b\,; \qquad Sn\,2a = Sn\,2b\,,$$

т. е. *в растянутой призме во всех косых плоскостях ее, взаимно перпендикулярных одна к другой, развиваются одина-*

косые напряжения сдвига; и между этими косыми плоскостями, наиболее опасными относительно сдвига, будут все те из них, которые наклонены к оси тела под углом в 45°; но разрушения тела по этим плоскостям не происходит, так как имеет место формула *68*, указывающая зависимость между расчетными напряжениями; а разрушающее напряжение при сдвиге для большинства строительных материалов *больше половины* разрушающего напряжения при растяжении.

24. Как надо рассчитывать призму, растянутую и вдоль и поперек. Изображение такой призмы дано на *фиг. 38*. Возьмем и здесь любое наклонное сечение km под углом a к горизонтали.



ризонтали. По горизонтали пусть действует на тело нагрузка P, вызывающая в сечении $k_1 m_1$ напряжение H, как и раньше это было. Но, кроме этой силы, еще действует на призму вертикальная нагрузка P_1, которая во всех горизонтальных плоскостях пусть вызывает напряжение H_1.

Вертикальная площадь $m_1 k_1$ равна F.

Нормальное к ней напряжение равно H.

Горизонтальная растягивающая сила... $P = F \cdot H$.

Горизонтальная площадь $m_1 m_2$ равна F_1.

Нормальное к ней напряжение равно H_1.

Вертикальная растягивающая сила .. $P_1 = F_1 \cdot H_1$.

Горизонтальная площадь kk_4 равна F_3; вертикальная сила, передающаяся на площадь kk_4, будет $Q = F_3 \cdot H_3$.

Силы P и Q, перенесенные в точку O, разложим и здесь каждую на две слагающие, нормальную к плоскости mk и касательную к ней. Тогда

$$n \quad \frac{N + N_1}{F_2} = H \cdot Sn^2 a + H_1 \cdot Cs^2 a \cdots\cdots \qquad \textbf{69.}$$

Или
$$n = H \cdot Sn^2 a + H_1 \cdot (1 - Sn^2 a)$$
$$n = H_1 + Sn^2 a \cdot (H - H_1) \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad \textbf{70.}$$

Если H больше H_1, то второе слагаемое в формуле *70* будет положительно, и наибольшим будет напряжение n тогда, когда будет $Sn^2 a = 1$, т. е. $a = 90°$; в этом случае
$$\max n = H.$$

Если бы, наоборот, H было меньше H_1, тогда второе слагаемое в формуле *70* было бы отрицательным; и наибольшее из всех значений n получим, сделав $Sn^2 a = 0$, т. е. $a = 0$; в этом втором случае
$$\max n = H_1.$$

Следовательно, опасным сечением такой призмы будет или горизонтальное сечение, или же вертикальное, смотря по тому, на котором из них получается напряжение больше от заданных сил P и P_1, т. е. если больше напряжение H, чем H_1, это напряжение H и будет расчетным, а все вертикальные плоскости будут опасными, но — столь же опасными, как и при действии одной силы P. Точно также, если H меньше H_1, то это напряжение H_1 и будет расчетным, а опасными будут все горизонтальные плоскости, но — столь же опасными, как и при действии одной силы P_1.

Совершенно таким же образом определяем и напряжение сдвига
$$t = \frac{T - T_1}{F_2} = \frac{H - H_1}{2} \cdot Sn\, 2a \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad \textbf{71.}$$

При $a = 45°$; $\qquad \max t = \dfrac{H - H_1}{2} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad$ **72.**

Следовательно, относительно сдвига этот случай растяжения призмы и вдоль и поперек менее опасен, чем тот, когда действует одна из сил, — или P, или P_1.

Когда $H = H_1$; $t = 0$, т. е. при растягивании квадратной косынки одинаковыми силами, параллельными ее сторонам, мы совершенно лишаем ее напряжений сдвига во всех ее плоскостях.

Называя вытяжку в горизонтальном направлении через b, а в вертикальном — через b_1, будем иметь:
$$b = \frac{H}{E} - \frac{1}{4} \cdot \frac{H_1}{E}; \qquad b_1 = \frac{H_1}{E} - \frac{1}{4} \cdot \frac{H}{E} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad \textbf{73.}$$

Если $\qquad H = H_1; \quad b = b_1 = \dfrac{3}{4} \cdot \dfrac{H}{E}.$

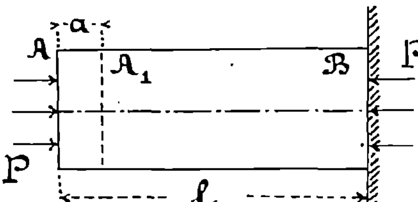
Сделав $b_1 = 0$, т. е. $H = 4H_1$, получим призму, которая вытягивается в горизонтальном направлении, а своих вертикальных размеров не меняет совершенно.

Подобно предыдущему доказывается и то, что призма, растягиваемая тремя нагрузками, параллельными ребрам призмы, должна быть рассчитываема по наибольшему из всех трех напряжений, как бы остальных двух не существовало вовсе; а при определении удлинения проявят свое действие также и оба другие напряжения.

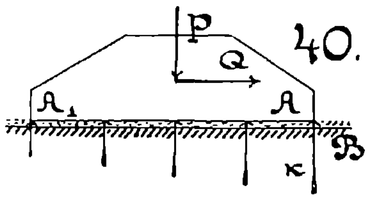
Сопротивление тел сжатию.

25. Условия нагружения сжатого тела. При сжатии призматического тела внешняя нагрузка действует на него по направлению обратному, чем при растяжении. Нагрузок и здесь бывает всегда две; одна действует на крайнее левое сечение A (*фиг. 39*), другая — на крайнее правое сечение B; обе нагрузки равны между собою и направлены навстречу одна другой вдоль оси тела.

Видимый результат воздействия сжимающей силы на призму заключается в том, что ее длина l получает некоторое не-



39.



40.

большое сокращение a, называемое *укорочением*. Сечение A перемещается в положение A_1, параллельно самому себе, и ось тела *остается прямолинейной*. Частное, получающееся от деления сжимающей нагрузки P на площадь поперечного сечения F, называется *напряжением сжатия*; оно вызывается во всех поперечных сечениях тела и считается нами всюду *одинаковым*, исходя из того предположения, что тело однородно, и все площади его поперечных сечений одинаковы. Путем лабораторного опыта между укорочением призмы и ее напряжением сжатия устанавливается совершенно такая же зависимость, какую имели мы при растяжении тела между его удлинением и напряжением (см. формулу *2*).

Частное, получающееся от деления укорочения призмы на ее первоначальную длину, т. е. $b = a : l$, называется *усадкою* тела в длину. В явлении сжатия она играет такую же совершенно роль, какую играла продольная вытяжка тела при его растяжении. Формула *Гука* (см. формулу *4*) и здесь имеет место также для таких материалов как железо и сталь; а для чугуна, бронзы ее применяют только приблизительно. Величиною *коэффициента упругости при сжатии* будет, следовательно, величина отношения между напряжением материала призмы и ее продольною усадкою. Для железа и стали величина этого коэф. почти *не отличается* от таковой же при растяжении, т. е. и здесь также можно принимать для железа в среднем $E = 20\,000$ кг. на кв. мм.

В таком виде явление происходит, однако, тогда лишь, когда сжимаемое тело — «*короткое*», т. е. длина его l не велика по сравнению с наименьшим размером d его поперечного сечения, а иначе ось тела получает стремление к изгибу; и тогда мы получим совершенно особое явление *изгиба, вызываемого осевым сжатием тела.* В дальнейшем мы будем говорить здесь о так называемом «чистом сжатии», т. е. об явлении, обратном растяжению, а это будет иметь место, примерно, лишь тогда, когда

для	чугуна	$l:d$	или	менее	5
»	дерева	$l:d$	»	»	6
»	железа	$l:d$	»	»	12.

26. Как происходит разрушение тела при сжатии. При опыте на сжатие призма зажимается в машине между двумя параллельными плоскими плитками, которые будут соприкасаться с основаниями призмы; сжимающее усилие направляется по оси призмы. При слабом нагружении призма дает *упругие* укорочения, которые исчезают по удалении нагрузки; а когда тело будет надорвано, т. е. оно начнет давать также и *остающиеся* укорочения, тогда начинает делаться заметным поперечное увеличение его размеров; оно заметнее в средине высоты тела, чем на его концах, где материал сдерживается от «течения» его в стороны силами трения на стыках между концевыми основаниями призмы и давящими на них частями машины. На этой боченко-образной поверхности сильно сжатого тела начинает вырисовываться *сетка из косых линий*, наклоненных к оси тела вправо и влево под углом около 45°. По этим линиям произойдет затем взаимное скольжение отдельных кусочков тела, на которые оно в конце концов и раскрошивается. Так происходит явление в более хрупких материалах, — таких как чугун, дающий усадку при разрушении до 16%; а в более мягких и упругих материалах, где та же усадка бывает до 65% и более, происходит обращение испытуемого образца в «лепешку» с перерванными у нее искривленными долевыми линиями. При раздавливании деревянных образцов, они расслаиваются на долевые группы волокон, которые и переламываются.

Величины разрушающих напряжений H_0 при сжатии железа и стали мало разнятся от тех, которые были даны при растяжении; древесные породы сопротивляются сжатию раза в $1^1/_2$—2 хуже чем растяжению; а чугун и бронза, наоборот, сопротивляются сжатию во много раз лучше чем растяжению, а именно:

для чугуна разрушающее напряжение .... $H_0 = 70—85$
» бронзы » » » 100.

27. Величины допускаемых напряжений при сжатии. Они приводятся здесь только для главнейших строительных материалов и даются в виде двух цифр (в кг. на кв. *мм.*), — одна для случая спокойной передачи нагрузки и малого изменения ее рабочей величины, а другая — для обыкновенных условий, где возможны будут всякие случайности:

Чугун	H	9—6	кг. на кв. мм.
Железо		9—6	» » » »
Литое железо		12—6	» » »
Сталь литая		15—8	» » » »
Дуб вдоль волокон		0,80—0,65	» » » »
» поперек волокон		0,40—0,35	» » »
сосна вдоль волокон....		0,60—0,45	» » » »
» поперек волокон		0,25—0,22	» » »
ель вдоль волокон		0,50—0,40	» » » »
» поперек волокон		0,22—0,20	» » » »
кирпичная кладка на извести....		0,07—0,05	» » » »
» » » портландск. цем.		0,14—0,12	» » » »
кирпичная кладка на романск. цем.		0,12—0,08	» » » »
строительный грунт		0,05—0,025	» » » »
бетон		0,05—0,04	» » » »
железо-бетонные сваи		0,32—0,25	» » » »

В этой таблице для чугуна приведены *те же* самые величины допускаемого напряжения при сжатии, как и для железа, хотя чугун оказывает почти *в два раза большее* разрушающее напряжение, чем железо. Это сделано, имея в виду его хрупкость и бо́льшую упругую податливость; его заставляют поэтому работать *с бо́льшей степенью надежности*, и в изделиях из него вызывают *искусственно пониженные укорочения* в длину.

В перечне строительных материалов упоминается выше между прочим и *бетон*. Это — искусственный камень; для приготовления его составляют смесь из цемента, речного песку и щебня (или гравия) в различных пропорциях; напр.,

1 : 3 : 6 , или 1 : 2,5 : 5 , или 1 : 2 : 4 и т. д.

Комбинация первая требует для своего приготовления затраты около 450 кг. цемента, чтобы получить 1 куб. мт. готового бетона. Это наиболее дешевый состав из всех трех вышеуказанных. Смесь вышеотмеченных трех материалов перед самым употреблением в дело замешивается с водою, формуется и утрамбовывается. Готовое изделие из бетона подвергается затем медленному и постепенному естественному высушиванию, не прибегая ни к жаровням, ни к воздействию лучей солнца, ни к другим искусственным мерам. При таком высушивании цемент постепенно схватывает отдельные песчинки и кусочки щебня с такой силой, что отформованный камень получает все свойства хорошего естественного камня, как то: упругость, крепость, сопротивляемость сжимающему действию сил, сопротивляемость воздействиям перемены температур, сопротивляемость ударному действию сил. Чтобы цемент получил все эти свойства нужен для него известный «возраст», не менее четырех недель со дня отформования и начала высушиванья.

1 куб. мт. бетона весит около....	2 000	кг.
1 куб. саж. » » »	1 196	пуд.

По расценкам Москов. Городск. Управления, для получения 1 куб. саж. бетона с составом 1 : 3 : 6 надо было взять одну из нижеуказанных смесей:

I. 0,168 куб. саж. портл. цем.	II. 0,158 куб. саж. портл. цем.
0,51 » » песку	0,47 » » песку *)
1,0 » » щебня	0,95 » » гравия
0,54 » » цементн. раствора	0,5 » » цементн. раствора

Бетон сопротивляется растяжению весьма слабо, но сжатию — вполне удовлетворительно. Для бетона с составом 1 : 3 : 6

*) По ценам довоенного времени обходились:
1 куб. саж. песку — от 7 до 23—32 р.
1 » » щебня булыжного — от 60—92 р.
1 » » кирпичной кладки · · · около 100 р.
1 » фут. дерева · · · около 90 к.
1 » » штучного камня · · · около 3 р.
1 пуд. железа в деле · · · от 1 р. 70 к. до 3 р. 20 к.
1 » портланд. цемента · · · от 40 до 70 к.
1 » романского цемента · · · от 20 до 35 к.
1 куб. саж. гравия · · · от 60 до 62 р.
1000 шт. кирпича · · · от 24 р. до 34 р.
1 пуд. негашеной извести · · · от 25 до 35 коп.
1 куб. саж. глины жирной · · · от 23 до 30 р.
Закрепляем здесь эти цены, как *исторические*, для сравнения их с современными.

при опытах получались следующие данныя спустя 1 неделю и спустя 4 недели после заформовки

	Разрушающее напряжение в кг. на кв. *см.*	
	Спустя 1 неделю	Спустя 4 недели
При растяжении....	15,7—16,2	19,5—21,6
» сжатии	205—219	290—310

Фундаментальный слой бетона при устройстве хороших каменных и торцовых деревянных мостовых делается с высотою не менее 15—20 см.; состав бетона — 1 : 3 : 6; от камней, из которых делается рабочее полотно мостовой *с сильным движением*, требуется разрушающее напряжение не менее 1200 кг. на кв. *см.*, — *с движением более умеренным* — 800 —900 кг. на кв. *см.*; высота отдельных тесаных камней назначается от 15—20 *см.*, ширина — не менее 10 *см.* и длина — 18—25 см. Высота отдельных деревянных шашек на торцовой мостовой — 13—15 см., два другие размера шашек (7,5—13) × (12—25 см.).

28. Что такое «напряжение смятия» и «напряжение спашивания»? Напряжением при сжатии мы называли ту величину его, которая вызывается в любом поперечном сечении сжатой призмы. А если перейдем теперь к концевым сечениям призмы, или, как говорят, к плоскостям стыка ее с окружающими ее частями, тогда здесь придется иметь дело уже с техническим выполнением этих плоскостей, т. е. со степенью несовершенства этого выполнения, и с тем, что на стыке у призмы будет несколько иная поверхность прикосновения F_1, чем в поперечном сечении, где она была равна F. Напряжение $м$ на поверхности F_1, т. е. на стыке сжатого тела, и называют *напряжением смятия*. Если предположить, что сжимающая сила P поровну распределена между всеми элементами площади F_1, то:

$$м = P : F_1 \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot \qquad \mathbf{74.}$$

т. е. величина $м$ будет более H; и при наличности известных обстоятельств, повышающих напряжение, возможно на стыке фактическое *смятие* одного тела другим, — более или менее совершенный отпечаток одной опорной поверхности на другой.

Если соприкасаются между собою два тела, имеющие различную величину допускаемого напряжения сжатия, то, естественно, в расчетное уравнение должно войти напряжение, относящееся к *наиболее слабому* телу.

Иногда на поверхности стыка происходит неравномерное распределение напряжений смятия, тогда между ними надо найти *наибольшее*, и затем надо потребовать, чтобы это наибольшее из напряжений было равно или меньше допускаемой величины напряжения сжатия для более слабого из двух соприкасающихся тел.

В том случае, когда тело A (*фиг. 40*) не только прижимается к плоскости B силою P, но оно также еще и перемещается вдоль плоскости B силою Q, тогда проводится такой принцип работы: между опорным стыком AA_1 и плоскостью B вводится *слой смазки*, и давление P распределяется на столь *большую* поверхность стыка, чтобы из под нее смазка *не выдавливалась*, и чтобы в сухом виде не скользил один материал по другому, иначе начнется *снашивание* обеих соприкасающихся поверхностей.

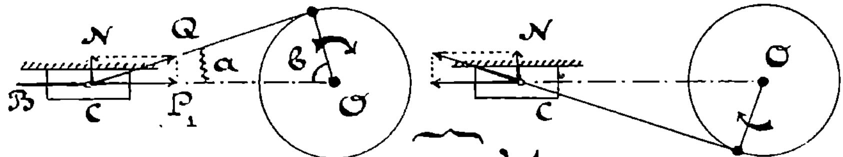
В лучших устройствах, от которых требуется точность в работе, этот принцип проводится в совершенстве, и смазка на скользящие одна по другой поверхности подводится вполне надежным образом и большею частью непрерывно, — «самосмазывающими приборами». Этот непрерывный расход смазки застраховывает скользящие одна по другой поверхности от снашивания их, «износа», «срабатыванья», а стало быть и от будущего, иногда весьма дорого стоющего, ремонта их с заменою или обеих частей новыми, или же одной из них, которая в таком случае делается легко сменяемою и умышленно выполняется из материала менее стойкого, изнашивающегося в первую голову. В устройствах второстепенных и менее точных сильно экономят иногда в расходах на смазку и этим во много раз прогадывают в будущих расходах на ремонт.

По существу дела на поверхности снашиваемого стыка AA_1 (*фиг. 40*) напряжения могут быть распределены неравномерно; тогда нужно будет отыскать наибольшее из них и сделать его равным или меньше той величины k, при которой не происходит еще вытеснения смазки из под стыка AA_1. Рабочую величину напряжения k называют *напряжением снашивания*. Это будет, следовательно, такая *искусственно пониженная* величина напряжения смятия, которая развивается на взаимно перемещающихся поверхностях, и которая гарантирует весьма медленный износ их при правильной смазке.

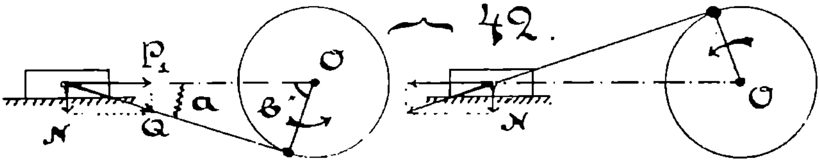
Почему же смазка может быть неправильно устроенной? Разве так трудно предусмотреть это?

В практической жизни всякое бывает. И неправильность подведения смазки, напр., зависит иногда просто *от невозможности удерживать смазку на рабочей трущейся поверхности*; а сама эта невозможность бывает следствием «пустяка», недогляда или конструктора, или монтёра; и этот пустяк губит всё дело. В роли такого серьезного «пустяка» может выступить, напр., то, что валу шатунного механизма может быть дано такое направление вращения, которое надо будет назвать неблагоприятным.

На *фиг. 41* показано, что в передаче от вала O к насосному стержню поршня B направление вращения вала дано по часовой стрелке, и в результате — ползун C всё время трет верхнюю направляющую, на которой смазка не держится; а на *фиг. 42* направление вращения вала без вреда для дела



41.



42.

изменено на обратное, и давление N ползуна C всё время передается на нижнюю направляющую, где правильное подведение смазки легче обеспечить и легче ее удерживать на месте.

Этот практический пример показывает, насколько важно и необходимо обдумывать решительно все подробности использования частей машин и сооружений вплоть до малейших, которые с первого взгляда могут показаться как будто и не важными. Одни голые формулы не дают технику еще ровно ничего. Можно знать формулы наизусть и не уметь толково пользоваться ими в практических применениях. Особенно это касается именно этой главы о смятии и снашивании. Во многих курсах, касающихся расчета частей машин и сооружений, эта глава или не затронута вовсе, или же этот существеннейший вопрос раз'яснен и разработан слишком слабо.

Предполагая, что надлежащее подведение смазки на трущуюся поверхность обеспечено, допускаемую величину напряжения изнашивания k в элементах *поступательной пары* берут следующим образом:

работает железо или сталь по бронзе $k = \frac{1}{10} \quad \frac{1}{25} - \frac{1}{40}$

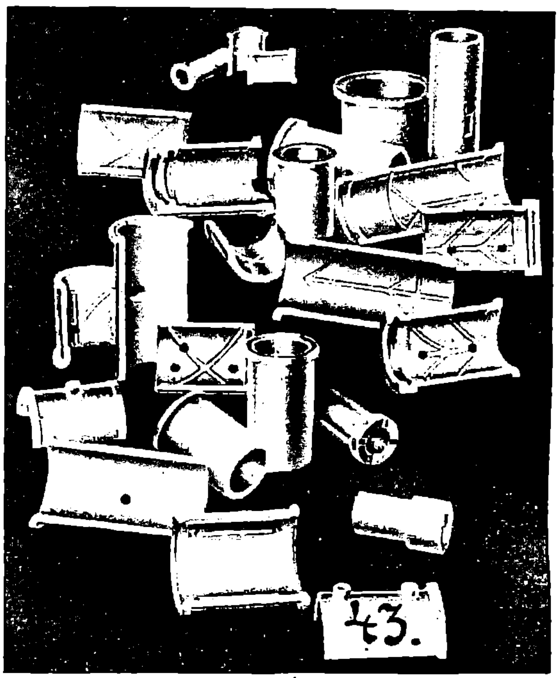
» » » » чугуну $k = \frac{1}{20} - \frac{1}{35} - \frac{1}{60}$

работает чугун (без смены) по бронзе $k = \frac{1}{25} - \frac{1}{55} - \frac{1}{75}$

» » по чугуну $k = \frac{1}{27} - \frac{1}{60} - \frac{1}{80}$.

Здесь даны 3 цифры: первая — для малых скоростей скольжения, — до 0,5 мт. в сек.; вторая — при скоростях до 1,5 мт., а третья — больше 2 мт. в сек.

С возможностью несовершенства смазки трущихся поверхностей приходится в практике определенно иногда считаться; и одну из этих поверхностей заранее обрекают тогда на снашивание. Эти обреченные части, применяемые, напр., в опорах для вала носят названия «вкладышей», «подушек», «сменных втулок» и т. п. Различные типы выполнения этих сменных частей, способ подведения к ним смазки и способ распределения ее по трущейся поверхности посредством системы смазывающих канавок показаны на *фиг. 43*: в относительном масштабе тут видны и короткие вкладыши для обыкновенных валов, и длинные — для быстровращающихся, и неразрезные «стаканы» для слабонагруженных шипов.



Величину допускаемого здесь напряжения изнашивания ставят в зависимость от рода материалов валика и вкладыша и от скорости вращения на трущейся поверхности. В таблице 6 величины k даны в кг. на кв. мм. *для элементов вращательной пары.*

Таблица 6. Напряжения снашивания k.

Валик.	Вкладыш.	Уход.	Смазка	Величины k при скоростях больших	малых
Сталь каленая	Сталь каленая	Хороший	Непрерывная	1,2 —1,0	1,7 —1,5
» »	Бронза	»	»	0,7 —0,6	1,0 —0,8
» некаленая				0,55—0,4	0,8 —0,6
Железо				0,35—0,3	0,5 —0,4
		Обыкнов.	Обыкновен.	—	0,35—0,3
Чугун			»	—	0,35—0,3
Железо	Чугун	Хороший	Непрерывн.	0,20—0,15	0,30—0,25
»	»	Обыкнов.	Обыкнов.		0,15—0,10
»	Дерево	Хороший	Непрерывн.	0,20—0,15	0,30—0,25

Под большими скоростями разумеются в этой таблице такие, которые превосходят 1,5—2 мт. в сек.

Допускаемые напряжения *на торце вращательной пары* с быстрым непрерывным вращением берутся на 20—25% ниже тех, которые даны в таблице 6.

В дальнейшем на целом ряде примеров, взятых из заводской жизни и строительной практики, нам предстоит познакомиться с расчетами, которые ведутся на сжатие, смятие и снашивание. Что же касается до расчетов на определение наименьшего веса сооружений, состоящих из растянутых и сжатых частей, то они ведутся совершенно по тому же плану, как и в случае одних растянутых стержней. Отдельные примеры будут впрочем даны и по этому вопросу.

Пример 18. Вертикальная короткая квадратная сосновая стойка B (*фиг. 44*) передает давление Q на сосновый лежень A. Размеры стойки 6×6 дюйм. Стойка врезана в лежень шипом, у которого ширина взята $2\frac{1}{4}$ дюйма. Найти возможную величину давления Q.

Площадь поперечного сечения стойки будет

$$F = 6\text{д.} \times 6\text{д.} = 150 \text{ мм.} \times 150 \text{ мм.} = 22\,500 \text{ кв. мм.}$$

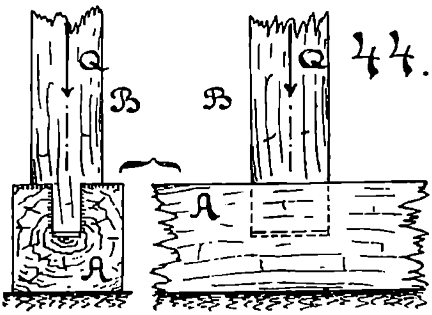
Напряжение вдоль волокон у сосны можно было бы взять равным 0,6 кг. на кв. мм.; а потому сама стойка, будучи «короткой», могла бы на себя взять давление

$$\text{до } 22\,500 \cdot 0,6 = 13\,500 \text{ кг.}$$

На стыке между стойкою и лежнем имеется площадь прикосновения

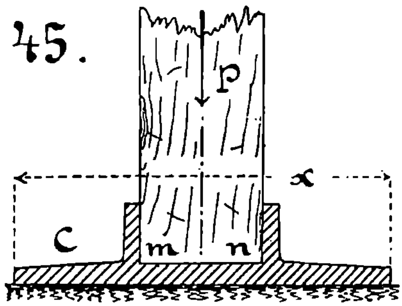
$$F_1 = 3^3/_4 \text{д.} \times 6 \text{д.} = 95 \text{ мм.} \times 150 \text{ мм.} = 14\,250 \text{ кв. мм.}$$

При расчете стыка здесь надо иметь в виду сопротивление волокон лежня A, которые берут на себя давление в поперечном направлении, т. е. допускаемое напряжение тут можно



44.

45.



брать не более 0.25 кг. на кв. мм.; а потому сопротивление стыка может быть взято не более

$$14\,250 \cdot 0{,}25 = 3\,562 \text{ кг.}$$

А принимая во внимание некоторое несовершенство пригонки стыка возьмем величину $Q = 3\,500$ кг. Следовательно, благодаря введению стыка в передачу давления, пришлось понизить его в отношении

$$\frac{13\,500}{3\,500}, \text{ т. е. почти в 4 раза.}$$

Пример 19. Дубовая квадратная колонна в 4 мт. длиною была рассчитана по нагрузке $P = 16$ *tn* и получила размеры площади сечения $210 \times 210 = 44\,100$ кв. мм. Нижний конец колонны посредством чугунного башмака C будет передавать давление на кирпичную кладку, выведенную на портландском цементе. Надо проверить у колонны крепость нижнего стыка *mn* (*фиг. 45*) и найти размеры опорной площади башмака при передаче давления на кладку, считая форму плиты башмака в плане квадратною (со стороною x).

Допуская на поверхности стыка *mn* несовершенство пригонки торца колонны к дну углубления в башмаке и вводя в расчет только половину теоретической площади, напряжение смятия μ определим из формулы:

$$16\,000 = \frac{44\,100}{2} \cdot \mu\,; \quad \text{или} \quad \mu = 0{,}72 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Для дуба вдоль волокон это — допустимая величина напряжения смятия.

На стыке между башмаком и кладкою также предполагаем возможность неполного использования опорной площади; и рабочую площадь этого стыка берем равною не x^2, а только $0,5 \cdot x^2$; тогда, принявши напряжение смятия кирпичной кладки, выведенной на портландском цементе, равным 0,14 кг. на кв. мм., крепость стыка между чугунной плитой и кирпичной кладкой выразим формулою:

$$16\,000 = 0,5 \cdot x^2 \cdot 0,14 \,; \quad \text{или} \quad \cdots x = 478 \text{ мм.},$$

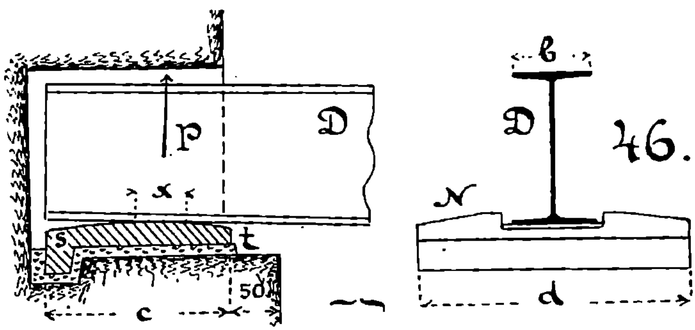
т. е. у плиты башмака сторона ее x может быть взята равной 19 дюйм.

Если бы надо было закончить этот расчет определением размеров поперечного сечения кирпичного столба, передающего давление подколонной плиты на фундамент, тогда, выбравши для грунта среднего качества величину допускаемого напряжения равной 0,04, получили бы следующее уравнение для нахождения стороны y для квадратного кирпичного столба:

$$16\,000 = 0,04 \cdot y^2 \,; \quad \text{или} \quad \cdots y = 633 \text{ мм.},$$

что соответствует кладке, имеющей в стороне 15 вершков.

Пример 20. Двутавровая железная балка D (*фиг. 46*), имеющая ширину полки $b = 108$ мм., передает давление



$P = 3\,000$ кг. на чугунную подбалочную плиту N, а с нее — на кирпичную кладку стены. Надо определить размеры плиты. При постановке плиты на место, под нее будет сделана заливка из цементного раствора, чтобы полнее использовать опорную площадь кладки.

Определим сначала необходимую ширину x при передаче давления от балки на плиту. Допускаемое напряжение смятия примем равным 6 кг. на кв. мм. Тогда уравнение крепости смятия нижней полки у балки напишется так:

$$3\,000 = 108 \cdot x \cdot 6 \,; \quad \text{откуда} \quad \cdots x = \text{ или более } 5 \text{ мм.}$$

В виду такого результата, верхнюю опорную поверхность плиты выполняют по весьма пологому криволинейному очертанию st, чтобы в случае прогиба балки она не передавала бы давления на угол t, а распределяла бы его более или менее равномерно по нижней опорной поверхности подбалочной плиты. Назовем размеры этой поверхности через c и d и примем $c = 150$ мм. Коэффициент использования опорной поверхности примем $= 0{,}6$, а допускаемое напряжение смятия кладки, выложенной на романском цементе, берем $= 0{,}10$ кг. на кв. мм. Тогда уравнение крепости смятия кладки плитою напишется так:

$$3\,000 = 0{,}1 \cdot 0{,}6 \cdot 150 \cdot d; \quad \text{откуда} \quad d = 333 \text{ мм.}$$

Принимаем $d = 350$ мм., что будет соответствовать коэффициенту использования опорной поверхности

$$0{,}6 \cdot \frac{333}{350}, \quad \text{т. е.} \quad 0{,}57\,.$$

Пример 21. Клапан A (*фиг. 47*) спиртового насоса выполнен из каучука и перекрывает отверстие с диаметром $d = 50$мм. Надо найти ширину b опорной поверхности клапана, предполагая, что рабочее давление в насосе не будет превосходить величины $p = 2$ атм., т. е. $0{,}02$ кг. на кв. мм.

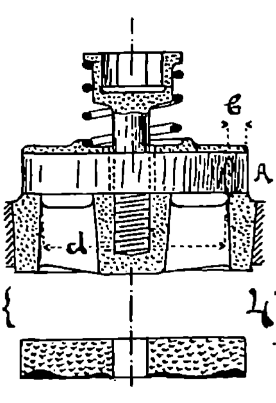
Тип расчетной формулы будет в этом случае тождествен с формулою *41*.

$$b = \frac{q \cdot d}{4 \cdot м} = \frac{d \cdot p}{400 \cdot м}, \quad \text{где } p \text{ выражено в } \textit{атм.}$$

Взявши $м = 0{,}2$ кг. на кв. мм., получим:

$$b = \frac{2 \cdot 50}{400 \cdot 0{,}2} = 1{,}25 \text{ мм.}$$

В действительности было взято $b = 5$ мм., имея в виду возможность сдвижения клапана в сторону, вследствие зазора в центральном отверстии клапана, а также и вследствие возможности выбивания опорной поверхности клапана. На фиг. 47 внизу показано, насколько в действительности может быть *избита* рабочая поверхность клапана.



47.

Пример 22. Паровая машина, построенная одним из заводов в Москве, работающая с охлаждением пара, имеет диаметр парового цилиндра 300 мм. Рабочее давление пара 7 атм. по манометру, давление со стороны холодильника — 0,25 атм. Размеры башмаков у ползуна были взяты 125 мм. $\times$ 260 мм. Найти напряжение изнашивания на трущейся поверхности этих башмаков, если принять, что отношение длины шатуна к радиусу кривошипа равно в этой машине $m = 5$.

Давление на поршень вычислится по формуле:

$$P = \frac{\pi}{4} \cdot 300^2 \cdot (8 - 0{,}25) \cdot 0{,}01 = 5\,478 \text{ кг.}$$

Допустим, что на шатунный механизм будет передано только 90% этой силы, а остальное будет затрачено на преодоление трения в поршне и сальнике и выразит собою также отчасти и неполноту давления пара на поршень, вследствие конденсации пара. Тогда шатунный механизм возьмет на себя силу P_1, приложенную к оси ползунного болта:

$$P_1 = 0{,}9 \cdot 5\,478 = 4\,930 \text{ кг.}$$

Зависимость между давлением N на башмак ползуна и силою P_1 выразится формулою (см. *фиг. 41*):

$$N = P_1 \cdot \operatorname{tg} a = P_1 \cdot \frac{Sn\, b}{\sqrt{m^2 - Sn^2 b}} \qquad \textbf{A.}$$

Наибольшее значение этой величины получим тогда, когда кривошип будет находиться *под прямым углом* к оси цилиндра. Следовательно, при $b = 90° \ldots Sn\, b = 1$

$$N = \frac{P_1}{\sqrt{m^2 - 1}} = \frac{4\,930}{\sqrt{24}} = 0{,}204 \cdot 4\,930 = 1\,006 \text{ кг.}$$

При определении напряжения изнашивания будем предполагать, что смазывающие канавки займут на опорной поверхности башмака 10% его площади; тогда

$$k = \frac{1\,006}{0{,}9 \cdot 125 \cdot 260} = \frac{1}{29} \text{ кг. на кв. мм.}$$

По таблице величин k, предложенных выше для элементов *поступательной пары*, видим, что если башмаки ползуна будут чугунными, и работать они будут на чугунных же параллелях, то выбранные размеры башмаков будут достаточны только при умеренной скорости поршня, — примерно, до 1 мт. в сек.

Пример 23. Цепь *Галля* (*фиг. 48*) немецкого изделия, предназначенная для нагрузки в 1000 кг., имеет следующие размеры: в каждом звене — по 4 пластины, ширина их по 26 мм, толщина — по 2 мм.; пластины шарнирно соединены с валиками M, имеющими диаметр по 12 мм.; расстояние от центра одного валика до центра другого — 35 мм. Проверить надо крепость звеньев на растяжение и на смятие.

Площадь поперечного сечения у 4 звеньев, работающая на растяжение, будет:

$$F = 4 \cdot (26 - 10) \cdot 2 = 128 \text{ кв. мм.}$$

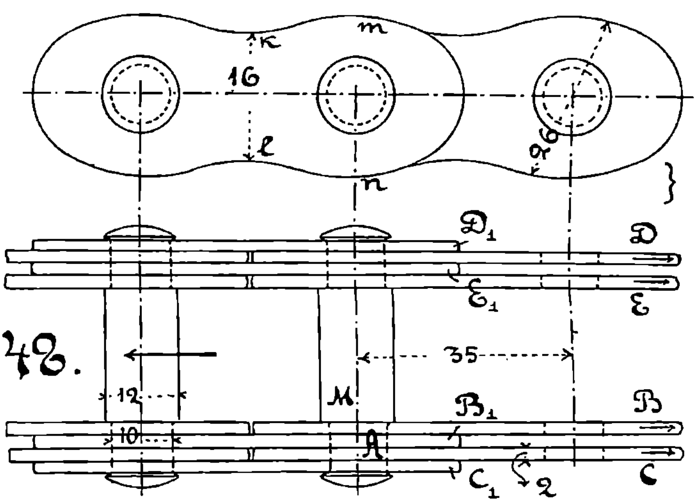
Рабочее напряжение у звеньев на растяжение получим из формулы:

$$H = \frac{P}{F} = \frac{1\,000}{128} = 7{,}8 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Напряжение смятия на поверхности прикосновения между шипами валиков и звеньями цепи определим так (см. далее формулу *85*):

$$м = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{P}{F_1} = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{1\,000}{2 \cdot 10 \cdot 4} = 16 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Эта величина напряжения чрезмерно велика, и потому при работе цепи на полную нагрузку неизбежно будет происходить быстрое смятие ее ушков и валиков.



Постоянную нагрузку для этой цепи надо было бы понизить по крайней мере на 25 %, доведя величину *м* до 12 кг. на кв. мм., а величину *H* — до 5,85.

Пример 24. Железо-бетонная свая выполнена в виде длинного бетонного цилиндра; внутри его при заготовке сваи был заформован железный каркас. Пусть в нашем случае он состоит из шести прутков круглого железа, идущих непрерывно вдоль всей длины сваи и перевязанных между собою во многих местах поперечной обвязкой из пруткового железа. Арматура каркаса заводится также и в нижний конический наконечник сваи. Диаметр цилиндрической части сваи по заданию равен 240 мм. Об'ем железной арматуры пусть должен составить около 1% от об'ема бетона, затраченного на выполнение сван. Рабочая нагрузка сваи должна вызывать в бетонной массе ее напряжение сжатия не более $H = 0{,}32$ кг. на кв. мм. Надо найти напряжение H_1 в железной арматуре и величину безопасной для сваи нагрузки P в предположении, что коэф. упругости E для бетона в 15 раз менее коэф. упругости E_1 для железа.

Выразим формулою ту мысль, что если железобетонная свая укоротится в длину на величину a, то это будет одинаково как укорочением бетонного цилиндра, так и укорочением прутков железного каркаса:

$$a = \frac{H \cdot l}{E} = \frac{H_1 \cdot l}{E_1}, \text{ откуда}$$

$$H_1 = \frac{E_1}{E} \cdot H = 15 \cdot 0{,}32 = 4{,}8 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Площадь поперечного сечения сваи, считаемая по ее внешнему обводу, будет:

$$F = \frac{\pi}{4} \cdot 240^2 = 45\,216 \text{ кв. мм.}$$

Один процент от этой площади, т. е. 452 кв. мм., надо было бы распределить на 6 прутков. Диаметр их придется взять по 10 мм., тогда

$$F_1 = 6 \cdot \frac{\pi \cdot 10^2}{4} = 471 \text{ кв. мм.}$$

Площадь поперечного сечения бетонной массы:

$$F - F_1 = 45\,239 - 471 = 44\,768 \text{ кв. мм.}$$

Нагрузка на сваю будет вычисляться по формуле:

$$P = 44\,768 \cdot 0{,}32 + 471 \cdot 4{,}8\,, \quad \text{или}$$

$$P = 0{,}32 \cdot (44\,768 + 7\,065) = 16\,587 \text{ кг.}$$

Оба слагаемые, заключенные в скобку последней формулы, ясно указывают нам, в какой доле распределяется всё полученное на сваю давление между отдельными ее элементами, т. е. бетоном и железом. В процентном отношении раздача силы сопротивления сваи делается в нашем примере так:

на железный каркас отдается . . . . $\dfrac{7\,065 \cdot 100}{44\,768 + 7\,065} = 13{,}6\%$

на бетонную массу » $\dfrac{44\,768 \cdot 100}{44\,768 + 7\,065} = 86{,}4\%$

Вычисленная сила P представляет собою наибольшую величину той силы, которую могла бы взять на себя свая, если бы она имела под собою *твердую опору*. На самом же деле, так называемая, «носность» сваи, т. е. полезная нагрузка, которую можно передать на сваю, всегда меньше вычисленной величины P. Отношение между ними устанавливается по особым практическим формулам; они даются в теории свайных оснований, принимающей во внимание и учитывающей те силы, которые препятствуют дальнейшему погружению сваи в грунт; о существовании и проявлении этих сил судят при забивке свай по «отказу» в дальнейшем опускании сваи под действием передаваемых на нее ударов тяжелой бабы копра.

Величину вычисленной выше силы P можно повысить, делая вокруг продольных прутков сваи густую спиральную обмотку проволокой. Обмотка сдерживает ядро сваи от рассыпания, противодействует появлению косых сдвигов в бетонной массе и позволяет увеличить нагрузку на каждую сваю вдвое и даже больше чем вдвое. Длина железо-бетонных свай ничем не ограничена: достигала она в практических применениях и до 7 мт. и даже до 10—12 мт. в исключительных случаях. Собственный вес таких свай доходил до 100—150 пудов. Если вся заготовленная длина ж.-б. сваи почти уже использована, а свая все еще не дает отказа, ее наращивают в длину прямо на месте работ.

Кратко перечислим здесь и те преимущества, которыми обладают железо-бетонные сваи перед деревянными:

1) порче и гниению ж.-б. сваи не подвергаются.

2) забивая ж.-б. сваи, нет надобности производить глубоких выемок в грунте под фундамент, т. к. здесь нет никакой необходимости опускаться *ниже уровня грунтовых вод*, что обязательно было при деревянных сваях, дабы сохранить их от загнивания,

3) применение ж.-б. свай не находится ни в какой зависимости от характера грунта,

4) величина передаваемой на каждую сваю нагрузки по существу дела ничем почти не ограничена и зависит только от выбора надлежащих размеров поперечника сваи и ее арматуры,

5) в случае надобности во время хода свайных работ свая может быть легко наращиваема в длину,

6) арматура ж.-б. свай дает возможность соединить верхние концы свай в одно целое с железо-бетонной подушкой, распределяющей давление от стен здания на всю систему свай.

Низ этой подушки располагают при постройке зданий на глубине не более $2^1/_2$ арш. (1,78 мт.), т. е. не ниже глубины промерзания грунта.

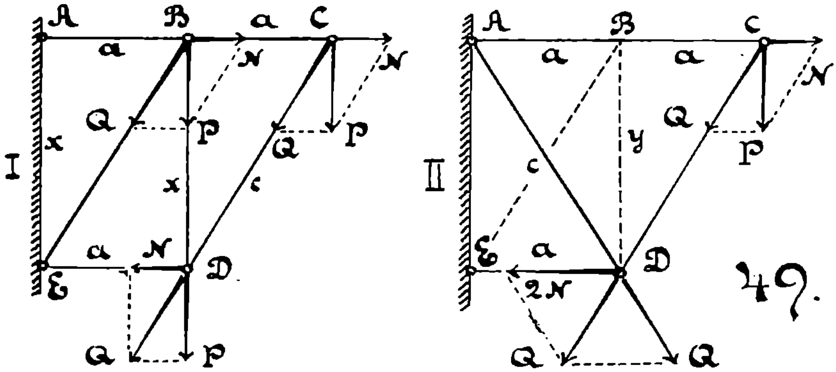
Среди ж.-б. свай особое место по своей практичности занимают короткие пирамидальные сваи инженера В. Ф. Якоби. Благодаря своей конусности, они легко проникают в грунт, уплотняя его и делая его способным к восприятию на себя давлений; они позволяют использовать для заводских построек насыпные грунты с глубиною до 9 саж. (19 мт.), под которыми находится ил, торф, плывун, подпочвенные воды. Готовятся такие ж.-б. сваи заводским способом и легко перевозятся по железной дороге. Длина их бывает 8—10 фут. (2,5—3 мт.), поперечник верхней утолщенной части до 8 вершк. (36 см.); вес каждой штуки не более 25 пуд. (400 кг.), поэтому с ними легко обращаться. Железный каркас таких свай состоит из продольных прутков и спиральной по ним обмотки. Одна такая пирамидальная свая заменяет собою до трех штук деревянных. Наращивание и укорочение их на месте работ делается без особых затруднений. Забивка их делается легко, просто и скоро, —15 —18—20 штук в день, смотря по свойствам грунта и стадии работы. Многогранность сваи также имеет свою цену, позволяя забитой свае занять в грунте то положение, которое ей более свойственно, и сохранить его за собою навсегда. Применение таких, уплотняющих грунт, свай дает возможность наиболее дешевым образом строить надежные основания под грузные здания и фабричные корпуса. Забивка свай *Якоби* не вызывает появления трещин в стенах соседних зданий.

Относительно других практических подробностей, касающихся применений железо-бетонных свай, отсылаем интересующихся ими к литературе по этому предмету:

Brennecke. Der Grundbau, 1887.
Deutsche Bauzeitung, 1904, стр. 32; 1902, стр. 647.
Beton und Eisen, 1904, стр. 65—70; 1907, № 1.
Schweizerische Bauzeitung, 1907, статья инж. Hilgard — Über neuere Fundierungsmethoden mit Betonpfählen: 1910, № 18.
Struif. Betonpfahl System Mast, 1913.
Stern. Das Problem der Pfahlbelastung, 1908.
Kafka. Die Theorie der Pfahlgründungen, 1913.
Buchwald. Berechnung von Pfahlrostgründungen (Deutsche Bauzeitung, 1913, Beilagenummer 24, стр. 188).
Mühlen- und Speicherbau, 1913, стр. 302.
Emperger. Handbuch für Eisenbetonbau, том III, 1908.

Esselborn. Lehrbuch des Maschinenbaues, том II-й.
Подольский, И. С., инж. п. с. Железобетонные мосты и виадуки, 1906.
«Цемент, бетон и камни», 1913, № 10, перевод статьи инж. Кафка — о рациональной форме бетонных свай.

Пример 25. На *фиг. 49* изображены два кронштейна, состоящие из растянутых и сжатых железных частей. У обоих кронштейнов назначена длина *вылета* одна и та же — $AC = 2a$. Фигура $ABDE$ — прямоугольник, $BCDE$ — параллелограмм.



49.

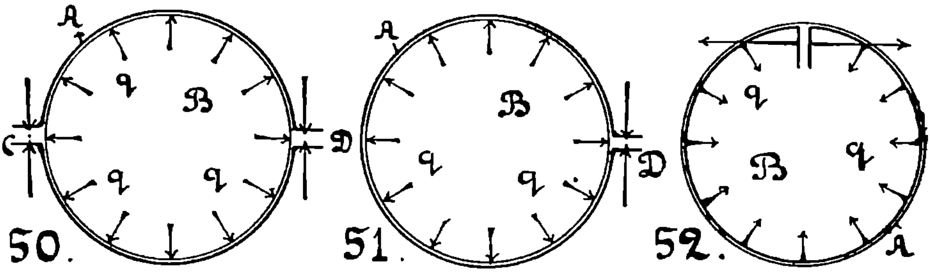
Надо выяснить: 1) при какой высоте x у верхнего кронштейна его вес будет наименьшим (или короче, *min*), 2) при какой высоте y получится *min* веса для нижнего кронштейна, 3) при этих условиях который из кронштейнов будет легче.

Ответ. $x = y = a \cdot \sqrt{\frac{5}{2}} = 1{,}58 \cdot a$. Вес у обоих кронштейнов одинаков и равен $\cdot \cdot \cdot B = \frac{P}{H} \cdot 4y \cdot w$.

29. Равномерное распределение напряжений смятия на цилиндрическом стыке. Если цилиндрический обод тела B (*фиг. 50*) будет отянут лентой A, и концы ее в двух диаметрально-противоположных местах C и D будут сближены между собою посредством болтов, затянутых с силою P, тогда на поверхности соприкосновения ленты с ободом возбудятся нормальные к поверхности обода напряжения q, величины которых будут одинаковы на всей поверхности стыка. Здесь произойдет явление обратное тому, которое мы наблюдали при расчете труб: там возбуждены были одинаковые всюду напряжения q, и они вызвали силы P в продольном сечении трубы, а здесь — обратно, силы P должны будут вызвать одинаковые напряжения q: этого требуют условия равновесия, там рассмотренные. Вместо двух мест C и D сращивания ленты болтами, их может быть и одно, напр., D (*фиг. 51*).

Некоторые из английских и швейцарских заводов закрепляют таким образом: 1) кронштейны на круглых колоннах, 2) подшипники кронштейнов — на цилиндрических стволах, заменяющих собою тело кронштейна, 3) разрезные втулки зубчатых колес и т. п.

Возможна и обратная комбинация (*фиг. 52*), если A будет представлять собою обод, расточенный изнутри, а B явится разрезным кольцом, которое будет к нему прижиматься путем



50. 51. 52.

разведения не сомкнутых его концов. Эта идея использована в устройстве фрикционной муфты системы *Адмана*, в устройстве нажима поршневых колец на внутреннюю рабочую поверхность парового цилиндра и т. п.

В основу расчета цилиндрических стыков этого типа кладется выведенная ранее формула *44*.

С явлением равномерного распределения напряжений смятия на поверхности цилиндрического стыка мы встречаемся также при горячей посадке втулки колеса на вал, при посадке бандажа на обод вагонного или паровозного колеса и т. п.

Дело происходит здесь таким образом.

Положим надо посадить бандаж на обод колеса в горячем состоянии. Обод колеса обтачивается с диаметром D, а бандаж с диаметром y, меньшим D. Тогда бандаж можно будет надеть на колесо только в разогретом виде; а когда бандаж поставят на место и охладят, он с большою силою прижмется к ободу колеса, распределив напряжения смятия равномерно по всей поверхности обода. Эта сила нажатия бандажа на обод колеса вызовет между ними большую силу трения, которая и будет выражать собою меру сцепления между собою обеих соприкасающихся частей.

В бандажной мастерской мы услышим выражение, что «бандаж ставится на место с усадкою в 1 : 1 000». Как это надо понимать?

Это значит, что внутренняя окружность расточки у бандажа будет выполнена на 1 : 1 000 короче внешней окружности обода у колеса, т. е.

$$\pi \cdot d \cdot \left(1 - \frac{1}{1\,000}\right) = \pi \cdot y.$$

Эта формула говорит нам, что *усадку в 1 : 1000 мы получим тогда, когда диаметр расточки у бандажа уменьшим на 1 : 1000 против диаметра колеса.*

На сколько градусов Цельсия надо разогреть бандаж, чтобы диаметр его расточки сделался одинаковым с диаметром обода у колеса, этот вопрос решается так:

Пусть в круглых цифрах коэффициент линейного расширения бандажа будет 1 : 80 000, искомая температура подогрева бандажа $t°$ Ц., тогда удлинение a внутренней части обода бандажа будет определяться так:

$$a = \frac{\pi \cdot y \cdot t}{80\,000}, \text{ откуда } t = \text{около } 80° \text{ Ц.}$$

Но для того, чтобы свободнее было надевать бандаж на колесо, нагрев бандажа делают по крайней мере до 200—250° Ц.

Принимая коэф. упругости для стального бандажа $E = 21\,500$ кг. на кв. мм., найдем, что после остывания бандажа на внутренней поверхности у его расточки разовьется напряжение растяжения, которое можно будет вычислить по формуле *4*:

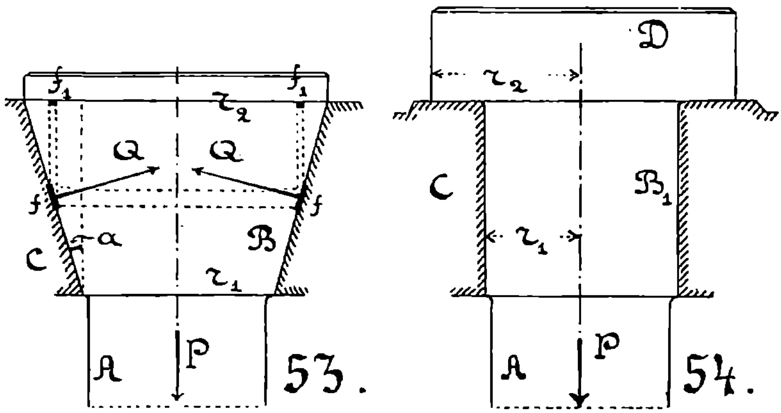
$$H = b \cdot E = \frac{21\,500}{1\,000} = 21{,}5 \text{ кг. на кв. мм.}$$

На самом деле величина напряжения у бандажа будет менее, так как при остывании бандажа упруго сожмется и обод колеса, упруго сожмутся и спицы колеса и его втулка.

Допустимые практические величины усадок при посадке одной машинной части на другую можно считать следующими:

	Усадка
подогревается чугунная втулка	1 : 800
» железная или стальная втулка	1 : 200
ставится «рубашка» в цилиндр	1 : 1 500 — 1 : 1 000
стягиваются железным «хомутом» разрезные части колес, рам	1 : 750 — 1 : 500

30. Равномерное распределение напряжений смятия на коническом стыке. На *фиг. 53* стержень A заканчивается вверху конической головкой B, которая должна будет передать давление P телу втулки C, расточенной конически. Предположим, что, повинуясь нагрузке P, конус B вызвал упругое смятие поверхности втулки C и переместился вниз на весьма небольшую длину e, не изменив своих размеров. Это будет вертикальное смещение каждой из точек поверхности конуса B, или иначе, смятие. измеренное вдоль оси конуса; а если *оно будет одинаково* для всех точек поверхности конуса, то будет всюду одинаково и то смятие, которое мы стали бы измерять по направлению. перпендикулярному к образующей конуса т. е. $e \cdot Sn\,a$, где a — половина угла при вершине конуса, или иначе, угол наклона образующей конуса с осью. Стало быть,



53. 54.

здесь мы имеем случай равномерного распределения напряжений смятия $м$ на поверхности конуса, имеющего радиусы r_1 и r_2.

Вообразим себе на поверхности конуса два элемента площади величоною f, диаметрально — противоположно расположенные один против другого. Каждый из них будет нагружен силою $f \cdot м = Q$. Все такие силы, нагружающие поверхность конуса, должны будут вступить в равновесие с нагрузкою P.

Два уравнения равновесия здесь обратятся в тождества, а именно:

1) Равенство моментов относительно оси конуса здесь ничего нам не даст, кроме тождества, так как все силы Q пересекают ось конуса, а сила P совпадает с нею.

2) Уравнение проекций всех сил на горизонталь скажет нам то, что проекция каждой правой силы Q на горизонталь будет равна таковой же проекции от левой силы Q, что и должно быть.

Остается третье условие равновесия, которое требует, чтобы сила P была равна сумме проекций *всех* сил Q на вертикаль. Проекция одной из этих сил будет:

$$Q \cdot Sn\,a = м \cdot f \cdot Sn\,a = м \cdot f_1\,.$$

Эта формула говорит нам, что взять проекцию на вертикаль одной силы Q это все равно, как если бы мы напряжение смятия $м$ распределим по площади f_1, которая будет проекцией площади f на горизонтальную плоскость. А когда мы возьмем проекции *всех сил* Q на вертикаль, нам придется просуммировать все площадки f_1, которые в сумме дадут нам площадь кольца с радиусами r_2 и r_1, т. е. всю проекцию поверхности конуса на горизонтальную плоскость. Следовательно, третье уравнение равновесия даст нам следующее:

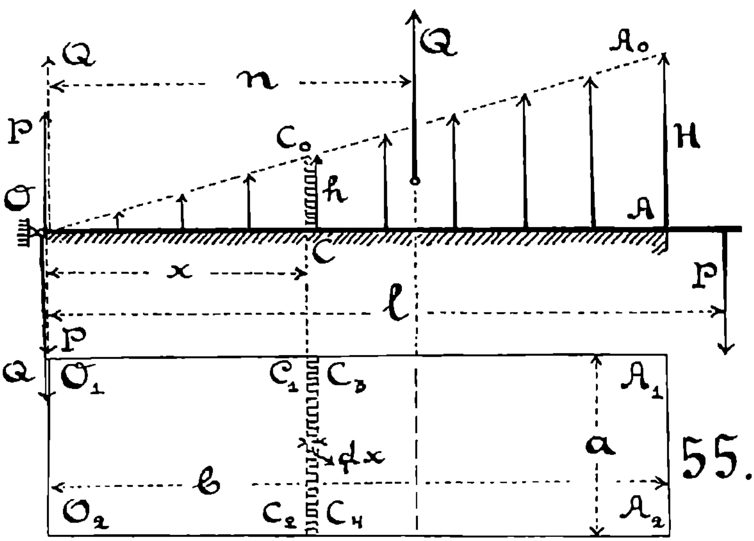
$$P = м \cdot \pi \cdot (r_2^2 - r_1^2) \qquad \mathbf{75.}$$

На *фиг. 54* показан другой способ восприятия осевой силы P от стержня A, — через цилиндрическое тело B головкою его D, имеющею плоский нижний торец с радусами r_2 и r_1. Напряжение смятия $м$ на этом плоском торце будет то же самое, что и на поверхности предыдущего конуса.

31. Неравномерное распределение напряжений смятия на плоском стыке. Пусть, напр., плита OA (*фиг. 55*), могущая вращаться около оси $O_1 O_2$, соприкасается с плоскостью стола $O_1 A_1 A_2 O_2$, имеющего длину b и ширину a. Под действием нагрузки P, приложенной от оси вращения на расстоянии l, плита поворачивается по часовой стрелке и сдавливает стол. Мы предполагаем, что форма плиты при этом не изменяется, т. е. она остается плоской, а смятие распространяется только на поверхность стола. Тогда — ясно, что различные части стола будут различным образом сдавлены и упруго смяты: во всех точках линии $C_1 C_2$, отстоящих от оси вращения на одном и том же расстоянии x, величина смятия будет одна и та же; а при переходе от точки C_1 к A_1 эта величина смятия будет тем больше, чем больше расстояние x. Если, однако, для точек, лежащих на линии $O_1 C_1 A_1$, перпендикулярной к оси вращения, смятия оказались пропорциональными расстояниям x, то и напряжения, возникающие в этих точках, будут также пропорциональны x. Это изменение напряжений можно будет представить себе графически следующим образом: при крайней правой точке A стола отложим напряжение H в виде линии AA_0; затем соединим точку A_0 с O; эта линия OA_0 графически и представит нам собою закон изменения напряжений при переходе от одной точки к другой, если итти вдоль линии $O_1 C_1 A_1$; иначе говоря, длина перпендикуляра CC_0 представит нам собою то напряжение h, которое будет существовать во всех точках линии $C_1 C_2$, отстоящей от оси вращения на расстоянии x:

$$\frac{h}{x} = \frac{H}{b}\,; \quad \text{или} \quad h = H \cdot \frac{x}{b} \qquad \mathbf{76.}$$

Если от линии $C_1 C_2$ перейдем к линии $C_3 C_4$, ей параллельной и отстоящей от линии $C_1 C_2$ на весьма малое расстояние (dx), которое мы называем приращением длины x и можем сделать произвольно малым, тогда можно считать, что при переходе от линии C_1C_2 к C_3C_4 напряжение h не изменилось; а если так, то сила, нагружающая площадку $C_1C_2C_4C_3$, у которой размеры будут a и (dx), может быть высчитана в виде произведения $a \cdot (dx) \cdot h$, а изображена в виде столбика нагрузки с высотою h. Следовательно, вся нагрузка над столом O_1A_2 выразится графически как бы клином OA_0A, имеющим вид треу-



55.

гольной призмы, у которой длина ребер $O_1O_2 = a$, площадь же основания есть OA_0A. Если назовем величину всей этой нагрузки через Q, то ее можно выразить так:

$$Q = a \cdot b \cdot \frac{H}{2} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad \textbf{77.}$$

К оси вращения O приложим две вертикальных силы P, снизу вверх — сплошную и сверху вниз пунктированную: первая из них войдет в состав пары сил PP, вращающей стол, а последняя будет представлять собою давление плиты на шкворень O.

Ответное сопротивление Q стола $O_1O_2A_2A_1$ сосредоточим в центре тяжести призмы OA_0A; в то же самое время к оси вращения O приложим две вертикальных силы Q, — сверху вниз сплошную и снизу вверх пунктированную; первая из них войдет в состав пары QQ, оказывающей сопротивление повороту плиты, а последняя представит собою давление, передаваемое от стола на шкворень O.

Итак, нажатие плиты к столу сводится к борьбе двух пар сил PP и QQ и затем к нажатию на ось шкворня с силою $(Q-P)$.

Равновесие двух пар сил требует равенства их моментов, т. е.

$$P \cdot l = Q \cdot n = Q \cdot \frac{2}{3} b \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad \mathbf{78.}$$

Как написан момент в первой части равенства, это понятно, он равен произведению силы P на ее плечо l; а вторая часть равенства должна представить собою момент сопротивления Q, сосредоточенного в центре тяжести призмы OA_0A, т. е. на расстоянии $n = \frac{2}{3} \cdot b$ от оси вращения. Сопротивление Q является слагающею всех отдельных сил сопротивления, работающих с напряжением h, а потому и сумма моментов всех этих отдельных сил может быть заменена моментом их слагающей Q.

Соединяя уравнения 77 и 78 в одно, получим:

$$P \cdot l = \left(a \cdot b \cdot \frac{H}{2}\right) \cdot \frac{2}{3} b \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad \mathbf{79.}$$

Из этой формулы, по заданной величине вращательного момента $P \cdot l$ и данным размерам опорной площади стола, можно будет определить величину наибольшего из всех напряжения H и сделать ее равной допускаемой величине.

Самой опасной линией стыка будет крайняя правая линия A_1A_2, наиболее удаленная от оси вращения. Быстрее всего можно повлиять на уменьшение напряжения H, по преимуществу развивая размер b, но не a.

Те части опорной поверхности стола, которые прилегают к оси вращения, мало напряжены и работают с малым плечом сопротивления, а потому они и мало помогают образованию момента сопротивления.

Предположим, что часть стола $O_1C_1C_2O_2$ отсутствует и что на ней ранее была сосредоточена сила сопротивления q; ее величина будет:

$$q = a \cdot x \cdot \frac{h}{2}.$$

Отсутствие этой части стола отразится на уменьшении момента сопротивления величиною

$$q \cdot \frac{2}{3} \cdot x = \left(a \cdot x \cdot \frac{h}{2}\right) \cdot \frac{2}{3} \cdot x.$$

Поэтому, если бы плита соприкасалась со столом только на длине AC, расчетное уравнение стола выразилось бы формулою:

$$P \cdot l = a \cdot b^2 \cdot \frac{H}{3} - a \cdot x^2 \cdot \frac{h}{3}$$

Соединяя эту формулу с 76 в одну, получим:

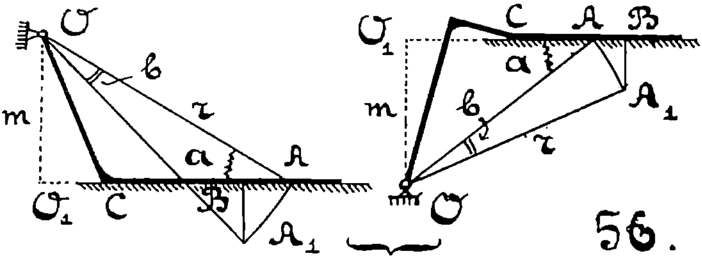
$$P \cdot l = H \cdot \frac{a \cdot b^2}{3} \cdot \left(1 - \frac{x^3}{b^3}\right) \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad \mathbf{80.}$$

Если $\frac{x}{b} = \frac{1}{4}$, уменьшение момента будет на $\frac{1}{64}$, или $1{,}56\,\%$

» $\frac{1}{3}$, » » » » $\frac{1}{27}$, » $3{,}7\,\%$

» $\frac{1}{2}$, » » » » $\frac{1}{8}$ » $12{,}5\,\%$.

Пример 26. Плита OCA (*фиг. 56*) имеет ось вращения в O на расстоянии $m = \overline{OO_1}$ от поверхности стола выше или



56.

ниже ее. Надо выяснить закон распределения напряжений смятия на поверхности стола CA в обоих случаях.

Рассмотрим перемещение точки A, связанной с плитою и отстоящей от оси вращения на расстоянии $r = \overline{OA}$. Если эта последняя линия переместится в пространстве на угол AOA_1, равный b, тогда точка A переместится в A_1 по дуге круга AA_1, описанной из центра O. Для нас важно найти и вертикальное перемещение $\overline{A_1B} = d$ и горизонтальное $\overline{AB} = c$.

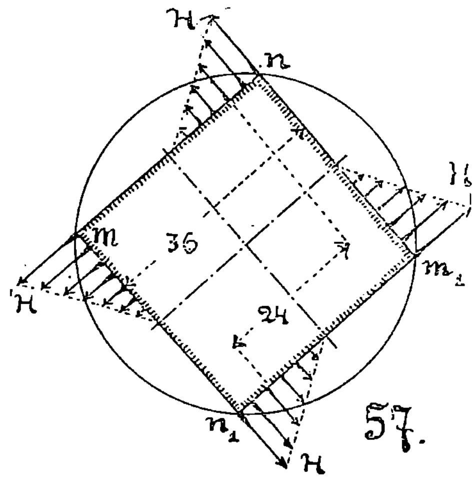
В виду того, что величина угла b получится весьма малой, будем считать дугу $\overline{AA_1} = r \cdot b$ за гипотенузу в прямоугольном треугольнике AA_1B; тогда:

$$d = r \cdot b \cdot Cs\,a = b \cdot OA$$
$$c = r \cdot b \cdot Sn\,a = b \cdot \overline{OO_1}\,,$$

т. е. точка A получает два смещения, из коих вертикальное d переменно и пропорционально расстоянию $\overline{OA}$ взятой точки

A от подошвы перпендикуляра OO_1, опущенного из центра вращения O на плоскость стола; а горизонтальное смещение *с постоянно* и равно тому, которое соответствует точке O_1. Другими словами, когда ось вращения плиты располагается не на продолжении плоскости стола, а выше или ниже ее, закон распределения напряжений, нормальных к плоскости стола, от этого *не изменяется*, а добавляется только еще горизонтальное смещение каждой точки плиты вдоль поверхности стола или справа налево, или же наоборот.

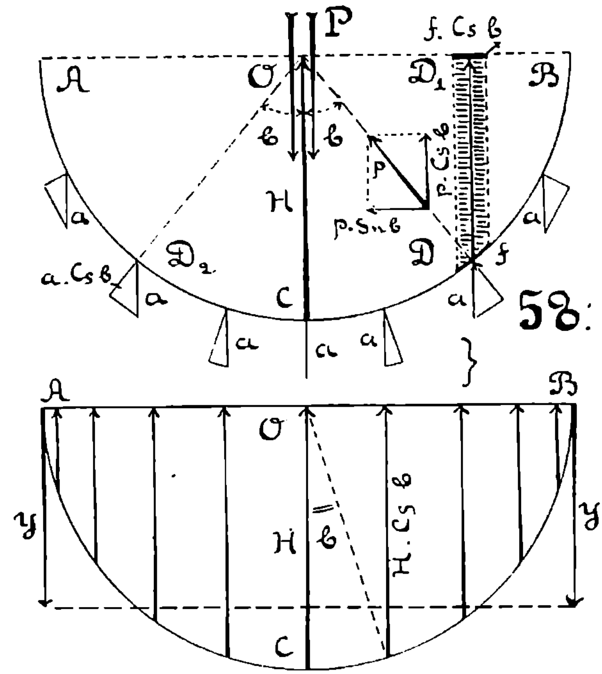
Пример 27. Вал ручного тендерного или вагонного тормоза обращен на верхнем своем конце в квадратную призму mnm_1n_1 (*фиг. 57*). На нее надета втулка рукояти. Сторона квадрата призмы $mn = mn_1 = 36$ мм.; высота втулки, охватывающей эту призму $= 50$ мм. Плечо рукояти тормоза $= 400$ мм.; а усилие, к ней прикладываемое, может достигать до 25 кг. Нужно найти напряжение смятия на сторонах квадратной призмы.



57.

Ответ. Напряжение смятия $м = 0.46$ кг. на кв. мм.

32. По какому закону распределяются напряжения смятия на поверхности шейки вала. К разрешению этого вопроса можно подойти, допустивши, что вал сделан из железа, материала более стойкого в смысле смятия и снашивания его трущейся поверхности, а вкладыш, на котором лежит шейка, пусть сделан из бронзы, которая и берет на себя смятие, вызываемое действием нагрузки P на шейку вала. Предположим, что в вертикальном направлении центр кругового сечения шейки опустился при этом на малую величину a (*фиг. 58*); тогда на ту же самую величину a сместятся вниз и все точки, лежащие на поверхности прикосновения шейки со вкладышем опоры. Вертикальное смещение всех точек опорной поверхности будет a. Оно вызовет радиальное смятие опорной поверхности на величину $a \cdot Cs\, b$, где b — величина угла, который делает данное радиальное направление с направлением действия силы P, т. е. с вертикалью. Напряжение смятия, нормальное к опорной поверхности, т. е. радиальное, будет поэтому пропорционально величине $a \cdot Cs\, b$. Короче говоря, оно будет прямо пропорционально косинусу угла b. Другими словами, самое большее из напряжений, равное H, будет вызываться при $b = 0$, т. е. на образующей C, лежащей в плоскости действия нагрузки P; а на произвольном радиальном направле-



нии DO, делающем угол b с вертикалью, напряжение будет равно $H \cdot Cs\,b$.

Диаметр шейки вала называем через d, а ее длину — через l. При точке D вообразим себе узкую долевую полоску опорной поверхности $f \cdot l$, во всю длину l шейки и с весьма малой круговой шириной f. Эта полоска будет оказывать сопротивление смятию, равное:

$$p = f \cdot l \cdot H \cdot Cs\,b \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad \mathbf{81.}$$

Это — одна из тех сил, которые, работая одна с другою совместно, уравновешивают собою действие нагрузки P.

Составим уравнения равновесия между силою P и отвечающими на ее действие всеми силами p.

Равенство моментов всех этих сил обратится в тождество, так как направления всех сил проходят через точку O.

Равенство проекций всех сил на горизонталь будет также тождеством, ибо сила P будет проектироваться в точку, а все силы p в виде проекций дадут величины $p \cdot Sn\,b$; но в точках D и D_2, расположенных симметрично относительно вертикали, каждые две такие силы будут равны между собою по величине и противоположны по знаку; и всё уравнение проекций на горизонталь обратится в тождество.

Остается написать теперь равенство проекций всех сил, спроектированных на вертикаль. Оно дает нам:

$$P = \text{сумме всех } p \cdot Cs\,b = \sum p \cdot Cs\,b \cdots\cdots \quad \mathbf{82.}$$

Соединяя это равенство с 81 в одно получим:

$$P = \sum f \cdot l \cdot H \cdot Cs^2 b = \sum l \cdot (f \cdot Cs\,b) \cdot (H \cdot Cs\,b) \cdots \quad \mathbf{83.}$$

Вторую часть этого равенства весьма просто можно будет представить себе графически.

Величина $f \cdot Cs\,b$ есть проекция дугового элемента на горизонтальный диаметр; $f \cdot Cs\,b \cdot l$ будет горизонтальная проекция опорной площади полоски D с размерами f и l, а величина $H \cdot Cs\,b$ — это ее напряжение. Если в точке C примем условно длину OC за напряжение H, тогда при точке D длина DD_1 в том же масштабе будет давать нам $H \cdot Cs\,b$; а покрытая штрихами вертикальная полоска будет представлять собою то вертикальное сопротивление, которое будет оказывать силе P ответная сила сопротивления, сосредоточенная на опорной площади $f \cdot l$, прилегающей к элементу D. Ответная же сила на всей опорной поверхности шейки графически представится об'емом полуцилиндра с радиусом H и длиною l. На диаметре d, или иначе $2H$, выстроим призму с долевым сечением $d \cdot l$ и с высотою y под условием, чтобы об'ем этой призмы был равен об'ему полуцилиндра; тогда получим:

$$l \cdot 2H \cdot y = l \cdot \frac{\pi \cdot H^2}{2} \quad \text{или} \quad y = \frac{\pi}{4} \cdot H \cdots\cdots \quad \mathbf{84.}$$

Это и есть то среднее напряжение y, работая с которым во всех точках горизонтального долевого сечения шейки, она уравновесила бы силу P, т. е.

$$P = d \cdot l \cdot y = \frac{\pi}{4} \cdot H \cdot d \cdot l, \quad \text{или}$$

$$H = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{P}{d \cdot l} = 1{,}27 \cdot \frac{P}{d \cdot l} \cdots\cdots \quad \mathbf{85.}$$

т. е. максимальное напряжение смятия шейки на 27% отличается от того равномерно-распределенного, которое получилось бы, деля нагрузку P на площадь долевого сечения шейки $d \cdot l$.

При расчете шейки вала, находящегося в непрерывном вращении, вместо H вносят в эту формулу напряжение снашивания k (см. таблицу 6-ю), принимая во внимание также и скорость вращения шейки.

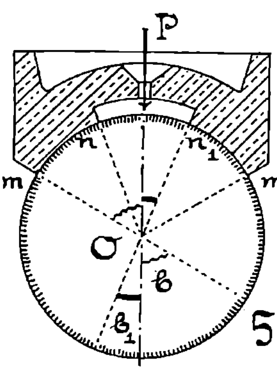
Принимаются также все меры и к тому, чтобы смазка на поверхность стыка подводилась по возможности непрерывно, и чтобы трущиеся поверхности оставались всё время исправно промазанными, — и особенно те части их, которые несут на себе наивысшее напряжение.

Пример 28. Шип железного вала опирается на бронзовый вкладыш подшипника. В новом виде шип имел диаметр 50 мм., длину 75 мм., и напряжение снашивания его цилиндрической поверхности было принято равным 0,35 кг. на кв. мм. У сработанного шипа диаметр уменьшился на 3 мм., а напряжение снашивания повысилось на $x^0/_0$. Надо найти эту величину x.

Ответ. $x = 6{,}3^0/_0$.

33. Опорные вкладыши с неполным охватом шипа у оси. Мы видели ранее, что на опорной поверхности вкладыша, поддерживающего вал или ось, *не все* элементы его рабочей поверхности ACB (*фиг. 58*) равноценны, а именно: те элементы, которые прилегают ближе к направлению действия нагрузки OC, работают с бо́льшим напряжением: а элементы, расположенные вблизи горизонтального диаметра AB, почти вовсе не участвуют в работе.

Материал вкладыша будет использован всего лучше тогда, когда на его трущейся поверхности будут сгруппированы элементы, имеющие почти одинаковое напряжение; а этого возможно будет достигнуть лишь в случае неполного охвата вкладышем цилиндрической поверхности шейки.



59.

Так делается, напр., в буксовых вагонных подшипниках. На *фиг. 59* дана схема устройства такого вкладыша: соприкасание его с шейкою происходит по дугам mn и m_1n_1. На длине nn_1, где развивалось бы наибольшее напряжение, передача давления отсутствует, и как раз через это именно место вводится смазка на трущиеся поверхности. Определение среднего давления можно произвести в этом случае достаточно точно, разбивши дугу mn на несколько равных частей и находя величины косинусов в точках деления по таблице.

Пример 29. Вкладыш того типа, который изображен на *фиг. 59* охватывает шейку, имеющую диаметр 120 мм. и длину 180 мм. Длина ненагруженной дуги nn_1 = 15 мм. Угол охвата $2b = 60°$. Рабочее напряжение у этого вкладыша предположено взять равным $k = 0{,}5$ кг. на кв. мм. Найти безопасную для этого вкладыша нагрузку P.

Величину угла b_1 в градусах найдем так:

$$b_1 = \frac{7{,}5 \cdot 360}{\pi \cdot 120} \quad 7°10'.$$

После этого выписываем из таблицы косинусов следующее:

Градусы	7°10'	10°	15°	20°	25°	30°
Cs	0,992	0,985	0,966	0,931	0,906	0,866

Средняя арифметическая величина из всех этих шести Cs будет 0,941; а отношение максимального из косинусов к этой средней величине будет

$$0{,}992 : 0{,}941 \quad 1{,}05.$$

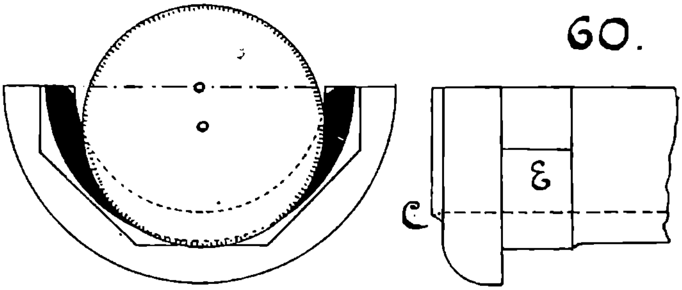
Проекция опорной поверхности вкладыша на горизонтальную плоскость будет:

$$F = (r - 15) \cdot l = 45 \cdot 180 = 8\,100 \text{ кв. мм.}$$

Предполагая, что коэффициент использования этой поверхности, благодаря осуществлению на ней смазочных канавок, будет $= 0{,}9$, уравнение крепости изнашивания вкладыша напишем так:

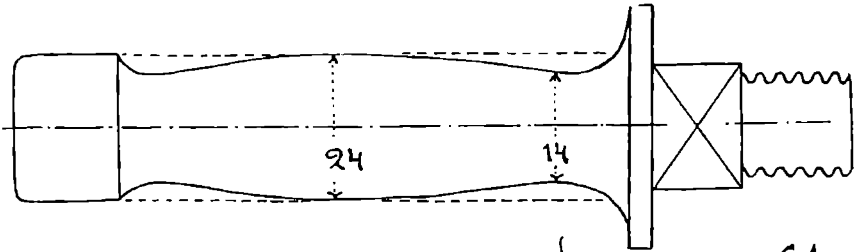
$$0{,}5 = 1{,}05 \cdot \frac{P}{0{,}9 \cdot F}; \qquad \text{откуда} \quad P = 3\,471 \text{ кг.}$$

34. Различные типы изнашивания валиков, входящих в состав пар вращения. Если шейка ва́ла, вращаясь непрерывно около *своей* геометрической оси, нагружает вкладыш по всей его длине одинаково, смазывается как следует и рассчитана правильно, быстрого изнашивания ее не должно было бы наблюдаться. Конечно, оно будет идти, но весьма медленно, почти незаметно. Снашиванию в этом случае должен подвергаться вкладыш, но опять-таки медленно. Главными причинами быстрого срабатывания вкладыша являются: разверка установки и недостаточное подведение смазки на трущуюся поверхность; и до какого недопустимого безобразия может доходить иногда изнашивание вкладыша приводного вала, это показано на *фиг. 60*, где приведено снятое с натуры изображение проношенного насквозь вкладыша: диаметр шейки 80 мм., длина ее 140 мм.; чрезмерное снашивание вкладыша вызвало в конце концов и срабатывание самой шейки на 2 мм. в диаметре. На чертеже видно, что направление действия нагрузки на вкладыш слегка уклонялось от вертикали, что внешнее очертание опорной поверхности E вкладыша на обоих концах его было восьмигранным и что разгоряченный усиленным трением материал вкладыша был приведен в состояние текучести и

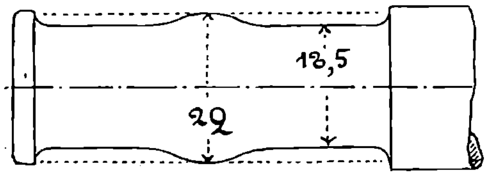


сильно выдавливался наружу в местах C. Осталась от тела вкладыша неизношенною только та часть его, которая в разрезе показана черным.

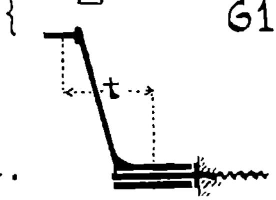
На *фиг. 62* показан тип снашивания непрерывно вращающегося стального валика одной из машин прядильного производства. Диаметр шейки был 22 мм., длина ее 66 мм. Смазка подводилась в средине длины, поэтому средняя часть валика осталась почти неизношенною, а те части его, которые расположены вправо и влево от средины длины, заметно сносились, и валик, оставаясь телом вращения, потерял в конце концов свою цилиндрическую форму.



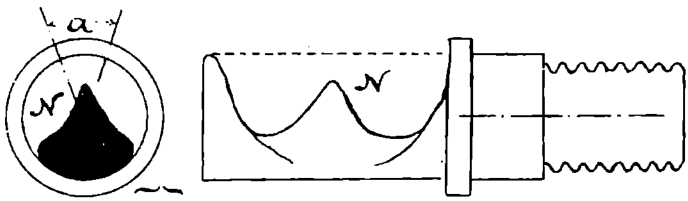
61.



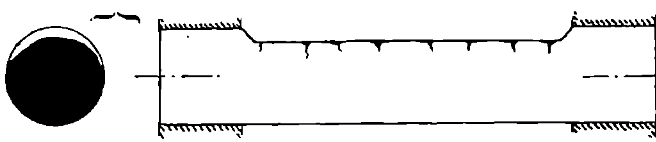
62.



На *фиг. 63* показана форма срабатывания цилиндрического валика, осуществляющего собою геометрическую ось вращения такой втулки, которая раскачивалась на нем на угол a. Механизм, очевидно, был совершенно не из точных, т. е. самые раскачивания втулки могли быть почти произвольными: втулка смазывалась изредка; смазка подводилась сверху в средине длины опорной поверхности валика; против смазывающего отверстия втулки остался на поверхности валика как бы «*сосок*» *N* наименее сношенного места валика, а вправо и влево от соска расположены резко выношенные части опорной поверхности.



63.



64.

На *фиг. 64* дано изображение «заевшего» валика из точного парораспределительного механизма системы *Кольмана.* Валик позабыли вовремя смазать . . .

На *фиг. 61* имеем тип срабатывания валика, поддерживающего втулку, которая на нем раскачивается, нагружаясь не в центральной своей плоскости, а эксцентрично, как это показано в схеме на фиг. 61 внизу, где величина эксцентриситета отмечена буквою t. И здесь также смазка подводилась в средине длины втулки, а вправо и влево от средины, где развиваются наибольшие величины напряжений смятия, туда попадало смазки мало, и срабатывание валика оказалось там наибольшим.

Все перечисленные выше примеры снашивания взяты из жизни, из русской практики, а чертежи были сделаны мною по тем образцам, которые находятся в *музее деталей машин* *) Московского Высшего Технического Училища.

*) Начало этому музею было положено мною, а завершение этой работы принадлежит моему преемнику по курсу деталей машин, профессору А. И. Сидорову. Насколько важно и необходимо было начать собирать изношенные части машин, — и особенно же неправильно изношенные, ясно видно только теперь, когда эти коллекции сделались богатыми, имеющими громадную научную ценность. По ним лучше, чем по какой-либо книге, каждый наглядно знакомится с тем, *чему* учит нас теория и *что* происходит тогда, когда указания теории будут забыты; тут ясно видно, как *надо* строить и как *не надо*; видны результаты правильного расчета и неправильного, правильного монтажа и неправильного и т. д. — *П. Х.*

Пример 30. Проверить на изнашивание палец кривошипа паровой машины, делающей 240 оборотов в минуту. Диаметр пальца $d = 160$ мм., длина его $l = 176$ мм. Наибольшее давление, направленное вдоль оси шатуна, достигает до 10 440 кг.

Проекция опорной поверхности пальца на плоскость, проходящую через его ось, будет

$$d \cdot l = 160 \cdot 176 = 28\,160 \text{ кв. мм.}$$

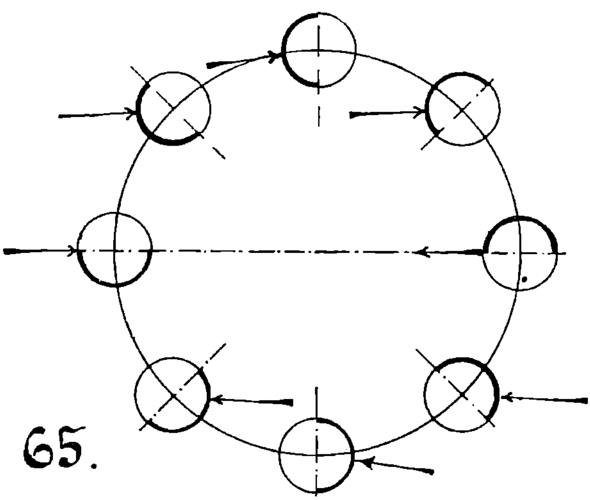
До 10% этой поверхности сбросим на выполнение смазывающих канавок. Тогда напряжение изнашивания будет вычисляться следующим образом (см. формулу 85):

$$k = 1{,}27 \cdot \frac{10\,440}{0{,}9 \cdot 28\,160} = 0{,}52 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Средняя скорость скольжения на цилиндрической поверхности пальца кривошипа будет:

$$\frac{\pi \cdot d \cdot n}{60} = \frac{3{,}14 \cdot 160 \cdot 240}{60}, \quad \text{или} \quad 2{,}01 \text{ мт. в сек.}$$

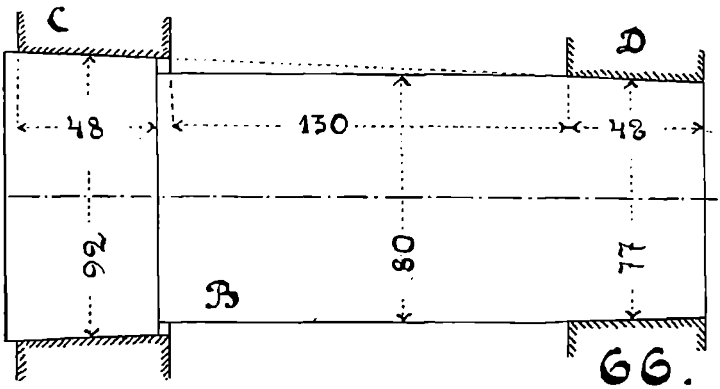
При такой большой скорости надо было бы считать вычисленную величину k несколько высокой; но, имея в виду заботливый уход и обильную смазку, вычисленную величину возможно считать близкой к допускаемой. А лучше было бы здесь всё-таки понизить ее на 10—15 процентов. В паровозных машинах, наоборот, повышают величину k до 1 кг. и даже до 1,5 кг. на кв. мм. в менее ответственных случаях. Так делается потому, что паровозная паровая машина не находится непрерывно в работе; она имеет большие простои, да и в работе ей приходится быть не всё время под полной нагрузкой, чаще — под умеренной, а на уклонах она идет и вовсё порожнем.



65.

Особенность в снашивании пальца кривошипа заключается еще и в том, что за долгий промежуток времени он не может сохранить своей круглой цилиндрической формы. И это не зависит у него ни от рода материала, ни от правильности установки, а происходит, не взирая на эту правильность; об'ясняется это тем, что давления к пальцу от шатуна передаются все время через один и тот же «бок» пальца, как это видно на *фиг. 65*, где рабочий бок пальца кривошипа отмечен толстою полуокружностью.

Пример 31. Проверить на изнашивание и смятие валик вильчатой головки шатуна, хватающейся за ползун той же паровой машины, которой принадлежал и рассчитанный только что палец кривошипа. Рабочая цилиндрическая часть B валика (*фиг. 66*) имеет диаметр $d = 80$ мм., а длину $l = 130$ мм.



66.

Те же конические части пальца C и D, которые заведены в вилку шатуна, имеют длину $l_1 = 48$ мм., а средние диаметры конусов $d_1 = 77$ и $d_2 = 92$ мм. Давление, передаваемое валиком на шатун, равно 10 440 кг., как это было отмечено и в предыдущей задаче.

Определим сначала напряжение смятия на конических концах валика. Из них более опасным будет более тонкий конец D; для него напишем формулу смятия в таком виде:

$$м = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{10\,440}{2 \cdot 48 \cdot 77} = 1{,}75 \text{ кг. на кв. мм.}$$

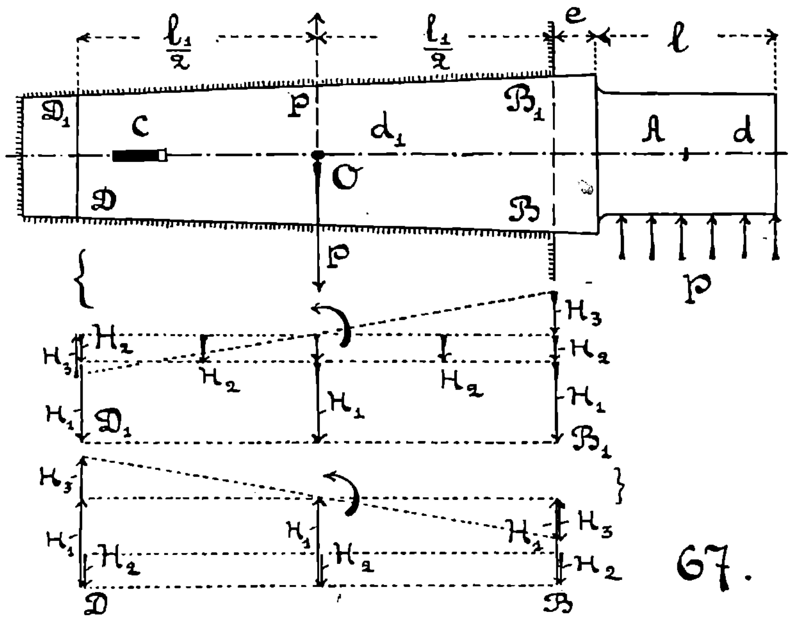
Для невращающихся частей стыка эта величина $м$ вполне допустима. В случае наступления смятия на этой опорной поверхности оба конуса C и D перемещаются слева направо установительным винтом; для этого оба конуса выполняются с общей образующей, т. е. с общим углом при вершине.

Найдем теперь напряжение изнашивания на трущейся поверхности валика по следующей формуле:

$$k = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{10\,440}{80 \cdot 130} = 1{,}27 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Полученная величина несколько высока, но может быть, однако же, терпима при малой скорости перемещения на трущемся стыке.

35. Как распределяются напряжения смятия на поверхности хвоста у вставного шипа. На *фиг. 67* обозначают: A — цилиндрический шип оси, B — его слегка конический хвост, заведенный внутрь тела оси с предварительным



67.

нажатием на поверхности стыка. Подтягивание хвоста делается клином C. Диаметр шипа — d, средний диаметр у хвоста — d_1, их длины — l и l_1 соответственно, e — длина заплечика между торцем оси и началом шипа.

Пусть величина того предварительного напряжения смятия, которое было вызвано при постановке хвоста на место, будет H_1. Считаем его равномерно распределенным по всему стыку и направленным нормально к общей геометрической оси у хвоста и шипа.

Приложим теперь к шипу нагрузку P. Ее действие на шип тотчас же отразится и на распределении напряжений смятия на хвосте. В точке O, лежащей в средине длины хвоста, приложим две силы P, — одну сплошную — сверху вниз, а другую — пунктированную — снизу вверх. Первая из них войдет в состав пары, стремящейся вращать шип в своем гнезде, а вторая будет представлять собою давление, стремящееся переместить хвост в гнезде снизу вверх. От этого последнего перемещения увеличится напряжение смятия на верхней части хвоста B_1 на величину H_2 и уменьшится на нижней части хвоста B на ту же величину H_2. Ее можно будет вычислить по формуле:

$$H_2 = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{P}{d_1 \cdot l_1} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad \textbf{86.}$$

После этого наибольшее напряжение смятия на верхней стороне хвоста будет $(H_1 + H_2)$, а на нижней $(H_1 - H_2)$. Эта последняя величина должна быть больше нуля, чтобы хвост в точке B не разгрузился.

Теперь учтем действие пары сил PP, имеющей своим плечом длину OA. При повороте хвоста около оси O произойдет следующее: на верхней стороне B_1D_1 у хвоста справа увеличится напряжение смятия на величину H_3 в крайней правой точке, а слева уменьшится оно на ту же самую величину в крайней левой точке; на нижней же стороне BD у хвоста произойдет обратное явление, т. е. на ту же величину H_3 увеличится напряжение в крайней левой точке и уменьшится в крайней правой. Эта мысль передана чертежом на фиг. 67 внизу. После этого наибольшее из всех напряжение смятия будет в точке B_1; оно будет равно

$$H = H_1 + H_2 + H_3 \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad \textbf{87.}$$

А наименьшее из всех напряжений смятия будет в точке B; оно будет

$$H_4 = H_1 - H_2 - H_3 \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad \textbf{88.}$$

Обязательно иметь величину H_4 более нуля, иначе в точке B произойдет полная разгрузка стыка между хвостом и гнездом его, что не допустимо.

Таким образом выяснилось, что стремление хвоста вращаться в своем гнезде около оси O вызовет действие двух совершенно одинаковых пар сил, моменты которых составятся так:

величина сил сопротивления вращению $\frac{d_1 \cdot l_1}{2} \cdot \frac{H_3}{2} \cdot \frac{\pi}{4}$

плечо » » » $\frac{2}{3} \cdot l_1$.

Выражая, что момент действующей пары сил должен быть равен сумме моментов сопротивляющихся ему пар сил, получим:

$$P \cdot \left(\frac{l}{2} + e + \frac{l_1}{2}\right) = 2 \cdot \left(\frac{d_1 \cdot l_1}{2} \cdot \frac{H_3}{2} \cdot \frac{\pi}{4}\right) \cdot \frac{2}{3} \cdot l_1$$

или

$$H_3 = \frac{4P}{\pi} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{l + 2e + l_1}{d_1 \cdot l_1^2} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad \textbf{89.}$$

Эта формула и 86 показывают, что для уменьшения напряжений H_3 и H_2, разгружающих стык в точке B, лучше всего увеличивать длину хвоста l_1, а не диаметр его d_1.

В конце концов по равенству 87 напряжение H не должно превосходить допускаемой величины, а напряжение H_4 должно быть более нуля.

Пример 32. Применение только что выведенных формул для вставного шипа разберем на примере, взявши:

$$l_1 = 3l\,; \quad d_1 = 1{,}2\cdot d\,; \quad c = 0{,}1\cdot l.$$

Для упрощения дела, вместо нагрузки P введем в формулы напряжение изнашивания k на поверхности шипа, пользуясь для этого выведенной нами ранее формулой 85:

$$\frac{4\cdot P}{\pi} = k\cdot d\cdot l\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot$$

Тогда по формулам 86 и 89 будем иметь:

$$H_2 = \frac{k\cdot d\cdot l}{d_1\cdot l_1} = \frac{k}{1{,}2\cdot 3} = \frac{k}{3{,}6}$$

$$H_3 = \frac{3k\cdot d\cdot l}{2}\cdot\frac{4{,}2\cdot l}{d_1\cdot l_1^2} = \frac{3\cdot 4{,}2\cdot k}{2\cdot 1{,}2\cdot 9} = \frac{2{,}1\cdot k}{3{,}6}$$

$$H_2 + H_3 = \frac{3{,}1\cdot k}{3{,}6}\;.$$

Для того, чтобы H_4 не получалось меньше нуля, выберем H_1 более вычисленной суммы $H_2 + H_3$ на $20\,\%$, тогда получим:

$$H_1 = 1{,}2\cdot(H_2 + H_3)\,; \qquad H = 2{,}2\cdot(H_2 + H_3)\,, \quad \text{или}$$

$$H = \frac{2{,}2\cdot 3{,}1\cdot k}{3{,}6} = 1{,}9\cdot k\,.$$

Если шип будет железный, вкладыш бронзовый, и условия ухода обыкновенные (средние), тогда можно взять $k = 0{,}3$, и получим $H = 0{,}57$ кг. на кв. мм., т. е. если гнездо для хвоста будет приготовлено в чугунной оси, полученную величину H можно считать за вполне удовлетворительную; а если хвост должен держаться прочно в гнезде у деревянной оси, тогда надо понизить величину H, примерно, вдвое.

Взявши l_1 равным $4l$ и $5l$, получим соответственно:

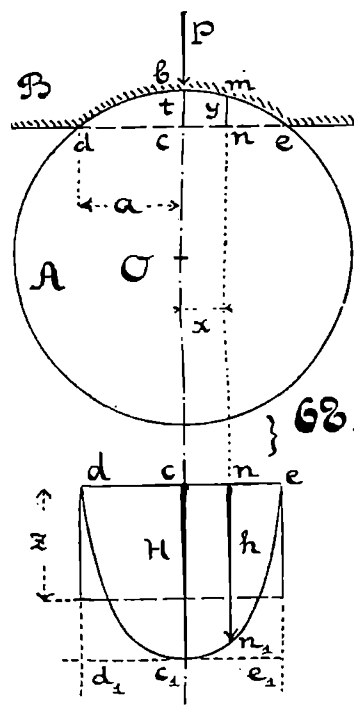
$$\text{при } l_1 = 4l;\quad H_2 = \frac{k}{4{,}8}\,;\quad H_3 = \frac{1{,}95\cdot k}{4{,}8}\,;\quad H = 1{,}23\cdot k$$

$$\text{при } l_1 = 5l;\quad H_2 = \frac{k}{6}\,;\quad H_3 = \frac{1{,}86\cdot k}{6}\qquad H = 0{,}95\cdot k.$$

Последнее соотношение будет вполне пригодно и для хвоста, покоющегося в деревянном гнезде, так как тогда получим $м = 0{,}95 \cdot 0{,}3 = 0{,}29$ кг. на кв. мм., что близко уже подходит к величине допускаемого напряжения смятия при передаче давлений поперек волокон.

Здесь мы предполагали, что слегка конический хвост шипа будет поворачиваться около оси O, взятой на средине длины хвоста. Это будет справедливо только в случае цилиндрического хвоста, а в коническом хвосте ось вращения будет лежать чуть правее оси O, т. е. ближе к точке A; поэтому сделанный нами расчет не вполне точен, но вводимая нами погрешность такого порядка, что мы предположили чуть менее благоприятные условия работы хвоста; при этих условиях потребовали, чтобы хвост был достаточно прочен, а в действительных условиях он будет и подавно прочен.

36. По какому закону распределяются напряжения смятия на поверхности цилиндрического катка. Мы делаем предположение, что каток выполнен из материала более стойкого, чем соприкасающиеся с ним поверхности, что каток сам не сминается, но целиком вдавливается в поверхность того тела B (*фиг. 68*), которое нагружает каток, и что величина происходящего при этом смятия весьма невелика. Чтобы яснее передать сущность явления смятия в этом случае, результат смятия передан на фиг. 68 умышленно в сильно преувеличенном виде.



68.

Обозначаем через P — то давление, которое приходится на 1 каток и распределяется равномерно по всей длине l образующей катка, имеющего диаметр $2r$. На фиг. 68 отмечены: $2a = de$ — *хорда смятия*, стягивающая дугу dbe, на протяжении которой происходит вдавливание катка; $t = bc$ — наибольшая глубина вдавливания; $y = mn$ — та глубина вдавливания, которая будет происходить на расстоянии x от средней вертикали. По свойству окружности мы можем написать, что полухорда x есть средняя пропорциональная величина между отрезками диаметра, т. е.

$$x^2 = (t - y) \cdot [2r - (t - y)] .$$

Но так как применение этой формулы надо делать в предположении, что хорда смятия — весьма невелика, то можно упростить эту формулу, приняв, что:

$$x^2 = (t - y) \cdot 2r \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad \textbf{90.}$$

При $x = a; \quad y = 0; \quad t = a^2 : 2r:$

$$y = \frac{a^2 - x^2}{2r} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad \textbf{91.}$$

Напряжения смятия, развивающиеся на поверхности dbe по вертикальному направлению, будут все различны: наибольшее из них будет в точке b, а наименьшие, равные нулю, — в точках d и e.

Для произвольной точки m пусть величина напряжения смятия будет h, а для наиболее опасной точки b его обозначим через H.

Выражая ту мысль, что напряжения должны быть прямо пропорциональны произведенным ими смятиям, получим:

$$\frac{h}{H} = \frac{a^2 - x^2}{a^2} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad \textbf{92.}$$

Это уравнение показывает нам, что все напряжения, развивающиеся на поверхности смятия, на чертеже можно изобразить, как ординаты некоторой параболы dc_1n_1e, у которой ордината $cc_1 = H$ будет выражать собою наибольшее из всех напряжений, а ордината $nn_1 = h$ представит собою то напряжение, которое будет соответствовать произвольной точке n.

Из геометрии известно, что величина площади, ограниченная с одной стороны параболою dc_1e, а с другой прямою de, равна двум третям площади прямоугольника dd_1e_1e, в который вписана эта парабола (см. § 72).

Если бы речь пошла теперь о том, чтобы заменить все эти переменные напряжения h таким постоянным z, работая с которым опорная поверхность катка могла бы воспринять на себя прежнее давление P, тогда мы должны были бы написать равенство:

$$l \cdot \frac{2}{3} \cdot H \cdot 2a = l \cdot z \cdot 2a, \quad \text{откуда}$$

$$z = \frac{P}{2a \cdot l} = \frac{2}{3} H \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad \textbf{93.}$$

Это и есть расчетное уравнение для цилиндрического катка.

Величину допускаемой хорды смятия берут на практике тем больше, чем больше диаметр катка. Допустим, что они взаимно пропорциональны:

$$\frac{a}{r} = ж, \quad \text{тогда } P = \left(\frac{2}{3}\cdot ж\cdot H\right)\cdot l\cdot 2r \cdots\cdots \qquad \textbf{94.}$$

$$\text{Или} \cdots\ q = \frac{P}{l\cdot 2r} = \frac{2}{3}\cdot ж\cdot H \cdots\cdots \qquad \textbf{95.}$$

Эта формула говорит нам, что *безопасная для катка нагрузка прямо пропорциональна длине катка, его диаметру, а также допускаемому на сминаемой поверхности напряжению и допускаемой длине хорды смятия.*

Если бы надо было разрешить более общий вопрос о передаче давления между двумя цилиндрическими катками, когда рабочее давление равномерно распределяется по их общей образующей в месте их взаимного соприкосновения, в этом случае пришлось бы применять формулы высшей математики. Мы здесь дадим только окончательные результаты этих исследований.

Если P будет рабочее давление между двумя цилиндрическими катками, r_1 и r_2 — их радиусы, l — рабочая длина образующей в месте касания, тогда наибольшее напряжение смятия можно вычислять по такой формуле:

$$H = 0{,}418\cdot\sqrt{\frac{P\cdot E}{l}\cdot\frac{r_1+r_2}{r_1\cdot r_2}}\,.$$

В этой формуле входящие в нее величины выражаются в *кг.* и *см.*, а не *мм.*

Обращая в этой формуле один из радиусов в бесконечность, перейдем к передаче давления от катка на плоскость, где можно будет вычислять наибольшее напряжение смятия по такой формуле:

$$H = 0{,}418\cdot\sqrt{\frac{P\cdot E}{l\cdot r}}\,.$$

При расчете по этой формуле мостовых катков, выполненных из лучшей стали, принимают $H =$ от 3 000 до 3 500 кг. на кв.*см.*, а величину коэф. упругости $E = 2\,100\,000$ кг. на кв.*см.*

В исключительных случаях диаметр мостовых чугунных катков доходил в выполнении до 400 мм., а длина образующей — до 800 мм.

Пример 33. Подсчитать допускаемые величины хорды смятия у цилиндрических катков при тех данных для удельного напряжения, которые были приведены выше.

По формулам *94* и *95* имеем:

$$\frac{a}{r} = ж = \frac{3}{2} \cdot \frac{q}{H}\,.$$

Принимая допускаемое напряжение смятия для *чугунных* катков равным $H = 15$ кг. на кв. мм., получим:

$$\text{при } q = 0{,}25\,; \quad ж = \frac{3}{2} \cdot \frac{0{,}25}{15} = 0{,}025$$

$$\text{при } q = 0{,}6\,; \quad ж = \frac{3}{2} \cdot \frac{0{,}6}{15} = 0{,}06\,.$$

Для стальных катков, взявши $H = 25$, найдем:

$$\text{при } q = 0{,}6\,; \quad ж = \frac{3}{2} \cdot \frac{0{,}6}{25} = 0{,}036$$

$$\text{при } q = 1{,}0\,; \quad ж = \frac{3}{2 \cdot 25} = 0{,}06\,.$$

37. Практические данныя для расчета цилиндрических катков. Величину напряжения q, определяемого из формулы *95* и отнесенного к площади продольного сечения катка, назовем *удельным напряжением.* Для катков, работающих на чугунной плоскости или же на выпуклой поверхности большого радиуса, удельное напряжение можно брать так:

$q = 0{,}25$—$0{,}60$ кг. на кв. мм. — для *чугунных* катков;

$q = 0{,}60$—$1{,}0$ » » » » — для *стальных* »

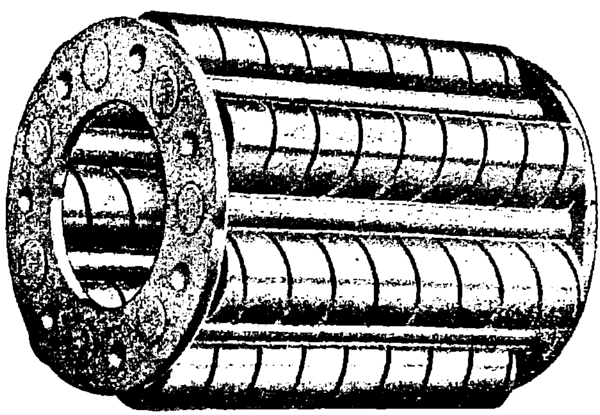
Первые из этих цифр даются для катков, работающих с большой скоростью, а вторые — для опорных катков, имеющих временное вращение с малой скоростью (под'емные механизмы и проч.).

Для уменьшения трения в опорных подшипниках их вкладыши нередко заменяются в современных устройствах роликами, которые заводятся между двумя концентрическими поверхностями, — выпуклым цилиндром и вогнутым. Чтобы ролики не сбивались в кучу, их монтируют в общей рамке на параллельных осях. Число отдельных роликов в рамке бывает различно, — 6, 8, 10, 12 и т. д. Если число роликов равно n, а вся величина давления, воспринимаемого на опору с роликами, равна Q, то давление P, приходящееся на один ролик, определяется по формуле:

$$P = \frac{5\,Q}{n} \;\ldots\ldots \qquad \textbf{96.}$$

Эта формула выводится теоретически и подтверждена опытом.

Есть одна специальная форма роликовых подшипников, которую выполняет американский завод *Гиат* (*Hyatt*); вместо роликов он применяет цилиндрические стальные пружины; они дают опоре особую упругую податливость, столь ценную, напр., в разного рода под'емных устройствах (дифференциальных блоках и т. п.). Вид роликового кольца из таких пружин дает нам



69.

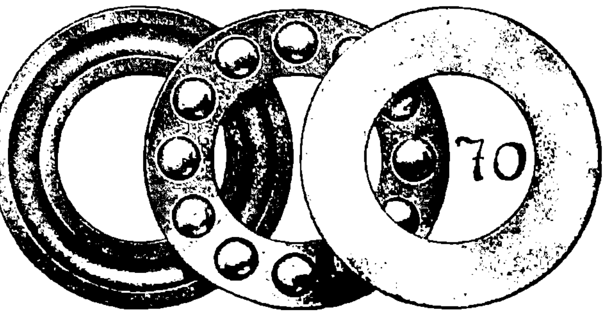
фиг. 69: по ней видно, что соседние пружины тут завивают в разные стороны; это обстоятельство отлично помогает установить циркуляцию смазки в такого рода опорных подшипниках.

Для уменьшения трения в опорных подпятниках их вкладыши заменяются системою конических роликов, монтированных в общей раме. Для безукоризненной работы такого подпятника существенно необходимо, чтобы все конические ролики имели одну общую вершину. Длину образующей у таких роликов лучше не брать большою. За расчетный диаметр конических роликов берется их средний диаметр.

Конические ролики с успехом заменяют также подпятником, работающим на шариках. Конструктивное устройство таких подпятников может быть очень разнообразным. Детали простейшего из них даны на *фиг. 70*: между двумя кольцами, верхним и нижним, заведены шарики, охватываемые общей рамой или обоймой, которая не дает им возможности сбиваться в кучу; на опорных кольцах для помещения шариков выточены кольцевые канавки или «лунки».

Величину сопротивления от трения, которое развивается в роликовых подшипниках, можно отнести к величине давления, воспринимаемого такой опорой. Практически полученные величины этого отношения заключаются в пределах от 1 : 200 до 1 : 100 при условии надежной смазки, хорошего исполнения и точной сборки. Вместе с увеличением размеров подшипника величина этого коэффициента понижается.

Посмотрим теперь, какой величины давления считаются *безопасными* при передаче их на обод колес у вагонов, тяжелых омнибусов, грузовых повозок разного рода и легковых экипажей.



Здесь приходится различать два случая: 1) тяжесть груженой повозки будет передаваться посредством колес на рельсы, 2) повозка будет перемещаться прямо по мостовой, более или менее несовершенной и неисправной, или даже и по грунтовой дороге, как это бывает у нас, в России, и до сих пор еще.

В случае передачи давления от колеса на рельс можно руководствоваться нижеследующими данными инженера *Троотуайна* (*Trautwine*), который дает величину той безопасной нагрузки, которую можно передать на каждый 1 мм. по рабочей ширине обода катка, имеющего диаметр $2r$:

	Величины $P:l\cdot\sqrt{2r}$
Стальные катки на стальных опорах...	6,35
» бандажи на стальных рельсах	4,10
» » » железных »	3,65
» » » чугунных полосах	3,30
Чугунные колеса на железных »	2,12
» » » чугунных »	1,70

Пользуясь выражением $P:l\cdot\sqrt{2r}$ надо считать в нем нагрузку выраженною в *кг.*, а длины — в *мм.*

При подсчете ширины обода колес у тяжелых повозок, которые работают на городской мостовой, величину давления, которое безопасно может передаваться на 1 *см.* ширины металлической шины, отягивающей обод колеса, берут следующим образом:

	$P:l$
для «ломовых» полков тяжелого типа........	10—14 кг.
для повозок еще более грузных, служащих для перевозки балок, тяжелого леса, аппаратов, машин и т. п.	14—18 »
для фур..............................	20 »

Правильнее, однако, поставить величины $P:l$ в зависимость от диаметра колеса. Если это сделать, то получим следующие цифры:

диаметр колеса	60 см ···	P кг. : l см.	=	10 кг.
» »	80 »	» »	=	13 »
» »	100 »	» »	=	16 »
» »	120 »	» »	=	18 »
» »	140 »	» »	=	20 »

При работе на грунтовых дорогах величины нагрузок следует понижать в 2—3 раза.

Ширина чугунных и железных бандажей, отягивающих обод колес у самых тяжелых повозок для перевозки больших тяжестей, бывает от 10 до 25 см.

В городских рессорных экипажах, служащих для перемещения «живого груза», обод колеса часто отягивается гуттаперчевой шиной, имеющей или сплошное поперечное сечение, или же полое («*пневматик*»), снабженное внутри воздушной полостью или «камерой».

Допускаемые величины давлений *на каждое колесо* регулируются нижеследующими данными:

а) *Гуттаперчевые шины со сплошным сечением:*

			Давление на колесо
Диам. колеса	73—85 см.;	ширина обода l = 5,5 см.;	P = 300 кг.
» »	73—85 » ;	» » 6,5 » ;	400 »
» »	73—85 » ;	» » 7,5 » ;	550 »
» »	73—85 » ;	» » 9 » ;	700 »
» »	82—105 » ;	» » 10 » ;	900 »
» »	82—105 » ;	» » 12,5 » ;	1250 »
» »	100—130 » ;	» » 15 » ;	1750 »

б) *Гуттаперчевые шины с воздушной камерой:*

			Давление на колесо
Диам. колеса	65—75 см.;	ширина обода l = 6,5 см.;	P = 170 кг.
» »	65—75 » ;	» » 7,5 » ;	220 »
» »	76—84 » ;	» » 9 » ;	400 »
» »	76—84 » ;	» 10,5 » ;	500 »
» »	76—84 » ;	» » 12 » ;	550 »
» »	85—92 » ;	» » 12,5 » ;	650 »

Максимальные допустимые скорости езды в час по исправному шоссе во всех этих шести случаях считаются такими:

40; 50; 60; 75; 90; более 90 километров.

Есть особый род катков, которые непрерывного вращения не получают, поворачиваются с малою скоростью и работают, как упругая подвижная подушка. Это — деревянные катки, посредством которых делается «надвижка» легких мостовых ферм с одного устоя на другой. Такие катки делаются дубовыми с диаметром от 2 до 4 дюйм. (5—10 см.) и с длиною до 10 дюйм. (25 см.). Возможная величина давления на *каждый* такой каток назначается соответственно от 30 до 60 пуд. (от 490 до 980 кг.). Во время войны 1914—1917 гг. работали с такими катками при надвижке мостовых ферм, имевших пролеты до 14 мт. (6.5 саж.). Давление на 1 линейный *см.* образующей катка допускалось

при диаметре в 5 см. . . . до 50 кг. на 1 кв. см.
» » в 10 » . . . » 100 » » 1 » »

С такими деревянными катками работают, однако, лишь в том случае, когда сам каток получает опору на всей своей длине, т. е. он катится, например, по деревянной балке, его подпирающей; и об изгибе самого катка, как балки, не возникает тут и речи. Если же постелью для катков являются продольные рельсы, поставленные один от другого на близком расстоянии (20—25 см.), то катки делаются чугунными. Диаметр их берется в 10 см., длина — 60 см. Число их доводится в одной группе до 10 штук. Под низ накатываемой фермы подшиваются деревянные полозья (ширина 240 мм., толщина 150 мм.). Нормы нагрузок и здесь желательно брать не выше тех, которые были даны для деревянных катков соответственного диаметра.

Надвижка мостовых ферм более значительного пролета делается иногда при помощи одинарных чугунных катков, посаженных каждый на свою железную ось; ее цилиндрические шипы вращаются в неподвижных опорах, укрепленных ко временным неподвижным промежуточным мостовым опорам. Диаметр таких чугунных катков делается обычно в 250 мм., длина образующей также 250 мм.; диаметр железной оси, вместе с которою вращается каток, 100 мм.; диаметры шипов по 80 мм., их длина — по 100 мм. Шипы вращаются в чугунных опорах литой чугунной же рамы, на которой и монтируется такой каток. Под низ накатываемой фермы подшиваются и здесь деревянные полозья шириною по 240 мм. На поверхности смятия этих полозьев, непосредственно прилегающих к поверхности чугунного катка, давление, приходящееся на 1 линейный *см.* образующей катка, берется не более 200 до 250 кг.

Есть и другого рода катки, которые в работе *никогда* не делают полного оборота около своей геометрической оси, а испытывают поворот только на небольшой сравнительно угол. Таковы, напр., катки, при помощи которых передается давление на неподвижные фундаментные плиты от концов мостовых ферм, получающих перемещения в пространстве или вследствие прогиба их, или же вследствие изменения разности температур (в момент окончания сборки и в любой данный момент). Выполняются такие катки, обыкновенно, из литой стали. При расчете их берется рабочее напряжение смятия не больше 16 кг. на кв. мм.

Такого рода катки осуществляют собою, как говорят в механике, «пару вращения» с поворотом на малый угол.

В точных измерительных приборах (весах, разрывных машинах и т. п.) подобная пара вращения заменяется ребром закаленой стальной призмы, опирающимся на каленую стальную пластинку. При работе таких приборов на максимальную нагрузку, на линейный мм. опорного ребра призмы передают от 125 до 200 кг., а в самых точных весах эта величина бывает равна 2 кг. и менее.

В американских точных разрывных машинах большой силы, взамен шарниров и каленых стальных призм с их острыми ребрами, применяют подвешивание измерительных рычагов на широких, но тонких, стальных лентах. Толщина подобных лент встречается от $\frac{1}{18}$ мм. до 2 мм., а ширина сечения лент доходит до 100 мм. При такого рода подвесе рычагов не развивается никаких сил трения в опорных и передаточных узловых точках и достигается наивысшая точность взвешивания*).

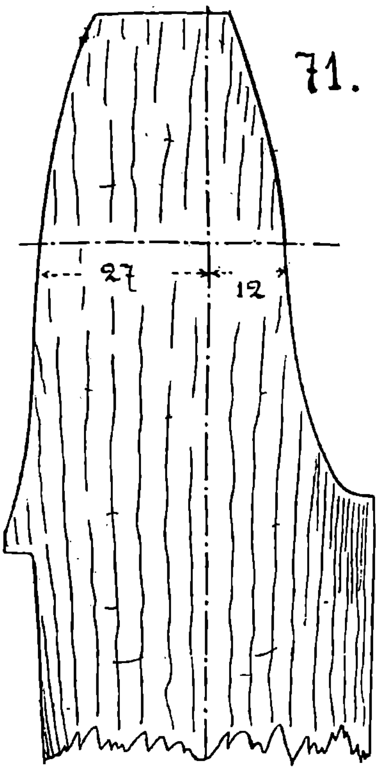
Род катков осуществляют собою по существу дела также и боковые рабочие поверхности зубьев у зубчатых колес. При

*) В весах, построенных на 100 англ. фунтов (110,76 русских фунтов) максимального груза, *чувствительность* была найдена в 1 : 14 000 000 долю груза, т. е. такая прибавка или убавка гирь выводила весы уже из равновесия. С другой стороны *семь раз* повторенное взвешивание одного и того же предмета давало разницу в показаниях веса, которая оценивалась 1 : 1 750 000 долей груза. — *П. Х.*

правильном выполнении, зубья взаимно должны были бы катиться один по другому, а не скользить. Величину допускаемого давления на зуб здесь вычисляют в зависимости от скорости движения колеc v (в метрах в сек.) и относят к 1 мм. длины зуба. Это приведенное давление p можно брать по формуле

$$p = \text{или менее } \frac{A}{2+v}, \text{ где}$$

$A = 120$ — для чугунных зубьев, не обработанных на машине,
$A = 180$ — для чугунных зубьев, фрезованных или строганых:
$A = 75$ — для деревянных зубьев из белого бука.



71.

При неправильном выполнении боковых профилей зубьев, при разверке в установке колес, при снашивании вкладышей у валов, на которые посажены колеса, начинается скольжение взаимно соприкасающихся зубьев вместо качения, и результатом этого будет срабатывание боковых сторон у зубьев. Особенно быстрым и заметным может быть такое срабатывание у деревянных зубьев. На *фиг. 71* мы приводим изображение однобоко сношенного деревянного вставного зуба. Он был вынут из обода маховика большой паровой машины, установленной на бумагопрядильной фабрике в одном из приволжских городов. Толщина зуба, считаемая по так называемой «начальной окружности», на которой скорости вращения колес одинаковы, была 54 мм., высота зуба 87 мм. За 2 года работы зубьев, при обильной смазке их, срабатывание толщины зубьев произошло на целых 15 мм.

38. Трамбовальные катки. Их применяют при укатывании полотна шоссейных дорог после произведенного на нем ремонта. Более легкие катки строятся для конной тяги, а тяжелые для паровой.

Конные катки строятся для давлений от 3 до 5 *tn* в ненагруженном виде. Рабочая нагрузка доводится в них до 6—8 *tn*. Конная тяга бывает рассчитана на совместное участие в работе 4—6—8 лошадей. Диаметр конных чугунных катков бывает от 1,2 до 1,8 мт., ширина обода — от 1,1 до 1,3 мт., толщина обода — 60—75 мм. Давление, приходящееся на длину 1 *см.* образующей катка в нагруженном виде, колеблется от 50 до 60 кг., редко более.

Паровые катки бывают или обычного типа (10—12 —15—18 *tn*), или же более тяжелого типа (25—30—35 —40 *tn*).

Первый из паровых катков был выстроен на французском заводе *Лемуан* (*Lemoine*) в 1859 году. Гораздо позднее началась постройка паровых катков в Англии, еще позднее — в Германии; но нигде так много заводов не специализировалось на этой отрасли машиностроения, как именно в Германии. Перед Великой войной насчитывалось там более семи больших заводов, которые строили паровые катки, как хорошо изученную специальность.

Число катков в одной машине бывает или 2, или 3, или 4. Если — *два*, то оба одной ширины (напр., 1,2 мт.), но разного диаметра, — передний 1,2 мт., задний — 1,4 мт. Если — *три*, то спереди идет широкий каток, а сзади — два ходовых колеса, обращенных в катки. Если — *четыре*, то передний каток как бы раздваивается по ширине на два отдельных. От машины приводятся во вращение всегда задние катки. Они бывают часто значительно бо́льшего диаметра, чем передние катки, но с меньшей шириной обода.

Если катков в одной машине бывает или 3, или 4, то установка и передней и задней системы их делается обязательно так: расстояние между внутренними кромками обода у ходовых (задних) колес на 10—15—20 *см.* делается меньше, чем ширина обода передней системы катков, так что паровой каток укатывает сразу ширину шоссе, равную расстоянию между внешними кромками ходовых колес.

Раздача нагрузок между передней и задней системой катков встречается на практике самой разнообразной. В лучших системах катков на задние катки отдается бо́льшая нагрузка P, чем на передние — Q. При обратном распределении нагрузок, встречающемся на русских шоссейных дорогах, работа по укатыванию идет не так успешно и скоро. Передние катки вдавливаются тогда глубже задних и гонят перед собою слишком высокую волну сыпучего материала постели шоссе.

Наиболее типичные величины отношений нагрузок P и Q, встречающиеся в практике, таковы:

в паровых катках немецких заводов $\frac{P}{Q} = 1{,}5 - 1{,}3$

» » » английских » » $= 1{,}3$

» » » , работающих на русских шоссейных дорогах.... » $= 0{,}5 - 0{,}2$.

Диаметр главного катка, — будет ли он в задней системе или же в передней, берется от 1,2 до 1,6 мт.; ширина его колеблется в очень широких пределах в разных конструктивных выполнениях катков. Более поворотливые катки получают ширину обода от 0,5 до 0,6 мт., а наиболее тяжелые до 2,2—2,4 мт., и только в исключительных случаях, в самых тяжелых катках, ширину обода доводили до 2,6 мт. (1,22 саж.).

Наиболее благоприятные условия работы получались от таких паровых катков, у которых диаметры в передней и задней системе одинаковы, и сдавливающая сила катка *не чрезмерна* (в пределах от 15 до 30 *tn.*).

Давление, которое приходится на длину 1 сантиметра образующей катка, колеблется в разных типах катков в очень широких пределах: максимальный предел — 100—120—140—160 кг., минимальный предел — 40—60—70—80 кг. В немецких и английских катках обычно делается так, что в переднем катке давление, приходящееся на сантиметр ширины обода берется в 1,2—1,3 раза больше, чем в задних; в типах же катков, работающих на русских шоссейных дорогах, встречается и обратное отношение.

Применение системы укатывания дорог и поддержания их в исправном виде оправдывается следующими средними практическими данными, указывающими *относительную величину сопротивления перемещению* одной и той же повозки на горизонтальном пути (без уклона):

по плохой проселочной дороге	1
» хорошей » »	1 : 2—1 : 3
» твердой дороге, незамощеной, укатанной	1 : 4—1 : 5
» » » , очень хорошо укатанной...	1 : 8—1 : 10
» шоссейной дороге	1 : 5—1 : 8
» » » очень хорошей	1 : 7—1 : 12
» мостовой булыжной	1 : 4—1 : 5
» » каменной хорошей	1 : 7—1 : 10
» » деревянной торцовой	1 : 9
» » асфальтовой	1 : 20
на хорошем санном пути	1 : 5—1 : 8
по железной дороге, узкоколейной...........	1 : 15—1 : 30

К сожалению, у нас, в России, все эти данныя совершенно еще не усвоены. Страна и до сих пор страдает от бездорожья, благодаря чему при перевозке тяжестей в распутицу и после каждого ливня бесплодно растрачиваются несметные количества рабочей энергии живых существ (и людей, и рабочих животных); безжалостно «зарезывают» лошадей на непосильной для них работе, вызванной исключительно плохим состоянием дороги; непредусмотрительно ломают и портят как повозки, так и перевозимые на них грузы и товары. Наша родина станет в этом отношении на один уровень с культурными странами лишь тогда, когда она заменит все свои «большаки» и «проселки» исправными шоссе. Для этого народу в ближайшем будущем надо будет выполнить колоссальную и планомерно проведенную дорожно-строительную работу. Её хватит на многие десятки лет.

39. Замена цилиндрических катков шаровыми. Ее широко практикуют в последние годы решительно во всех механизмах. Диаметры вырабатываемых шариков встречаются от $\frac{1}{16}$ дюйма и до 4 дюймов. Готовятся они из литой стали. Первый из этих двух шаров безопасно может на себя взять нагрузку около 5 кг., а второй — до 10 *tn* (в неподвижных опорах).

Если и здесь говорить о напряжении смятия на поверхности, по которой произойдет вдавливание шарика в опорную плоскость, и допускать, что форма шарика останется после этого не измененной, а самое вдавливание будет малым, то закон распределения напряжений смятия выразится тою же формулою *92*, какую мы имели и для цилиндрического катка: только там этот закон был справедлив для всех точек поверхности dbe (*фиг. 68*), лежащих в плоскости, перпендикулярной к оси катка, а здесь он будет справедлив для всех точек подобной же дуги, лежащих в любой плоскости, содержащей в себе и направление действия нагрузки и центр шара, т. е. одинаковыми напряжениями обладают здесь не точки, взятые на одной и той же образующей опорной поверхности, а точки, взятые на одной и той же окружности, описанной радиусом x (фиг. 68) около оси Ob.

При катке цилиндрическом все ответные сопротивления опорной поверхности выражались ординатами nn_1 (фиг. 68) параболического клина, у которого длина $= l$, длине катка, а площадь торцевого основания была очерчена по параболе dc_1n_1e. Здесь же, при катке шаровом, эта самая парабола будет служить образующею тела вращения, а именно — параболоида вращения, осью которого будет линия cc_1, а диаметром окружности, очерчивающей основание этого тела вращения, будет длина хорды смятия, измеряемой в любой плоскости, проходящей через ось cc_1 (фиг. 68).

Об'ем такого параболоида вращения равен *половине* об'ема цилиндра, имеющего с ним общую длину оси cc_1 и общую площадь основания с диаметром его de (фиг. 68). Следовательно, заменяя при шаровом катке переменные напряжения h постоянным средним z, мы должны здесь получить:

$$z = \frac{H}{2} = \frac{P}{\pi \cdot a^2} \cdots\cdots \qquad \mathbf{97.}$$

Это и есть расчетное уравнение шарового катка, сминающего плоскую опорную поверхность.

Выбирая и здесь так же, как в роликах, хорду смятия пропорциональной радиусу шарика, получим:

$$\text{если } \frac{a}{r} = ж, \quad \text{то} \quad P = \left(\frac{ж^2 \cdot D}{2}\right) \cdot \pi \cdot r^2 \cdots\cdots \qquad \mathbf{98.}$$

$$\text{Или,} \qquad q_1 = \frac{P}{\pi \cdot r_2} = \frac{ж_2 \cdot D}{2} \cdots\cdots \qquad \mathbf{99.}$$

Эти формулы говорят нам, что *безопасная для шарового катка нагрузка прямо пропорциональна площади сечения катка, проходящей через его центр, затем допускаемому на сминаемой поверхности напряжению и квадрату хорды смятия.*

40. Практические данныя для расчета шаровых катков. Величину удельного напряжения q_1 выбирают в этом случае в зависимости от того, будет ли опорная поверхность для катка плоскою, или же она будет в виде желобка, очерченного по дуговому профилю, имеющему радиус *не более* двух третей диаметра катка.

а) Шарики работают на опорных *плоскостях*: $q_1 = 0{,}025$ — *чугунные* шары и чугунные плоскости; $q_1 = 0{,}06 - 0{,}1$, — *стальные* шары на стальных плоскостях или на выпуклых поверхностях.

б) Шарики работают *в желобках* на опорной поверхности:

$q_1 = 0{,}7 - 1{,}0 - 1{,}25$, — чугунные шары и чугунные желобки.

$q_1 = 1{,}0 - 2{,}0 = 2{,}5$, — стальные шары и стальные желобки.

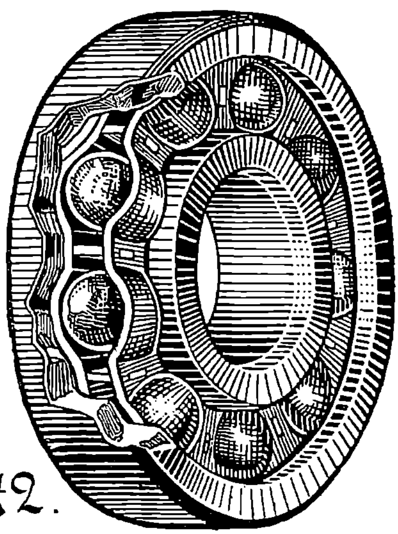
Шарики готовятся на специальных заводах из литой стали, фрезуются на специальных машинах, а после закалки шлифуются и полируются.

По мере увеличения числа оборотов n для вала в минуту удельное давление для стальных шаров, работающих в стальных желобках, должно понижаться в такой градации, напр., как это показывает следующая таблица величин q_1:

$n =$	50	150	250	500	1 000	1 500	2 000
для подшипников	2,5	2,0	1,6	1,3	0,95	0,63	0,31
» подпятников	1,3	0,7	0,57	0,45	0,31	0,19	—

Для грубых сравнений шариковых подшипников с другими (в смысле затраты в них работы трения) могут служить следующие практические данныя: если работу трения в подшипнике с нерегулярной смазкой принять за 100%, то обильным непрерывным подведением смазки эту величину можно понизить до 20 процентов; переходя к цилиндрическим каткам, можно добиться понижения работы трения на 40%; а заменяя опору на катках опорой на шариках, работу трения можно понизить еще втрое, т. е. довести ее только до 20% от первоначальной, с которой мы начали сравнение.

Всегда возможна маленькая неточность в диаметрах шариков; поэтому, когда они работают группами в общей рамке (*фиг. 72*), следует расчетное давление считать процентов на 5—10 более вычисленного, а удельное напряжение брать, сообразуясь со скоростью перемещений на рабочей поверхности, сообразуясь с условиями смазки дорожек и с возможностью для шариков иметь полную свободу перемещений во время работы.



72.

При перегрузке шариков, при отсутствии смазки и при замене каленых шариков некалеными происходит иногда обращение шариков в *лепешку* с доведением хорды смятия у самого шарика до весьма значительной величины, достигающей $0{,}8 \cdot d$, как это можно видеть на образцах, имеющихся в музее деталей машин Москов. Высшего Технич. Училища. В таких случаях шариковый подшипник теряет весь свой смысл и является источником развития дабавочных вредных сопротивлений, толчков, сотрясений и т. п.

В лучших же устройствах, правильно рассчитанных, безукоризненно выполненных, надежно смазываемых достигается значительное понижение той величины сопротивления вращению, которая развивается в подшипнике. Если-бы величину этого сопротивления дать в виде небольшой доли от воспринимаемого на себя подшипником давления, то эту цифру, на основании практических данных, можно было бы считать равной 1 : 500, а в больших устройствах при особо тщательном выполнении и уходе даже и менее (до 0,0015).

В этом и надо искать причину того, что опоры на шариках, или иначе «шариковые опоры» получили в последнее время громадное распространение во всех отраслях машинного дела, начиная с машин, работающих в мастерских на неподвижных фундаментах, и кончая самодвижущимися машинами (автомобилями, аэропланами и т. п.).

Лучшими заграничными заводами (немецкими, шведскими и др.) вполне разработана нормализация шариковых опор, работающих при умеренном числе оборотов ($n = 100$) и более значительном ($n = 500 - 1000 - 2000$ обор. в мин.) на шариках с диаметром от 5 до 65 мм. при числе шариков в одном подшипнике от 8 до 40 и более. Были примеры применения таких опор для нагрузки до 14 *tn* в одном подшипнике и до 40 *tn* в одном подпятнике. Весьма ценные применения таких опор находим ныне во многих устройствах машин-орудий, в шатунных механизмах, в центробежных насосах, центрофугах и т. п.

Разнородные применения шариковых подшипников с конструктивными указаниями и расчетными таблицами помещены в специальных сочинениях по этому делу:

Бюллетени Политехнич. Общества в Москве за 1901 год. в №№ 4 и 6.

Журнал Machinery, за 1901 год, т. 7, № 10, стр. 305.

Zechlin. — Kugel- und Rollenlager. 1900.

Bauschlicher. — Kugellagerungen. 1908.

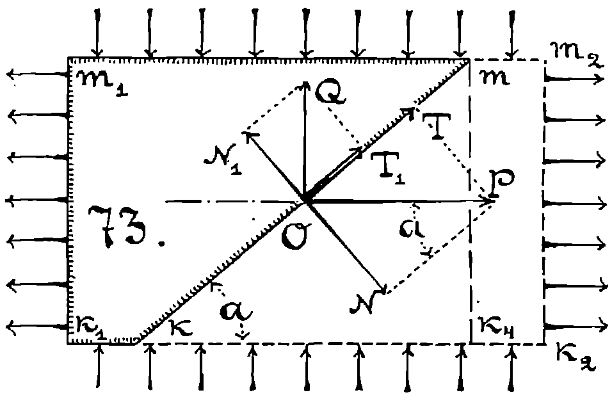
Arens. — Kugellager. 1913.

41. Как надо рассчитывать призму, растянутую вдоль ее оси и сжатую поперек оси, или наоборот. В главе о растяжении мы рассмотрели вопрос о расчете призмы, которая растянута и вдоль и поперек. Совершенно те же формулы *69—72* получили бы и в случае замены растягивающих сил сжимающими. Теперь изменим условия задания в том смысле, что к силе P, растягивающей призму в горизонтальном направлении, добавим еще силу P_1, сжимающую ее в вертикальном направлении. Оставляя на *фиг. 73* те же обозначения, которые мы имели на *фиг. 38*, и только изменяя направление нагрузки Q на обратное, вместо формулы *69* получим теперь следующую:

$$n = \frac{N - N_1}{F_2} = H \cdot Sn^2 a - H_1 \cdot Cs^2 a\text{, или}$$

$$n = Sn^2 a \cdot (H + H_1) - H_1 \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot \qquad \mathbf{100.}$$

Если $a = 90°$, $n = H$; при $a = 0$, $n = -H_1$, т. е. расчетным напряжением будет или H, или H_1, смотря по тому, ко-



торое из них будет больше. Точно также вместо формулы *71* получим здесь следующую:

$$t = \frac{T + T_1}{F_2} = \frac{H + H_1}{2} \cdot Sn\, 2a \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot \qquad \mathbf{101.}$$

$$\text{при } a = 45°,\ t_{max.} = \frac{H + H_1}{2} \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot \qquad \mathbf{102.}$$

Следовательно, относительно сдвига этот случай является наиболее опасным из всех, доселе рассмотренных, так как в формуле *102* напряжения сдвига складываются между собою, а не вычитаются одно из другого, как это было раньше.

Сопротивление тел сдвигу.

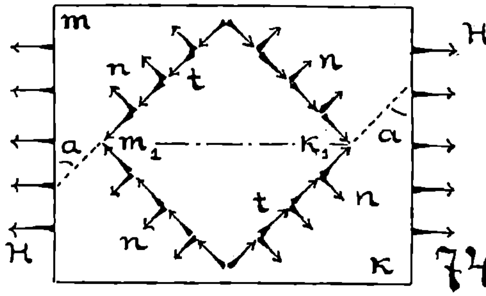
42. Обязательное появление напряжений сдвига при вытягивании призмы (или при сжатии ее). С этим вопросом мы встретились в первый раз при выводе формулы *67* в главе о растяжении призмы. Там было обнаружено, что, как только начнется растяжение, обязательно появляются в то же время и напряжения сдвига; зарождаются они во всех плоскостях, наклоненных к оси тела, т. е. наклоненных к тому направлению, по которому призма вытягивается. В плоскостях, взаимно перпендикулярных, эти напряжения сдвига оказывались всегда равными между собою. С изменением наклона плоскостей сдвига менялись и развивающиеся в них напряжения. Самые большие из них оказались в плоскостях, наклоненных к оси под углом $a = 45°$.

На *фиг. 74* изображена призма mk, которую мы растягиваем горизонтально силами, параллельными плоскости нашего чертежа. Мысленно вообразим себе, что в нее вписана другая призма, квадратная, с диагональю $m_1 k_1$, которая совпадает с осью тела. На гранях этой призмы нанесены нормальные напряжения n и тангенциальные t. Если угол $a = 45°$, то по формулам *66* и *67* получаем, что для этого частного случая $n = t = 0{,}5 \cdot H$. Следовательно, призма $m_1 k_1$ будет растягиваться по двум взаимно перпендикулярным направлениям под действием нормальных напряжений n, но она будет в то же время и перекашиваться под действием напряжений сдвига t, т. е диагональ $m_1 k_1$ будет у нее удлиняться, и все углы между ее гранями, бывшие до действия сил прямыми, будут претерпевать изменения такого рода, что углы при точках m_1 и k_1 обратятся в острые, а два другие — в тупые. Это изменение углов между гранями призмы и есть характерный признак наступления в призме явления сдвига, всегда сопровождающегося взаимным перекашиванием ее граней.

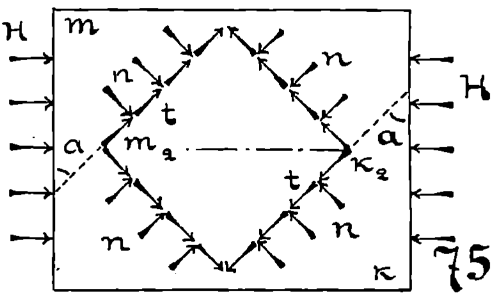
Та же самая картина перекоса призмы $m_2 k_2$ (*фиг. 75*) будет наблюдаться и в случае сжатия призмы mk в горизонтальном направлении, только здесь углы при точках m_2 и k_2 будут стремиться сделаться тупыми, а два других — острыми.

Итак, оказывается, что нельзя осуществить растяжения призмы без того, чтобы в ней тотчас-же не возбудились еще и дополнительные напряжения сжатия и сдвига: мы вытягиваем призму mk вдоль ее оси (горизонтально), а она стремится получить поперечные сокращения и дать перекос во всех прямых углах, которые до опыта можно начертить на ее гранях, параллельных оси, за исключением тех только углов, у которых одна из сторон параллельна оси призмы. Точно также при сжатии призмы mk вдоль ее оси неизбежно происходят в ней поперечное растяжение и косые сдвиги; благодаря существованию последних чугунная сжатая призма, напр., в конце концов и разрушается, рассыпаясь на куски.

После этого делается понятным и то предположение, что если-бы нам удалось к граням призмы приложить извне сдвигающие ее силы, то внутри такой призмы обязательно должны были бы возникнуть и побочные напряжения растяжения и напряжения сжатия. В этом мы и убедимся ниже.



74.



75.

43. Касательные силы на гранях перекошенной призмы. На фиг. 74 и 75 мы изображали ее с квадратным основанием на торце, который обращен к нам. Но эта квадратная форма торцевого основания вовсе не обязательна; мы можем вообразить ее себе и в виде прямоугольника. Пусть ребра перекашиваемой призмы AE (*фиг. 76*) будут c, d и e. Если касательную силу на верхней и нижней грани обозначим через P, а напряжение сдвига, равномерно-распределенное по верхней и нижней грани, будет t, тогда можно будет написать, что

$$P = t \cdot d \cdot e = t \cdot F \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad \mathbf{103.}$$

Точно также, если касательную силу на боковых гранях обозначим через Q, а напряжение сдвига, ей соответствующее, будет t_1, тогда

$$Q = t_1 \cdot c \cdot e = t_1 \cdot F_1 \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad \mathbf{104.}$$

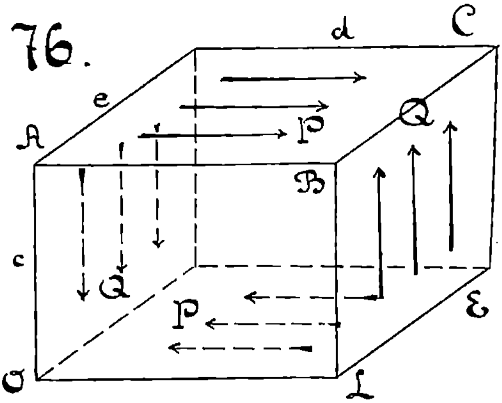
Эти обе пары сил PP и QQ должны быть между собою в равновесии; а это условие требует равенства их моментов, т. е.

$$P \cdot c = Q \cdot d, \quad \text{или,} \quad (t \cdot d \cdot e) \cdot c = (t_1 \cdot c \cdot e) \cdot d,$$

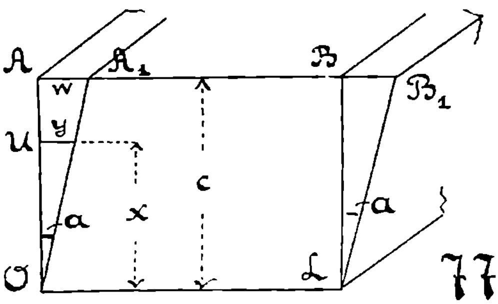
$$\text{откуда,} \quad t = t_1 \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad \mathbf{105.}$$

т. е. *какие бы размеры перекашиваемой призмы ни были, напряжения сдвига, развивающиеся на ее гранях, должны быть одинаковыми.* Касательные силы P и Q могут быть и разными по величине, а напряжения сдвига, им соответствующие, не равными быть не могут.

76.



Разрезая призму AE и горизонтальными плоскостями и вертикальными (параллельно грани BE), мы обнаружим, что во всех этих плоскостях обязательно существуют напряжения сдвига, и что все эти напряжения одинаковы.



77

44. Видимые результаты перекашивания граней призмы. Благодаря равномерному распределению напряжений сдвига на гранях перекашиваемой призмы, ее грани остаются плоскими также и после того, как совершится перекос. На *фиг. 77* показано, что ребро AO после перекашивания призмы займет положение OA_1. Так как величина угла a весьма невелика, то смещение точки A мы предполагаем совершающимся по линии AB, а не по дуге круга, описанного из центра O радиусом AO.

Боковое смещение точки A, т. е. $\overline{AA_1} = w$, называется величиною *сдвига* точки A. Это есть длина, выраженная в *мм*. Сдвигом для произвольной точки U ребра AO, отстоящей на расстоянии x от точки O, будет длина y. Помня, что сдвиги y и w заменяют собою дуги, пишем следующее:

$$\frac{w}{c} = \frac{y}{x} = \ldots = \frac{a}{1} \qquad \textbf{106.}$$

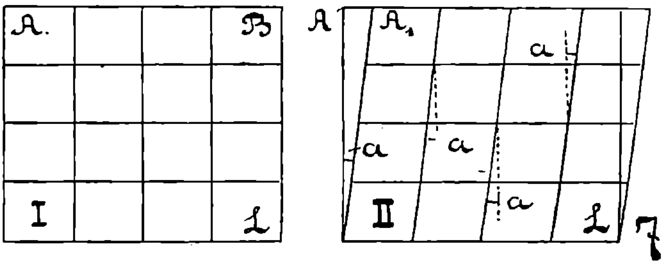
Каждый член этого равенства представляет собою отношение сдвига, полученного точкою ребра AO, к расстоянию этой точки от неподвижной O. Это отношение называют *относительным сдвигом*, или иначе — *перекосом*. Эта величина совершенно одинакова для всех точек ребра AO, и она может быть поэтому взята за характеристику для явления сдвига.

Можно предвидеть, что перекос будет играть в явлении сдвига ту же роль, какую вытяжка играла в явлении растяжения или усадка в явлении сжатия.

Формула *106* показывает, что перекос будет величиною отвлеченною и будет выражаться в долях π, как дуга окружности, имеющей величину радиуса, равную единице: а если мы пожелали бы найти величину угла перекоса в градусах, тогда пришлось бы вычислять ее по формуле:

$$a^\circ : 180^\circ = a : \pi, \quad \text{откуда} \quad a^\circ = \frac{180 \cdot a}{\pi} \quad \ldots\ldots \quad \mathbf{107.}$$

Угол перекоса это есть та величина угла, на которую изменяются все прямые углы торцевой площади BO и на которую отклоняются в сторону сдвига все вертикальные ребра призмы и все линии, им параллельные. Углы O и B уменьшаются на эту величину a, углы же A и L увеличиваются на эту величину. То же самое явление будет происходить и с любым элементом торца призмы, находящейся в состоянии сдвига, как это показывают две сетки, нанесенные на торце AL (*фиг.78*).



78.

45. Что происходит в косых плоскостях равномерно перекошенной призмы. Пусть перекос призмы уже совершился так именно, как это передано на *фиг. 78*, где сетка I зарисована перед сдвигом линии AB в сторону, а сетка II — после сдвига, который совершился равномерно для всех точек линии AB и других, ей параллельных.

Посмотрим, что произойдет с произвольной линией MN (*фиг. 79*), имеющей длину l и наклоненной к горизонтали под углом k. После сдвига она перейдет в положение MN_1. Очевидно, что сдвиг $\overline{NN_1} = \overline{AA_1} = w$. Новая длина линии будет $\overline{MN_1} = l_1$. Ясно, что линия MN будет растянута; ее удлинение будет N_1N_2, если $\overline{MN} = \overline{MN_2}$. Но так как сдвиг должен иметь малую величину, то линию NN_2 можно считать за перпендикуляр к MN_1 и угол MN_1A можно принимать равным MNA; а тогда вытяжку b для линии MN получим так:

$$b = \frac{l_1 - l}{l} = \frac{w \cdot Csk}{l} = \frac{a \cdot c \cdot Csk}{l} = a \cdot Snk \cdot Csk \cdots \quad \textbf{108.}$$

Эта формула показывает, что *вытяжка будет одна и та же на линиях, наклоненных под углом k и к горизонтали и к вертикали*, а стало быть и напряжения h для этих линий будут равны между собою (*фиг. 80*):

$$h = b \cdot E = \frac{a \cdot E}{2} \cdot Sn\, 2k \cdots\cdots \quad \textbf{109.}$$

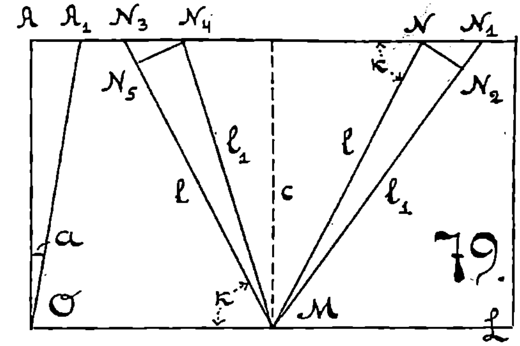
В этой формуле, написанной по типу формулы *4*, величина E представляет собою коэф. упругости при растяжении. Очевидно, что наибольшее значение напряжения h получится тогда, когда:

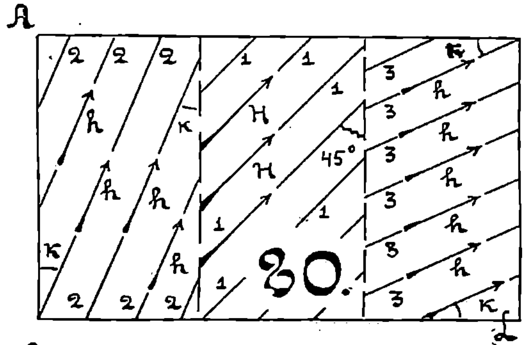
$$2k = 90^\circ, \quad k = 45^\circ, \quad h_{\text{max.}} = H = \frac{a \cdot E}{2} \cdots\cdots \quad \textbf{110.}$$

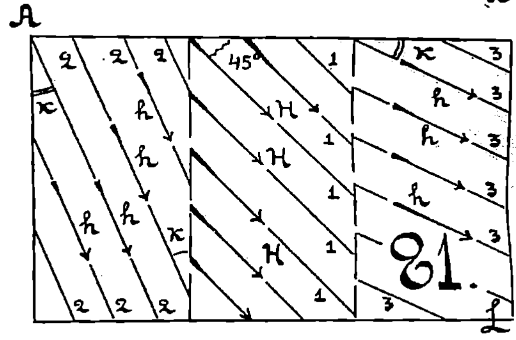
Следовательно, все наклонные линии торца AL, идущие из левого нижнего угла в правый верхний, будут растянуты (*фиг. 80*); *наиболее растянутыми* линиями будут все те, которые делают угол 45° с горизонталью или вертикалью; это те линии, которые отмечены на чертеже значками $1, 1, 1 \cdots$; все другие наклонные линии будут менее вытянутыми и менее напряженными, чем линии $1, 1, 1 \cdots$; у линий, отмеченных значками $2, 2, 2 \cdots$ и значками $3, 3, 3 \cdots$, напряжения одинаковы, потому что эти линии наклонены под одним и тем же углом k к горизонтали и вертикали. Сделавши в формуле *109*, $k = 0$, или $k = 90^\circ$, получим $h = 0$, т. е. горизонтальные и вертикальные ребра торца AL (фиг. 79) не вытянуты и не напряжены.

Совершенно подобным же образом можно было бы на фиг. 79 повторить рассмотрение того, что произойдет с линией MN_3, делающей угол k с горизонталью. Получая сдвиг $\overline{N_3N_4} = \overline{AA_1} = w$, эта линия будет сжата; ее усадка выразится формулою *108*, напряжение — формулою *109*, а наибольшее напряжение сжатия — формулою *110*. Распределение напряжений сжатия на торце AL показано на *фиг. 81*.

После того, как мы уяснили себе, *что* происходит с любой наклонной линией, расположенной на торце AL (*фиг. 82*) перекашиваемой призмы, не трудно будет понять воздействие этих косых линий на все горизонтали и на все вертикали. На фиг. 82 взята произвольная линия MN, делающая с горизонталью угол k; она растянута силою p; ей обязательно соответствует другая линия NM_1, делающая с горизонталью тот же угол k; эта линия сжата силою p; слагающая их r обязательно идет вдоль плоскости AB и войдет в состав касательной силы P. И силы p, и силы r пропорциональны углу перекоса a (см. формулу 109), а потому и вся касательная сила P будет пропорциональна ему, потому что все ее слагающие без исключения будут пропорциональны перекосу a. То же самое будет и со слагающими, образующими силу Q на грани BL и на всех плоскостях, ей параллельных.







Таким образом, следовательно, оказалось, что равномерный перекос призмы будет иметь своим следствием появление на ее сдвигаемых гранях касательных сил P и Q. Они должны быть равномерно распределены по сдвигаемым граням; они должны быть в равновесии, т. е. должны подчиняться формуле *105*, требующей одинакового напряжения на всех гранях призмы; кроме того, они должны быть пропорциональны перекосу a. Но каждая из этих сил пропорциональна также и площади той грани, по которой эта сила распределена. Называя площадь горизонтальной грани AC (фиг. 76) через F, а площадь вертикальной грани LC через F_1, выразим все вышесказанное формулами:

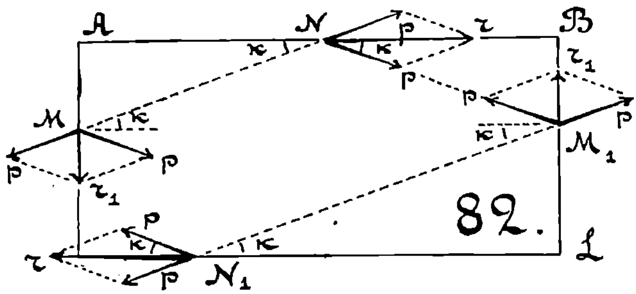
$$P = E_1 \cdot F \cdot a\,, \quad \text{или} \quad P : F = t = E_1 \cdot a$$

$$Q = E_1 \cdot F_1 \cdot a\,, \quad \text{или} \quad Q : F_1 = t = E_1 \cdot a \cdots\cdots \quad \mathbf{111.}$$

Это и есть формула *Гука* при сдвиге призмы.

Сравнивая формулы *4* и *111*, мы видим, что обе они выражают одно и то же, а именно пропорциональность между напряжением и относительным изменением тела; при растяжении это была вытяжка b (см. формулу *4*), а здесь это перекос a (см. формулу *106*). Поэтому и величину E_1 называют *коэффициентом упругости при сдвиге* подобно тому, как величину E мы называли коэффициентом упругости при растяжении.

Формулу *4* получают лабораторным путем, определяя величину E непосредственным опытом на растяжение; тогда как



82.

формулу *111* лабораторным опытом подтвердить нельзя, потому что постановка этого опыта потребовала бы приложения к граням призмы касательных сил P и Q; из касательных же сил мы знаем только одну, а именно силу трения; поставить ее точное измерение чрезвычайно трудно: да и вызвать ее действие можно, только передавая на сдвигаемые грани еще *добавочные давления*, т. е. явление сдвига не будет тогда уже «чистым», как говорят: оно будет вызываться и касательными силами и нормальными.

Так как явление сдвига обязательно сопровождает собою все другие, т. е. растяжение, сжатие, кручение, сгибание, то величину E_1 представляется возможность определить из опытов и на растяжение и на кручение. Оказывается, что между коэффициентами E_1 и E существует довольно постоянная зависимость, которую для металлов можно выразить опытною формулою

$$E_1 = 0{,}4 \cdot E \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad \mathbf{112.}$$

46. Разрушающее напряжение при сдвиге. Допускаемые величины напряжений. Большинству частей машин и сооружений приходится работать не в тех условиях «чистого» сдвига, которые мы только что рассмотрели, а в других, менее благоприятных, где о равномерном распределении напряжений на поверхности сдвига вовсе говорить не приходится. Поэтому определение прочных размеров на сдвиг по формулам типа *103* и *104*, дающим напряжение сдвига, как частное от деления касательной силы на площадь сдвига, должно быть рассматриваемо только как весьма приближенное; неточность расчета должна покрываться *повышенной* степенью надежности, величина которой должна превосходить *обычную*, допускаемую при растяжении, степень надежности процентов на 30—50. Первая из этих цифр относится к круглым очертаниям поверхности сдвига, а вторая к прямоугольным. В виду этих соображений, где только возможно, следует избегать — подставлять материалы под действие срезающих нагрузок и *вводить разгрузку их*, т. е. призывать на помощь частям, работающим на сдвиг, дополнительные *силы трения*, или же вводить *искусственный упор* сдвигаемых частей в соседние неподвижные.

Более или менее близкое к истине и допустимое на практике применение формул типа *103* и *104* получаем тогда, когда на фиг. 76 долевой размер c площади сдвига, считаемый по направлению действия силы Q, бывает или равен поперечному размеру e, или же превосходит его только в небольшое число раз (в $1^1/_2$—2 раза), так как и самые испытания над определением разрушающего напряжения на сдвиг производятся обычно над образцами круглого сечения.

Железо средней мягкости, давшее при растяжении величину разрушающего напряжения в 40 кг. на кв. мм, при сдвиге образца разрушалось при 32—35 кг. на кв. мм.

Чугун среднего качества давал величины разрушающего напряжения при растяжении 12—15 кг. на кв. мм., при сжатии — 75, а при сдвиге — 20.

Для стали — при растяжении 75, при сдвиге — 50; для тигельной стали эти цифры соответственно будут 100 и 75.

В древесных породах сопоставление разрушающих напряжений (вдоль волокон) при растяжении и сдвиге, выраженных в кг. на кв. мм., приведет нас к следующим данным:

	Разрушающее напряжение	
	при сдвиге	при растяжении
Дуб	0,75	9.7
Сосна	0.40	7.5
Бук	0,85	13.4
Ель	0.45	7.9

В каменных породах *отношение* разрушающих напряжений *при сжатии и сдвиге* доходит до 13, в цементном растворе — до 6.

Допускаемые величины напряжений на сдвиг дает следующая таблица:

Железо сварочное	5—2,5	Чугун и бронза . .	2,0—1,6
» литое	6,5—3,0	Дуб вдоль волокон	0,1—0,08
Сталь	10—8,0	Сосна » »	0,08—0,04
» тигельная .	22—20	Дуб поперек »	0,125
инструментальная после закалки и отпуска	55—50	Сосна » »	0,1

Естественные и искусственные камни оказывают весьма слабое сопротивление сдвигу, но на быстром ходу они отлично ему сопротивляются. Рабочая скорость наждачных кругов, напр., назначается от 25 до 30 метров *в секунду*. При таких условиях ими возможно вести не только окончательную шлифовку и полировку подготовленных к этому стальных поверхностей, но и более грубую обработку. А когда неправильно износившиеся наждачные круги надо будет *проверять*, им дают, наоборот. весьма тихий ход, и тогда неровности на их поверхности можно срезать обыкновенным стальным резцом, у которого угол резания заточен почти в виде прямого угла.

47. Каким образом происходит разрушение материала при сдвиге. Оно происходит весьма различно, смотря по роду материала, с которым имеем дело. Чаще всего явление начинается усиленным, видимым на глаз, смятием материала на тех поверхностях, между которыми заключены плоскости сдвига, где ожидается срезывание; затем обозначается выгибание материала между плоскостями сдвига и, наконец, совершается самое перерезание.

В связи с этим рассмотрим несколько характерных примеров разрушения путем сдвига.

а) *Пробивание железных листов и полос.* Не надо думать, что величина силы сопротивления, преодолеваемой при пробивании листов и полос, остается постоянной и равной разрушающему напряжению при сдвиге t_0, умноженному на величину поверхности сдвига. Напротив, величина сопротивления изменяется в широких пределах. По опытам проф. *Келлера* явление пробивания полос разбивается на следующие три периода:

1. Сначала происходит *погружение пробойника* в полосу без получения какого либо видимого отпечатка на нижней стороне полосы, который бы ясно указывал, что смятие материала под пробойником уже началось. В течение этого периода

развивается наибольшее из всех сопротивление движению пробойника; этот период продолжается, примерно, на протяжении одной пятой доли всей толщины e пробиваемой полосы.

2. Затем погружение пробойника продолжается, и начинается выпучивание металла с нижней стороны полосы в виде искривленно очерченного нароста. В это время сопротивление перемещению пробойника быстро падает.

3. Предыдущий период будет закончен, когда пробойник пройдет путь, равный, примерно, одной трети толщины e пробиваемой полосы. После этого начинается фактическое перерезание искривленных слоев металла под пробойником, выдавливание их наружу и постепенное дальнейшее уменьшение сопротивления до нуля.

Для определения работы пробивания железной полосы проф. *Келлер* дал следующую формулу:

$$A = 0{,}0203 \cdot \pi \cdot d^3 \cdot (m^2 - 0{,}14 \cdot m + 0{,}01) \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad \mathbf{113.}$$

В этой формуле обозначают:

A — работа пробивания, выраженная в кг.-мтр.

d — диаметр пробиваемого отверстия, выраженный в мм.

$m = e : d$ — отношение толщины полосы к диаметру отверстия в ней.

Если назовем через s среднюю величину сопротивления, работая с которым пробойник совершил бы ту же работу резания A, тогда эту работу можно было бы написать так:

$$A = \pi \cdot d \cdot e \cdot s \cdot \frac{e}{1\,000} = \frac{s \cdot \pi \cdot d^3}{1\,000} \cdot m^2 \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad \mathbf{114.}$$

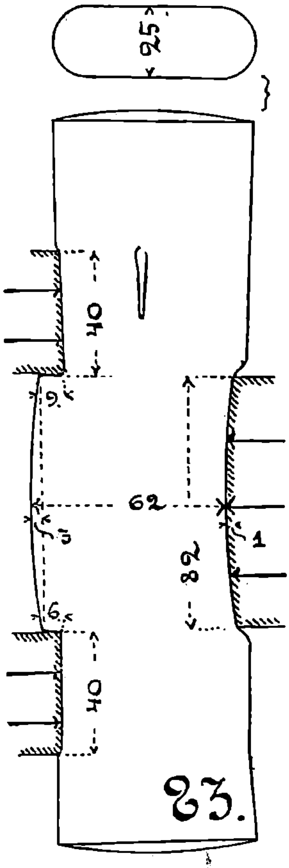
Сравнивая формулы *113* и *114* найдем:

$$s = 20{,}3 \cdot \frac{m^2 - 0{,}14 \cdot m + 0{,}01}{m^2}.$$

Если $m = 1$, то $s = 17{,}6$, т. е. среднее напряжение на поверхности среза достигает, примерно, только половины разрушающего напряжения t_0, найденного для перерезаемого образца из полосового железа, а наибольшая величина сопротивления, развивающаяся во время процесса пробивания, всегда превосходит t_0.

Опытами *Келлера* было выяснено также, что и величина наибольшего сопротивления и величина работы срезывания увеличиваются вместе с увеличением рабочей скорости пробойника, но зато пробиваемый материал менее страдает от такой ускоренной операции.

б) *Срезание чек и клиньев.* Это явление происходит в жизни довольно часто от перегрузки таких скреплений и от передачи на них нагрузки с ударом; но планомерных опытов над разрушением чек и клиньев большого размера поставлено не было. Несомненно только одно, что и здесь явление будет протекать также в 3 периода, как и в опытах *Келлера* над пробиванием полос. Указание на это дают те примеры полуразрушенных клиньев, которые собраны в музее деталей машин Москов. Высшего Техн. Училища.



83.

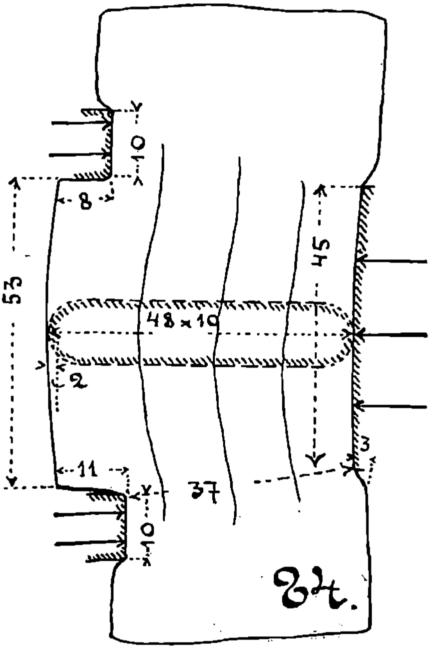
На *фиг. 83* имеем снятое с натуры изображение большого стального поршневого клина, который во время успели сменить, не доведя его до окончательного разрушения. Работал он в паровозном поршне; с правой стороны в средине он успел обмяться на глубину от 3 до 4 мм., а слева (вверху и внизу) на глубину от 6 до 9 мм. Средняя часть клина явно начала уже прогибаться и обнаружила в средине прогиб около 1 мм. справа и около 3 мм. слева при длине средней нагружаемой части в 82 мм. Размеры среднего сечения у этого клина были 62×25 мм.

На *фиг. 84* дано подобное же изображение полуразрушенного железного клина из вагонного упряжного прибора. Размеры поперечного сечения у нового клина были 50×10 мм. Длина поверхности нагружения (справа) — 45 мм., а длина обеих опорных поверхностей слева — только по 10 мм. Вмятие стержня в клин справа произошло на глубину около 3 мм.; смятие клина опорными частями слева вверху оказалось на глубину 8 мм., а внизу — 11 мм. (!). Левое очертание клина носит на себе явные следы искривления со стрелкою около 2 мм. на длине 52 мм., и на боковой поверхности клина проявились во множестве искривленные черты, образовавшиеся из долевых линий, — как бы согнутые продольные волокна железа.

На одном образце уже срезанного стального клина (сечение 30×9 мм.) видны также явные следы искривления продольных линий и смещение на 7—8 мм. правой, непосредственно нагружаемой, части клина перед его перерезанием; поверхности среза имеют почти плоскую форму: клин перерезан как бы ножем.

Все эти данныя указывают на то, что *расчет клиньев и чек обязательно следует делать на сгибание*; а при поверке сечений сдвига на срез надо иметь в виду, что максимальное напряжение сдвига, которое разовьется при сгибании, будет в $1^{1}/_{2}$ раза больше, чем при чистом сдвиге (см. § 88).

Особое внимание следует обращать также на достаточное развитие поверхностей смятия, между которыми работает чека или клин.



в) *Срезание чугунных деталей.* При развитии большой скорости пробойника, получающего живую силу от падающей бабы, инженеру *Шухову* удавалось пробивать дыры в чугунных плитах, отлитых даже из колосникового чугуна. Толщина плит была 6 мм., отверстие получалось вполне чистым, слегка коническим, с уширением размеров в сторону выхода выдавки. Никаких трещин на краях отверстий не замечалось. Это дает нам возможность понять, что быстрый срез менее всего отражается на крепости окружающих срезанное место частей.

Другой замечательный пример среза чугунной части хранится в музее деталей машин Моск. Высш. Техн. Училища. Это — семь завитков чугунной винтовой резьбы, сорванной с места. Домкрат был снабжен железным винтом и *чугунной* неподвижной гайкой, в которой работал винт. Диаметр винта 50 мм. На нем была нарезана прямоугольная резьба; внешний диаметр ее — 60 мм., шаг винтовой резьбы — 10 мм. Следовательно, и осевой и радиальный размер винтового завитка был у нового винта по 5 мм. и у чугуна и у железа. Смазывали винтовую резьбу плоховато; завитки резьбы в чугунной гайке начали снашиваться и сносились уже до того, что осевая высота чугунных завитков уменьшилась до $3^{1}/_{2}$ мм., т. е. поверхность сдвига в резьбе у чугуна потеряла до 30% от своих первоначальных размеров, завитки чугунной резьбы прогнулись и разом были все сорваны с места на всей длине гайки.

На целом ряде примеров нам предстоит далее познакомиться с расчетами на сдвиг частей машин и сооружений.

Пример 34. Железная призма работает с напряжением $t = 4$ кг. на кв. мм. Надо будет найти величину угла перекоса в градусах.

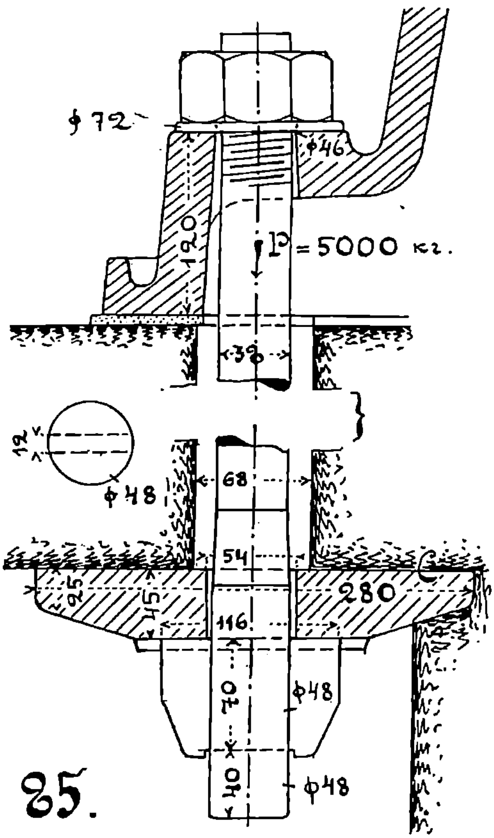
Пусть величина коэф. упругости этой призмы при растяжении была $E = 19\,000$ кг. на кв. мм. Тогда величину коэф. упругости при сдвиге можно будет взять по формуле:

$$E_1 = 0{,}4 \cdot E = 0{,}4 \cdot 19\,000 = 7\,600 \text{ кг. на кв. мм.}$$

По формуле $\cdots a = \dfrac{t}{E_1} = \dfrac{4}{7\,600} = \dfrac{1}{1\,900}$

По формуле $\cdots a^c = \dfrac{180}{3{,}14 \cdot 1\,900} = \dfrac{1}{33{,}2}$ градуса.

Пример 35. На *фиг. 85* даны все размеры частей фундаментного болта. Надо проверить крепость верхнего болтового скрепления и нижнего скрепления чекою. т. е. определить все напряжения растяжения, смятия и сдвига и посмотреть, нет ли между ними недопустимых, излишне высоких.



85.

Диаметр болта — $1\frac{1}{2}$ дюйма: внешний диаметр резьбы — 38,1 мм., внутренний — 32,68; площадь «живого» сечения болта $F = 839$ кв. мм.

Допуская напряжение на растяжение $H = 6$ кг. на кв. мм., получим максимальную силу затяжки болта равной

$$P = 839 \cdot 6 = 5\,034 \text{ кг.}$$

Округляя эту цифру берем $P = 5\,000$ кг.

Высота гайки сделана в 38 мм. Проверим крепость резьбы на сдвиг. Наименьшую поверхность сдвига получим, считая ее по внутреннему диаметру резьбы. Расчетное напряжение в резьбе на сдвиг будет:

$$t = \frac{5\,000}{3{,}14 \cdot 32{,}7 \cdot 38} = \text{около } 1{,}3 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Получилась величина вполне допустимая. Торец гайки заточен по кругу с диаметром 54 мм. Напряжение смятия на торце между гайкой и бляшкой получится по формуле:

$$м = \frac{5\,000}{\frac{\pi}{4}\cdot(54^2-40^2)} = \frac{5\,000}{1\,033} = 4{,}8 \text{ кг. на кв. мм.}$$

При определении напряжения смятия на поверхности прикосновения между бляшкой и рамой B, которая ставится на фундамент, введем коэф. использования нижней опорной поверхности бляшки в виде 0,6; тогда получим формулу:

$$м_1 = \frac{5\,000}{0{,}6\cdot\frac{\pi}{4}\cdot(72^2-46^2)} = \frac{5\,000}{1\,446}, \text{ менее } 3{,}5 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Плита C, расположенная над чекою, имеет в плане квадратное очертание. Коэф. использования поверхности прикосновения между плитою C и кладкой фундамента берем $= 0{,}5$. Тогда напряжение смятия на стыке между плитой и фундаментом будет вычисляться так:

$$м_2 = \frac{5\,000}{\left(280^2-\frac{\pi}{4}\cdot 68^2\right)\cdot 0{,}5} = \frac{5\,000}{37\,385} = 0{,}13 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Для кладки фундамента, выведенной на портландском цементе, эта величина напряжения смятия близка к допускаемой, но чуть больше ее.

На стыке между чекой и плитой C напряжение смятия будет вычисляться так:

$$м_3 = \frac{5\,000}{(116-54)\cdot 12} = \frac{5\,000}{744} = 6{,}7 \text{ кг. на кв. мм.}$$

На нижнем стыке между чекой и низом проушины в стержне болта напряжение смятия будет таково:

$$м_4 = \frac{5\,000}{12\cdot 48} = \frac{5\,000}{576} = 8{,}7 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Определяя напряжение сдвига в чеке, будем иметь в виду возможность ее прогиба, т. е. увеличим напряжение на 50% против того, что получилось бы при чистом сдвиге, тогда (см. формулу *271*):

$$t_1 = \frac{3}{2}\cdot\frac{5\,000}{70\cdot 12\cdot 2} = 4{,}5 \text{ кг. на кв. мм.}$$

При определении напряжения сдвига чекою нижнего хвоста у болтового стержня, примем размеры поверхности сдвига в 45×40; тогда

$$t_2 = \frac{5\,000}{45 \cdot 40} = \frac{5\,000}{1\,800} = 2{,}8 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Напряжение растяжения в живом сечении у хвоста болтового стержня определится так:

$$H_1 = \frac{5\,000}{\frac{\pi}{4} \cdot 48^2 - 12 \cdot 48} = \frac{5\,000}{1\,221} = 4 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Все напряжения оказались удовлетворительными, и только напряжения смятия $м_3$ и $м_4$ на опорных поверхностях чеки оказались близки к предельным. Понизить их можно, увеличив, например, диаметр хвостового стержня до 50 мм., а толщину чеки до 15 мм. Для уменьшения напряжения $м_2$ надо несколько увеличить размеры плиты C.

Остается вычислить напряжение изнашивания в резьбе болта. Число винтовых завитков на длине, равной высоте гайки, будет здесь равно *девяти*. Проекцию опорной поверхности, развивающейся на длине 1 завитка, взятую на плоскость, перпендикулярную к оси болта, вычислим так:

$$\frac{\pi}{4} \cdot (38{,}1^2 - 32{,}7^2) = 300 \text{ кв. мм.}$$

Поэтому напряжение изнашивания в резьбе можно будет определить по формуле:

$$k = \frac{5\,000}{9 \cdot 300} = 1{,}8 \text{ кг. на кв. мм.},$$

т. е. оно менее напряжения $м$ на торце между гайкой и бляшкой почти в 2,7 раза.

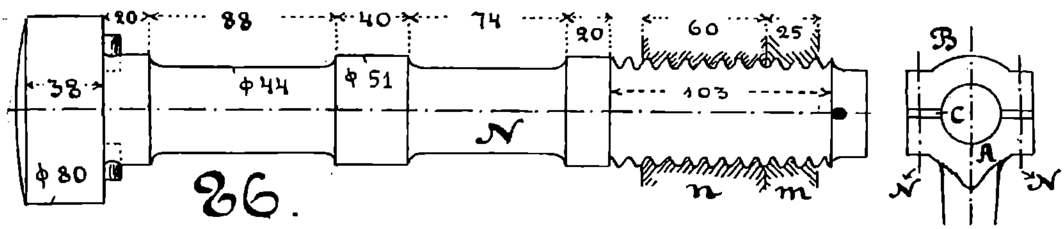
Пример 36. На *фиг. 86* изображено устройство стального болта N для свертной головки шатуна паровой машины, — той самой, для которой в примере *30* мы проверяли крепость пальца кривошипа на изнашивание под нагрузкою $P = 10\,440$ кг. Надо будет теперь проверить крепость головочных болтов.

Их — два, оба предварительно затянуты с некоторою силою Q. Затяжка этих болтов передается не на вкладыши головки шатуна, а на прокладки C, зажатые между крышкою головки B и ее телом A. Толщина прокладок так подобрана, чтобы после того, как будет сделана затяжка болтов, головка шатуна, не имея свободы долевого разгона относительно пальца кривошипа, могла вокруг него свободно вращаться.

Если тело шатуна работает на сжатие, его головочные болты растянуты силою Q предварительной затяжки их.

Если же, наоборот, тело шатуна будет работать на растяжение, головочные болты будут работать на растяжение под действием силы $(P+Q)$, которую считаем распределенною на оба болта поровну.

Наибольшее давление на прокладки C в головке шатуна будет Q, а наименьшее $(Q-P)$, когда тело шатуна будет растянуто, а головочные болты получат наибольшее удлинение



26.

и снимут с прокладок давление P на себя, добавив его к прежнему Q. Отсюда ясно, что величина давления $(Q-P)$ должна быть положительной, иначе прокладки разгрузятся вовсе, что недопустимо. С другой стороны и сила $(P+Q)$ должна вызывать в головочных болтах такую величину напряжения при растяжении, чтобы удлинения, получаемые болтом, были упругими, исчезающими по удалении нагрузки.

Весь процесс работы болтов, которые мы хотим рассчитать, таков:

1) болты будут затянуты каждый силою $0{,}5 \cdot Q$; каждый из них даст удлинение a_1 и вызовет смятие прокладок на длину c_1 у каждой из них; так будет и до начала работы машины и во время ее хода, когда тело шатуна сжато;

2) если же тело шатуна будет растянуто, каждый из болтов, воспринимая на себя силу $0{,}5 \cdot (P+Q)$, удлинится еще на величину a_2; из-за этого уменьшится смятие прокладок на величину c_2, но так однако же, что c_1 будет больше c_2, т. е. полной разгрузки прокладок не произойдет, и суммарное удлинение болтов (a_1+a_2) все еще будет упругим.

Удовлетворяя этим условиям, видим, что предварительная затяжка болтов Q должна быть сделана с силою, большею чем рабочая нагрузка P по крайней мере процентов на 10—20, а то и более.

Найдем сначала то напряжение, которое вызовет в живом сечении каждого болта рабочая нагрузка $0{,}5 \cdot P = 5\,220$ кг.

Болт имеет на конце двух-дюймовую резьбу. Внутренний диаметр резьбы 43,57 мм., внешний диаметр 50,8 мм., площадь живого сечения у болта $F = 1\,491$ кв. мм. Рабочая сила вызовет в нем напряжение:

$$H_1 = 5\,220 : 1\,491 = 3{,}5 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Допускаемую величину напряжения в стальном болте на растяжение можно довести до $H = 8$ кг. на кв. мм. Отношение

$$H : H_1 = 8 : 3{,}5 = 2{,}29\,,$$

т. е. принимая $H = 8$, мы будем иметь предварительную затяжку болта Q на 28% более рабочей нагрузки P, что и желательно иметь, как мы видели выше. Полная нагрузка болта, сложенная из предварительной затяжки и рабочей нагрузки, будет:

$$R = \frac{P + Q}{2} = H \cdot F = 8 \cdot 1\,491 = 11\,928 \text{ кг.}$$

По ней и будем проверять все части болта. Прежде всего найдем напряжение сдвига t_1 в резьбе. Высота гайки n взята равной 60 мм., поэтому:

$$t_1 = \frac{11\,928}{\pi \cdot 43{,}6 \cdot 60} = 1{,}45 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Эта величина взята очень осторожно. Фактически же напряжение сдвига будет получаться еще меньше, так как гайка крепится на месте еще контр-гайкою m, у которой высота взята равной 25 мм.

Резьба взята мелкая, — по 7 «ниток» на дюйме, а на длине в 60 мм. их будет 16,8 ниток. Напряжение изнашивания резьбы в гайке определится из формулы:

$$k = \frac{11\,928}{\frac{\pi}{4} \cdot (50{,}8^2 - 43{,}6^2) \cdot 16{,}8} = 1{,}33 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Диаметр опорного торца у гайки взят $= 78$ мм. Напряжение изнашивания на нем будет таким:

$$k_1 = \frac{11\,928}{\frac{\pi}{4} \cdot (78^2 - 50{,}8^2)} = 4{,}3 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Это напряжение несколько велико по сравнению с напряжением в резьбе. Изнашивание торца у гайки здесь не желательно, так как это поведет за собою ослабление предварительной затяжки у головочного болта, а оно вызовет уменьшение предварительного удлинения a_1, которое было ценно тем, что, благодаря ему, существовало предварительное укорочение

c_1 у прокладок, вызываемое условиями установки. В виду всего этого рабочую торцевую поверхность гайки, испытывающую изнашивание, следовало здесь увеличить в диаметре, повысив его по крайней мере до 85 мм. Тогда напряжение изнашивания k_1 можно будет понизить до 3,3 кг. на кв. мм., т. е. почти на 24%.

Напряжение смятия на торце у головки болта будет вычисляться так:

$$м = \frac{11\,928}{\frac{\pi}{4}\cdot(80^2-51^2)} = 4 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Таким образом мы видим, что в этом, взятом из заводской практики примере, напряжение изнашивания k_1 было допущено более напряжения смятия $м$. Эта несообразность и будет исправлена, если диаметр опорной поверхности у гайки повысим до 85 мм., как это об'яснено выше.

При расчете головки на сдвиг примем высоту головки равной 39 мм. Тогда напряжение сдвига в головке будет:

$$t_2 = \frac{11\,928}{\pi\cdot 51\cdot 39} = 1{,}9 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Чтобы тело болта не вращалось во время навинчивания гайки, под головкою поставлена была *с одной стороны* радиальная шпилька, имеющая 8 мм. в диаметре; радиальное сверление для нее было сделано на глубину в 10 мм. Такое однобокое сверление в теле болта испортило бы всё дело. Благодаря ему, появились бы в этом сечении эксцентричная передача нагрузки и увеличение напряжения. Поэтому благоразумнее будет сделать радиальные сверления под шпильки с двух диаметрально-противоположных сторон, а шпильку можно вгонять попрежнему в одно из них. Сделавши так, напряжение растяжения болта в ослабленном сечении его под головкою будем вычислять по формуле:

$$H_2 = \frac{11\,928}{\frac{\pi}{4}\cdot 51^2 - 2\cdot 8\cdot 10} = 6{,}3 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Тело болта сделано не гладким, а ступенчатым: бо́льшая часть длины его обточена с диаметром. чуть бо́льшим внутреннего диаметра резьбы. Это сделано для того, чтобы тело болта давало от предварительной затяжки его возможно бо́льшее удлинение и надежнее схватывало вставные прокладки C в головку болта.

Если бы тело болта на всей его длине 242 мм. имело диаметр 51 мм., оно давало бы от силы R удлинение a_3, вычисляемое по формуле:

$$a_3 = \frac{R \cdot l}{E \cdot F_1} = \frac{R}{E} \cdot 242 : \frac{\pi \cdot 51^2}{4} .$$

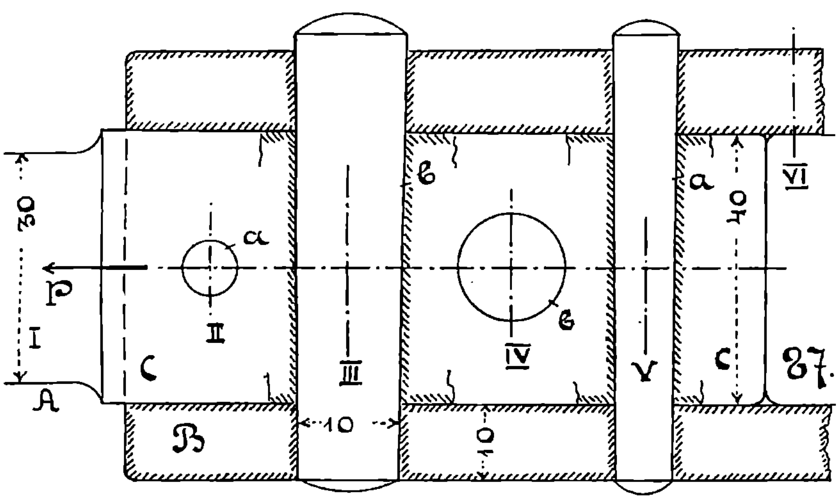
А теперь с размерами, показанными на фиг. 86, тело болта даст удлинение:

$$a_4 = \frac{R}{E \cdot F_1} \cdot (20 + 40 + 20) + \frac{R}{E \cdot F} \cdot (88 + 74)$$

$$a_4 = \frac{R}{E \cdot F_1} \cdot \left(80 + \frac{F_1}{F} \cdot 162\right) = \frac{R}{E \cdot F_1} \cdot \left(80 + \frac{51^2}{44^2} \cdot 162\right)$$

откуда $$a_4 : a_3 = 1{,}23 .$$

Пример 37. На *фиг. 87* изображено скрепление железного стержня A с железною муфтою B посредством утолщенной



87.

головки C и четырех стальных шпилек a, a, b, b. Надо найти наиболее слабое место этого скрепления и безопасную для него нагрузку P, которую можно было бы передать вдоль оси стержня A.

Примем допускаемые напряжения в железе на растяжение 7 кг. на кв. мм., на смятие — 9, для стали на сдвиг — 8.

Шпильки a и b сделаны разного диаметра, чтобы ослабление сечений II и V было возможно малым.

Все восемь площадей сдвига у шпилек a и b составят вместе

$$4 \cdot \pi \cdot \frac{10^2}{4} + 4 \cdot \pi \cdot \frac{5^2}{4} = \pi \cdot 125 = 392{,}7 \text{ кв. мм.}$$

Полное сопротивление, которое способны будут оказать шпильки на сдвиг, будет

$$8 \cdot 392{,}7\,, \quad \text{или} \quad 3\,142 \text{ кг.}$$

Сопротивление стержня A растяжению в сечении I будет таким

$$7 \cdot \frac{\pi \cdot 30^2}{4} = 7 \cdot 706{,}8\,, \quad \text{или} \quad 4\,948 \text{ кг.}$$

Площадь поперечного сечения головки C в плоскости II через ось левой шпильки a будет

$$\frac{\pi \cdot 40^2}{4} - 5 \cdot 40 = 1\,057 \text{ кв. мм.}$$

Она более площади сечения I в $1^1/_2$ раза; следовательно, сечение II не будет опасным.

Площадь поперечного сечения головки C в плоскости III через ось левой шпильки b будет

$$\frac{\pi \cdot 40^2}{4} - 10 \cdot 40 = 857 \text{ кв. мм., т. е. опять более } 706{,}8\,.$$

Площадь поперечного сечения втулки B в плоскости V через ось правой шпильки a будет

$$\frac{\pi}{4} \cdot (60^2 - 40^2) - 2 \cdot 10 \cdot 5 = 1\,470 \text{ кв. мм.,}$$

а в плоскости IV через ось правой шпильки b

$$\frac{\pi}{4} \cdot (60^2 - 40^2) - 2 \cdot 10 \cdot 10 = 1\,370 \text{ кв. мм.}$$

Оба эти сечения имеют значительно бо́льшую площадь, чем живое сечение стержня A, и потому они опасными не являются.

Остается проверить опорные поверхности у шпилек во втулке B на смятие.

Вся сдвигающая шпильки нагрузка в 3 142 кг. распределяется таким образом: шпильки a берут из нее по $1:10$ каждая, а шпильки b — по $4:10$. Поэтому напряжение смятия у шпильки a будет:

$$м = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{3\,142}{10} \cdot \frac{1}{2 \cdot 10 \cdot 5} = 4 \text{ кг. на кв. мм.,}$$

а у шпилек b напряжение смятия будет:

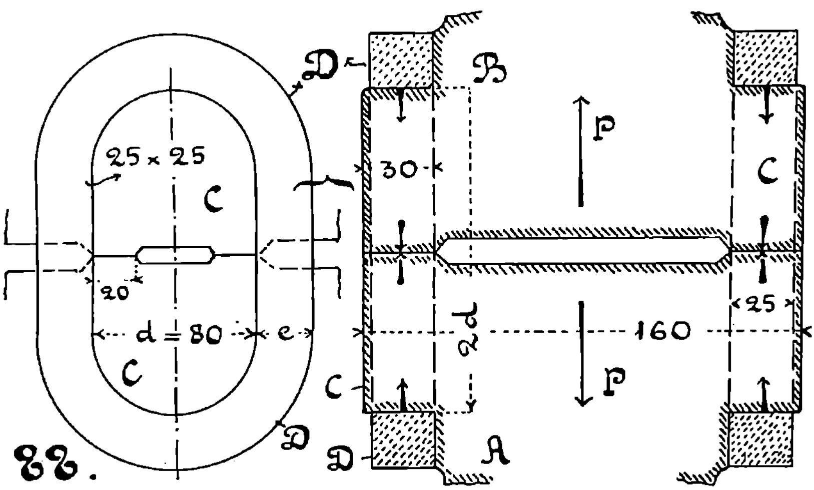
$$м_1 = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{0{,}4 \cdot 3\,142}{2 \cdot 10 \cdot 10} = 8 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Итак, следовательно, оказалось, что на смятие шпильки с избытком прочны, и самое слабое сопротивление будет у шпилек на сдвиг. Безопасною для этого скрепления нагрузкою может считаться 3142 кг.

В заключение решим такой вопрос: в скреплении, изображенном на фиг. 87 и только что рассчитанном, надо будет поставить три шпильки вместо четырех, — и все три с одинаковым диаметром по 10 мм. На сколько процентов можно будет повысить тогда безопасную нагрузку?

Ответ. На 20%.

Пример 38. На *фиг. 88* показано скрепление частей A и B чугунной рамы посредством двух железных хомутов



88.

DD, надетых в нагретом состоянии. Надо произвести расчет такого скрепления по заданному усилию $P = 12$ *tn.*

На каждое кольцо придется рабочее усилие $Q = 6\,000$ кг. Кольцо должно быть поставлено на место с предварительной затяжкой. Величину ее считают равной $2Q$; а когда присоединится к ней еще и рабочее усилие, нагрузка на кольцо будет $3Q$. Но при расчете кольца на эту нагрузку считают возможным доводить напряжение материала до 15 кг. на кв. мм., т. е. почти до той предельной величины, при которой нарушается формула *Гука.* Толщину кольца возьмем 25 мм., тогда его ширина e определится из уравнения:

$$3 \cdot 6\,000 = 2 \cdot 25 \cdot e \cdot 15\,, \quad \text{откуда} \quad e = 24\,.$$

Выполняем сечение кольца 25 мм. $\times$ 25 мм.

Толщина d кулаков C, которые будут стянуты кольцами D, делается от $3e$ до $4e$; возьмем $d = 80$ мм.

Высота двух кулаков, сложенных вместе, делается по крайней, мере $2d$. Берем ее равной 160 мм.

На опорной поверхности стыка кулаков будет развиваться наибольшее напряжение смятия *от предварительной затяжки* кулаков кольцами, т. е. от силы $2Q$. Опорную поверхность под каждым из кулаков берем равной $40 \cdot 30$, или 1 200 кв. мм. Тогда наибольшее напряжение смятия одного кулака другим будет:

$$м = \frac{2 \cdot 6\,000}{1\,200} = 10 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Когда соединяемые части A и B будут нагружены силою P, на поверхности соприкосновения одного кулака к другому останется давление только Q вместо $2Q$, и напряжение смятия понизится до 5 кг. на кв. мм.

Распределение давлений на поверхности стыка кулаков выполнено таким образом, что затяжка колец D не вызывает в кулаках сдвига. Сечения кулаков начнут работать на сдвиг тогда только, когда проявит свое действие нагрузка P. Напряжение сдвига будет вычисляться так:

$$t = 6\,000 : \left(80 \cdot 40 + \frac{\pi \cdot 80^2}{8}\right) = 1{,}05 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Пусть даже эта величина увеличится в $1^1/_2$ раза, вследствие неравномерности распределения напряжений на плоскости сдвига, и тогда она все еще не будет опасною для чугуна.

Какую усадку надобно дать хомутам D при посадке их на место в горячем состоянии, чтобы они сделали все, что здесь описано?

Ответ. $b = 1:2\,000$.

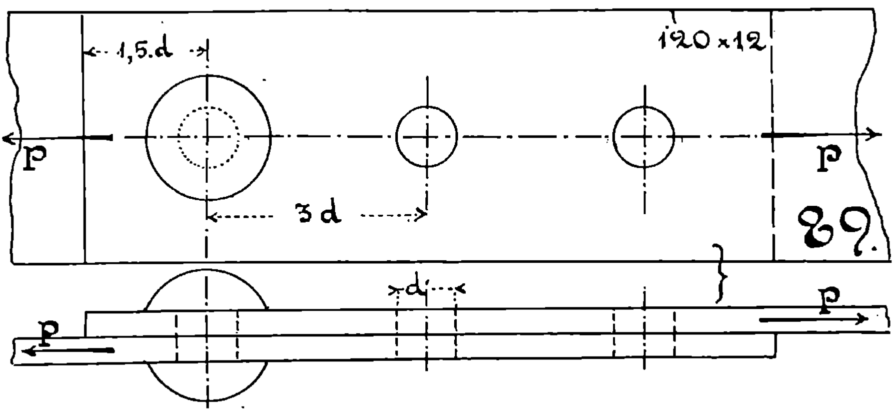
Пример 39. На *фиг. 89* изображено скрепление двух полос балочного железа A и B посредством заклепок. Полосы имеют размеры сечения 120 мм. $\times$ 12 мм. Надо узнать, сколько надо поставить заклепок, и какой диаметр надо взять для них, чтобы скрепление полос можно было считать надежным.

Отверстия для заклепок в полосах большею частью пробиваются, а не сверлятся, так как сверление считается более дорогой работой, чем пробивка; но зато пробивка неблагоприятно влияет на крепость полос, понижая величину разрушающего напряжения, примерно, на $20\,\%$ в ослабленном месте полосы.

Заклепки выполняются или из мягкого сварочного железа ($H_0 = 35-40$ кг. на кв. мм.; $b_0 =$ или более $20\,\%$ — см. формулу 5), или же из мягкого литого железа ($H_0 = 34 - 41$; $b_0 =$ или более 25%).

Заклепки здесь работают на сдвиг. При расчете их делается предположение, что раздача силы P, нагружающей полосы, делается поровну между всеми заклепками.

Считая, что разрушающее напряжение при сдвиге заклепок t_0 будет тоже на 20% менее разрушающего напряжения при



89.

растяжении, можно будет допустить, что разрушение заклепочного шва и путем обрыва его по живому сечению и путем сдвига его по всем заклепкам должно произойти при одной и той же величине нагрузки; а это приводит нас тогда к известному практическому правилу, которого придерживаются в строительной практике и по которому *площадь сдвига у заклепок в прочном заклепочном шве должна быть равна или более площади живого сечения у склепываемых полос.*

Пусть для балочного железа $H_0 = 36$ кг. на кв. мм. Понизив эту величину на 20%, найдем для ослабленного места $H_{01} = 0{,}8 \cdot 36 = 28{,}8$. Допуская $\mathfrak{F} = 5$, получим рабочее напряжение и для живого сечения полос и для заклепок равным

$$H = 28{,}8 : 5 = \text{около } 5{,}8 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Примем диаметр тела заклепок двойным против толщины полос, т. е. 24 мм., тогда безопасную нагрузку для полос получим по формуле:

$$P = (120 - 24) \cdot 12 \cdot 5{,}8 = 1\,152 \cdot 5{,}8 \quad \text{или} \quad 6\,680 \text{ кг.}$$

Если на шве будет поставлено 3 заклепки, то у них площадь сдвига будет

$$3 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 24^2 = 3 \cdot 452 = 1\,256 \text{ кв. мм.},$$

т. е. вышеприведенное правило будет выполнено.

Найдем еще напряжение смятия у тела заклепок. Оно будет вычисляться так:

$$м = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{6\,680}{3 \cdot 24 \cdot 12} = \frac{6\,680}{678{,}6}, \quad \text{или} \quad 9{,}8 \text{ кг. на кв. мм.}$$

В заклепочных швах величина $м$ считается допустимою до 20 кг. на кв. мм., так как фактическая величина напряжения смятия в теле заклепок будет всегда менее, благодаря существованию значительного трения, которое возбуждается между полосами при остывании заклепок, поставленных на место в горячем состоянии.

Безопасную нагрузку для заклепочного шва приходится брать меньше из-за двух причин: 1) из-за того, что в полосе необходимо иметь отверстия для заклепок, 2) из-за того, что эти отверстия пробиваются, что ведет к ослаблению сопротивления полос в живом сечении их. Для целого сечения полосы безопасную пагрузку можно было бы вычислить в нашем случае по формуле:

$$P_1 = 120 \cdot 12 \cdot \frac{36}{5} = 10\,368 \text{ кг.}$$

Отношение $P_1 : P = 1{,}6$, т. е. благодаря применению заклепочного шва, пришлось понизить безопасную нагрузку здесь на $60\,\%$, употребив на выполнение изделия соответственно бо́льшее количество материала.

В листах и полосах с толщиною более 25 мм. рекомендуется применение сверленых отверстий для заклепок; в таком случае допускается повышение напряжения на сдвиг заклепок до 10 кг. на кв. мм.

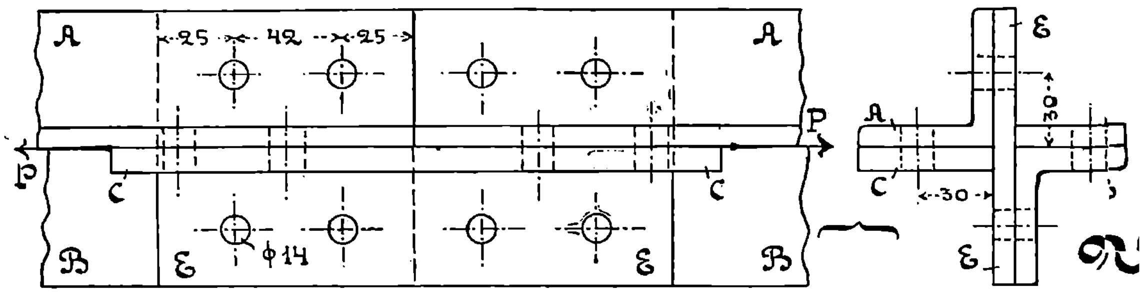
То же самое рекомендуется делать и тогда, когда нагрузка всё время меняет свое направление, т. е. склепываемые полосы то растягиваются нагрузкою, то сжимаются ею. Постановку заклепок на место делают при этих условиях часто в холодном состоянии, забивая их в отверстия с предварительной затяжкой и осаживая головку также в холодном состоянии. Напряжение сдвига в заклепках берут в этом случае не более 3 кг. на кв. мм., а если идет горячая постановка заклепок, — не более 2 кг. на кв. мм.

Пример 40. На *фиг. 90* дано сечение железной растянутой штанги, состоящей из двух полос A и B углового железа. Скрепление их в длину происходит при помощи трех коротких полос: из них E — перекрывает поперечный стык полос A и B и схватывает в одно и то же время их вертикальные по́лки; а полосы C и D схватывают края прерванных горизонтальных полок. Передача нагрузки на штангу происходит в тяжелых условиях, не плавно, а с сотрясениями. Надо выяснить размеры заклепок для этого скрепления, их число и размещение.

Размеры углового железа $60 \times 60 \times 10$ мм., т. е. оно равнобокое, обе полки по 60 мм. шириной, а толщина полок по 10 мм.

Полосы C и D — по 60×10, а полоса E — 120×10, или все равно 2 раза по 60×10.

Диаметр заклепок возьмем в 14 мм. и разместим их так, чтобы ослабление каждого сечения полос было только двумя



отверстиями для заклепок, а не четырьмя, т. е. заклепки, расположенные на вертикальных полках, должны приходиться против неослабленного места в горизонтальных полках и наоборот.

При выбранных размерах у полос C, D, E площадь поперечного сечения у них будет

$$4 \cdot 60 \cdot 6 = 1\,440 \text{ кв. мм.};$$

а площадь сечения двух уголков возьмем по таблицам для углового железа; она будет

$$2 \cdot 691 = 1\,382 \text{ кв. мм.}$$

Оказалось, что уголки будут иметь площадь сечения несколько меньшую, чем полосы; поэтому площадь живого сечения дадут уголки, а не полосы; и величина ее будет получена, если от предыдущей цифры отнимем площадь долевого сечения двух заклепок, а именно:

$$1\,382 - 2 \cdot 14 \cdot 6 = 1\,214 \text{ кв. мм.} = F.$$

При заданном способе действия сил можно будет взять для железа напряжение не более 3 кг. на кв. мм. в неослабленном месте; а так как уголки и полосы будут пробиваться а не сверлиться, поэтому уменьшаем намеченную величину напряжения еще на 20% и берем за допускаемое напряжение в живом сечении величину

$$0{,}8 \cdot 3 = 2{,}4 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Тогда безопасная нагрузка высчитается для этого скрепления следующим образом:

$$2{,}4 \cdot 1\,214\,, \quad \text{или круглым числом } 2\,900 \text{ кг.}$$

Площадь среза у одной заклепки в 14 мм. диаметром будет 154 кв. мм. Требуя, чтобы у всех заклепок была общая площадь среза не менее площади живого сечения уголков, т. е. величины F, число заклепок по одну сторону стыка получим равным

$$1\,214 : 154 = 7{,}9\,, \quad \text{круглым числом } 8.$$

Это последнее число должно быть и целым, и четным.

Проверим еще напряжение смятия у тела заклепок:

$$м = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{2\,900}{8 \cdot 6 \cdot 14}\,, \text{ или менее 6 кг. на кв. мм.}$$

Если бы отверстия для заклепок здесь были сверленые, безопасную нагрузку можно было бы повысить на 20%, ставя заклепки в холодном состоянии с предварительной затяжкой.

При условиях, в которых было рассчитано изображенное на фиг. 90 скрепление, коэффициент использования материала уголков выразится цифрою:

$$0{,}8 \cdot \frac{1\,214}{1\,382} \cdot 100\,, \quad \text{или} \quad 70\%;$$

а при сверленых отверстиях и холодной постановке заклепок можно было бы использование материала повысить до 87,8%.

Пример 41. На *фиг. 91* изображено сращивание двух полос балочного железа 200 мм. $\times$ 20 мм. с помощью двух накладок A и B и 12 заклепок. Справа от центральной линии дано размещение заклепок в том виде, как оно указано в одной справочной книжке, и *как его делать не следует*; а слева от централи показан *правильный способ* размещения. Надо определить толщину накладок A и B в обоих случаях и проверить крепость всех частей скрепления. Диаметр заклепок — 20 мм.

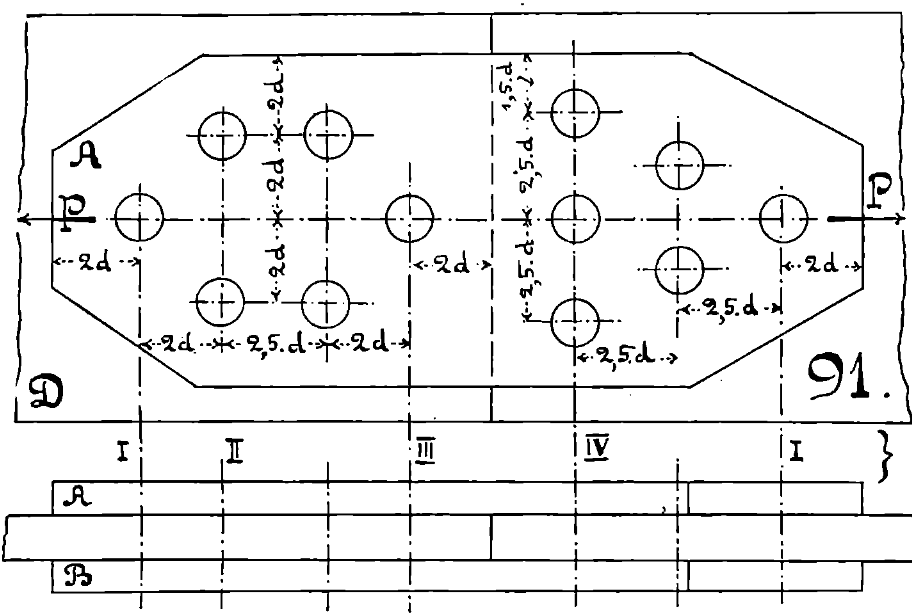
Живое сечение у балочных полос будет I или справа, или слева.

Полное сечение полосы D	$200 \cdot 20 =$	4 000 кв. мм.
Ослабление сечения 1 заклепкой	$20 \cdot 20 =$	400 » »
Живое сечение I у полосы D	$=$	3 600 » »

Предполагая спокойную передачу сил и небольшое изменение величины нагрузки, берем за допускаемое напряжение материала при растяжении величину $П = 7$.

Для напряжения сдвига считаем эту величину также допустимой.

При диаметре заклепок $d = 20$ мм. площадь сечения заклепки считаем $= 314$ кв. мм.



91.

Все заклепки здесь «двусрезные», т. е. каждая из них имеет по две площади, сопротивляющиеся сдвигу. Двенадцать площадей сдвига дадут общую площадь

$$12 \cdot 314 = 3\,768 \text{ кв. мм.},$$

т. е. эта площадь почти на 5% более площади живого сечения у полосы D; а потому безопасную нагрузку для этого скрепления можно считать равной

$$P = 7 \cdot 3\,600 = 25\,200 \text{ кг.}$$

На каждую из заклепок приходится из этой общей нагрузки шестая доля ее, т. е. 4 200 кг.

Проверим еще крепость сечения II, где у полосы D происходит передача пяти шестых долей от нагрузки P через сечение, ослабленное двумя заклепками. Напряжение от растяжения в этом сечении будет:

$$H_1 = \frac{25\,200 - 4\,200}{200 \cdot 20 - 2 \cdot 20 \cdot 20}, \text{ т. е. менее 6,6 кг. на кв. мм.}$$

Живым сечением у накладок A и B слева от центральной линии будет сечение III, величина которого подсчитается так:

$$2 \cdot 160 \cdot 13 - 2 \cdot 20 \cdot 13 = 3\,640 \text{ кв. мм.},$$

т. е. толщину накладок совершенно достаточно иметь в этом случае по 13 мм. Проверим при той же толщине в 13 мм. живое сечение IV у накладок справа. Площадь его будет:

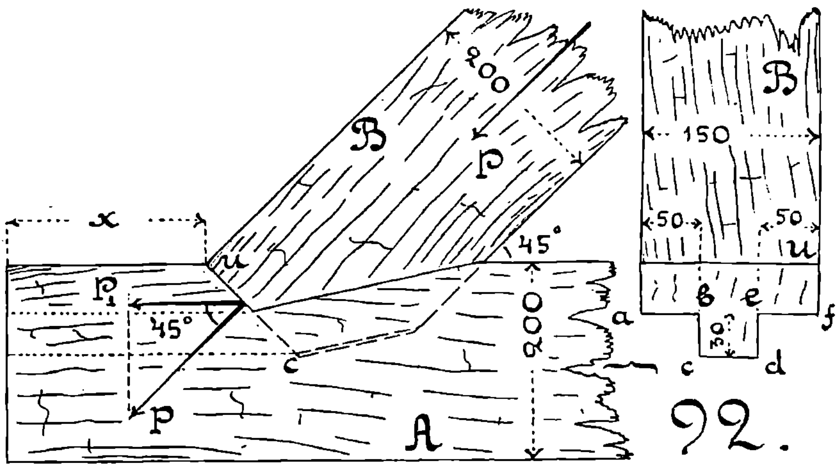
$$2 \cdot 160 \cdot 13 - 2 \cdot 3 \cdot 20 \cdot 13 = 2\,600 \text{ кв. мм.}$$

что составляет только 72% от площади живого сечения у полосы D. Делая сечение IV равноопасным с I, придется взять толщину накладок A и B *по 18 мм.* вместо 13 мм.

Остается проверить заклепки на смятие; в полосе D возбудятся бо́льшие напряжения, чем в накладках, поэтому и вычисляем напряжение $м$ для полосы:

$$м = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{25\,200}{6 \cdot 20 \cdot 20}, \text{ или менее } 13{,}5 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Пример 42. На *фиг. 92* изображена врубка двух сосновых брусьев один в другой. Вдоль оси бруса B, дела-



92.

ющего с горизонтальным лежнем угол в 45° будет передаваться нагрузка $P = 3\,700$ кг. Надо будет проверить части торца uc на смятие и определить, на каком расстоянии x можно будет начать делать врубку от левого конца лежня.

Площадь упора в торец uc будет определяться так:

$$42 \cdot 150 + 42 \cdot 50 = 8\,400 \text{ кв. мм.}$$

Поэтому напряжение смятия на этом торце будет

$$3\,700 : 8\,400 = 0{,}44 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Эту величину для сосны можно считать допустимой.

Найдем теперь величину P_1 горизонтальной слагающей от силы P:

$$P_1 = P \cdot Cs\, 45° = \frac{3\,700}{\sqrt{2}} = \frac{3\,700}{1{,}41} = 2\,622 \text{ кг.}$$

Эта сила может произвести в лежне A сдвиг по 5 горизонтальным плоскостям, которые перечислены ниже с указанием величины площадей сдвига, соответствующих каждому из режущих ребер, а именно:

	Площадь сдвига:
Режущее ребро ab, ef...	$2\cdot 50\cdot(x+30)$
» » bc, de...	$30\cdot(x+45)$
» » cd......	$50\cdot(x+60)$

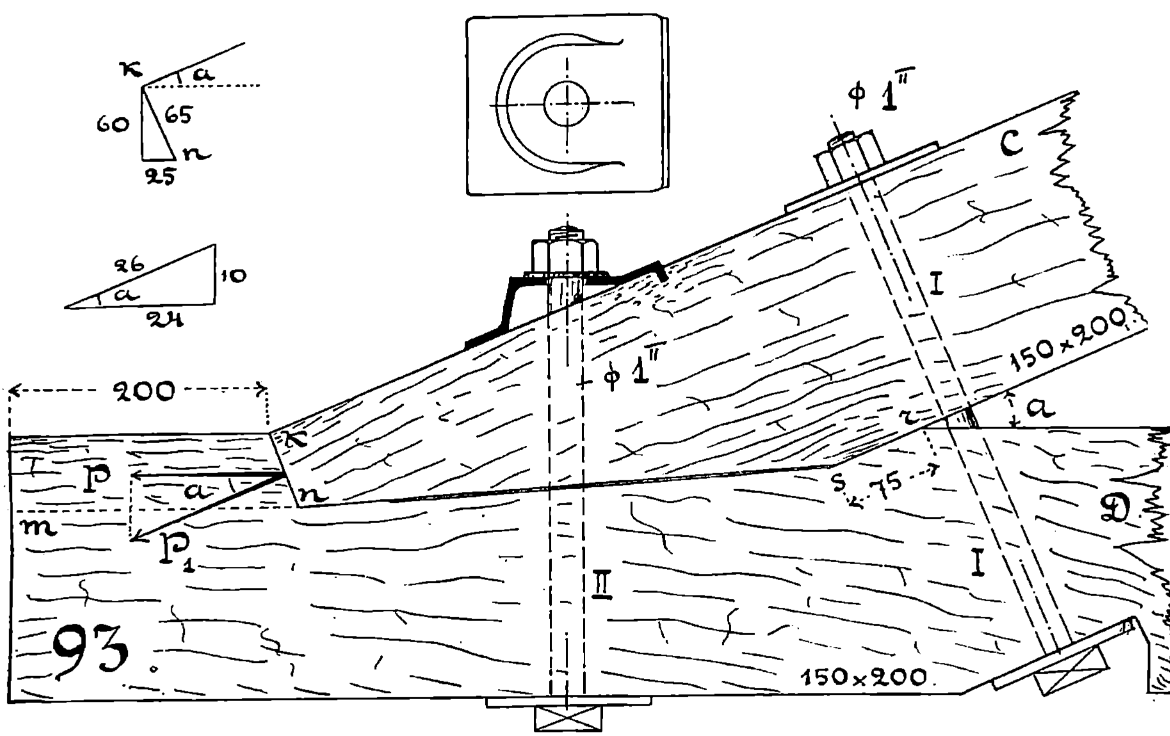
Суммарная площадь сдвига ... $180\cdot x + 30\cdot 245 = F_1$.

Допуская на сдвиг вдоль волокон в сосновом лежне A напряжение 0,06 кг. на кв. мм., получим следующее уравнение крепости на сдвиг:

$$P_1 = 0{,}06\cdot F_1; \quad \text{или} \quad 2\,622 = 0{,}06\cdot(180\cdot x + 30\cdot 245),$$

откуда $x = 202$ мм., или $4^1/_2$ вершка.

Пример 43. На *фиг. 93* дано изображение врубки, весьма простой в смысле пригонки брусьев одного к другому, но



93.

обязательно нуждающейся в помощи болтов, препятствующих брусьям иметь боковое перемещение, перпендикулярное к плоскости чертежа. Встречается расположение болта или I, или II. Последнее из них это из числа таких, какие применять не следует, потому что при стремлении бруса C подвинуться справа налево затяжка у болта II будет слабнуть, а у болта I — наоборот. Надо выяснить, какую наибольшую осевую силу безопасно может взять на себя брус C, работающий в комбинации с болтом I.

Поверхность сдвига здесь только одна — по плоскости mn. Величина ее будет (см. чертеж):

$$225 \cdot 150 = 33\,750 \text{ кв. мм.}$$

Взявши допускаемое напряжение сдвига вдоль волокон у соснового лежня $= 0{,}08$ кг. на кв. мм., получим безопасную для плоскости сдвига нагрузку

$$P = 33\,750 \cdot 0{,}08 = 2\,700 \text{ кг.}$$

Пусть угол наклона бруса C к лежню D будет таков, что $\operatorname{tg} a = 5:12$, тогда $Cs\,a = 12:13$, поэтому давление P_1 на торец nk будет:

$$P_1 = P : Cs\,a = \frac{13 \cdot 2\,700}{12} = 2\,925 \text{ кг.}$$

Напряжение смятия на торце nk будет вычисляться по формуле:

$$м = \frac{2\,925}{65 \cdot 150} = 0{,}30 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Это — величина допустимая. Посмотрим теперь, насколько можно будет увеличить нагрузку P_1, добавивши болт I с диаметром в 1 дюйм. Площадь живого сечения у него 357 кв. мм. Работая с напряжением в 6 кг. на кв. мм., мы получим для него затяжку

$$357 \cdot 6 = 2\,142 \text{ кг.}$$

Передаваясь на площадку rs шириною в 75 мм., эта затяжка вызовет здесь напряжение также в 0,25 кг. на кв. мм.

Величину коэффициента трения на поверхности rs возьмем весьма умеренною, — только 0,3; тогда сила трения, здесь возбуждаемая, будет

$$0{,}3 \cdot 2\,142, \quad \text{или} \quad 643 \text{ кг.},$$

а всю силу, которую можно передать безопасно вдоль оси бруса C, возможно будет считать равною

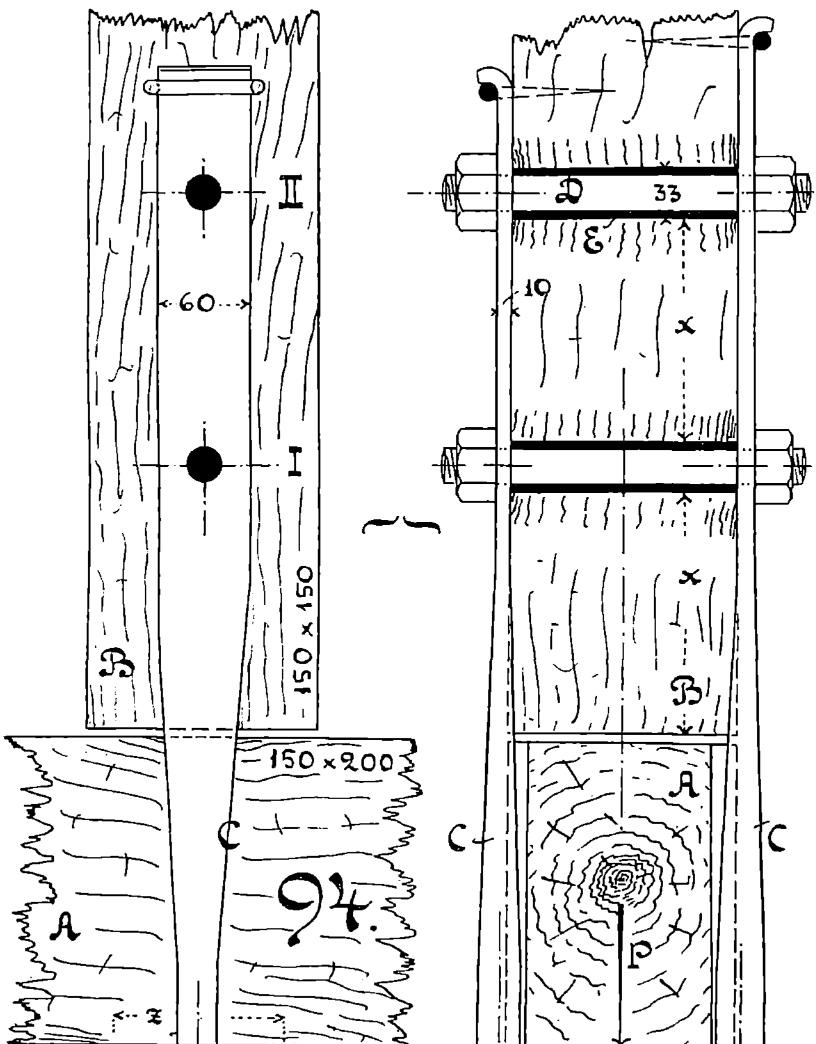
$$2\,925 + 643, \quad \text{или} \quad 3\,568 \text{ кг.}$$

Попутно подсчитаем здесь величину опорной поверхности для бляшек, передающих давление на дерево с напряжением смятия, равным 0,25 кг. на кв. мм. Пусть бляшки будут квадратные со стороною y, тогда

$$\left(y^2 - \frac{\pi}{4} \cdot 26^2\right) \cdot 0{,}25 = 2\,145,$$

откуда $$y = 90 \text{ мм.}$$

Пример 44. На *фиг. 94* изображен один из способов подвешивания деревянного лежня A к деревянной стойке B. Оба эти бруса предполагаются сосновыми, лежень A — 150×200 мм., а стойка B — 150×150 мм.



94.

Подвешивание сделано на паре дюймовых болтов C, C, у которых верхние концы обращены в лапы с прямоугольным сечением 10×60 мм. Лапы навешены на поперечные дюймовые болты D, D, которые просунуты сквозь газовые трубки E, E, плотно вложенные в свои гнезда. Надо рассчитать все части этого скрепления.

Посмотрим сначала, где будет опасное сечение у болта C в его резьбе, или же в сечении I.

У болта C площадь сечения в резьбе . . . . . . 357 кв. мм.
У » C » в сеч. I $(60-25)\cdot 10 = 350$ » »

Взявши допускаемое напряжение в сечении I $\cdots H = 6$ кг. на кв.мм. при сверленых дырах, получим безопасную нагрузку:

$$P = 2\cdot 350\cdot 6 = 4\,200 \text{ кг.}$$

В сечении II у стойки B напряжение растяжения будет вычисляться так:

$$H_1 = \frac{4\,200}{150\cdot(150-33)} = 0{,}24 \text{ кг. на кв. мм.},$$

т. е. стойка на растяжение будет с избытком прочна.

Площадь поперечного сечения у болтов D, измеренная по внешнему диаметру 25,4 мм., будет $4\cdot 507 = 2\,028$ кв. мм.: поэтому напряжение сдвига в болтах получится равным

$$t = 4\,200 : 2028 = 2{,}07 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Если бы резьбу у болтов выполнили излишне длинною, и сдвиг болтов происходил бы по площади, соответствующей внутреннему диаметру резьбы, то вместо t получилось бы напряжение t_1:

$$t_1 = 4\,200 : (4\cdot 357) = 2{,}94 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Не опасен, следовательно, и этот случай, хотя и не желателен.

Определим напряжение смятия трубками EE тех гнезд, куда они плотно вставлены:

$$м = \frac{4\,200}{2\cdot 33\cdot 150}\cdot\frac{4}{\pi} = 0{,}54 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Для смятия сосны вдоль волокон эта величина вполне возможная.

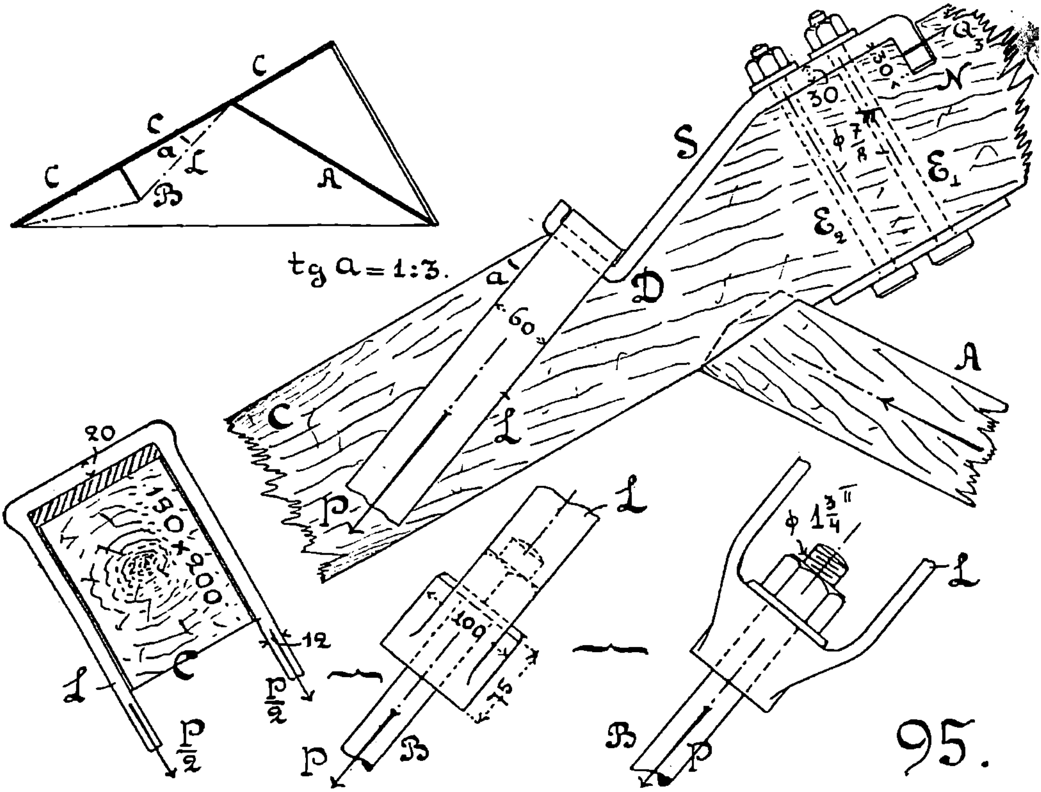
Определим теперь наименьшее расстояние x трубки I от нижней кромки у стойки B и расстояние между трубками I и II, считая напряжение сдвига вдоль волокон у сосны 0,06 кг. на кв. мм.:

$$x = \frac{4\,200}{2\cdot 150\cdot 0{,}06} = 233 \text{ мм.}$$

Остается определить еще ширину z у планки N, посредством которой болты CC берут нагрузку от лежня A:

$$z = \frac{4\,200}{150\cdot 0{,}25} = 112 \text{ мм.}$$

Пример 45. На стропильную деревянную балку C (*фиг. 95*) «шедовой» крыши передается давление от затяжки B посредством железного хомута L; он сам надевается на зуб D железной лапы S, привернутой к балке C двумя болтами E_1, E_2. Балка подперта в этом «узле» подкосом A. На затяжку B будет



95.

передаваться нагрузка $P = 5\,600$ кг. Надо проверить крепость всех частей этого узла.

Затяжка B имеет диаметр в 45 мм. и на верхнем своем конце снабжена резьбой с диаметром в $1^3/_4$ дюйма. Живое сечение этого болта будет $F = 1\,131$ кв. мм. Напряжение в нем от растяжения получится равным

$$5\,600 : 1\,131\,,\ \text{менее 5 кг. на кв. мм.}$$

Гайке этого болта дана высота в 50 мм. Напряжение сдвига в гайке будет

$$\frac{5\,600}{\pi \cdot 38 \cdot 50} = \frac{56}{59{,}7}\,,\quad \text{т. е. менее 1 кг. на кв. мм.}$$

Хомут L имеет размеры поперечного сечения 60 мм. × 12 мм. Площадь живого сечения у него равна

$$F_1 = 60 \cdot 12 \cdot 2 = 1\,440 \text{ кв. мм.}$$

Рабочее напряжение в нем получится менее 4 кг. на кв. мм.

Верхняя опорная часть хомута получила толщину в 20 мм. Напряжение сдвига здесь будет

$$\frac{5\,600}{60 \cdot 20 \cdot 2} = 2{,}3 \text{ кг. на кв. мм.}$$

На поверхности соприкосновения верхней части хомута с зубом D предположим коэффициент использования опорной поверхности равным 0,5; тогда напряжение смятия здесь будет

$$\frac{5\,600}{0{,}5 \cdot 60 \cdot 150} = 1{,}2 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Опорная поверхность между зубом D и гнездом для него имеет размеры 80 мм. × 150 мм. Возбуждаемое здесь напряжение смятия дойдет тогда почти до 0,47 кг. на кв. мм.

Слагающую P_1 от силы P, параллельную оси бруса C, парализуют здесь три воздействия:

1) сила упора зуба D в его гнездо — Q_1,

2) трение лапы S о брус C, возбуждаемое затяжкою двух болтов E, — Q_2,

3) сила упора пальца N в опорный торец его гнезда — Q_3.

Подсчитаем каждую из этих трех сил.

Гнездо под зубом D имеет глубину 76 мм. Коэффициент использования опорной поверхности гнезда возьмем равным 0,75, а допускаемое напряжение 0,4 кг. на кв. мм.:

$$Q_1 = 0{,}75 \cdot 76 \cdot 150 \cdot 0{,}4 = 3\,420 \text{ кг.}$$

Болты E — по $^7/_8$ дюйма в диаметре. Живое сечение у них по 272 кв. мм. Напряжение при затяжке их берем равным 6 кг. на кв. мм. Коэф. трения лапы о брус выбираем $= 0{,}3$. Тогда

$$Q_2 = 2 \cdot 272 \cdot 6 \cdot 0{,}3 = 979 \text{ кг.}$$

У пальца N опорная поверхность будет $30 \cdot 150$; он возьмет на себя давление

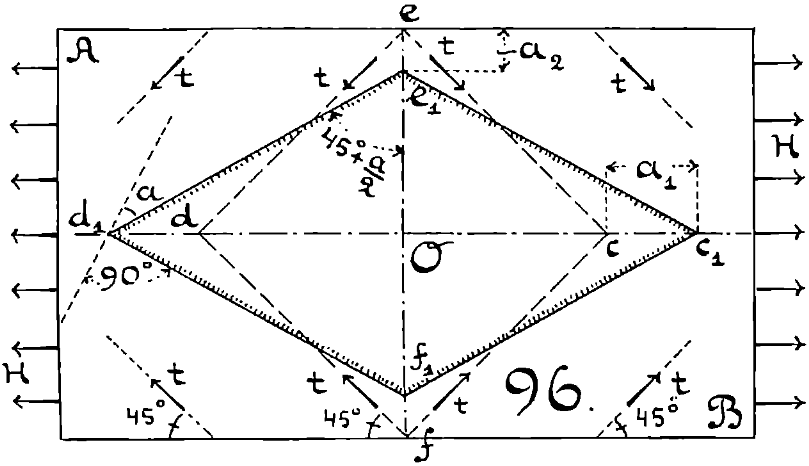
$$Q_3 = 30 \cdot 150 \cdot 0{,}4 = 1\,800 \text{ кг.}$$

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = \text{почти } 6\,200 \text{ кг.}$$

Эта сила с избытком покроет слагающую силы P.

Пример 46. На *фиг. 96* изображена призма AB. По горизонтальному направлению ее будут растягивать с напряжением H на торцевых плоскостях ее A и B. На боку призмы, обращенном к нам, изображен квадрат с горизонтальной диагональю cd и вертикальной ef. Примем этот квадрат за основание призмы, мысленно как бы вписанной в главную призму AB.

Оси этих двух призм будут взаимно перпендикулярны. Когда призма AB будет вытянута вдоль своей оси, вытянется и диагональ cd, а диагональ ef укоротится; квадрат обратится в ромб $d_1 e_1 c_1 f_1$, т. е. произойдет изменение всех прямых углов у вспомогательной призмы на величину a, отмеченную при точке d_1, и на гранях ее появятся напряжения сдвига t, определяемые из формулы 68. На этом примере надо установить зависимость между обоими коэффициентами упругости — при растяжении E и при сдвиге E_1.



Введем обозначения:

$m = \overline{Od}$ — длина полудиагонали,

$a_1 = \overline{cc_1} = \overline{dd_1}$ — удлинение горизонтальной полудиагонали,

$b = a_1 : m$ — *вытяжка* ее,

$a_2 = \overline{ee_1} = \overline{ff_1}$ — укорочение вертикальной полудиагонали,

$b_1 = a_2 : m = \dfrac{b}{4}$ — *усадка* ее (см. формулу 64).

Из треугольника $d_1 O e_1$ имеем:

$$\overline{d_1 O} = e_1 O \cdot \operatorname{tg}\left(45^\circ + \frac{a}{2}\right), \quad \text{или}$$

$$m + a_1 = (m - a_2) \cdot \left(\operatorname{tg} 45^\circ + \operatorname{tg}\frac{a}{2}\right) : \left(1 - \operatorname{tg} 45^\circ \cdot \operatorname{tg}\frac{a}{2}\right).$$

Деля это уравнение на m, отметим, что в него вместо $\operatorname{tg} 45^\circ$ можно будет внести 1, а вместо $\operatorname{tg}\frac{a}{2}$ внесем саму дугу $\frac{a}{2}$, так как величина угла перекоса a будет весьма небольшой как мы видели ранее (см. пример 34). Тогда получим:

$$1 + b = \left(1 - \frac{b}{4}\right) \cdot \left(1 + \frac{a}{2}\right) : \left(1 - \frac{a}{2}\right), \quad \text{откуда}$$

$$2 + 2b - a - a \cdot b = 2 - \frac{b}{2} + a - \frac{a \cdot b}{4}, \quad \text{или}$$

$$\frac{5}{2} \cdot b = 2a \cdot \left(1 + \frac{3}{8} \cdot b\right) \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot \qquad \textbf{115.}$$

Эта формула показывает, что соотношение между вытяжкой b у главной призмы AB и углом перекоса a у вспомогательной призмы совсем не зависит от длины диагонали у призмы cd.

Явление сдвига в призме cd будет тем ближе к явлению «чистого» сдвига, о котором говорилось при выводе формул *106—110*, чем меньше будет напряжение H у призмы AB: следовательно, в формуле *115* величины a и b весьма небольшие; поэтому величину коэффициента, заключенного в скобки во второй части равенства, без большой погрешности можно будет считать за единицу. В самом деле, пусть $H = 1$ кг. на кв. мм., а $E = 20\,000$ кг. на кв. мм., тогда

$$\frac{3}{8} \cdot b = \frac{3}{8} \cdot \frac{H}{E} = \frac{3 \cdot 1}{8 \cdot 20\,000} = \frac{3}{160\,000}.$$

В упрощенном виде равенство *115* напишется так:

$$\frac{5}{2} \cdot b = 2a; \quad \text{или} \quad \frac{5}{2} \cdot \frac{H}{E} = 2 \cdot \frac{t}{E_1}, \quad \text{откуда}$$

$$\frac{E_1}{E} = \frac{2}{5} \cdot \left(\frac{2t}{H}\right) = 0{,}4 \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot \qquad \textbf{116.}$$

На основании формулы *68*, отношение $2t : H$ здесь принято равным единице.

48. Сдвиг и растяжение призмы в одно и то же время. Пусть на данную призму AA_1 (*фиг. 97*) действуют в одно и то же время и силы растяжения P в горизонтальном направлении и пары QQ и RR, производящие ее сдвиг.

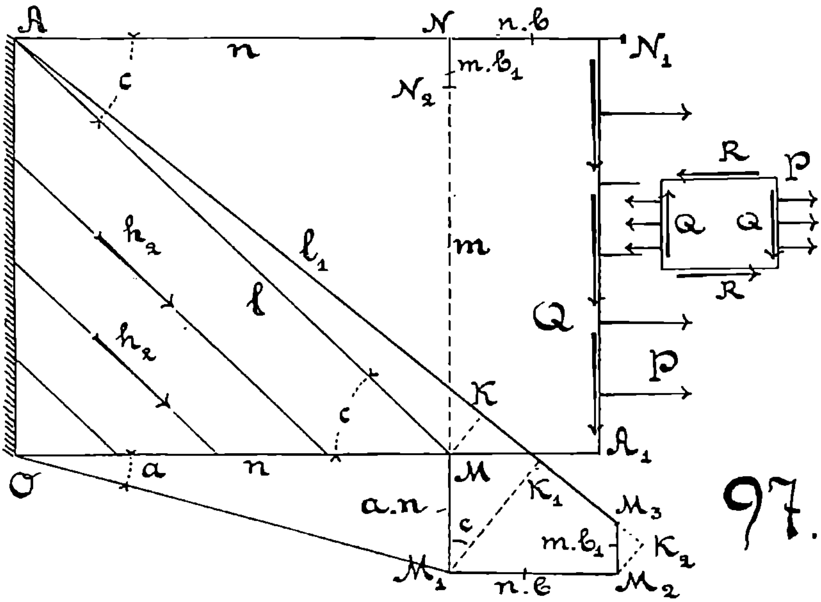
Вертикальные грани призмы с площадью F будут испытывать.

напряжение растяжения . . .	$h = P : F$
» сдвига .	$t = Q : F$

Первое из этих напряжений заставит горизонтальные ребра призмы удлиниться с продольною вытяжкою b, вертикальные же ребра призмы получат укорочение с поперечною усадкою b_1 (см. формулу *64*); а напряжение сдвига заставит все ребра призмы перекоситься в плоскости чертежа на угол a, причем:

$$b = \frac{h}{E}\,;\quad b_1 = \frac{b}{4} = \frac{h}{4E}\,;\quad a = \frac{t}{E_1} = \frac{t}{0{,}4\cdot E} = \frac{10\,t}{4\,E}\,\ldots \qquad \mathbf{117.}$$

Посмотрим теперь, что произойдет с любой наклонной линией AM (фиг. 97), выходящей из угла A и наклоненной под



97.

углом c к горизонтали. Не трудно предвидеть, что эта линия будет растянута, но она получит здесь более сильное растяжение, чем это было при чистом сдвиге.

Обозначим на чертеже размеры (фиг. 97):

$$\overline{AO} = \overline{MN} = m\,;\quad \overline{OM} = \overline{AN} = n\,;\quad \overline{AM} = l.$$

Выясним, что произойдет с каждой из сторон в прямоугольном треугольнике AOM, или AMN.

Катет AN получит удлинение $\overline{NN_1} = n\cdot b$.

Катет MN получит укорочение $\overline{NN_2} = m\cdot b_1$.

Катет OM получит перекос на угол a, и в связи с этим точка M сдвинется сверху вниз на длину $\overline{MM_1} = a\cdot n$.

Чтобы видеть, насколько удлинится гипотенуза AM, последовательно построим все перемещения точки M, нижнего конца линии AM. Вследствие сдвига точка M переместится в положение M_1 на величину своего сдвига $\overline{MM_1} = a\cdot n$. Вследствие удлинения катета OM на длину $\overline{NN_1} = n \cdot b$, точка M_1 передвинется слева направо на длину $\overline{M_1M_2} = \overline{NN_1} = n \cdot b$. Вследствие сокращения катета MN, точка M_2 поднимется на длину $\overline{M_2M_3} = \overline{NN_2} = m \cdot b_1$. Соединяя точку M_3 с A, получим новое положение линии AM. Оно будет теперь AM_3, наклоненное к горизонтали почти под тем же самым углом c, как и линия AM, потому что все смещения точки M, о которых говорилось выше, имеют на самом деле величину весьма небольшую; а мы их изобразили с большой длиной только потому, чтобы яснее понять и рассмотреть в чем тут дело.

Теперь совершенно ясно, что линия AM будет растянута. Если назовем ее новую длину через $l_1 = \overline{AM_3}$, тогда

удлинение линии AM будет . . .	$KM_3 = l_1 - l$
ее вытяжка будет.	$b_2 = (l_1 - l) : l$
ее напряжение растяжения	$h_2 = b_2 \cdot E$.

Будем считать, что дугу KM, описанную из центра A, можно принять за перпендикуляр к линии AM_3, или, безразлично, к линии AM, так как и прежнее и новое положение этой линии мы считаем под одним и тем же углом к горизонтали. По чертежу (фиг. 97) видно, что:

$$\overline{KM_3} + \overline{M_3K_2} = \overline{KK_1} + \overline{K_1K_2}, \quad \text{или}$$

$$l_1 - l + m \cdot b_1 \cdot Sn\,c = n \cdot a \cdot Sn\,c + n \cdot b \cdot Cs\,c$$

$$\frac{l_1 - l}{l} = b_2 = \frac{n \cdot a}{l} \cdot Sn\,c + \frac{n \cdot b}{l} \cdot Cs\,c - \frac{m \cdot b}{4l} \cdot Sn\,c$$

$$b_2 = a \cdot Sn\,c \cdot Cs\,c + b \cdot Cs^2 c - \frac{b}{4} \cdot Sn^2 c\,.$$

Тригонометрические формулы позволяют сделать следующие замены:

$$Sn\,c \cdot Cs\,c = \frac{Sn\,2c}{2}; \qquad Cs^2 c = \frac{1 + Cs\,2c}{2}; \qquad Sn^2 c = \frac{1 - Cs\,2c}{2}$$

$$\frac{h_2}{E} = \frac{t}{0{,}4 \cdot E} \cdot \frac{Sn\,2c}{2} + \frac{h}{E} \cdot \frac{1 + Cs\,2c}{2} - \frac{h}{4E} \cdot \frac{1 - Cs\,2c}{2}$$

$$8h_2 = 3h + 5h \cdot Cs\,2c + 10t \cdot Sn\,2c \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad \textbf{118.}$$

Эта формула показывает, что все линии, делающие с горизонталью угол c, т. е. параллельные линии AM, будут иметь одно и то же напряжение h_2, так как в формулу *118* совсем не входят ни длина катета m ни длина катета n. С изменением угла c будет меняться и напряжение взятой линии; и надо будет найти теперь такое значение угла c, при котором растянутая линия AM была бы напряжена более всех других, взятых на грани AA_1. Чтобы подойти к решению этого вопроса без высшего анализа, сделаем еще одну тригонометрическую замену:

$$Cs\,2c = 1:\sqrt{1+\operatorname{tg}^2 2c}\;; \qquad Sn\,2c = \operatorname{tg} 2c:\sqrt{1+\operatorname{tg}^2 2c}.$$

Вводя обозначение $x = \operatorname{tg} 2c$, получим:

$$Cs\,2c = 1:\sqrt{1+x^2}\;; \qquad Sn\,2c = x:\sqrt{1+x^2}$$

$$8h_2 = 3h + \frac{5h}{\sqrt{1+x^2}} + \frac{10t\cdot x}{\sqrt{1+x^2}}.$$

Если $\frac{2t}{h} = A$, то $h_2 = \frac{h}{8}\left(3 + 5\cdot\frac{1+A\cdot x}{\sqrt{1+x^2}}\right)\cdots$ **119.**

Исследуем теперь выражение

$$\frac{1+A\cdot x}{\sqrt{1+x^2}} = D\cdots\cdots \qquad \textbf{120.}$$

В этой формуле величина A есть число отвлеченное, потому что она пропорциональна отношению двух напряжений t и h; и вся дробь D тоже должна представлять собою отвлеченное число, ибо x здесь заменяет собою переменный tg. Пред нами стоит задача — найти наибольшую величину этого числа D. Это выражение встречается в разного рода технических вычислениях довольно часто, и работающие над расчетами инженеры твердо знают, что наибольшее значение этого числа получается тогда, когда x делаем равным A. Это доказывается с помощью высшего анализа в одну минуту, а без него тоже очень быстро, если иметь под руками прилагаемую здесь таблицу 7.

Таблица 7. Величины $D = \frac{1+A\cdot x}{\sqrt{1+x^2}}$; число $u = \frac{x}{A}$:

A	$u = 1$	$u = 1/2$		$u = 2$	
1	$D = \sqrt{2}$	$D_1 = \frac{3}{\sqrt{5}}$	$\frac{D}{D_1} = \frac{\sqrt{10}}{3}$	$D_2 = \frac{3}{\sqrt{5}}$	$\frac{D}{D_2} = \frac{\sqrt{10}}{3}$
2	$D = \sqrt{5}$	$D_1 = \frac{3}{\sqrt{2}}$	$\frac{D}{D_1} = \frac{\sqrt{10}}{3}$	$D_2 = \frac{9}{\sqrt{17}}$	$\frac{D}{D_2} = \frac{\sqrt{85}}{9}$
1/2	$D = \frac{\sqrt{5}}{2}$	$D_1 = \frac{9}{2\sqrt{17}}$	$\frac{D}{D_1} = \frac{\sqrt{85}}{9}$	$D_2 = \frac{3}{2\sqrt{2}}$	$\frac{D}{D_2} = \frac{\sqrt{10}}{3}$

В этой таблице подсчитаны величины D для трех возможных случаев: 1) когда число $A = 1$ — данныя первой горизонтальной строки, 2) когда число A больше единицы — данныя второй горизонтальной строки и 3) когда число A меньше единицы — данныя третьей горизонтальной строки. В каждом из этих трех случаев разобраны все возможности, т. е. предположено было сначала, что $x = A$, — это данныя *второй* вертикальной колонны, где результат обозначен буквой D; затем было предположено, что x меньше A, — это данныя *третьей* вертикальной колонны, где результат обозначен буквою D_1; и наконец было предположено, что x мы сделаем больше A, — это данныя пятой вертикальной колонны, где результат обозначен буквою D_2. Приведены в таблице также и величины отношений $D:D_1$ и $D:D_2$. Все эти отношения оказались больше единицы, что и доказывает ту мысль, что, какое бы ни было число A (больше единицы, или меньше единицы), всё равно, — *надо взять* $x = A$, *тогда число* D *будет наибольшим.* Такое, именно, число D и надо взять, чтобы выяснилось, какая из линий AM на грани AA_1 будет наиболее растянутою, т. е. наиболее опасною. Итак, надо взять

$$x = A. \quad \text{т. е.} \cdots \operatorname{tg} 2c = \frac{2t}{h} \cdots\cdots \qquad \textbf{121.}$$

После этого $\cdots$

$$\max D = \sqrt{1+x^2} = \sqrt{1+\left(\frac{2t}{h}\right)^2} \qquad \textbf{122.}$$

$$\max h_2 = h\cdot\left(\frac{3}{8}+\frac{5}{8}\cdot\sqrt{1+\left(\frac{2t}{h}\right)^2}\right)\cdots\cdots \qquad \textbf{123.}$$

Выражение, заключенное в скобки в этой последней формуле, будет *числом*, всегда бо́льшим единицы, какая бы комбинация из напряжений t и h дана ни была. Обозначим его

$$\varGamma = \frac{3}{8}+\frac{5}{8}\cdot\sqrt{1+\left(\frac{2t}{h}\right)^2} \qquad \textbf{124.}$$

Чтобы получить из формулы *123* расчетную формулу, надо в ней напряжение h_2 сделать не более допускаемого H и заменить во второй части этой формулы величину h отношением $P:F$; тогда

$$H = \text{или более } \frac{(P\cdot\varGamma)}{F}\cdots\cdots \qquad \textbf{125.}$$

Из этой формулы видно, что расчет призмы, и растянутой и сдвигаемой, сводится в конце концов к расчету как бы на одно растяжение, но только не по заданной силе P, а по новой силе $(P\cdot\varGamma)$, в выражение которой входит коэффициент $\varGamma$, всегда больший единицы и зависящий от величины отношений между заданными напряжениями h и t.

Формула *123* имеет тот недостаток, что она не отражает в себе *способа действия сил* P и Q; а между тем каждая из них может действовать по своему; напр., растягивающая сила может изменяться от нуля до P, в то время, как сила Q будет оставаться постоянною, или наоборот. Следовательно, в формулу *123* надо ввести влияние степеней надежности, с которыми велся бы расчет отдельно на сдвиг и отдельно на растяжение.

Пусть, сообразно со способом действия сил P и Q, расчет на растяжение надо было бы вести со степенью надежности ϕ_1, а на сдвиг — со степенью надежности ϕ_2, т. е.

$$\phi_1 = H_0 : H \quad \text{и} \quad \phi_2 = t_0 : t\,,$$

где H_0 и t_0 суть разрушающие напряжения при растяжении и сдвиге.

Перепишем формулу *123* в таком общем виде:

$$H = ж_1 \cdot h \cdot \left(\frac{3}{8} + \frac{5}{8} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{2\,ж \cdot t}{ж_1 \cdot h} \right)^2} \right) \cdots\cdots \quad \textbf{126.}$$

В эту формулу мы ввели неизвестные нам пока коэффициенты $ж$ и $ж_1$, заменивши всюду напряжение h через $ж_1 \cdot h$, а напряжение t через $ж \cdot t$. Для определения этих коэффициентов обратимся к известным нам частным случаям.

Пусть, например, вовсе отсутствует нагрузка Q, и наша призма будет только растягиваться силою P, тогда

$$t = 0\,, \quad \operatorname{tg} 2c = 0\,, \quad c = 0\,,$$

т. е. наиболее опасными будут все продольные линии призмы AA_1, параллельные растягивающей нагрузке P; и тогда формула *126* обратится в следующую:

$$H = ж_1 \cdot P : F\,.$$

Из сравнения этой формулы с основною формулою *1*, видим, что $ж_1 = 1$, т. е., другими словами, никакого коэф. $ж_1$ в формулу *126* вводить не надо, так как он равен единице.

Теперь предположим, что, наоборот, отсутствует нагрузка P, и наша призма будет под действием только сил сдвига, тогда

$$h = 0\,, \quad \operatorname{tg} 2c = \infty\,, \quad 2c = 90^\circ\,, \quad c = 45^\circ\,,$$

т. е. наиболее напряженными растянутыми линиями в призме, испытывающей один только сдвиг, будут линии, делящие у нее прямой угол пополам. Этот результат нам был известен и ранее. Применяя в этом случае форм. *126*, надо будет предварительно переписать ее в таком виде:

$$H = \frac{3}{8} \cdot h + \frac{5}{8} \cdot \sqrt{h^2 + (2\,ж \cdot t)^2} \cdots\cdots \quad \textbf{127.}$$

А теперь в ней можно будет сделать $h = 0$, тогда

$$H = \frac{5}{4} \cdot ж \cdot t, \quad \text{или} \quad ж = \frac{4H}{5t} = \left(\frac{4}{5} \cdot \frac{H_0}{t_0}\right) \cdot \frac{\mathfrak{f}_2}{\mathfrak{f}_1}.$$

При расчете металлических деталей нередко берут близкое к фактическому отношение $H_0 : t_0 = 5 : 4$, а тогда

$$ж = \mathfrak{f}_2 : \mathfrak{f}_1 \cdots\cdots \qquad \textbf{128.}$$

т. е. поправочный в формуле *126* коэффициент надо брать равным отношению между тою степенью надежности $\mathfrak{f}_2$, с которою рассчитывали бы призму на действие данных сил сдвига, и тою степенью надежности $\mathfrak{f}_1$, с которою рассчитывали бы ту же призму на одно только растяжение. После этого величина коэффициента $Г$, которой был дан формулою *124*, перепишется окончательно в следующем виде:

$$Г = \frac{3}{8} + \frac{5}{8} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{\mathfrak{f}_2}{\mathfrak{f}_1} \cdot \frac{2t}{h}\right)^2} \cdots\cdots \qquad \textbf{129.}$$

Пусть, например, силы P и Q слагающие одной и той же силы N, тогда, какой бы способ действия силы N ни был, все равно, пришлось бы взять $\mathfrak{f}_2 = \mathfrak{f}_1$, т. е. в этом случае $ж = 1$, и формула *129* обратится в формулу *124*.

Если сила P будет работать не плавно, а толчками она изменяет свою величину от нуля до P; тогда надо было бы взять $\mathfrak{f}_1 = 5—6$. Предполагая, что в это время сила Q остается постоянной, было бы допустимо взять $\mathfrak{f}_2 = 3—4$. Чтобы получить для $ж$ наибольшую возможную величину и провести расчет более надежно, надо взять max $\mathfrak{f}_2$ и min $\mathfrak{f}_1$, т. е. ввести в формулу *129* $ж = 4 : 5$.

Возможна и другая комбинация, когда сила P не меняет своей величины, и можно было бы назначить $\mathfrak{f}_1 = 3—4$, а сила Q, передаваясь не плавно, изменяет величину от нуля до Q, и пришлось бы взять $\mathfrak{f}_2 = 5—6$; в этом случае $ж = 6 : 3 = 2$.

Приступать к расчету по формуле *127* имеет смысл в таком только случае, если заранее известно, что величина заданного напряжения h *менее допускаемой*.

Пример 47. На фиг. 94 (см. пример 44) давление от лежня A передавалось на стойку B посредством поперечных болтов D. Они затянуты предварительно с напряжением $h = 2$ кг. на кв. мм., а затем на них будет передано напряжение сдвига $t_1 = 2{,}93$. Надо выяснить расчетную величину напряжения H в этом случае.

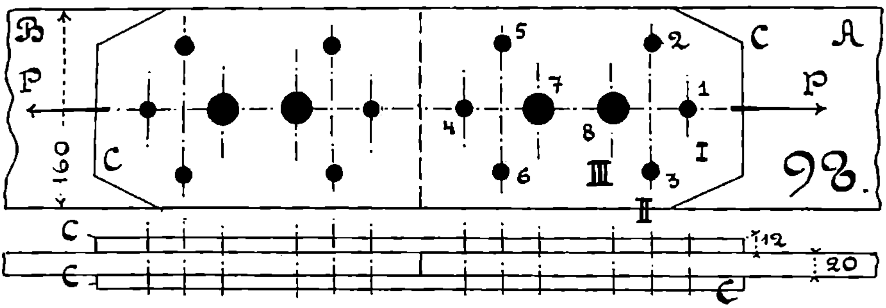
Затяжка болтов D здесь будет вызвана прежде всего, и далее она меняться не будет; следовательно можно будет взять $\varphi_1 = 3$. Изменение нагрузки, передаваемой от лежня A вверх, будет происходить в небольших только пределах; поэтому возможно будет назначить $\varphi_2 = 5$. Тогда по формуле *129*:

$$\Gamma = \frac{3}{8} + \frac{5}{8} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{5}{3} \cdot \frac{2 \cdot 2{,}93}{2}\right)^2} = \frac{3 + 5 \cdot 4{,}98}{8} = 3{,}49 \,.$$

Наибольшее напряжение растяжения поднимется до величины $2 \cdot 3{,}49 = 6{,}98$ и будет все еще не выходить из допускаемых пределов.

Этот пример показывает, насколько сильно может повышаться заданное вначале напряжение растяжения, и насколько невыгодно всегда вообще комбинировать силы растяжения и силы сдвига на одной и той же детали. Где только возможно, их стараются распределить на разные части, т. е. делают, как говорят, «разгрузку» растянутых частей от передачи на них еще и сил сдвига.

Пример 48. На *фиг. 98* изображено раз'емное болтовое скрепление двух железных полос A и B, имеющих размеры



98.

сечения 160 мм. $\times$ 20 мм. Скрепление надо сделать таким образом, чтобы можно было использовать площадь живого сечения по крайней мере 150×20, т. е. с ослаблением в $1:16$, или 6,25%, и чтобы ни в одном из других поперечных сечений ослабление сечения не было больше назначенного. Надо найти все размеры других болтов и число их.

Накладок C сделаем две с размерами 160 мм. $\times$ 12 мм.; все болты предположим выполненными из стали и плотно приточенными к своим гнездам. При расчете их на срез будем брать напряжение $t = 10$ кг. на кв. мм., а в полосах A и B на растяжение — $H = 6$. Тогда расчетное усилие будет вычисляться по формуле:

$$P = t \cdot F = 10 \cdot 150 \cdot 12 = 18\,000 \text{ кг.}$$

Болты с диаметром 10 мм. будут иметь площадь сдвига по двум сечениям и возьмут на себя нагрузку

$$P_1 = t \cdot 2 \cdot \frac{\pi \cdot 10^2}{4} = 10 \cdot 157 = 1\,570 \text{ кг.}$$

В сечении II ставим 2 болта по 10 мм. диам. Проверим полосу A на растяжение в сечении II:

$$H_1 = \frac{18\,000 - 1\,570}{(160 - 20) \cdot 20},$$ что дает менее 6 кг. на кв. мм.

Болты 1, 2, 3, 4, 5, 6 возьмут на себя нагрузку

$$6 \cdot P_1 = 6 \cdot 1\,570 = 9\,420 \text{ кг.}$$

На болты 7 и 8 останется передать нагрузку

$$P - 6 \cdot P_1 = 18\,000 - 9\,420 = 8\,580 \text{ кг.}$$

Эта сила передается на 4 площади сдвига

$$F_1 = \frac{8\,580}{10 \cdot 4} = 214.5 \text{ кв. мм.}$$

Болт с диаметром тела 17 мм. будет иметь площадь сдвига 227 кв. мм. Напряжение растяжения у полосы A в сечении III будет:

$$H_2 = \frac{18\,000 - 3 \cdot 1\,570}{(160 - 17) \cdot 20} = \frac{13\,290}{2\,860} = 4{,}6 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Напряжение сдвига в болтах теперь будет:

$$t_1 = \frac{18\,000}{6 \cdot 157 + 4 \cdot 227} = 9{,}73 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Проверим опорные поверхности у тонких и толстых болтов на смятие:

$$m = 1\,570 \cdot \frac{4}{\pi} : (10 \cdot 20) = 10 \text{ кг. на кв. мм.}$$

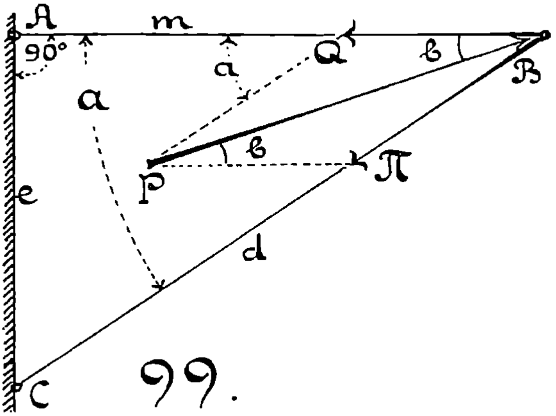
$$m_1 = \frac{8\,520}{2} \cdot \frac{4}{\pi} : (17 \cdot 20) = 15{,}9 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Толстые болты снабдим резьбою и гайками того же размера, как и у тонких болтов. Затяжку всех болтов сделаем с напряжением в $h = 5$ кг. на кв. мм. Окончательное напряжение в тонких болтах будет (см. форм. *123*):

$$H_3 = 5 \cdot \left(\frac{3}{8} + \frac{5}{8} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{2 \cdot 9{,}73}{5}\right)^2}\right) = 5 \cdot 2{,}88 = 14{,}4 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Для стальных болтов это будет допускаемая величина; а в толстых болтах напряжение будет еще меньше.

Пример 49. На *фиг. 99* показана передача усилия P через шарнирный болт B на два стержня AB и BC.



99.

Фигура ABC — прямоугольный треугольник: длина гипотенузы у него $\overline{BC} = d$, а катеты — $\overline{AB} = m$ и $\overline{AC} = e$. Надо выяснить, какое направление силы P будет самым невыгодным — в смысле требования *наибольшего* веса у системы стержней AB и BC.

Данный угол между осями обоих стержней пусть будет a, тогда:

$$Sn\,a = \frac{e}{d}; \qquad Cs\,a = \frac{m}{d}; \qquad \operatorname{tg} a = \frac{e}{m}.$$

Угол между направлением силы P и горизонталью пусть будет b, а слагающие силы P, действующие по оси стержней AB и BC, пусть будут Q и Π; тогда

$$\frac{P}{Sn\,a} = \frac{Q}{Sn\,(a-b)} = \frac{\Pi}{Sn\,b}, \quad \text{откуда}$$

$$Q = \frac{P\cdot d}{e}\cdot Sn\,(a-b); \qquad \Pi = \frac{P\cdot d}{e}\cdot Sn\,b.$$

Характеристика веса обеих тяг будет (см. форм. *15*):

$$R = Q\cdot m + \Pi\cdot d = \frac{P\cdot d}{e}\cdot[m\cdot Sn\,(a-b) + d\cdot Sn\,b].$$

После тригонометрических преобразований получим следующее:

$$R = P\cdot m\cdot\left(Cs\,b + \frac{e}{m}\cdot Sn\,b\right) = P\cdot m\cdot\left(1 + \frac{e}{m}\cdot\operatorname{tg} b\right) : \sqrt{1+\operatorname{tg}^2 b}.$$

На основании об'яснений, данных по поводу форм. *120*, делаем заключение, что max R получится тогда, когда

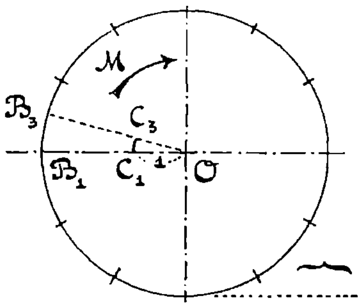
$$\operatorname{tg} b \text{ будет } = e:m; \qquad b = a,$$

или, иначе, когда направление действующей силы будет совпадать с гипотенузой BC:

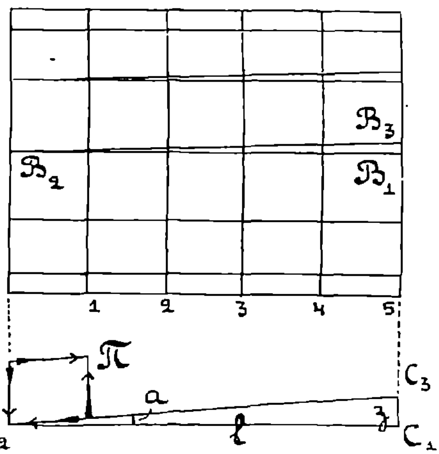
$$\max R = P\cdot d.$$

Сопротивление тел кручению.

49. Что происходит при закручивании цилиндра. Телу, которое будет подвергаться опытному исследованию на действие закручивающих сил, придается в средней его части аккуратно выполненная форма цилиндра $B_1 B_2$ (*фиг. 100*); а справа и слева от нее расположатся утолщенные части, «головы», к которым и будут приложены внешние силы. Между сечениями B_1 и B_2 на поверхности цилиндра выполняется сетка, образованная целым рядом поперечных окружностей *1, 2, 3, 4* ...,



100.



101.

пересеченных вдоль всеми образующими цилиндра. При обычном расположении опыта делается так, что одна из голов тела (положим, левая) закрепляется в станке наглухо, а на другую голову передается закручивающий момент в виде $M = A \cdot x$, где A — некоторое постоянное плечо, а x — величина силы, которую по желанию можно менять.

Если закручивание цилиндра будет происходить по направлению стрелки (фиг. 100), тогда видимый результат этого явления будет заключаться в том, что, как только подействует момент M, все образующие цилиндра обратятся в винтовые линии. На правом конце цилиндра точка B_1, например, сместится в B_3. Прибором измеряют обыкновенно не самую величину сдвига $B_1 B_3$, а угловое перемещение $B_1 O B_3 = \beta$. Это угловое перемещение называют *углом закручивания*. Для нахождения его величины приходится определить и угловое перемещение правого сечения — ϑ_1 и угловое перемещение левого сечения — ϑ_2: а после этого

$$\vartheta = \vartheta_1 - \vartheta_2 .$$

С первых же шагов этого опыта убеждаются в том, что даже и самая малая величина закручивающего момента обязательно вызывает появление своего угла ϑ, который исчезает совершенно, как только будет снята нагрузка, вызвавшая его.

Записывая в журнал последовательные величины M и ϑ, не трудно бывает обнаружить, что они взаимно пропорциональны. Эта пропорциональность заставляет думать, что форм. *Гука* найдет себе применение также и при кручении. Так оно и бывает на самом деле, как увидим далее.

Если будем определять угол закручивания не для правого сечения B_1 цилиндра, а для его среднего сечения, тогда при тех же самых величинах моментов M прибор будет давать углы ровно на *половину меньше* прежних. А это указывает на то, что при каждом данном моменте величина угла закручивания будет пропорциональна длине крутимого цилиндра $l = B_1 B_2$.

Диаметр цилиндра оказывает наиболее резкое влияние на получение углов ϑ. Если увеличить диаметр цилиндра вдвое, то угол закручивания, вызванный данным моментом M на данной длине l, оказывается, уменьшается в *16* раз, т. е. здесь играет роль уже не вторая степень диаметра, как это было во всех предыдущих явлениях, а *четвертая степень диаметра*. Угол закручивания обратно пропорционален четвертой степени диаметра.

Если связать все полученные результаты одной общей формулой, то она примет такой вид:

$$\vartheta = A \cdot \frac{M \cdot l}{d^4} \qquad \textbf{130.}$$

Впоследствии мы докажем, что так именно и должна выражаться форм. *Гука* при кручении.

Другие результаты, которые возможно наблюдать и проверять на опыте все время, пока получаются упругие углы ϑ, исчезающие по прекращении действия момента закручивания, можно формулировать следующим образом:

1) ось цилиндра во время его закручивания не искривляется;

2) окружности, ограничивающие поперечные сечения цилиндра, во время закручивания не сдвигаются ни вправо ни

влево; если ось цилиндра была горизонтальна, они остаются в тех же самых вертикальных плоскостях, как и до закручивания;

3) не изменяются при кручении ни длина цилиндра ни его диаметр;

4) все образующие цилиндра при его закручивании обращаются в винтовые линии одного и того же «шага», т. е. все точки, лежащие на окружности, ограничивающей данное поперечное сечение, получают одно и то же угловое смещение;

5) если бы вообразить себе весь закручиваемый цилиндр состоящим из весьма большого числа узких одинаковых дисков данного діаметра d, как бы нанизанных на общую геометрическую ось и связанных между собою одинаковыми силами упругости, препятствующими взаимному скольжению дисков, то явление кручения происходит таким образом, что все эти диски под действием закручивающего момента получают взаимное перемещение друг относительно друга, поворачиваясь один относительно другого на одну и ту же величину угла.

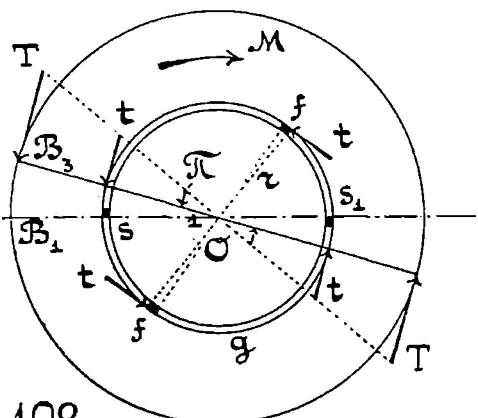
Величину этого угла, закручивания, наблюдаемую на длине в 1 метр по образующей цилиндра, принято называть *круткою* цилиндра. Чем мягче материал, тем больше у него упругая крутка, исчезающая тотчас же, как только будет снята нагрузка. Подвергая испытанию тонкие цилиндры из мягкой стали (при $d = 20-25$ мм.), можно получить величину крутки более 360 градусов, и она всё еще будет упругою.

Рабочая крутка, т. е. практически допускаемая, оценивается часто только долями градуса.

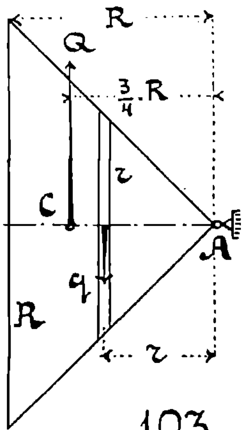
Цилиндры, на которые передается действие закручивающих моментов, принято называть *валами*.

50. Формула Гука при кручении вала. Видимые результаты опыта мы можем наблюдать лишь на поверхности вала, следя за изменениями сетки, которая изображена там, на этой поверхности. Мы предполагаем, что явление кручения происходит совершенно так же и внутри вала на любом из цилиндров, концентричных с внешним очертанием вала; а это заставляет нас думать, что все частицы тела, находившиеся до кручения в данной плоскости поперечного сечения, останутся в ней же и после кручения и только лишь получат такие перемещения в своей плоскости, которые будут пропорциональны расстоянию их от оси вала, или как говорят, от *оси кручения*. Относительное размещение частиц тела в данной плоскости может при этом не меняться. Только при таком условии для каждой частицы s (*фиг. 102*), взятой на расстоянии r от оси O вала, найдется другая частица, ей симметричная, получившая ту же самую величину сдвига, что и первая; и обе они, работая с одинаковым напряжением t, составят внутреннюю пару сил, которая способна будет ответить на действие внешней закручивающей пары, работающей с моментом M.

При перемещении радиуса OB_1 в положение OB_3, совершающемся под действием внешней пары сил, каждая из точек этого радиуса получает свою величину сдвига, отличную от соседней: и все эти сдвиги будут пропорциональны каждый



102.



103.

своему расстоянию от оси кручения, а потому будет существовать та же самая пропорциональность и между напряжениями сдвига в разных точках одного и того же радиуса.

Обозначаем через T напряжение сдвига на внешней поверхности вала, т. е. на расстоянии R от оси его, через t — на расстоянии r и через Π — на расстоянии единицы, тогда:

$$\frac{T}{R} = \frac{t}{r} = \frac{\Pi}{1} \cdots\cdots \qquad \textbf{131.}$$

Напряжение сдвига Π, которое возбудится в крутимом вале на расстоянии единицы от оси кручения, будем называть *удельным напряжением*, или короче, *податливостью*.

Нетрудно видеть, что именно эта податливость и связана формулою *Гука* с углом закручивания. В самом деле, пусть C_1C_2 (*фиг. 101*) будет образующая цилиндра с радиусом, равным единице, а C_2C_3 — в развернутом виде та винтовая линия, в которую обратится эта образующая после закручивания вала. Тогда на этом чертеже будут: $\overline{C_1C_2} = l$ — длина вала между двумя наблюдаемыми сечениями; $\overline{C_1C_3}$ s — развернутая дуга, измеряющая собою угол закручивания; угол $C_1C_2C_3 = a$ — угол перекоса у прямоугольных элементов, навернутых на цилиндр с радиусом, равным единице. Напряжение на всех сторонах этих элементов и будет податливость II.

Форм. *111* из теории сдвига даст нам соотношение

$$II = E_1 \cdot a\,,$$

а из чертежа (фиг. 101) имеем

$$з = l \cdot a = l \cdot \frac{II}{E_1} = \frac{l \cdot T}{E_1 \cdot R} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad \textbf{132.}$$

Чтобы эта формула была тождественна с форм. *130* полученною из опыта, остается подтвердить дальнейшими теоретическими изысканиями, что податливость прямо пропорциональна закручивающему моменту и обратно пропорциональна 4-й степени диаметра вала. Это мы и сделаем.

Напряжение сдвига T на поверхности крутимого вала, очевидно, есть наибольшее из всех напряжений t, которые возбудятся в теле вала, оно будет *расчетным*; но, как это видно из форм. *132*, оно одно не определяет еще собою величины угла закручивания $з$; надо еще знать величину расстояния R, на котором действует это напряжение от оси кручения. Исчерпывающий ответ в этом случае дает только величина податливости II; она занимает в форм. *Гука* то самое место, которое при растяжении призмы принадлежало напряжению материала. Там напряжения были все одинаковы в данном поперечном сечении; здесь они будут одинаковыми до тех только пор, пока они остаются на окружности одного и того же данного радиуса, а при переходе с одной окружности на другую они обязательно изменяются; и в форм. *Гука* попадает то из них, которое мы назвали податливостью, или удельным напряжением.

Форм. *132* можно переписать еще иначе

$$\frac{з}{l} = \frac{II}{E_1} \qquad \textbf{133.}$$

И числитель и знаменатель второй части выражены оба в *кг. на кв. мм.*; и числитель и знаменатель первой части выражены оба в *мм.*, так как на фиг. 101 $\cdots з = \overline{C_1C_3}$ представляет собою длину дуги, которая измеряет собою угол закручивания и на которую происходит сдвиг точек крайнего правого сечения.

Для определения угла закручивания в градусах надо пользоваться формулою перехода, подобной *107*

$$з^\circ = з \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = \frac{180^\circ}{\pi} \cdot \frac{l \cdot II}{E_1} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad \textbf{134.}$$

Называя *крутку* вала через k и припоминая, что это есть число градусов, заключенных в угле закручивания, образовавшемся на длине вала в 1 метр, из предыдущей формулы получим следующую:

$$k = \frac{з^{\circ}}{l_{мт}} = \frac{180\,000}{\pi} \cdot \frac{H}{E_1} = \frac{180\,000}{\pi} \cdot \frac{T}{E_1 \cdot R} \cdots \quad \mathbf{135.}$$

Эта формула говорит нам, что *крутка вала и его податливость взаимно пропорциональны.*

51. Уравнение равновесия внешних пар сил и внутренних пар сил при кручении вала. По ходу рассуждений, которые переданы выше, видно, что в распределении внутренних сил нет и не может быть никакой разницы между отдельными поперечными сечениями крутимого цилиндра. Все они сдвигаются одно относительно другого в одинаковых условиях. Поэтому совершенно безразлично, какую длину крутимого вала предположить, чтобы говорить о равновесии его под действием внешнего вращательного момента M с одной стороны и всей совокупности внутренних моментов сопротивления m с другой.

На действие одной внешней пары отвечает здесь противодействие бесконечно большого числа внутренних пар. И внешняя пара и все внутренние действуют в плоскостях, перпендикулярных к оси вала. При таких обстоятельствах все условия равновесия сводятся к одному лишь равенству моментов у внешней пары и у всех внутренних пар, на нее отвечающих; а все остальные уравнения равновесия обращаются в тождества.

Радиусом $r = \overline{Os}$ (фиг. 102) проведем окружность sgs_1, а затем на весьма небольшом расстоянии Δr от первой окружности проведем вторую внутри первой. Тогда на всей площади поперечного сечения вала выделится узкое кольцо с радиальной шириной Δr. Можно считать, что все материальные частицы, сгруппированные внутри этого кольца, будут отвечать на действие вращательного момента M с одним и тем же напряжением t, так как ширину кольца можно вообразить себе сколь угодно малою. Всю площадь этого узкого кольца можно разбить на еще более мелкие площадки с величиною f, проводя, напр., одну возле другой радиальные линии и рассекая ими всю площадь кольца на равные части с площадью f. Тогда сопротивляемость сдвигу всего данного кольца мы разобьем на сопротивляемость сдвигу всех этих отдельных элементов, имеющих площадь f, берущих на себя силу $t \cdot f$ и участвующих в образовании пары сил с плечом $2r$. Это одна из пар сил, сопротивляющихся действию вращательного момента M и дающих на него ответный момент $2r \cdot t \cdot f$. Всякая другая площадка f даст тот же самый ответ на момент M, как и первая. Пока мы не сдвигаемся с данного узкого кольца, все множители, входящие в состав произведения $2r \cdot t \cdot f$, будут постоянны. Все такие ответные моменты надо будет сложить вместе, чтобы получить полный момент сопротивления сдвигу данного кольца. Это суммирование даст нам

$$m = 2r \cdot t \cdot (f + f + f + \cdots).$$

Складывая все площади f, заключенные внутри скобки, мы получим площадь нашего узкого *полукольца*, а не всего кольца, потому что при образовании каждой отдельной пары сил мы брали одну площадь f на одном полукольце, нижнем, а другую — на другом полукольце, верхнем.

Назовем площадь узкого кольца с радиусом r через ΔF и будем рассматривать ее, как одно из малых приращений всей площади поперечного сечения вала.

Мы можем написать, что

$$\Delta F = 2 \cdot (f + f + f \cdots) = 2\pi r \cdot \Delta r \cdots\cdots \qquad \textbf{136.}$$

$$m = r \cdot t \cdot \Delta F = H \cdot r^2 \cdot \Delta F \cdots\cdots \qquad \textbf{137.}$$

Мы взяли здесь момент сопротивления одного из колец. Совершенно так же будут выражаться моменты сопротивления и всех других колец, имеющих другую величину радиуса r. Суммируя все моменты m, получим M:

$$M = \sum m = H \cdot \sum r^2 \cdot \Delta F \cdots\cdots \qquad \textbf{138.}$$

Введем обозначение $\cdots \sum r^2 \cdot \Delta F = J_0 \cdots\cdots$ **139.**

Это выражение J_0 встречается в механике довольно часто, и там его называют *полярным моментом инерции*.

Вообще *моментом инерции площади называют там алгебраическую сумму произведений из элементарных площадей на квадраты расстояний их от некоторой оси*. А тут сделано еще добавление «полярный» к слову момент инерции. Этой добавкой хотят подчеркнуть, что все расстояния r берутся здесь от оси O, проходящей через центр круга и *перпендикулярной* к его площади. После этого

$$M = H \cdot J_0 \cdots\cdots \qquad \textbf{140.}$$

Это и есть уравнение равновесия крутимого вала, написанное независимо от длины вала, как пояснено было выше.

Смысл его таков: первая часть равенства есть внешний момент закручивающей вал пары сил, а вторая часть равенства — сумма всех ответных моментов сопротивления.

Читается форм. *140* так: *величина крутящего вал момента равна произведению из податливости вала на полярный момент инерции поперечного сечения вала.*

52. Вывод полярного момента инерции для площади круга. Соединяя форм. *136* и *139* в одну, получим следующее:

$$J_0 = 2 \cdot \sum \pi \cdot r^3 \cdot \Delta r \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad \textbf{141.}$$

Выражение, стоящее во второй части равенства под знаком суммы легко поддается графическому представлению. Его можно передать на чертеже в виде алгебраической суммы моментов параллельных сил. Для этого обе части равенства *141* помножим на w и напишем его в таком виде:

$$\frac{J_0}{2} \cdot w = \sum (w \cdot \pi \cdot r^2 \cdot \Delta r) \cdot r \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad \textbf{142.}$$

На *фиг. 103* изображен конус с горизонтальной осью, у которого радиус основания равен R и высота его тоже равна R. Выполним этот конус из материала, имеющего плотность w, тогда вес Q этого конуса будет

$$Q = \frac{\pi \cdot R^3}{3} \cdot w \, .$$

Сосредоточим этот вес Q в центре тяжести C конуса, на расстоянии $\frac{3}{4} \cdot R$ от его вершины.

Разобьем весь об'ем этого конуса на вертикальные, весьма тонкие элементы. Вес q одного из них будет заключен в об'ем весьма тонкого усеченного конуса, имеющего радиус среднего основания r, а высоту Δr; поэтому

$$q = \pi \cdot r^2 \cdot \Delta r \cdot w \, .$$

Напишем с одной стороны сумму моментов всех отдельных сил q относительно точки A, вершины конуса, а с другой стороны — момент силы Q, слагающей всех сил q; оба эти момента должны быть равны между собою:

$$\sum (w \cdot \pi \cdot r^2 \cdot \Delta r) \cdot r = Q \cdot \frac{3}{4} R \, , \quad \text{или}$$

$$\frac{J_0 \cdot w}{2} = \frac{\pi \cdot R^4}{4} \cdot w \, ; \quad \text{или} \quad \cdot \cdot \cdot \, J_0 = \frac{\pi \cdot R^4}{2} \qquad \textbf{143.}$$

Это и есть выражение полярного момента инерции площади круга.

Как видно, полярный момент инерции поперечного сечения вала будет выражаться в миллиметрах четвертой степени, так как он будет пропорционален 4-й степени радиуса, или 4-й степени диаметра вала.

Сделавши вывод форм. *132* и желая обнаружить ее тождество с опытною форм. *130*, мы отметили там (см. § 50) необходимость подтвердить дальнейшими теоретическими изысканиями то именно, что *податливость прямо пропорциональна закручивающему моменту и обратно пропорциональна 4-й степени диаметра вала* (т. е. полярному моменту инерции). Вот это самое и подтверждают формулы *140* и *143*.

Соединяя формулы *134*, *140* и *143* в одну получим:

$$з^\circ = \frac{1800}{\pi} \cdot \frac{l}{E_1} \cdot \frac{M}{d^4}\text{; откуда } E_1 = \frac{1800}{\pi} \cdot \frac{l}{з^\circ} \cdot \frac{M}{d^4} \cdots \quad \textbf{144.}$$

По этой формуле из опытов над кручением цилиндров, наблюдая углы закручивания $з$, соответствующие моментам M, можно определить величину коэффициента упругости E_1 при сдвиге и сверить ее с таковой же величиной, подсчитанной нами выше по форм. *116*. Это было сделано и проверено многократными лабораторными опытами над закручиванием валов.

Исходя из форм. *141* можно получить выражение полярного момента инерции еще и другим способом. Радиус R внешнего очертания площади разделим на n весьма малых одинаковых частей и через все точки деления проведем концентрические окружности. Таким образом будут получены кольцевые площади с одинаковой радиальной шириной $R : n = \Delta r$; и выражение *141* примет теперь вид:

$$J_0 = \frac{2\pi \cdot R}{n} \cdot \sum r^3 \cdots\cdots \quad \textbf{145.}$$

В алгебраическую сумму кубов переменного радиуса надо будет внести все его значения от первого и до последнего:

$$\sum r^3 = \left(\frac{R}{n}\right)^3 + \left(\frac{2R}{n}\right)^3 + \left(\frac{3R}{n}\right)^3 + \cdots + \left(\frac{n-1}{n} \cdot R\right) + \left(\frac{nR}{n}\right)^3$$

$$= \left(\frac{R}{n}\right)^3 \cdot [1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdots + (n-1)^3 + n^3]$$

$$= \left(\frac{R}{n}\right)^3 \cdot \left[\frac{n \cdot (n+1)}{2}\right]^2 = \frac{R^3 \cdot (n+1)^2}{4n}$$

$$J_0 = \frac{\pi \cdot R^4}{2} \cdot \left(1 + \frac{1}{n}\right)^2 \quad \textbf{146.}$$

Переходя к пределу и полагая n равным бесконечности, увидим, что форм. *146* обратится в *143*.

Для вывода форм. *146* мы использовали готовую формулу высшего анализа, дающую величину суммы кубов натуральных чисел:

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdots + n^3 = \left[\frac{n \cdot (n+1)}{2}\right]^2 = A.$$

Тем лицам, которым неизвестно происхождение этой формулы и кто желал бы ее сам проверить, рекомендуется проделать это фактически, останавливаясь на любом из слагаемых. Например:

При $n = 1$ и A обращается в единицу.

При $n = 2 \ldots 1^3 + 2^3 = 9$; $A = \left(\frac{2 \cdot 3}{2}\right)^2 = 9$.

При $n = 3 \cdots 1^3 + 2^3 + 3^3 = 36$; $A = \left(\frac{3 \cdot 4}{2}\right)^2 = 36$.

При $n = 4 \cdot\cdot 1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 = 100$: $A = \left(\frac{4 \cdot 5}{2}\right)^2 = 100$ и т. д.

53. Расчетная формула для крутимого цилиндра. Называя диаметр вала через d и соединяя формулы *140* и *143* в одну, получим:

$$M = H \cdot \frac{\pi \cdot R^4}{2} = T \cdot \frac{\pi R^3}{2} = T \cdot \frac{\pi \cdot d^3}{16} \qquad \textbf{147.}$$

Введем обозначение... $W_0 = \frac{\pi \cdot d^3}{16}$ или $0.2 \cdot d^3 \cdots$ **148.**

Выражение W_0 называется *модулем сечения* вала: оно будет — в миллиметрах третьей степени. После этого форм. *147* примет вид:

$$M = T \cdot W_0 \cdots\cdots \qquad \textbf{149.}$$

Если в эту формулу вместо T внести допускаемую величину напряжения материала при кручении, тогда она будет *расчетною формулою* при кручении, или иначе, *уравнением крепости вала*. Оно относится ко всем поперечным сечениям вала, между которыми происходит передача момента M. Следовательно, *у вала*, который передает вращательный момент M, *все его рабочие сечения равноопасны*; а в самом поперечном сечении наиболее напряженные элементы его лежат на поверхности вала.

Во всех уравнениях крепости, с которыми приходилось иметь дело ранее, — при растяжении призмы, или при сжатии, или же при сдвиге, в обеих частях равенства была сила, а здесь — момент силы. Там было равенство между силой действующей и силой сопротивления, здесь — равенство между моментом действующим и моментом сопротивления. Поэтому и наименование обеих частей равенства здесь будет другое, а именно — *кг.-мм.*

Крутящий момент = Напряжение $\times$ Модуль сечения.

$$\textit{кг.-мм.} = \frac{\textit{кг.}}{\textit{мм.}^2} \times \textit{мм.}^3.$$

По форм. *149* ведется расчет вала существующего, т. е. определяется *величина безопасного* для вала *закручивающего момента* по данным размерам модуля и выбранной величине напряжения. Если бы для вала существующего надо было подсчитать величину напряжения, то мы писали бы форм. *149* в таком виде:

Безопасное напряжение $\cdots T$ или более $M : W_0 \cdots$ **150.**

И наконец для вала строющегося имели бы такую формулу

Безопасная величина модуля $\cdots W_0 =$ или более $\frac{M}{T} \cdots$ **151.**

Во многих курсах, справочных книгах и технических календарях величина W_0 называется «*моментом сопротивления сечения*» при кручении. Это совершенно неверное и неправильное выражение, хотя оно сделалось почему то употребительным. Чтобы понять его неверность, достаточно усвоить себе смысл форм. *147*; а она говорит, что момент действующей крутящим образом силы равен моменту сопротивления всех внутренних сил, стало быть момент сопротивления есть $T \cdot W_0$, а не просто W_0.

54. Величины разрушающих и допускаемых напряжений при кручении. Если в форм. *150* обе части равенства умножим на степень надежности $\mathfrak{H}$, то получим:

$$(\mathfrak{H} \cdot T) \quad (\mathfrak{H} \cdot M) : W_0 .$$

Величина $(\mathfrak{H} \cdot M) = M_0$ будет разрушающий вал момент путем перекручивания его.

Величину $(\mathfrak{H} \cdot T) \quad T_0$ условно называем *разрушающим напряжением* при кручении. Об этой условности приходится говорить потому, что при выводе форм. *150* предполагалось существование упругой крутки вала, исчезающей по удалении нагрузки. Между тем, когда начнут получаться при кручении вала не только упругие углы закручивания, но и постоянные, т. е. остающиеся в нем навсегда, тогда начинается уже искривление поперечных сечений вала, начинается и заметное увеличение длины вала. В момент разрушения вала продольная вытяжка его образующих достигает: в *мягком* сварочном и литом железе — до $2{,}5\%$, а в железе обыкновенном — до $1{,}6\%$.

Разрушающее напряжение при кручении T_0 немного разнится от таковогo же при растяжении H_0 и часто бывает T_0 больше H_0; но нарушение форм. *Гука* даже и в этом случае происходит при напряжении t_0, меньшем соответетственного h_0 при растяжении. Лучше всего это выясняется при опытах и на растяжение и на кручение с такими образцами, которые выделаны из одного куска. Вот три примера:

1) Обыкновенное сортовое железо — $t_0 = 15,6$; $h_0 = 19,7$; $T_0 = 38,5$; $H_0 = 37$ кг. на кв. мм.

2) Мягкое сортовое железо — $t_0 = 13,6$; $h_0 = 24$; $T_0 = 39$; $H_0 = 34$ кг. на кв. мм.

3) Литое железо — $t_0 = 18,8$; $h_0 = 23,6$; $T_0 = 46$; $H_0 = 39,5$ кг. на кв. мм.

В стальных валах при содержании углерода в стали 0,96% величина t_0 наблюдалась до 27 кг. на кв. мм.

Величины допускаемых напряжений T при кручении валов дает нам таблица 8.

Таблица 8. Величины расчетных напряжений T.

Название материалов.	При непрерывном вращении вала на быстром ходу.	В ручных и легких приводных валах.
Железо сварочное	1.2 — 2.5 — 3.5	3.5 — 5
» литое	2.5 — 5.5 — 8.0	6 — 8
Сталь литая	4 — 8 — 12	8 — 12
Чугунные полые валы	— — 1.2	1.2 2
» сплошные валы	—	1.5 2.5
Сосновые валы	1.0	
Дубовые	— — 0.5	

Для каждого материала в таблице указаны не одна цифра, а две и три. Это сделано, имея в виду разнообразные способы действия сил, т. е. или *постоянство* вращательного момента M, или же *изменение* его в пределах от нуля до M сравнительно плавно, или же *резкие изменения* величины M, связанные даже с возможностью перемены направления вращения вала.

55. Величины полярных моментов инерции и модулей сечения для вала. Чтобы лучше уяснить себе сущность явления кручения на цифровом материале и облегчить производство расчета валов, здесь приведена таблица 9.

Для каждой ходовой величины диаметра в этой таблице даны три цифры, — полярного момента инерции J_0, модуля сечения W_0 и площади сечения F, причем эти три последние цифры даны *в сантиметрах* с числом десятичных знаков не более двух. Остальные десятичные знаки отброшены. Это делает таблицу более компактною, выразительною, менее пестрою, а степень точности вычисления будет и при этом вполне достаточною. Пользуясь этой таблицей надо помнить только следующие формулы перехода:

$$F \text{ в мм.}^2 = 100 \cdot F \text{ в см.}^2$$
$$W_0 \text{ в мм.}^3 = 1\,000 \cdot W_0 \text{ в см.}^3$$
$$\dot{J}_0 \text{ в мм.}^4 \quad 10\,000 \cdot \dot{J}_0 \text{ в см.}^4$$

Величины F возрастают с увеличением d, как *квадраты* чисел, величины W_0 — как *кубы* тех же чисел, а величины $\dot{J}_0$ — как *четвертые степени* чисел.

Таблица 9. Полярные моменты инерции $\dot{J}_0$, модули сечения W_0 и площади F.

d	$\dot{J}_0$	W_0	F	d	$\dot{J}_0$	W_0	F
мм.	см.^{4}	см.^{3}	см.^{2}	мм.	см.^{4}	см.^{3}	см.^{2}
25	3,84	3,1	4,91	90	644,12	143,1	63.62
30	7.95	5.3	7,07	95	799;64	168,3	70.88
35	14.73	8.4	9.62	100	981,75	196,4	78,54
40	25.13	12.6	12.57	105	1 193.32	227.3	86,59
45	40,26	17.9	15,90	110	1 437,38	261.3	95,03
50	61.36	24.5	19,64	115	1 717,08	298,6	103,87
55	89,84	32.7	23.76	120	2 035,74	339,3	113.10
60	127.23	42,4	28,27	125	2 396.85	383,5	122,72
65	165.25	53,9	33.18	130	2 803.97	431.4	132,73
70	235,72	67.3	38,48	135	3 240.88	483.1	143.14
75	310.64	82.8	44.18	140	3 770.48	538.8	153.94
80	402.12	100,5	50,27	145	4 339,82	598.6	165.13
85	512,48	120,6	56,75	150	4 970,09	662,7	176.72

Возрастание диаметра на 5 мм. отражается совершенно по разному в более тонких валах и более толстых. Найдя вычислением диаметр вала в 25 мм., предположим, что мы увеличили его до 30 мм. Это даст нам:

увеличение веса . . . $\dfrac{7{,}07}{4{,}91} = 1{,}44$, т. е. на 44%;

увеличение модуля, а также и увеличение крутящего момента при заданном напряжении (см. форм. *149*) . . . . . $\dfrac{5{,}3}{3{,}1} = 1.71$, т. е. на 71%;

увеличение момента инерции, а следовательно и увеличение крутящего момента при заданной величине податливости H (см. форм. *147*) . . . . . $\dfrac{7.95}{3{,}84} = 2{,}07$, т. е. 107%.

Если бы ту же самую прибавку в 5 мм. мы сделали, переходя от диаметра 125 мм. к 130 мм., то получили бы:

увеличение веса . . . . $\frac{132{,}7}{122{,}7}$ 1,08, т. е. на 8%.

» модуля . . . . $\frac{431{,}4}{383{,}5} = 1{,}125$, т. е. на 12,5%.

» мом. инерции . . . $\frac{2\,804}{2\,397} = 1{,}17$, т. е. на 17%.

Пользуясь данными таблицы 9 не трудно обнаружить также, что при кручении вала наиболее деятельную роль играют те элементы сечения, которые отстоят дальше от оси кручения, а прилегающие к оси помогают сопротивлению мало, а только увеличивают вес вала. При выделке валов из литых материалов часто ставят поэтому вопрос об удалении сердцевины вала. Готовят из чугуна и стали валы *пустотелые*, или, как их называют еще, *полые*.

Сделаем у полого вала внешний диаметр $d_1 = 120$ мм., а внутренний — $d_0 = 80$ мм., располагая оба очертания концентрично одно относительно другого.

Площадь внешнего очертания вала . . . . 113,10 *кв. см.*
» внутреннего очертания вала . . . . . 50,27 » »
Уменьшение площади сечения вала и его веса
произойдет . . . . на $\frac{50{,}27}{113}$ или на *45%*.

Момент инерции при диаметре d_1 . . . . 2 035,74 *см.*^{4}
» » » » d_0 . . . . 402,12 »
» » кольцевого сечения . . . . 1 633,62 »

Модуль кольцевого сечения . . . . $\frac{1\,633{,}6}{60} = 272{,}3$ *см.*^{3}

Модуль сплошного сечения при диам. 120 мм. 339,3 »
Кольцевое сечение имеет модуль меньше . . . на 67 »
или всего только на *20%* меньше.

56. Полярный момент инерции и модуль для полого вала, обыкновенного и тонкостенного. Пусть внешний диаметр кольцевого сечения будет d_1, а внутренний — d_0, соответственные величины радиусов — r_1 и r_0, средний радиус кольца — R_0, его радиальная ширина — δ, тогда полярный момент инерции J_{01} для кольцевого сечения напишется, как разность моментов инерции для внешнего и внутреннего очертания:

$$J_{01} = \frac{\pi}{2}\cdot(r_1^4 - r_0^4) = 0{,}1\cdot(d_1^4 - d_0^4) \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot \quad \textbf{152.}$$

Если обозначим $d_0 : d_1 = i$, тогда модуль для полого вала будет писаться так:

$$W_{01} = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{r_1^4 - r_0^4}{r_1} = \frac{d_1^4 - d_0^4}{5 d_1} = \frac{d_1^3}{5} \cdot (1 - i^4) \cdot \cdot \cdot \cdot \quad \mathbf{153.}$$

При расчете полого вала, проведенном с напряжением T_1, получим вместо форм. *147* следующую:

$$M = T_1 \cdot W_{01}; \quad d_1^3 = \frac{5}{T_1} \cdot \frac{M}{1 - i^4} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad \mathbf{154.}$$

Для тонкостенного полого вала, у которого отношение $\delta : R_0$ невелико, форм. *152* можно будет упростить на основании следующих переходных формул:

$$r_1 = R_0 + \frac{\delta}{2}; \qquad r_0 = R_0 - \frac{\delta}{2}$$

$$r_1^2 + r_0^2 = 2R_0^2 + \frac{\delta^2}{2}; \qquad r_1^2 - r_0^2 = 2R_0 \cdot \delta$$

$$J_{01} = 2\pi \cdot R_0^3 \cdot \delta \cdot \left(1 + \frac{\delta^2}{4R_0^2}\right) \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad \mathbf{155.}$$

Если отношение $\delta : R_0$ будет малой дробью, то выражение, стоящее в форм. *155* в скобках, можно будет принять равным единице. Приближенное, упрощенное выражение момента инерции сечения тонкостенного вала будет, следовательно, таким:

$$J_{02} = 2\pi \cdot R_0^3 \cdot \delta \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad \mathbf{156.}$$

Возьмем трубу, у которой

$$r_0 = 125 \text{ мм.}, \quad \delta = 7{,}5 \text{ мм.}, \quad R_0 = 128{,}75 \text{ мм.}$$

Ошибка при вычислении момента инерции по форм. *156* будет охарактеризована числом:

$$\left(\frac{\delta}{2R_0}\right)^2 = \left(\frac{7{,}5}{257{,}5}\right)^2 = \frac{1}{1\,176} = 0{,}00085\,.$$

Форм. *156* пользуются при расчете на кручение полых валов большого диаметра, иначе — «барабанов», заменяющих собою целые серии одинаковых, рядом сидящих на валу, шкивов. Выполняют такие барабаны в Америке часто из чугуна. Можно готовить их также, пользуясь для этого трубами, выделанными из железа по способу *Маннесмана* — без продольного шва.

Находит себе применение форм. *156* также и при расчете некоторых балок, как увидим далее (см. пример 167).

Ее можно вывести и непосредственно, рассматривая кручение тонкостенного вала и считая, что все элементы сечения его работают с одним и тем же напряжением T_1.

Вместо форм. *131* здесь можно будет писать следующую:

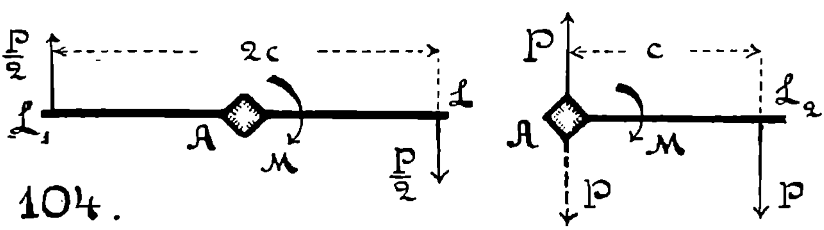
$$1 : П = R_0 : T_1 \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad \textbf{157.}$$

Тогда и уравнение равновесия, вместо форм. *138* здесь выразится так:

$$M = П \cdot R_0^2 \cdot \sum \Delta F = П \cdot (2\pi \cdot R_0^3 \cdot б) = П \cdot J_{02}\,.$$

57. Как происходит передача к валу крутящего момента. Явление кручения в том «чистом» виде, как мы его рассмотрели выше, происходит только в исключительной обстановке; а иначе кручение вала всегда сопровождается *сгибанием* его, которое осложняет всё дело и ставит вал в особо неблагоприятные условия.

На *фиг. 104* изображены два способа вращения вала A вручную: слева — посредством двусторонней рукоятки LL_1,

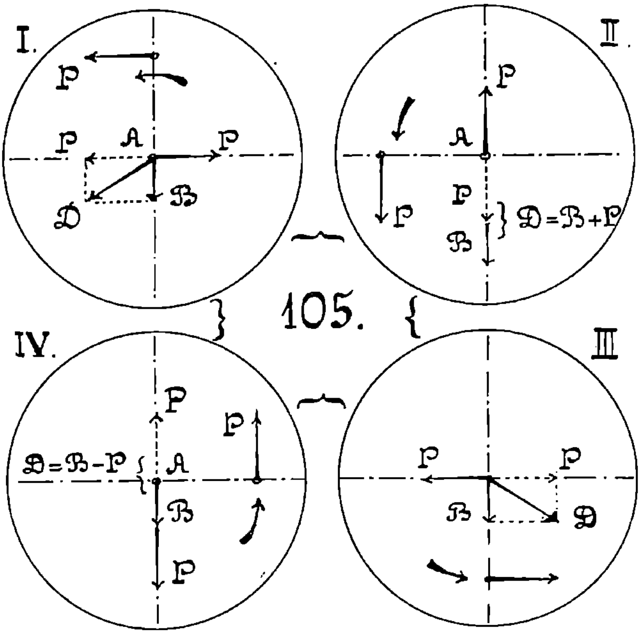


104.

а справа — посредством односторонней AL_2. Величину момента надо передать в обоих случаях одну и ту же $M = P \cdot c$. Но передается она по разному: в двусторонней рукоятке LL_1 передача происходит, не оказывая на вал никакого давления, потому что в этом случае вращает вал пара сил, приложенных в L и L_1; а в односторонней рукоятке AL_2 мы прикладываем к ней одну только силу P в точке L_2; поэтому для образования пары сил, в точке A мы должны приложить две вертикальных силы P; та из них, которая действует снизу вверх и отмечена сплошной линией, войдет в состав пары сил с плечом $c = \overline{AL_2}$, а другая, отмеченная пунктиром, будет представлять собою *неизбежное давление на ось вала, всегда равное внешней силе P и направленное в ту же сторону, как и внешняя сила.*

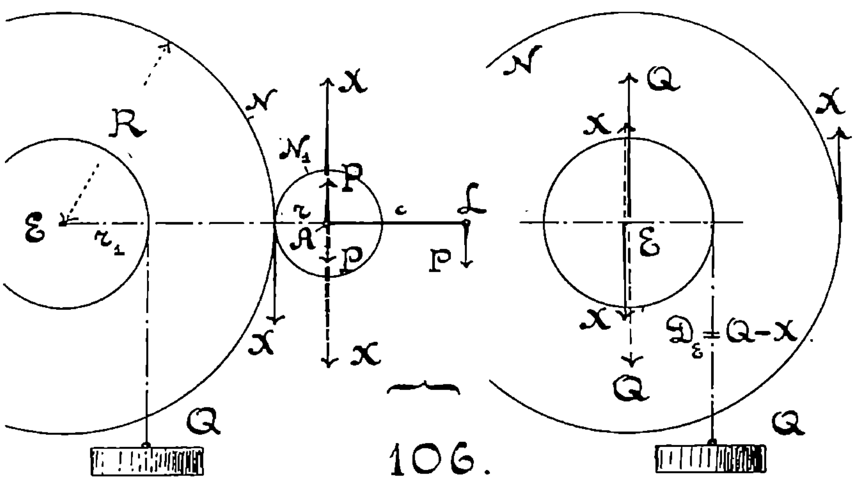
Следовательно, рукоятка LL_1 лучше чем AL_2, но она не приспособлена для непрерывного вращения вала.

На *фиг. 105* показано вращение вала A посредством рукоятки и маховика, имеющего вес B. Даны здесь четыре характерных положения, которые может занимать рукоятка от-



105.

носительно вала, I, II, III и IV; в каждом из них получено давление D на ось вала. Величина его меняется все время, и наибольшая из них будет $D = B + P$.

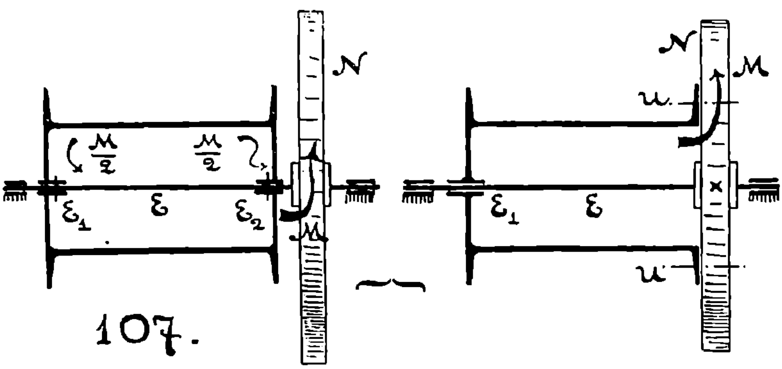


106.

На *фиг. 106* показана схема ручного привода к лебедке для под'ема груза Q. Правый вал A — это приемный вал, который вращают посредством рукоятки AL; на этом валу сидит зубчатая шестерня N_1, имеющая радиус r; от нее вращение передается большому зубчатому колесу N, имеющему радиус R и посаженному на барабанный вал E; поднимаемый груз Q подвешен к веревке, которая навивается на барабан, имеющий радиус r_1. Условие равновесия приемного вала A дает нам равенство моментов:

$$P \cdot c = X \cdot r; \quad \text{откуда} \quad X = P \cdot c : r.$$

Обе части первого равенства представляют собою величину крутящего момента для вала A; давить же на ось вала A будут и



107.

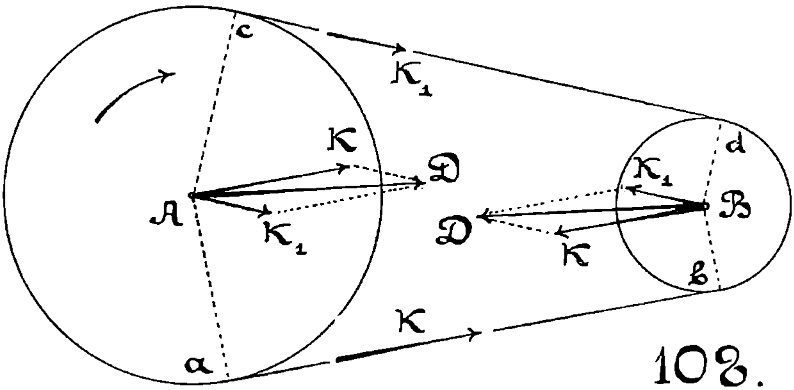
сила P и сила X: наиболее тяжелый случай получим тогда, когда X и P будут действовать по одному направлению снизу вверх.

Условие равновесия барабанного вала E дает нам равенство моментов:

$$X \cdot R = Q \cdot r_1, \quad \text{откуда} \quad X = Q \cdot r_1 : R.$$

И здесь также обе части первого равенства представляют собою величину крутящего момента для барабанного вала E. Давить на ось вала E будут и сила Q и сила X; но первая из них будет действовать сверху вниз, а вторая снизу вверх.

На *фиг. 107* даны две схемы посадки барабана на его вал E. На левой схеме показано, что обе втулки E_1 и E_2 барабана накрепко посажены на вал E; также накрепко посажено на тот же вал рядом с барабаном и колесо N. Тут передача вращательного момента $Q \cdot r_1$ от колеса N к барабану будет происходить так: часть вала E_2N должна будет передавать полную величину момента $Q \cdot r_1$, а между втулками E_1 и E_2 будет передаваться только $0{,}5 \cdot Q \cdot r_1$. На правой же схеме показано, что вал E, как таковой, здесь устранен вовсе и обращен в *ось*, т. е. в такую часть, которая главного вращательного момента $Q \cdot r_1$ не передает. Сделано это так: барабан отлит с одной только левой втулкой E_1, которая посажена здесь на барабанную ось E вольно; правым же своим фланцем барабан приточен и привернут прямо к спицам зубчатого колеса N; его втулка связана с осью E небольшой шпонкой; передача усилия Q от барабана к колесу N здесь происходит непосредственно от обода барабана к болтам u, а от них к спицам колеса N и к его ободу; следовательно, на кручение полным моментом $Q \cdot r_1$ здесь должен быть рассчитан обод барабана; на сдвиг усилием Q должны быть проверены и все соединительные болты uu. На ось E тут будет передаваться только весьма небольшой побочный крутящий момент, который



108.

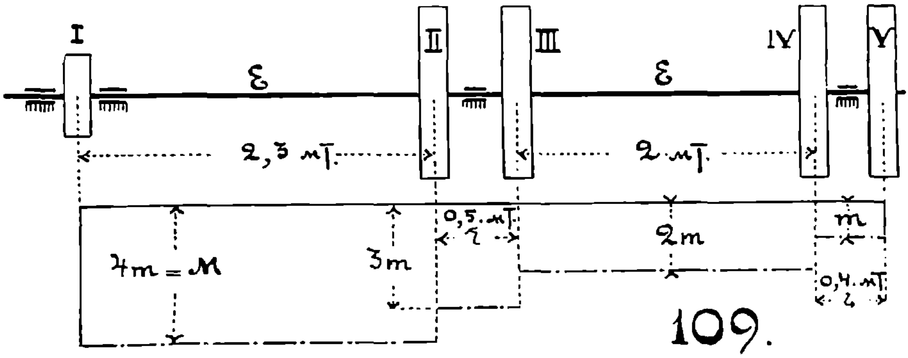
возникнет в связи с появлением сил трения на трущейся поверхности у шипов барабанной оси.

На *фиг. 108* представлена схема ременной передачи от вала A к валу B. Ведущая часть ab у ремня натянута с силою K, а ведомая cd — с силою K_1. При такой передаче оба вала A и B будут испытывать одинаковое давление D, получающееся от сложения сил K и K_1 по правилу параллелограмма.

Куда именно будут передаваться подобные давления D, это об'ясняет нам *фиг. 109*, где шкив I берет работу от двигателя на приводный вал E; а от него работа будет отдаваться отдельным станкам посредством шкивов II, III, IV и V. Все давления D будут передаваться на вал в средних плоскостях вращения этих шкивов; поэтому необходимо, чтобы втулки всех этих шкивов стояли как можно ближе к опорам вала; а давление от шкива I лучше всего воспринять на две опоры, расположенные непосредственно возле шкива I. Если предположим, что все правые шкивы отдают к станкам одну и ту же величину момента, составляющую четвертую часть от того, который был принят на себя шкивом I, тогда часть вала, заключенная между шкивами I — II, будет передавать полный момент M, между шкивами II — III — только три четверти от M, между III — IV — только половину от M, между IV — V — только одну четверть от M.

На этом последнем примере выясняется, что при практических применениях приводных валов очень часто полную величину крутящего момента приходится передавать не по всей длине вала, а только лишь на части ее. Следовательно, появятся тогда более опасные и менее опасные части вала. Напр., у вала E, изображенного на фиг. 109 более опасною его частью будет та, которая находится между шкивами I — II, если по всей длине у него оставлен один и тот же диаметр d, как это часто делают.

Само собою понятно, что, если вал длинный и от него берут работу много станков, выгоднее будет передавать весь



109.

момент M не с одного конца вала на другой, а *из средины* вала в обе стороны поровну, рассчитывая вал в этом последнем случае только *на половину момента*.

Этих примеров достаточно, чтобы понять, сколь разнообразны могут быть те практические условия, в которых происходит передача и раздача крутящего момента, и сколько инициативы должен проявить механик с своей стороны, чтобы поставить эту раздачу момента в надлежащие условия, не нагружая вала излишними усилиями, которые могут или крутить вал, или же сгибать его.

Несомненно одно только, что, какие бы искусные меры мы не принимали, *не обойтись без сгибания вала,* когда он берет на себя крутящий момент, или же отдает его от себя. Часто возможно, однако, бывает принять меры к тому, чтобы ослабить это побочное сгибающее действие и не отягощать напрасно вал добавочными напряжениями. И такие меры обязательно следует принимать, где только это возможно.

В связи с размещением на валу мест приема вращательного момента и отдачи его будет находиться также и величина угла закручивания, которую будет получать вал.

58. Зависимость между крутящим моментом вала и тою работою, которую он передает. Если точка приложения силы P (в кг.) проходит в секунду путь, равный v метров, то работа N, произведенная этой силой P и выраженная в «лошадиных силах», будет писаться так:

$$N = P_{кг.} \times v_{мт.} : 75_{кг.-мт.}$$

Если сила P будет работать на окружности радиуса c, и точка приложения силы будет делать вокруг оси вала n оборотов в минуту, тогда

$$v_{мт.} = \frac{\pi \cdot n}{30} \cdot c_{мт.}$$

$$N = \frac{P}{75} \cdot c \cdot \frac{\pi \cdot n}{30}, \quad \text{откуда}$$

$$P \cdot c = M_{кг.-мт.} = \frac{75 \cdot 30}{3,14} \cdot \frac{N}{n} = 716,2 \cdot \frac{N}{n} \cdots\cdots \quad \mathbf{158.}$$

$$M_{кг.-мм.} = 1\,000 \cdot M_{кг.-мт.}$$

Для производства более быстрых подсчетов величины крутящего момента по заданным величинам n и N здесь приводится таблица 10.

Из нее видно, насколько быстро идет сокращение величины M по мере возрастания отношения $n:N$, и насколько выгодно выбирать это отношение возможно бóльшим.

Таблица 10. Величины крутящего момента M, выраженные в *кг.-мт.*

$n:N$	M	$n:N$	M	$n:N$	M
1,25	572,96	6	119,37	25	28,65
1,50	477,47	7	102,31	30	23 87
1,75	409,26	8	89,53	40	17,91
2,0	358,10	9	79,58	50	14,32
2,5	286,48	10	71,62	60	11,94
3,0	238,73	12,5	57,29	70	10,23
3,5	204,63	15	47,75	80	8,95
4,0	179,05	17,5	40,93	90	7,96
5,0	143,24	20	35,81	100	7,16

На основании этих соображений дают приводным валам число оборотов между 100 и 200 в минуту; а если вал должен приводить в действие быстроходные машины, то повышают n до 250 — 300 — 350 и даже 400.

В паровых турбинах число оборотов вала в минуту достигает нескольких тысяч, — от 9 000 до 30 000; и там требуется безусловно точное уравновешивание всех вращающихся на валу масс, чтобы центр тяжести их лежал совершенно точно на оси вращения, иначе неизбежно крушение вала из какого бы материала он ни был сделан.

59. Формулы для расчета приводных валов. В одних справочных книжках даются для расчета приводных валов готовые формулы, в других — даже готовые таблицы. Надо уметь разобраться в тех и других. Все такие формулы имеют обыкновенно такой общий вид:

$$d = A \cdot \sqrt[3]{N : n} \quad \cdots\cdots \quad \mathbf{159.}$$

Величина коэффициента A дается в одних справочных книжках для получения d в *мм.*, в других — в *дюймах*. Формула перехода с одних данных на другие имеет весьма простой вид и легко запоминается, а именно:

$$d_{мм.} : d_{дм.} = A_{мм.} : A_{дм.} = 25{,}4 \quad \cdots\cdots \quad \mathbf{160.}$$

Зависимость между коэф. A и напряжением T, которое было допущено при расчете вала, получится соединением формулы *147* и *158* в одну:

$$M = 716\,200 \cdot \frac{N}{n} = T \cdot 0{,}2 \cdot d^3 : \qquad A^3 \cdot \frac{N}{n} = d^3$$

$$A^3 = \frac{716\,200}{0{,}2 \cdot T}, \quad \text{или} \quad T = \frac{3\,581\,000}{A^3} \quad \mathbf{161.}$$

В таблице 11 даны величины коэффициента A и в мм. и в дм., а также подсчитано и соответственное коэффициенту A рабочее напряжение T при кручении вала (в кг. на кв. мм.).

Таблица 11. Величины коэф. A в форм. $d = A \cdot \sqrt[3]{N : n}$.

Род передачи.	Коэф. A в *мм.*	Коэф. A в *дм.*	T
Легкие передачи ремнем	120	4,75	2,07
» »	125	4,92	1,84
	127	5,00	1,75
. . . .	130	5,12	1,63
Легкие передачи ремнем в соединении с зубчатыми колесами	140	5,51	1,30
Легкие передачи ремнем в соединении с зубчатыми колесами	150	5,91	1,06
Легкие канатные передачи	155	6,10	0,96
Тяжелые передачи ремнем, канатами и зубчатыми колесами	160	6,30	0,87
Тяжелые передачи ремнем, канатами и зубчатыми колесами	170	6,70	0,73

Таблица 11 дает величины диаметров для валов железных, а для стальных валов диаметр берут на 15—20% меньше, чем для железных.

Вес погонного метра гладкого вала в кг. можно вычислять по формуле
$$B_{кг.} = 0{,}613 \cdot (d_{см.})^2 .$$

Есть еще другой тип формул для определения диаметра вала d, а именно:
$$d = A_1 \cdot \sqrt[4]{N:n} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad \textbf{160.}$$

Такую формулу мы получим, рассчитывая вал по заданной крутке его k (см. форм. *135*).

Определяя выражение податливости Π из форм. *140* и внося его в форм. *135*, получим:
$$k = \frac{180\,000}{\pi \cdot E_1} \cdot \frac{M}{0{,}1 \cdot d^4} .$$

Если принять крутку для вала в четверть градуса на 1 мт. длины вала и внести в эту формулу $E_1 = 7\,700$ кг. на кв. мм., тогда будем иметь в форм. *160* величину коэф. $A_1 = 120$.

Если бы надо было взять другую величину крутки, напр., k_1, тогда получился бы и другой диаметр d_1; а для нахождения его имели бы такую формулу:
$$k \cdot d^4 = k_1 \cdot d_1^4 ; \quad d_1 = 120 \cdot \sqrt[4]{\frac{1}{4 \cdot k_1} \cdot \frac{N}{n}} \qquad \textbf{161.}$$

Из осторожности следует проделать расчет по обеим формулам, — и по *159* и по *160*, и взять ту величину диаметра, которая будет больше.

При расчете валов, которые попеременно вращаются то в одну сторону, то в другую, берут
$$k_1 = \frac{1}{8} - \frac{1}{10} \text{ градуса.}$$

Для облегчения подсчетов по форм. *160* здесь приводится таблица 12, дающая величины диаметров вала для заданного отношения $n:N$.

Таблица 12. Диаметры валов, вычисленные по форм. *160* (крутка $k = 0{,}25°$).

$n:N$	d	$n:N$	d	$n:N$	d
531	25 мм.	30	50 мм.	6,5	75 мм.
256	30	22	55	5,0	80
138	35	16	60	3,9	85
81	40	11	65	3,1	90
50	45	8,6	70	2,1	100

Пример 50-й. Перед слушателями Техникума Политехнического О-ва в механической лаборатории Высш. Тхн. Уч. в мае 1919 г. был произведен опыт на кручение красной меди. Диам. валика был взят в 7 мм., его длина — 100 мм. Появление остающихся углов закручивания потребовало образования крутящего момента $M_1 = 1\,240$ кг. мм., а разрушение валика произошло тогда, когда крутящий момент достиг величины $M_0 = 1\,680$ кг. мм. Надо найти напряжения материала T_1 и T_0, соответствующие обеим этим величинам крутящих моментов.

По табл. 9 берем модуль сечения

для $d = 7$ мм. $W_0 = 0{,}0673$ см.^{3} $= 67{,}3$ мм.^{3}

По форм. *150* · $T_1 = 1\,240 : 67{,}3 = 18{,}4$ кг. на кв. мм.

условно $T_0 = 1\,680 : 67{,}3 = 24{,}9$ кг. на кв. мм.

Отношение · · · $T_1 : T_0 = 0{,}739$.

До полного разрушения валик дал 46,5 оборотов, т. е. 46,5 завитков винтовой линии, в которую обратилась вначале прямолинейная образующая цилиндра.

В момент разрушения валик резко разделился на две части, будучи как-бы перерезан ножем по одной из плоскостей поперечного сечения.

Перед этим был проделан опыт на растяжение с круглым бруском из той же красной меди. Разрушающее напряжение было найдено равным $H_0 = 24{,}4$ кг. на кв. мм. Брусок подчинялся форм. *Гука* до напряжения $h = 16{,}5$ кг. на кв. мм. Отношение $h : H_0 = 0{,}67$. Будучи доведен до разрыва, брусок дал вытяжку в $27{,}5\%$ и сокращение поперечного сечения в 77%.

Пример 51. Для расчета приводных валов, работающих от гибких передач (ременной или канатной), даны были две формулы:

$$d = 120 \cdot \sqrt[3]{N : n} \cdots 1 \quad \text{и} \quad d_1 = 120 \cdot \sqrt[4]{N : n} \cdots \quad \mathbf{2}.$$

Спрашивается, когда расчет надо вести по форм. *1* и когда по форм. *2*?

При $N : n = 1$ обе формулы дают одинаковый результат.

Если $N : n$ больше единицы, расчетною формулою будет *1*, т. к. она дает бо́льший результат; напр.:

$$N : n = 2; \quad \sqrt[3]{2} = 1{,}26; \quad \sqrt[4]{2} = \sqrt{1{,}41} = 1{,}19.$$

Если же $N : n$ меньше единицы, то рассчитывать надо по форм. *2*, она дает бо́льший результат; напр.:

$$N : n = 1 : 16; \quad \sqrt[4]{1 : 16} = 0{,}5; \quad \sqrt[3]{1 : 16} = 0{,}397.$$

Пример 52. Железный приводный вал с ременной передачей надо рассчитать для $N = 3$ л. с. при $n = 120$ обор. в мин. Рабочая длина вала, на протяжении которой передается крутящий момент M, дана $l = 3$ мт. Найти диаметр вала и угол закручивания.

Применяя из двух вышенаписанных формул вторую, находим:

$$d = 120 \cdot \sqrt[4]{3:120} = \frac{120}{\sqrt{6,32}} = \frac{120}{2,51} = 47,8\,.$$

Будем исполнять $d = 50$; $W_0 = 24\,500$ мм.^{3}

$$M = 716\,200 \cdot \frac{N}{n} = T \cdot W_0; \quad T = \frac{716\,200}{40 \cdot 24\,500} = 0,73$$

$$з^\circ = \frac{180}{\pi} \cdot \frac{0,73 \cdot 3\,000}{7\,700 \cdot 25} = 0,65^\circ.$$

Крутка $\cdots k = 0,65^\circ : 3 = 0,217^\circ$.

Пример 53. Приводный вал, делавший $n = 60$ обор. в мин, был рассчитан по крутке $k = 0,25^\circ$. Не меняя величины передаваемой работы N, надо уменьшить крутку вдвое. Какое новое число оборотов n_1 надо иметь у вала?

По формулам *135*, *140* и *158* имеем:

$$k \cdot n = k_1 \cdot n_1; \quad n_1 = \frac{0,25 \cdot 60}{0,125} = 120\,.$$

Пример 54. Железный приводный вал длиною $l = 13$ мт. имеет диаметр $d = 50$ мм. и рассчитан был с напряжением $T = 2$ кг. на кв. мм. На конце вала находится шкив для передачи работы ремнем. Диаметр шкива $2R = 500$ мм. Вследствие образования угла закручивания, каждая точка на окружности этого шкива будет отставать в своем движении на некоторую длину против того, как ей полагалось бы быть по теоретическому расчету. Как велико будет это отставание, если не принимать во внимание еще изгиба спиц у шкива.

$$\textit{Ответ} \cdots R \cdot з = \frac{R \cdot T \cdot l}{E_1 \cdot 0,5 \cdot d} = \frac{250 \cdot 2 \cdot 13\,000}{7\,700 \cdot 25} = 33,8 \text{ мм.}$$

Пример 55. Работают два вала: железный с диаметром $d = 100$ мм. и стальной полый с диаметрами $d_1 = 100$ мм. и $d_0 = 80$ мм. Для первого из них напряжение $T = 1,75$ кг. на кв. мм., а для второго $T_1 = 3$. Сравнить между собою величины моментов, которые они могут передавать, M и M_1. Найти отношение их весов B и B_1, предполагая, что длина валов одинакова, и допуская, что удельный вес железа и стали один и тот же.

Пользуясь таблицей 9, пишем:

$$\text{при } d = 100 \text{ мм.}: \quad W_0 = 196\,400 \text{ мм}^3.$$

$$M = 1{,}75 \cdot 196\,400 = 343\,700 \text{ кг.-мм.}$$

Момент инерции при $d_1 = 100$ . . . . 981,75 см.^{4}
» » » $d_0 = 80$ . . . 402,12 »
» » кольцевого сечения 5 796 300 мм.^{4}

Модуль кольцевого сечения $\dfrac{5\,796\,300}{50} = 115\,926$ мм.^{3}

$$M_1 = 3 \cdot 115\,926 = 347\,778 \text{ кг.-мм.}$$

$$\frac{B_1}{B} = 1 - \left(\frac{d_0}{d_1}\right)^2 = 1 - 0{,}8^2 = 0{,}36\,.$$

Передаваемые моменты мало разнятся один от другого, а вес стального вала оказался на 64% менее веса железного.

Пример 56. Изготовлены два чугунных вала одинаковой длины l и одинакового веса B: 1) вал с кольцевым сечением (диаметры d_1 и d_0) для передачи момента M_1 с напряжением T_1, 2) вал со «сплошным» сечением (диам. d), т. е. не кольцевым, для передачи момента M с напряжением T. Найти зависимость между M и M_1, исходя из того положения, что напряжение в полом вале, согласно с указаниями опыта, придется взять на 20% менее, чем в сплошном.

$$B = \frac{\pi}{4} \cdot d^2 \cdot l \cdot w = \frac{\pi}{4} \cdot (d_1^2 - d_0^2) \cdot l \cdot w\,, \quad \text{откуда}$$

$$d^2 = d_1^2 - d_0^2\,, \qquad \text{или} \qquad d_0^2 = d_1^2 - d^2$$

$$M = T \cdot 0{,}2 \cdot d^3\,; \qquad M_1 = T_1 \cdot 0{,}2 \cdot \frac{d_1^4 - d_0^4}{d_1}$$

$$\frac{M_1}{M} = \frac{T_1}{T} \cdot \frac{d_1^4 - d_0^4}{d_1 \cdot d} = 0{,}8 \cdot \left(2 \cdot \frac{d_1}{d} - \frac{d}{d_1}\right).$$

Если $d_1 : d = 2$, то $M_1 : M = 2{,}80$
» $= 3$, » $= 4{,}54$
» $= 4$, » $= 6{,}20$
» $= 5$, » $= 7{,}84$.

Пример 57. При какой величине наружного диаметра d_1 в предыдущей задаче оба вала, и полый и сплошной, должны будут передавать одну и ту же величину момента.

Называя отношение $d_1 : d = x$, получим:

$$M = M_1, \quad 1 = 0{,}8 \cdot \left(2x - \frac{1}{x}\right), \quad \text{откуда}$$

$$x^2 - \frac{5x}{8} - \frac{1}{2} = 0; \quad x = \frac{5 + \sqrt{153}}{16} = 1{,}085,$$

т. е. повысивши диаметр полого вала на величину более 8,5% будет уже выгодно выполнять полый чугунный вал, а не сплошной. Что же касается крутки k_1 у этого вала, то она будет много менее, чем у сплошного. На основании форм. *135* мы можем написать следующее:

$$\frac{k \cdot d}{T} = \frac{k_1 \cdot d_1}{T_1}, \qquad \text{откуда} \qquad k_1 = \frac{k \cdot 0{,}8}{1{,}085} = 0{,}74 \cdot k.$$

Пример 58. Чугунный сплошной вал имел $d = 100$ мм. и передавал вращательный момент M. Для передачи удвоенного момента будет осуществлен чугунный полый вал с диам. d_1 и d_0 такого же веса, как и у прежнего вала. Длина обоих валов одинакова. Найти диаметры d_1 и d_0 и отношение круток у этих двух валов.

$$M_1 = 2M, \quad 2 = 0{,}8 \cdot \left(2x - \frac{1}{x}\right), \quad \text{откуда} \quad x = \frac{d_1}{d} = 1{,}57$$

$$d_1 = 1{,}57 \cdot 100 = 157 \text{ мм.}; \quad d_0^2 = 157^2 - 100^2 = 14\,649;$$

$$d_0 = 121 \text{ мм.}$$

$$k_1 : k = \frac{T_1}{T} \cdot \frac{d}{d_1} = \frac{0{,}8}{1{,}57} = 0{,}51.$$

Пример 59. На фиг. 109 изображен вал E, который делает $n = 160$ обор. в мин. и принимает на себя работу $N = 4$ л. с. посредством шкива I; отдача работы станкам поровну будет происходить посредством шкивов II, III, IV, V. Взаимные расстояния между ними даны на чертеже. Вся рабочая (крутимая) длина вала $l = 5{,}2$ мт. Надо найти: 1) диаметр вала d, 2) угол закручивания β для него, 3) тот угол закручивания, который получился бы у вала, если бы вся работа передавалась целиком со шкива I на шкив V, минуя шкивы II, III, IV.

Соответственно $n : N = 160 : 4 = 40$ по таблице 12 находим $d = 50$ мм.

Для $n : N = 40$ из таблицы 10 берем $M = 17{,}91$ кг.-мт. $= 17\,910$ кг.-мм.

Для диаметра $d = 50$ мм. из таблицы 9 берем $W_0 = 24{,}5$ см.^{3} $= 24\,500$ мм.^{3}

Рабочее напряжение у вала найдется по форм. *147*:

$$T = \frac{M}{W_0} = \frac{17\,910}{24\,500} = 0{,}72 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Если бы вся работа в 4 силы передавалась целиком со шкива I на шкив V, величину угла закручивания у вала мы вычисляли по форм. *134*:

$$\vartheta^\circ = \frac{180}{\pi} \cdot \frac{5\,200}{7\,700} \cdot \frac{0{,}72}{25} = 1{,}11 \text{ градуса,}$$

что соответствовало бы крутке $k = \frac{1{,}11}{5{,}2} = 0{,}21$; а в нашем случае передаются

на	длине	вала	2,3 мт.	· · · 4 л. с.
»	»	»	0,5 мт.	· · · 3 л. с.
»	»	»	2,0 мт.	· · · 2 л. с.
»	»	»	0,4 мт.	· · · 1 л. с.

Поэтому подсчитанная выше величина угла закручивания ϑ должна будет здесь уменьшиться в отношении

$$\frac{2{,}3 \cdot 4 + 0{,}5 \cdot 3 + 2 \cdot 2 + 0{,}4 \cdot 1}{5{,}2 \cdot 4} = 0{,}726 \,.$$

Следовательно, в этом примере угол закручивания будет равен

$$1{,}25 \cdot 0{,}726 = 0{,}9 \text{ градуса.}$$

Пример 60. Вал винтового под'емного механизма растягивается усилием $P = 10$ *tn* и требует для своего вращения момента $M = 70$ кг.-мт. Надо определить размеры такого вала, принимая во внимание плавное совместное действие нагрузок, растягивающей и крутящей.

Расчет вала надо будет вести по формулам *125* и *129*:

$$H = \text{или более } \frac{(P \cdot \Gamma)}{F} \,,$$

$$\Gamma = \frac{3}{8} + \frac{5}{8} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{\varphi_2}{\varphi_1} \cdot \frac{2t}{h}\right)^2}$$

Принимаем $\varphi_1 = \varphi_2$. Определяем t и h:

$$h = 10\,000 : \frac{\pi \cdot d^2}{4}\,; \quad t = 70\,000 : \frac{\pi \cdot d^3}{16}$$

$$\frac{2t}{h} = \frac{2 \cdot 70\,000 \cdot 16}{\pi \cdot d^3} : \frac{10\,000 \cdot 4}{\pi \cdot d^2} = \frac{56}{d} \,.$$

Принимая $\frac{2t}{h} = 1$, найдем $\Gamma = 1{,}256$.

За допускаемое напряжение берем $H = 6$ кг. на кв. мм., тогда

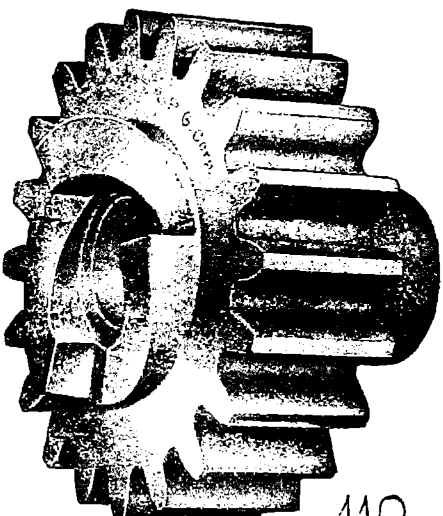
$$F = \text{или более } \frac{10\,000 \cdot 1{,}256}{6} = 2\,093 \text{ кв. мм.}$$

При $d = 51{,}7$, $F = 2\,099$ кв. мм.

Ближайший подходящий внутренний диаметр резьбы будет 55,37 мм. у винта в $2^1/_2$ дм. диаметром. Площадь сечения у него равна 2 408 кв. мм., и рабочее напряжение у него будет:

$$H = \frac{12\,560}{2\,408} = 5{,}2 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Пример 61. На *фиг. 110* изображена чугунная зубчатая шестерня, отлитая в одном целом с половинкою раздвижной сцепной муфты слева и с длинною втулкою справа. Шестерня вольно посажена на валу, делающем $n = 100$ обор. в минуту, и приспособлена для передачи работы $N = 30$ л. с. Надо запроектировать возможные размеры для этой сцепной муфты, имея в виду, что сцепка ее половинок не будет делаться на ходу машины.



110.

Для $n:N = 100:30 = 3{,}33$ достаточно было бы взять диаметр вала в 90 мм., как это видно по данным таблицы 12; но, предвидя ослабление вала шпонкою, выбираем $d = 100$ мм.

Для выбранного отношения $n:N$ в таблице 10 нет данных, а есть

для $n:N = 3{,}0$; $M = 238{,}73$ *кг.-мт.*

» $n:N = 3{,}5$; $M = 204{,}63$ »

Разность . . . $M = 34{,}1$ *кг.-мт.*

Это — разность между моментами, приходящаяся на изменение $n:N$ в 0,5; а нам надо иметь величину, которая приходится на изменение $n:N$ всего только в 0,33. Ее найдем так:

$$34{,}1 \cdot \frac{0{,}33}{0{,}50} = 22{,}5\,.$$

После этого нужная нам величина момента будет

$M = 238{,}73 - 22{,}5$, или 216 *кг.-мт.*

Подсчитывая величину M непосредственно по форм. *158*, нашли бы $M = 214{,}86$ кг.-мт.; удерживаем первую величину и считаем

$$M = 216\,000 \text{ кг.-мм.}$$

Выбираем диаметр внутреннего кольца муфты $d_0 = 150$ мм., а внешнего — $d_1 = 250$ мм.

Делаем сначала предположение, что в сцепленном виде муфта будет работать, как чугунный полый вал с диаметрами d_1 и d_0. Найдем для него *модуль сечения*, пользуясь таблицей 9. По ней определяем величину момента инерции следующим приемом:

$$\frac{\pi}{32}\cdot 250^4 = \left(\frac{\pi}{32}\cdot 50^4\right)\cdot 5^4 \quad \text{или} \quad 61{,}36\cdot 625 \text{ см.}^4$$

$$\frac{\pi}{32}\cdot 150^4 = \left(\frac{\pi}{32}\cdot 50^4\right)\cdot 3^4 \quad \text{или} \quad 61{,}36\cdot 81 \text{ см.}^4$$

$$J_0 = 61{,}36\cdot(625-81) = 33\,379{,}8 \text{ см.}^4$$

$$W_0 = \frac{33\,379{,}8}{12{,}5} = 2\,670 \text{ см.}^3$$

Таков был бы модуль для всего кольца муфты, если бы все три кулака ее делили между собою нагрузку поровну; но рассчитывать на это трудно, и мы предположим худшее, а именно то, что из трех кулаков работает только один. Тогда рабочее напряжение в кулаках муфты на сдвиг подсчитается так:

$$T = \frac{21\,600\cdot 3}{2\,670} = 24 \text{ кг. на см.}^2 = 0{,}24 \text{ кг. на мм.}^2,$$

т. е. запас крепости в кулаках муфты имеется достаточный.

Средний радиус муфты получится равным

$$(250+150):2\cdot 2 = 100 \text{ мм.}$$

Давление на средней окружности муфты будет

$$216\,000:100 = 2\,160 \text{ кг.} = P.$$

Площадь кольцевого сечения муфты у корня ее кулаков напишется так:

площадь по внешнему очертанию	49 087 кв. мм.
» внутреннему очертанию . . .	17 672 » »
Разность их	31 415 кв. мм.

Если бы и здесь условно предположить, что работает только один кулак, и что окружное усилие распределено равномерно по всей площади его корневого сечения, то напряжение сдвига на этой площади получилось бы равным:

$$t = \frac{2\,160 \cdot 3}{31\,415} = 0{,}21 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Возьмем высоту кулака в 40 мм., тогда напряжение смятия на упорной поверхности кулака подсчитается так:

$$м = \frac{2\,160}{40 \cdot 50} = 1{,}08 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Подвижная половинка муфты будет ходить вдоль шпонки, врезанной в вал и привернутой к нему шурупами. Размеры шпонки 30×12 мм. Шпонка врезана в вал на глубину 5 мм., а на трущейся поверхности остается у нее высота в 7 мм. Длину втулки предположим $= 150$ мм. На окружности вала усилие будет $2 \cdot P = 4\,320$ кг. При длине шпонки в 200 мм. получим напряжение смятия в гнезде шпонки, т. е. между нею и валом,

$$м = \frac{4\,320}{200 \cdot 5} = 4{,}32 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Напряжение изнашивания на противоположном боку шпонки будет

$$k = \frac{4\,320}{150 \cdot 7} = 4{,}1 \text{ кг. на кв. мм.}$$

С целью понижения этой величины желательно: 1) иметь шпонок не одну, а две, располагая их симметрично на линии одного и того же диаметра, 2) повысить несколько длину подвижной втулки, напр., до 200 мм.

Сопротивление тел сгибанию.

60. О какого рода сгибании здесь будет итти речь. Общее решение вопроса о сгибании тела представляет необычайные трудности и со стороны налаживания опытов и со стороны теоретической разработки. Более или менее удовлетворительно разрешена пока еще только часть этого вопроса, — та часть, которая касается призматических тел, т. е. имеющих *прямолинейную ось*. Наибольшее количество опытов было произведено с телами, которые в практике принято считать *однородными*.

Сгибаемое тело, имеющее призматическую форму, или же близкую к призматической, для краткости принято называть *балкою*.

К решению вопроса о крепости балок человечество подходило сначала чисто случайным путем. Строились замечательные по своим архитектурным особенностям и часто колоссальные по своим размерам сооружения, но все размеры тех частей их, от которых требуется ответственная прочность, выбирались по вдохновению, чутьем, на глазомер. Так, именно, можно было строить, опираясь с одной стороны исключительно на возможность не считаться вовсе ни со стоимостью сооружения, ни со сроками его исполнения, а с другой — опираясь также и на возможность тратить на сооружение ничем неограниченное количество материала и делать многие ответственные части его во много раз более прочными, чем это на самом деле требовалось бы. И тем не менее среди этих излишне прочных и веских частей случайно попадались другие части, менее прочные и даже вовсе слабые, которые легко делали возможным полное разрушение всей постройки или при неблагоприятных комбинациях в нагрузках, или же при стремительной передаче этих нагрузок на балки. Уменье строить здания и разного рода сооружения, разрешая при этом в первую голову вопрос о красоте их, а в вопросе о крепости ответственных частей у них основываясь исключительно на практическом чутье и рутине, называлось тогда «строительным искусством». Пережить эпоху многих нездоровых применений этого «искусства» и в большей или меньшей степени «переболеть» ими выпадало на долю не только одних древних народов, но и на долю современных нам, которые значатся ныне в передовых культурных рядах.

Ранее всего мыслящее человечество овладело математикой; вслед за этим шло медленное и постепенное разрешение основных задач теоретической механики; еще более медленным темпом подвигалось вперед изучение механических вопросов, которые ставила сама жизнь и которые вошли ныне в область так называемой *прикладной механики*, или практической.

Долгое время ошибочно полагали, что достаточно овладеть математикой и основами теоретической механики, а практические применения всего этого — «пустяки», которые легко могут быть доступны каждому, знающему теорию. Не догадывались долго, что ценность теории, затрагивающей область практической механики, создает уже не авторитет того или другого ученого, над ней поработавшего, а только согласованность или несогласованность этой теории с непреложными физическими свойствами тех тел, о которых идет речь в теории. Не догадывались, что теоретическое исследование, остроумно и красиво разработанное с математической стороны, может не иметь за собою никакой практической цены, если только в основу такого исследования будут положены *произвольные предположения*, хотя и кажущиеся «естественными», но не подтвержденные непосредственным опытом. В таком, именно, положении исторически очутилась в свое время и *теория сгибания*.

Правильное, научное разрешение вопроса о сгибании балок могло начаться после того только, когда обратились прежде всего к непосредственному опыту, взяли из него основные характерные черты явления, положили их в основу теоретической разработки вопроса и, закончивши вычисления, снова проверили на опыте все полученные таким образом результаты.

Такую именно постановку дела удалось широко провести в жизнь лишь после того, как были созданы одна за другою *механические лаборатории* для испытания материалов. Первая такая лаборатория была основана *Годкинсоном* в Англии в 1847 году; а через 5 лет после этого была устроена подобная же лаборатория и в России, а именно — в Петрограде, при Институте Инж. Пут. Сообщения.

Лабораторным путем было обследовано сначала сгибание простейшего вида балок, выполненных из дерева, чугуна, железа, стали.

Позднее были обследованы балки более сложные, т. е. сращенные из нескольких штук одинаковой длины, сболченных между собою или склепанных. Тут поле для испытания весьма обширно; практических комбинаций может быть великое множество, а самое производство подобных опытов не так то легко и просто. Кроме того, для этого нужны сильные, дорого стоющие машины, нужны специальные приспособления, нужна соответственная обстановка, нужны затраты на материал и проч. Работа по организации подобных испытаний продолжается и ныне; ее ведут не только политехнические школы, при которых есть механические лаборатории, но и частные учреждения: общественные управления больших городов, железнодорожные общества, строительные конторы и проч. Исследуются железобетонные балки и целые системы железо-бетонных балочных покрытий, исследуются мостовые клепаные балки и целые мосты и т. д.

Наиболее простою, доступною для практического исследования балок, оказалась такая задача, когда будем иметь дело с балкой, у которой есть *продольная плоскость симметрии*, содержащая в себе геометрическую ось балки. В этой именно плоскости располагают все сгибающие балку силы; в ней же происходит тогда и *прогиб балки*, т. е. именно в ней расположатся все точки согнутой оси балки. Это будет так называемый *плоский изгиб балки*, у которой до сгибания была прямолинейная ось; или иначе, это будет «чистый» изгиб, не осложненный ни явлениями закручивания балки, ни явлениями выпучивания ее оси вбок и т. п.

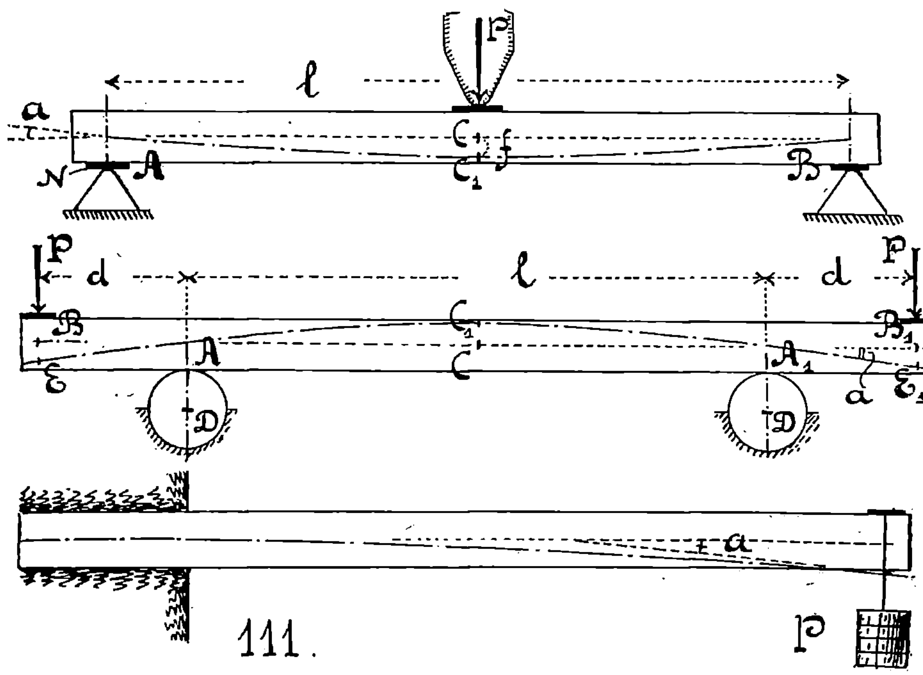
Только один этот плоский изгиб балки мы и будем рассматривать далее. Материал балки будет использован в этих условиях наиболее определенным и надежным образом, балку можно осуществить с наименьшим расходом материала на ее постройку, и самый расчет ее будет наиболее достоверным и согласованным с опытными данными.

61. В каком виде идет загрузка балки при опытах на изгиб. Сложные условия нагружения балки создавать не так то легко. Довольствуются более простыми способами загрузки ее. Из них наиболее часто применяются следующие четыре:

1) На *фиг. 111* вверху изображена балка AB. Ее кладут на две опоры, осуществляя каждую из них в виде треугольной призмы. Между скругленным верхним ребром этой призмы и концом балки вводится прокладка в виде подушки N. Верхнее очертание этой подушки может быть или плоским, или вогнутым полукруглым. Последняя форма бывает нужна, если надо делать испытание круглых брусков.

Расстояние l между опорными ребрами призм называют *пролетом* балки, а в разговорной речи «длиною» балки. Но при взгляде на чертеж (фиг. 111) делается ясным, что пролет можно называть длиною балки только условно, подразумевая под этим словом не всю реальную длину осуществляемой балки, а только ту ее, так сказать, теоретическую часть, которая прежде всего нас будет интересовать при расчете такой балки. Правильнее будет говорить, что l есть не просто длина балки, а *расчетная длина.*

Если нагружать такую балку, ось ее будет искривляться. Каждая точка, лежащая на оси, получит свое смещение

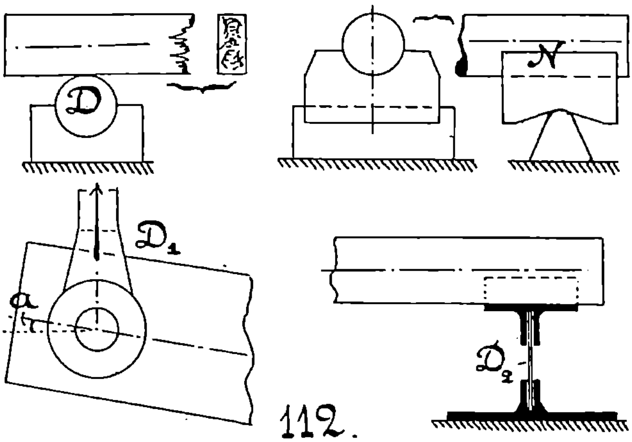


вниз. Если нагрузку сосредоточить на средине длины пролета, то изгиб оси будет таков, что она обратится в кривую AC_1B, у которой будет своя ось симметрии; и этой осью симметрии будет вертикаль C_1C, совпадающая с направлением действия груза. Наибольшее перемещение получит именно точка C, а не какая либо другая. Длину $CC_1 = f$ называют *стрелою прогиба.*

Концы балки при ее изгибе будут стремиться с'ехать внутрь пролета. Чтобы сделать все перемещения концов более свободными, иногда эти концы кладут на опорные ролики D (*фиг. 112*), или подвешивают их к струнам D_1, или же опирают на стальные пружины D_2, имеющие вид тонких полос, поставленных на ребро.

О такой балке, которая работает в условиях, изображенных на фиг. 111 сверху, говорят, что это — балка *со свободными концами,* и что она в средине своего пролета нагружена сосредоточенным грузом P.

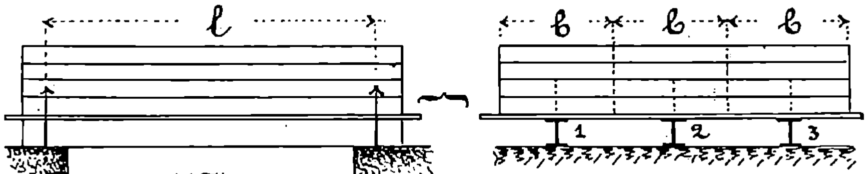
2) На фиг. 111 в средине передана схема другого способа загружения балки. Опоры ее — A и A_1, расстояние $l = \overline{AA_1}$ будет длина пролета. Нагрузки передаются на свешивающиеся за опоры концы балки в точках B и B_1 на равных расстояниях d от опор. Ось балки и здесь будет давать симметричный изгиб, но вид согнутой оси будет более сложным.



112.

Общей осью симметрии будет средняя вертикаль CC_1. Кривая AC_1 будет симметрична с кривою A_1C_1. Кривая AE будет симметрична с кривою A_1E_1; но смежные кривыя, например, AE и AC_1, будут изогнуты каждая по своему. Измеряемою стрелою прогиба и здесь будет длина $CC_1 = f$. Впоследствии мы докажем, что кривая AC_1A_1 будет здесь *окружностью круга*.

3) На фиг. 111 внизу дана схема третьего способа загружения балки, когда левый конец накрепко заделан в стену, а на правый, свободный, передается нагрузка P. Ее осуществляют или в виде гирь, или в виде навешенного на балку размеренного чана с водою.



113.

4) На *фиг. 113* показана схема передачи на три балки 1, 2, 3 такой нагрузки, которая считается равномерно распределенной по всей длине пролета l и одинаково розданной между отдельными балками. Поверх балок сделан поперечный настил из прочных досок, а поверх досок укладывается пра-

вильными рядами кирпич или же какая нибудь другая подобная загрузка.

Иногда осуществляют при опытах на местах и другие более сложные способы загрузки балок, делая балку, напр., не однопролетною, а двухпролетною, трехпролетною, или же делая загружение железнодорожного моста «пробным составом поезда» и т. п.

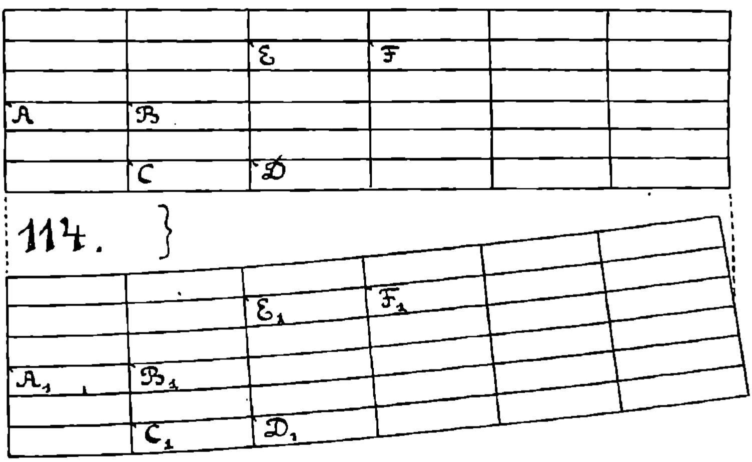
Наибольший технический и строительный интерес представляет именно та часть опыта на сгибание, когда стрела прогиба получается *упругою*, исчезающею по удалении нагрузки.

Отношение стрелы прогиба к длине пролета балки, т. е. $f:l=p$, мы будем называть *провесом*. Величина его по существу дела допускается очень небольшою; напр.:

$p=1:\ 200—1:\ 400$ — в деревянных балках
$p=1:1000—1:1500$ — в чугунных »
$p=1:\ 500—1:1000$ — в железных »
} при плавной передаче нагрузки.

$p=1:3000—1:5000$ — в железных и стальных балках и валах при частых сменах нагрузки на быстром ходу.

62. Что происходит с балкою, когда ее сгибают. Для получения основных элементарных ответов на этот вопрос,



114.

надо у балки на длинной боковой стороне ее, параллельной будущей плоскости прогиба, изобразить сетку (*фиг. 114*), проведя на равных расстояниях ряд коротких вертикальных линий и ряд длинных горизонтальных. Каждая из вертикальных линий будет представлять собою как бы след плоскости поперечного сечения балки; а каждая из горизонтальных линий явится как бы следом плоскости продольного сечения. Для краткости будем называть условно эти линии соответственно «поперечными волокнами» балки и «продольными волокнами».

Будем помнить также, что при этих основных опытах мы желаем иметь дело:

а) с балкою, имеющею продольную плоскость симметрии, которая и будет плоскостью прогиба,

б) с балкою, которая будет давать нам при нагружении малую величину упругого провеса p,

в) с балкою из однородного материала.

Передадим теперь на балку сгибающую нагрузку и посмотрим, *что* произойдет с балкою, *чем* охарактеризовать можно будет начавшееся явление сгибания.

Видимые результаты его будут таковы:

1) Даже и малая величина сгибающей нагрузки вызывает у балки стрелу прогиба. Для каждой величины нагрузки будет своя величина стрелы. Пока балка дает упругие стрелы прогиба, исчезающие по удалении нагрузки, сохраняется взаимная пропорциональность между стрелами прогиба и вызвавшими их нагрузками.

2) Поперечные волокна балки не искривляются и не изменяют своих размеров.

3) Продольные волокна все искривляются, но взаимные расстояния между ними нигде не меняются, так что на фиг. 114:

$$\overline{BC} = \overline{B_1C_1}\,; \quad \overline{DE} = \overline{D_1E_1} \text{ и т. д.}$$

4) Верхняя грань балки обращается после сгибания балки в вогнутую поверхность, а нижняя грань — в выпуклую (или, наоборот).

5) Продольные волокна, прилегающие к вогнутой стороне балки *сжимаются* (E_1F_1 короче EF), а те, которые прилегают к выпуклой стороне, *растягиваются* (C_1D_1 длиннее CD).

6) Область растянутых волокон отделяется от области сжатых волокон так называемым *нейтральнам слоем*, в котором располагаются волокна, не получающие при сгибании балки ни удлинения, ни укорочения ($AB = A_1B_1$).

Более всего сомнений вызывало 5-е из этих положений, — та именно часть его, где говорится о *сжатых* продольных волокнах. Дело в том, что еще в 1638 году *Галилео Галилей*, профессор Падуанского университета, известный математик, физик и астроном, работавший также и по строительному делу, как практический инженер, предложил свою теорию сгибания. И в этой теории он рассматривал все продольные волокна согнутого бруса растянутыми *одинаково*, а возможность появления между ними также и волокон сжатых казалась ему противоестественною. Никаких опытных данных для такой именно постановки вопроса, а не другой у него не было. Его подкупала лишь простота такого предположения. Всех уравнений равновесия согнутой балки он не составлял, так как в то время ученые не знали еще, каково должно быть число этих уравнений равновесия; а составивши только одно уравнение равновесия, *Галилей* по нему одному не имел возможности усмотреть, что оно неверно, что оно противоречило бы другим уравнениям равновесия, не написанным, но обязательным.

Полвека спустя после этого, почти в одно и то же время, была разработана другая теория сгибания, исправлявшая теорию *Галилея*. Ее предложили двое известных ученых, — во Франции академик *Мариотт* а в Германии знаменитый математик и философ *Лейбниц*. Они работали независимо один от другого и оба предложили одно и то же, — считать, что у балки *есть нейтральный слой*, и что он совпадает с внешней вогнутой поверхностью балки, а все продольные волокна ее растянуты по разному. Они допускали, что все напряжения волокон возрастали постепенно, идя от вогнутой поверхности к выпуклой, и в то же время пропорционально расстояниям от нейтрального слоя. Они составляли также одно только уравнение равновесия, и ошибочности его усмотреть не могли.

Для балки с прямоугольным сечением правильное расположение нейтрального слоя (на средине высоты ее) по чутью указал в 1713 году французский академик *Паран (Parent)*, считавший, что у согнутой балки обязательно должны быть и растянутые волокна и сжатые, и что *суммарная сила сопротивления и тех и других должна быть одинакова в каждом поперечном сечении балки.*

Эта последняя мысль была безусловно верною, как увидим далее при подробном рассмотрении теории.

Такое разногласие во мнениях ученых, пользовавшихся в науке авторитетом, побуждало к необходимости разрешить это разногласие одним только возможным способом, путем непосредственного опыта. Такие опыты во Франции предпринял в 1767 году *Дюгамель*. Его занимал основной вопрос, *существуют ли на самом деле сжатые волокна*; и он решил его в утвердительном смысле. Для этого он заготовил несколько совершенно одинаковых деревянных брусков.

Один из них был оставлен нетронутым, а на всех остальных были сделаны поперечные пропилы на разную глубину: на одних — в четверть высоты, на других — в половину высоту, на третьих — более половины высоты. Во все пропилы одинаково аккуратно были вложены дубовые планки, способные воспринимать сжимающие усилия, буде таковые окажутся. Затем для всех этих брусков определялась переламывающая их нагрузка, причем бруски подставлялись под действие ее таким образом, чтобы все пропилы приходились на вогнутой, т. е. сжатой стороне согнутого бруса. Оказалось, что пропилы не влияли на крепость брусков до тех только пор, пока их делали не глубже половины высоты, т. е. пока перерезались одни только *сжатые волокна*.

Фактическое же определение вытяжки растянутых продольных волокон согнутой балки и усадки сжатых волокон продолжалось в течение всей первой половины прошлого столетия. Испытывались и деревянные балки, и железные, и чугунные (с высотой до 242 мм.). Из английских инженеров много поработали над этим вопросом *Ферберн, Годкинсон. Клерк, Барлоу,* а во Франции — *Дюпен, Дюло, Морэн.*

Далее предстояло выяснить, где же находится у балки нейтральный слой. В 1821 году академик *Навье*, профессор механики в Парижских специальных технических школах, дал теоретическое доказательство того положения, что *нейтральный слой согнутой балки должен проходить через центры тяжести всех поперечных сечений ее.* После этого в течение почти трех десятилетий шла во Франции, в Консерватории Искусств и Ремесл, тщательнейшая опытная проверка этого положения на балках деревянных, железных и чугунных.

Попутно со всем этим, исследователей интересовало также и получение опытным путем той зависимости, какая существует между стрелою прогиба, нагрузкою, длиною балки и размерами поперечного сечения ее при разных способах нагружения балки и при выделке ее из разных строительных материалов. Это была опять большая и кропотливая работа, которую удалось провести весьма полно и планомерно.

Проще всего доказывалось то, что величины упругих стрел прогиба и величины нагрузок взаимно пропорциональны. Затем выяснилось, что стрелы прогиба пропорциональны не первой степени длины балки, а кубу ее.

Труднее было путем опыта обнаружить зависимость между стрелами прогиба и между формою и размерами поперечного сечения. Инженер *Годкинсон* первый подметил, что при повертывании балки на угол в 180 градусов величина стрелы прогиба у нее не меняется, если нагрузка гнет ее сначала в одном направлении сверху вниз, а затем — в другом. Это значило, что стрела обратно пропорциональна ширине d поперечного сечения. Затем удалось доказать, что стрелы обратно пропорциональны кубам высот h поперечного сечения. Стало быть, если бы испытывалась одна и та же балка с размерами $d \times h$, то, изгибая ее сначала как поставленную «на ребро», а затем как положенную «плашмя», мы получили бы отношение стрел равным

$$h \cdot d^3 : d \cdot h^3 = d^2 : h^2 .$$

Проверку этого соотношения на деревянных балках впервые произвел *Дюпен*, а на стальных балках — *Морэн*.

От рода материала была выяснена такого рода зависимость, что стрелы обратно пропорциональны коэффициентам упругости E при растяжении.

Группируя в одну общую формулу все эти результаты, получим, что

$$f = A \cdot \frac{P \cdot l^3}{E \cdot d \cdot h^3} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad \textbf{162.}$$

Коэф. A зависит от способа заделки концов у балки и расположения на ней нагрузки.

При опытах на сгибание с более полною программою, кроме стрелы f, определялась еще величина угла наклонения a согнутой оси балки к первоначальному ее положению (горизонтальному). Этот угол отмечен на фиг. 111.

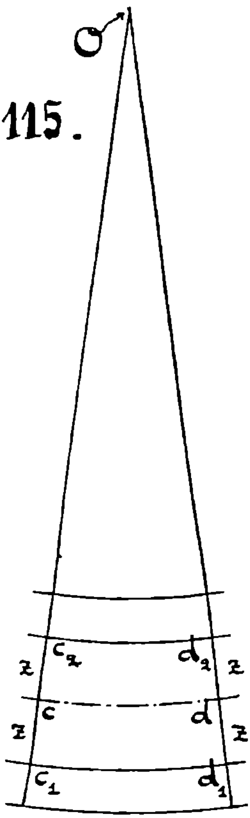
Тангенс этого угла для краткости называют *девиацией*. Зеркальными измерительными приборами величина девиации определяется довольно просто и весьма точно. Многочисленными опытами было обнаружено, что *девиация у балки прямо пропорциональна ее провесу* $p = f : l$. Поэтому сохраняется, следовательно, и прямая пропорциональность между девиацией и нагрузкою, и обратная пропорциональность между девиацией и коэф. упругости E, шириною балки d и кубом высоты балки h; изменяется только зависимость от длины балки, *девиация прямо пропорциональна не кубу длины, а квадрату длины балки:*

$$\operatorname{tg} a = B \cdot \frac{P \cdot l^2}{E \cdot d \cdot h^3} = C \cdot \frac{f}{l} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad \textbf{163.}$$

Коэффициенты B и C зависят от способа нагружения балки и укрепления ее концов.

63. Как определить вытяжку растянутого волокна и усадку сжатого волокна в согнутой балке. На *фиг. 115* зарисована часть согнутого бруса между двумя поперечными сечениями его $c_1 c_2$ и $d_1 d_2$. Так как поперечные волокна балки при ее сгибании не искривляются и не изменяют своих размеров, когда балка получает упругие стрелы прогиба, поэтому мы предполагаем, что совершенно то же самое происходит и внутри тела. Мы делаем, следовательно, *допущение*, что все частицы тела, бывшие до сгибания бруса в данном его поперечном сечении, останутся в нем же и после изгиба бруса; только само поперечное сечение будет после изгиба бруса слегка наклонено к смежным с ним сечениям. Вот два таких сечения, весьма близких между собою, мы и рассматриваем; *след* у одного из них будет $c_1 c_2$, а другого — $d_1 d_2$. Между ними расположены: волокно cd, лежащее в нейтральном слое, — растянутое волокно $c_1 d_1$, отстоящее на расстоянии $cc_1 = dd_1 = z$ от нейтрального слоя, и сжатое волокно $c_2 d_2$, отстоящее на расстоянии $cc_2 = dd_2 = z$ от нейтрального слоя. Первоначальная длина всех этих трех волокон до сгибания балки была одна и та же; она была равна длине cd; а теперь

115.



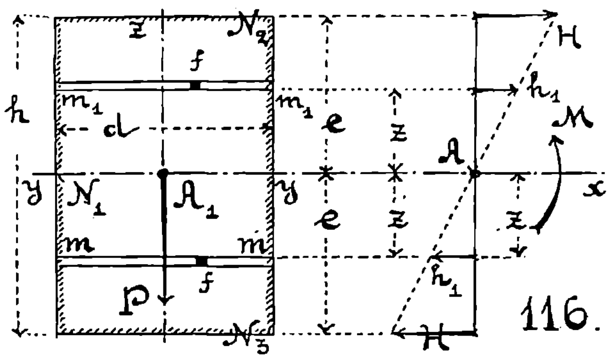
удлинение	волокна	$c_1 d_1 \cdots$	$c_1 d_1 - cd$
вытяжка	»	$c_1 d_1 \cdots$	$(c_1 d_1 - cd) : cd = b$
укорочение	»	$c_2 d_2 \cdots$	$cd - c_2 d_2$
усадка	»	$c_2 d_2 \cdots$	$(cd - c_2 d_2) : cd = b_1$.

Продолжим линии $c_1 c_2$ и $d_1 d_2$ до взаимного их пересечения в точке O. Если оба рассматриваемых поперечных сечения будут весьма близки одно к другому, тогда точка O будет центром кривизны для всех трех кривых, в которые обратились после сгибания бруса все три исследуемые нами волокна. Назовем через $r = Oc = Od$ радиус кривизны кривой cd, т. е. согнутой оси бруса, расположенной между обоими нашими сечениями. Тогда, по свойству дуг секторов, стянутых одним и тем же центральным углом O, напишем следующее:

$$\frac{c_1 d_1}{cd} = \frac{r+z}{r}, \quad \text{или} \quad \frac{c_1 d_1 - cd}{cd} = b = \frac{z}{r} \cdots\cdots \quad \mathbf{164.}$$

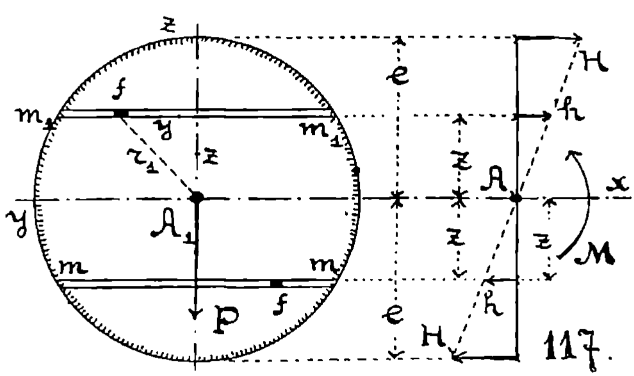
$$\frac{cd}{c_2d_2} = \frac{r}{r-z}, \quad \text{или} \quad \frac{cd - c_2d_2}{cd} = b_1 = \frac{z}{r} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad \mathbf{165.}$$

Формулы *164* и *165* показывают, что при данном радиусе кривизны как вытяжка b у продольного волокна, так и усадка b_1, зависят только от расстояния z между этим волокном и нейтральным слоем. Следовательно, все волокна согнутого бруса,



116.

расположенные на одинаковом расстоянии z от нейтрального слоя, будут испытывать одинаковое относительное изменение своей длины, т. е. будут работать с одинаковым напряжением материала. Если предположим, что коэф. упругости материала как при его растяжении, так и при сжатии, будет одна и та

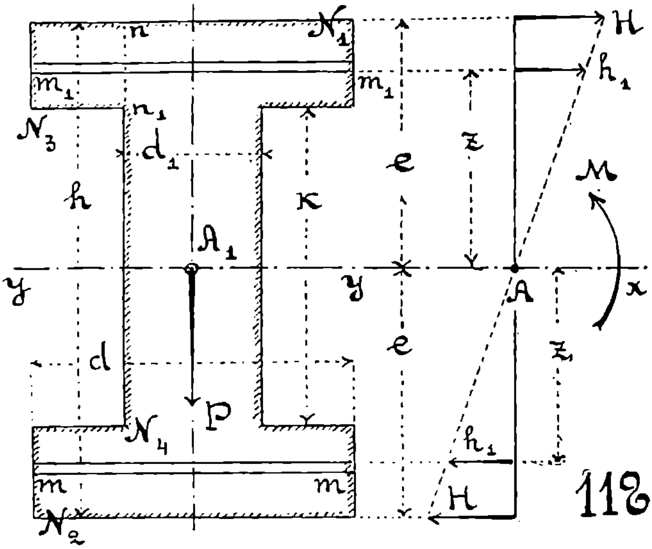


117.

же величина E, тогда очевидно, что напряжение h у волокон c_1d_1 и c_2d_2 будет одно и то же по величине, но различное по названию. Для волокна c_1d_1 это будет *напряжение растяжения*, а для волокна c_2d_2 *напряжение сжатия*. По форм. *4* мы можем написать:

$$h = b \cdot E = E \cdot \frac{z}{r} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad \mathbf{166.}$$

Следовательно, согнутый брус можно будет представлять себе как бы расслоенным на отдельные узкие по высоте продольные полоски, равно отстоящие от нейтрального слоя; в поперечное сечение каждой такой полоски будут попадать



118.

волокна, имеющие одно и то же напряжение h, зависящее при данном радиусе кривизны только от расстояния между взятым волокном и нейтральным слоем.

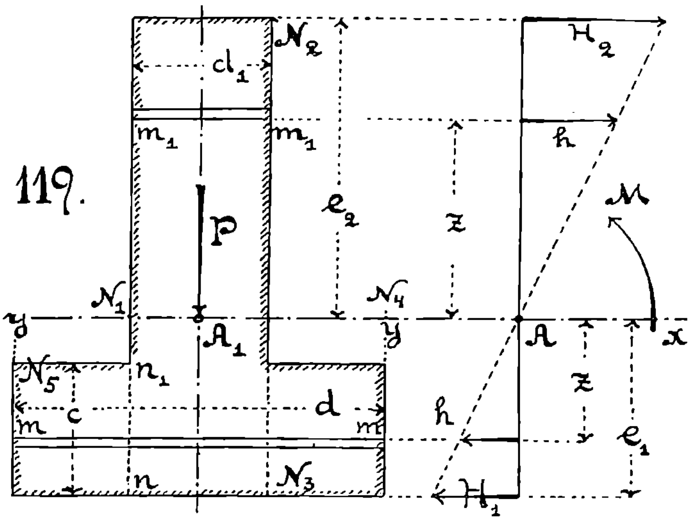
Расположение таких узких равнонапряженных полосок показано:

на *фиг. 116* для балки с прямоугольным сечением,
на *фиг. 117* » » с круглым »
на *фиг. 118* » » с двутавровым »
на *фиг. 119* » » с тавровым »

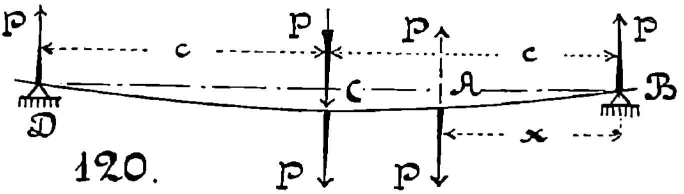
Теперь для нас выяснилась существенная разница между явлением кручения вала и явлением сгибания балки. Одинаково напряженные элементы поперечного сечения располагались при кручении вала на одной и той же окружности, т. е. на одинаковом расстоянии от оси кручения, вокруг которой совершался поворот всех сечений одного относительно другого; а при сгибании расположатся одинаково напряженные элементы на одной и той же прямой линии mm (фиг. 116, 117, 118 и 119), все точки которой удалены на одно и то же расстояние z от нейтральной линии yy, вокруг которой совершается поворот данного поперечного сечения при сгибании балки.

На всех чертежах (фиг. 116, 117, 118 и 119), обозначены одинаково: Ax — ось бруса, проведенная через центры тяжести всех поперечных сечений балки; прямой вертикальной стрелкой P везде отмечено направление прогиба балки сверху

119.



вниз (по типу нагружения, изображенного на *фиг. 120*); изогнутой стрелкой M везде отмечено направление действия сгибающих сил, расположенных правее сечения A, взятого для исследования; поэтому внизу бруса будут расположены выпуклые волокна, т. е. растянутые, а вверху расположатся во-



120.

гнутые волокна, т. е. сжатые; между ними лежит в самом поперечном сечении прямая линия yy, *след* нейтрального слоя: она проходит через центр тяжести A_1 у поперечного сечения и располагается по направлению, перпендикулярному к плоскости действия сгибающих сил, а стало быть и к плоскости прогиба бруса; около этой линии yy, как около оси, и совершится поворот всего сечения A во время сгибания балки.

64. Как создается уравновешивание внешних сил внутренним сопротивлением балки при ее сгибании. Пусть имеем равноплечую балку BCD (фиг. 120) длиною $l = 2c$. Балка положена свободно на две опоры B и D и нагружена в средине своей длины силою $2P$. На каждую опору будет отдано давление P. Ось балки выгнется по весьма пологой кривой $BACD$, и балка придет в равновесие. Будет находиться в равновесии не только вся балка, но и любая часть ее, — напр., AB. Не нарушая равновесия этого отрезка балки AB, выделим его из всей остальной массы балки. Чтобы понять, какие внешние силы будут действовать на часть AB, приложим к центру тяжести сечения A две силы P, параллельные внешней P, представляющей собою давление опоры B на балку: из этих двух сил одна (сплошною линиею отмеченная на фиг. 120) будет итти сверху вниз и войдет в состав *пары сил* PP, имеющей своим плечом расстояние x сечения A от опоры B; а другая сила P (пунктированною линиею отмеченная на фиг. 120) будет идти снизу вверх и будет стремиться сдвинуть по сечению A правую часть бруса, т. е. AB, относительно левой, т. е. ACD.

Итак, мы видим, что влияние внешних сил, сгибающих балку, сводится к двум совершенно различным воздействиям:

1) к восприятию и уравновешиванию силы сдвига P, которая по величине своей и по направлению равна силе P, приложенной к опоре B,

2) к восприятию и уравновешиванию пары сил PP с моментом $P \cdot x = M$, который называют *сгибающим моментом* для данного поперечного сечения A.

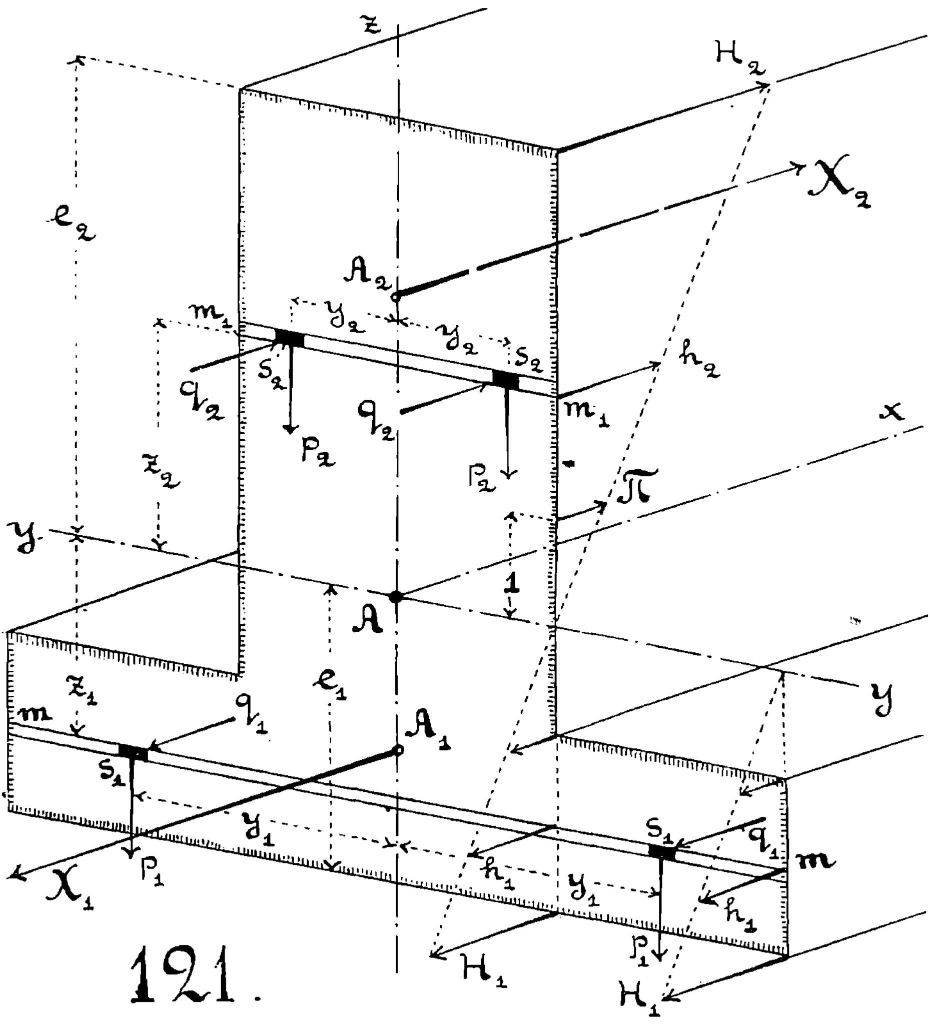
На оба эти воздействия должны ответить внутренние силы сопротивления, развивающиеся в сечении A. Чтобы лучше рассмотреть и понять способ действия этих внутренних сил, перейдем теперь к рассмотрению самого̀ поперечного сечения балки.

На *фиг. 121* изображена балка с тавровым сечением, а на *фиг. 122* с прямоугольным. На обоих этих чертежах обозначают: A — центр тяжести сечения; Ax — ось бруса, проходящая через центры тяжести всех поперечных сечений его; Az — вертикальная линия симметрии сечения; zAx — плоскость симметрии бруса, в которой расположены внешние, сгибающие балку, силы; в ней же совершится прогиб балки, т. е. расположатся все точки согнутой оси ее; xAy — нейтральный слой балки; yAy — след нейтрального слоя в поперечном сечении балки.

Продольные волокна, лежащие *ниже* нейтральной плоскости xAy, будут прилегать к выпуклой стороне балки, т. е. они будут *растянуты*.

Продольные волокна, лежащие *выше* той же нейтральной плоскости, будут прилегать к вогнутой стороне балки, т. е. они будут *сжаты*.

Напряжения растянутых и сжатых продольных волокон будут подчинены уравнению *166*.



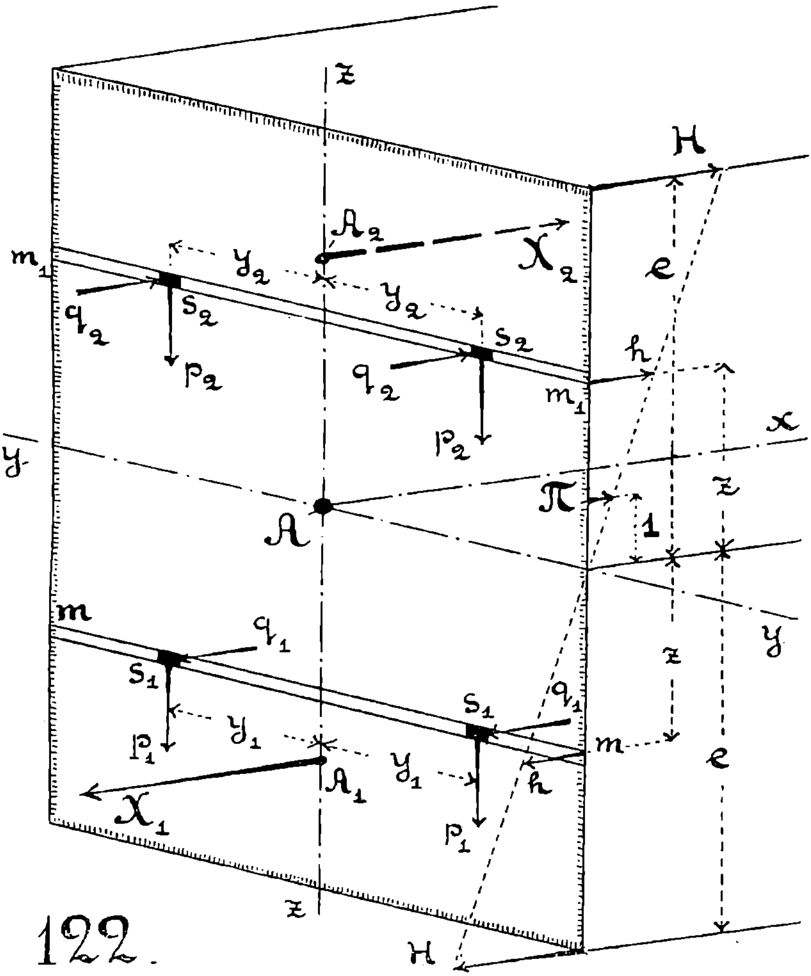
121.

На поперечном сечении балки, на расстоянии z от нейтральной линии выше и ниже ее, нанесем две узких полоски mm и m_1m_1. Первая из них будет состоять из частиц, работающих в области растянутых волокон с напряжением h, а вторая — из частиц, работающих с тем же самым напряжением h, но только в области сжатых волокон.

Обозначим на фиг. 121 через e_1 расстояние наиболее растянутых волокон от нейтрального слоя и через H_1 — соответствующее ему напряжение растяжения; через e_2 — расстояние наиболее сжатых волокон и через H_2 — соответствующее ему напряжение сжатия; в случае прямоугольного сечения:

$$e_1 = e_2 = e\,; \quad H_1 = H_2 = H\,.$$

Если через Π будет обозначено напряжение для элемента площади, лежащего на расстоянии, равном *1*, от нейтральной



122.

линии в области растяжения или сжатия, то на основании форм. *166* можно будет написать, что

$$\text{на фиг. 121} \cdots \frac{1}{\Pi} = \frac{z_1}{h_1} = \frac{z_2}{h_2} = \frac{e_1}{H_1} = \frac{e_2}{H_2} \cdots \quad \mathbf{167.}$$

$$\text{на фиг. 122} \cdots \frac{1}{\Pi} = \frac{z}{h} = \frac{e}{H} \cdots\cdots \quad \mathbf{168.}$$

Напряжение H мы будем называть *податливостью* при сгибании балки. Тут выясняется разница между податливостью при сгибании и податливостью при кручении. Там это было напряжение для всех точек, *кольцеобразно* расположившихся вокруг оси кручения на расстоянии l от нее: здесь же это будет напряжение *в двух плоскостях*, параллельных нейтральному слою и расположенных на расстоянии l от него; одна плоскость будет лежать в области продольных растянутых волокон, а другая — в области сжатых волокон.

Вся площадка mm (фиг. 121 и 122) будет состоять из элементов s_1, несущих на себе каждый по две силы сопротивления: одна из них q_1 будет нормальна к его плоскости, т. е. будет *сопротивлением растяжения* для того волокна, которое, имея весьма малую площадь сечения f, прилегает к точке s_1, взятой на расстоянии y от плоскости прогиба zAx; другая же сила p_1 будет лежать в плоскости самого поперечного сечения бруса, т. е. будет *силою сопротивления сдвигу* для волокна с площадью f.

Точно также и вся площадка m_1m_1 (фиг. 121 и 122) будет состоять из элементов s_2, несущих на себе каждый тоже по две силы сопротивления: одна из них q_2 будет нормальна к его плоскости, т. е. будет *сопротивлением сжатия* для того волокна, которое, имея весьма малую площадь сечения f, прилегает к точке s_2, взятой на расстоянии y от плоскости прогиба; другая же сила p_2 будет лежать в плоскости самого поперечного сечения бруса, т. е. будет *силою сопротивления сдвигу* для волокна с площадью f.

Силы сопротивления q_1 и q_2 будут, очевидно, отвечать на действие вращательного момента M, проявляющего свое действие в данном поперечном сечении, а совокупность сил сопротивления p_1 и p_2 способна будет ответить на действие внешней силы сдвига P.

Остается написать условия равновесия между нагрузкою и внутренними силами.

65. Шесть условий равновесия между внешней нагрузкой и внутренними силами сопротивления при сгибании балки. Предыдущим рассмотрением вопроса подготовлен весь материал для написания этих уравнений равновесия. Их будет *шесть*. Ими надо будет выразить: 1) что нет поступательного перемещения бруса ни по одной из трех взятых осей — Ax, Ay, Az, 2) что нет вращательного движения бруса вокруг любой из этих осей. Рассмотрим их все по порядку.

Первое условие равновесия балки. Надо, чтобы в борьбе внешних сил со внутренними не произошло перемещения бруса вдоль оси Ax. Но внешняя сила P сама перпендикулярна к этой оси, т. е. у нее нет стремления сдвинуть балку по горизонтальному направлению; следовательно, не должны проявлять этого стремления и внутренние силы в сечении A сами по себе. А внутренних сил у нас два рода, — нормальные к сечению и касательные к нему. Все касательные силы p_1 и p_2 перпендикулярны к оси Ax и у них нет стремления сдвигать балку вдоль этой оси. Остаются из всех рассмотренных нами сил одни только нормальные силы q_1 и q_2. Все силы растяжения q_1 мы соединим в одну силу X_1; она будет стремиться передвинуть балку справа налево. Точно также все силы сжатия q_2 мы соединим в одну силу X_2: она будет стремиться передвинуть балку слева направо. Но так как балка должна остаться в равновесии, т. е. не должно быть у нее перемещения ни справа налево вдоль оси Ax, ни слева направо, поэтому обязательно иметь равенство сил

$$X_1 = X_2 \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad \textbf{169.}$$

Вот тут и выясняется ошибка в воззрениях *Галилея*, *Мариотта* и *Лейбница*: все они предполагали, что балка состоит из одних только растянутых волокон; но это значило бы, что существует сила X_1 в согнутом брусе, которую нечем уравновесить; и она должна была бы передвигать брус справа налево. Почему же они не усмотрели этой погрешности? — Потому что вместо шести уравнений равновесия они писали только одно, — равенство моментов внешних и внутренних сил. Отчего же не были написаны остальные 5 уравнений равновесия? — От того, что сознание необходимости писать *шесть уравнений*, а не одно, и вдумываться в них пришло много позднее. Первым был французский ученый *Паран'* (*Parent*), который в 1713 году заметил эту невязку в уравнениях, предложенных Галилеем и друг., и потребовал, чтобы равенство *169* было обязательно удовлетворено. А это, еще задолго до производства каких либо опытов над сгибанием брусьев, привело его к мысли, что согнутая балка обязательно *должна* состоять из сжатых и растянутых волокон, которые и будут между собою парализовать взаимное стремление передвигать балку вдоль оси Ax. Необходимость же написания не двух уравнений равновесия каждого твердого тела, а шести, была доказана еще позднее. Это сделал французский ученый *Куломб* (*Coulomb*) в 1773 году.

Второе условие равновесия балки должно выразить собою, что нет у балки стремления передвигаться вдоль оси Ay. Его нет и на самом деле, потому что все силы, как внешние, так и внутренние, перпендикулярны к оси Ay. Это условие, поэтому, не даст нам никакого соотношения между силами, сгибающими брус.

Третье условие равновесия балки должно выразить собою, что балка не будет перемещаться вдоль оси Az после того, как прогиб ее уже совершился, и установилось равновесие между нагрузкой и внутренними силами. Какие же из разобранных нами сил стремятся сдвигать балку вдоль оси Az? — Это — сила P, отмеченная на фиг. 120 при точке A пунктиром, и затем силы сопротивления сдвигу p_1 и p_2, отвечающие на действие силы P; первая хочет сдвинуть балку снизу вверх вдоль оси Az, а последние противодействуют этому. Остальные же внутренние силы, входящие в состав сил X_1 и X_2, перпендикулярны к оси Az, т. е. они не могут принять участия в борьбе сил, перемещающих балку вдоль оси Az; а внешняя пара сил PP, работающая с плечом x (см. фиг. 120) ни на какую из осей не производит давления. Следовательно, должно существовать равенство

$$P = \sum (p_1 + p_2) \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot \qquad \textbf{170.}$$

Оно говорит нам, что *внешняя сила сдвига P, передающаяся на данное сечение A, по своей величине должна быть равна сумме всех сопротивлений сдвигу p_1 и p_2, развивающихся в этом сечении A; по направлению же своему внутренние силы должны быть противоположны внешней.* Здесь мы не будем входить в рассмотрение того, по какому закону будут изменяться силы p_1 и p_2, если менять расстояние z от оси Ay для того элемента площади, который прилегает к точке s_1 или s_2: это мы сделаем позднее; для нас ясно, однако, что сумма всех сил p_1 и p_2 обязательно должна быть равна силе P.

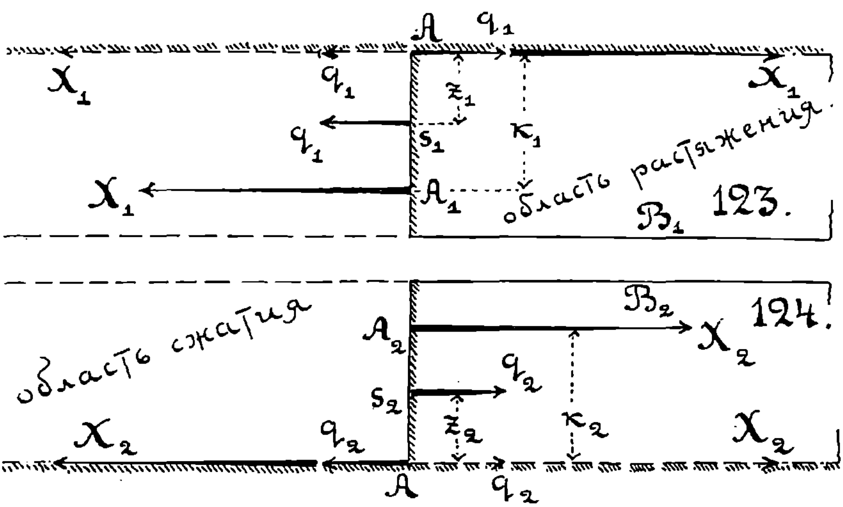
Четвертое условие равновесия балки должно выразить нам ту мысль, что балка не должна вращаться вокруг оси Ax. Разберем, какие из сил, действующих на балку, могли бы вращать ее вокруг оси Ax, и какие сделать этого не могут. Нагрузка P, как лежащая с осью Ax в одной плоскости zAx, не может вызывать вращения вокруг оси Ax. Точно также все силы q_1 дают в сумме одну, а именно X_1, и все силы q_2 дают в сумме другую силу, а именно X_2; и обе эти силы X_1 и X_2, благодаря симметрии сечения A относительно оси Az, расположатся также в плоскости zAx, т. е. и они также не могут вызвать вращения балки вокруг оси Ax. Остаются силы сопротивления сдвигу p_1 и p_2, лежащие в плоскости zAy, перпендикулярной к оси Ax. Они стремятся вызвать вращение балки вокруг этой оси Ax: а чтобы этого вращения не случилось, надо обязательно выполнить требование: *плоскость zAx должна быть плоскостью симметрии балки.* Тогда для каждого элемента площади, прилегающего к точке s_1, расположенной левее оси Az, и несущего на себе усилие p_1, непременно будет существовать другой такой же элемент площади, прилегающий к точке s_1, расположенной правее оси Az, и несущий на себе совершенно такое же усилие p_1. Для одного из них момент вращения относительно оси Ax будет $(+p_1 \cdot y_1)$, а для другого — $(-p_1 \cdot y_1)$. Совершенно так же и силы p_2 будут взаимно парализовать одна у другой стремление вращать балку вокруг оси Ax. Но для этого, как мы видим, обязательно нужно, чтобы плоскость zAx была плоскостью симметрии у балки. Стало быть, для нас теперь ясно, что только в случае *плоского изгиба* балки четвертое условие равновесия будет удовлетворяться само собою; а если плоскость zAx не будет плоскостью симметрии балки, то вместо «чистого» изгиба мы получим такой, который будет усложнен добавочным явлением *перекручивания* балки вокруг оси Ax.

Пятое условие равновесия балки. Оно должно выразить нам ту мысль, что балка не должна вращаться вокруг оси Ay. Очевидно, что в этом вращении вовсе не примут участия все силы сдвига, лежащие в плоскости zAy, т. е. силы p_1, силы p_2, а также и та сила P, которая вызвала их действие и которая отмечена пунктиром при точке A на фиг. 120.

Вызывать вращение балки вокруг оси Ay будет пара сил PP, дающая вращательный момент $P \cdot x = M$, а противодействовать этому вращению будут все силы растяжения q_1 и все силы сжатия q_2. Мы не требуем, чтобы плоскость xAy была плоскостью симметрии балки, а в таком случае не для каждой силы q_1 найдется сила q_2, которая сразу образовала бы с нею пару сил, как это можно видеть на фиг. 121 в случае тавровой балки. Между тем вращение вызвала пара сил PP. Уравновешивать ее должны обязательно тоже пары сил, в состав коих должны входить и каждая сила q_1 и каждая сила q_2. Этих пар сил q_1q_1 и q_2q_2 мы пока еще не видели. Несомненно однако, что они существуют. Чтобы их обнаружить, употребим следующий прием:

На *фиг. 123* дана нижняя часть балки AB_1, расположенная правее сечения A. Вся она состоит из растянутых волокон. Ось Ay будет проектироваться на этом чертеже в точку A. Нанесем на чертеж одну какую-нибудь из сил растяжения q_1, приложенную к точке s_1, расположенной в любом месте горизонтального слоя, взятого на расстоянии z_1, от нейтрального.

В той же вертикальной плоскости, в которой действует сила q_1, к оси Ay приложим две равные и противоположные силы q_1; из них, отмеченная на фиг. 123 сплошной линией, сила q_1 войдет в состав пары сил $q_1 q_1$ с плечом z_1, а отмеченная пунктиром сила q_1 останется свободною и войдет в состав *силы сдвига*, зарождающейся в нейтральном слое. Итак, мы видим, что отвечать на действие внешнего момента M будут не отдельные силы растяжения q_1, а пары сил $q_1 q_1$, имеющие момент $q_1 \cdot z_1$, и что существование каждой отдельной силы q_1 порождает в нейтральном слое существование продольной силы



сдвига, величина которой тоже будет равна q_1. Когда мы возьмем сумму всех сил q_1, получится суммарная сила растяжения X_1, приложенная в точке A_1 (фиг. 121, 122 и 123) на расстоянии $k_1 = AA_1$ от нейтрального слоя. Эта сила X_1 вступит в состав пары сил $X_1 X_1$, дающей момент $X_1 \cdot k_1$; а кроме того, в нейтральном слое останется свободною сила X_1, отмеченная на фиг. 123 пунктиром и выражающая собою ту силу сдвига, которую порождает в нейтральном слое существование всех сил растяжения в согнутой балке.

Совершенно таким же образом на *фиг. 124* об'яснено зарождение пар сил $q_2 q_2$ в области сжатых волокон с величиною момента $q_2 \cdot z_2$, зарождение суммарной пары сил $X_2 X_2$ с моментом $X_2 \cdot k_2$ и зарождение суммарной силы сдвига X_2 в нейтральном слое.

Появились при точке A две новые силы (фиг. 123 и 124), а именно: сила X_1, действующая справа налево, и сила X_2, имеющая обратное направление с предыдущей: но так как по равенству *169* они обязаны быть равными между собою, поэтому в равновесие сил они расстройства никакого не вносят: но они отмечают, однако же, что сгибание балки сопровождается всегда явлением сдвига и в поперечных плоскостях балки, и в продольных; при этом оказалось, что *сдвиг в поперечном сечении балки делает сила* P, т. е. сумма всех внешних сил, расположенных по одну сторону рассматриваемого поперечного сечения, а *сдвиг по нейтральному слою делает сила* X_1 (или X_2), т. е. сумма сил растяжения или сжатия, проявляющих свое действие в данном сечении.

Выразим теперь, что вращательный момент внешней нагрузки равен моменту внутренних сил растяжения и сжатия:

$$M = \sum q_1 \cdot z_1 + \sum q_2 \cdot z_2 = X_1 \cdot k_1 + X_2 \cdot k_2 \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad \mathbf{171.}$$

Если поперечное сечение балки будет иметь не одну ось симметрии (Az), а две оси. т. е. и Az и Ay, тогда $k_1 = k_2 = k$, поэтому

$$M = 2 \cdot \sum q_1 \cdot z_1 = 2 \cdot X \cdot k \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad \mathbf{172.}$$

Шестое условие равновесия балки. При помощи его надо выразить, что не должно происходить вращения балки вокруг оси Az. Не будут участвовать в этом вращении ни внешняя нагрузка P, ни внутренние силы P_1 и P_2, потому что все эти силы параллельны оси Az. Могли бы вращать балку вокруг оси Az только силы q_1 и q_2, но и они этого делать не будут, так как, выполняя 4-е условие равновесия, мы потребовали, чтобы ось Az была осью симметрии сечения: а тогда по своей величине попарно будут равны между собою все моменты $q_1 \cdot y_1$ и все моменты $q_2 \cdot y_2$, а по знаку они будут между собою противоположны. Следовательно, для всех балок, у которых ось Az является осью симметрии, это 6-е условие удовлетворяется само собою; а если ось Az не будет осью симметрии, тогда изгиб у балки не может быть плоским; от сил q_1 и q_2 появятся вращательные моменты, которые повернут сечение A вокруг оси Az, т. е. заставят ось балки изгибаться еще и в плоскости xAy.

Мы разобрали все шесть условий равновесия согнутой балки, и они привели нас к следующим четырем основным положениям, на которых построена теория сгибания:

1) изгиб балки будет *плоским* в таком только случае, если ось симметрии Az будет перпендикулярна к нейтральному слою xAy;

2) сумма сил растяжения обязательно должна быть равна сумме сил сжатия в каждом сечении балки;

3) сумма внешних сил сдвига равна сумме внутренних сил сопротивления сдвигу;

4) внешний сгибающий момент должен быть равен сумме моментов сил растяжения и сжатия; в каждом поперечном сечении балки эти моменты берутся относительно нейтральной линии сечения.

Разберем более подробно второе и четвертое положение, оставивши вопрос о силах сдвига при сгибании пока в стороне; впоследствии мы вернемся к подробному обследованию также и этого вопроса.

66. Равенство между силами растяжения и сжатия в любом поперечном сечении согнутой балки. Общий механический смысл этого требования мы уже поняли, разобрав первое условие равновесия балки, которая не должна иметь перемещений вдоль оси Ax. Надо теперь понять, благодаря чему же это равенство сил растяжения и сжатия обязательно происходит. Для этого войдем в рассмотрение подробностей, из каких сил составилась отдельно вся сила X_1 и вся сила X_2.

Вся сила растяжения X_1 составляется из отдельных сил q_1 (фиг. 121 и 122). Каждая сила q_1 представляет собою произведение из весьма малой площади f_1, сконцентрированной вокруг точки s_1, на величину напряжения h_1, развивающегося в этой точке; а само это напряжение растяжения h_1, связано с податливостью Π форм. *167*. Передавая суммирование всех сил растяжения равенством, напишем его в следующем виде:

$$X_1 = \sum q_1 = \sum f_1 \cdot h_1 = \Pi \cdot \sum f_1 \cdot z_1 \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot \qquad \textbf{173.}$$

Совершенно так же будет написана и сила сжатия:

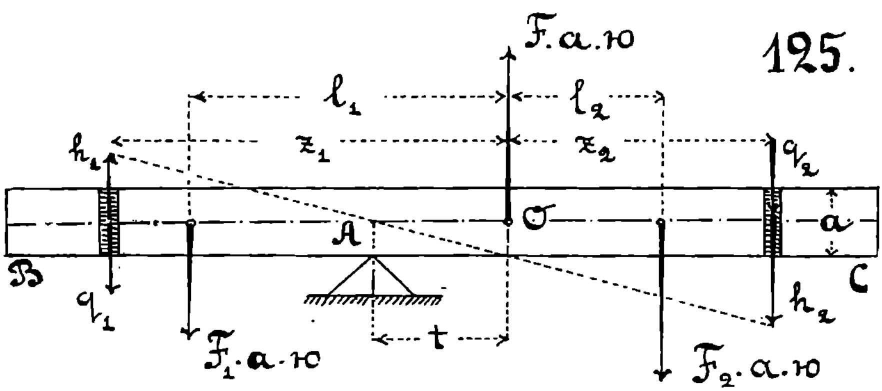
$$X_2 = \sum q_2 = \sum f_2 \cdot h_2 = \Pi \cdot \sum f_2 \cdot z_2 \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot \qquad \textbf{174.}$$

Форм. *169* требовала равенства между силами растяжения и сжатия. Написав его и сократив обе части равенства на Π, получим:

$$\sum f_1 \cdot z_1 = \sum f_2 \cdot z_2 \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot \qquad \textbf{175.}$$

Первая часть этого равенства представляет собою суммирование произведений из весьма малых площадей f_1 на расстояние центра тяжести их от нейтральной линии Ay. Под знак суммы надо ввести здесь все площадки f_1, входящие в состав нижней части поперечного сечения, дающей силы растяжения. Пусть площадь поперечного сечения растянутой части балки будет F_1, сжатой — F_2, а вся площадь (и растянутая, и сжатая) — F. Тогда первая часть равенства *175* представит собою то, что в механике называется *статическим моментом площади* F_1, а вторая часть того же равенства будет *статическим моментом площади* F_2. Равенство *175* говорит, что оба эти статических момента обязательно должны быть равны между собою. Там же, в механике, доказывается, что оба эти статические момента будут равны между собою тогда только, когда точка A, лежащая на оси yy, отделяющей площадь F_1 от F_2, будет совпадать с *центром тяжести сечения*. Но именно это самое предположение, подтвержденное опытами над сгибанием балок, мы и брали в основу наших вычислений.

В конце первой четверти прошлого столетия этих опытов еще не было сделано, и тогда к полученным нами результатам приходилось подходить часто теоретическим путем: сделавши предположение, что нейтральный слой *не проходит* через центры тяжести сечений бруса, надо было доказать, что такое предположение неверно. Это и сделал французский ученый *Навье*. Чтобы проследить ход его мысли в этом вопросе, допустим на время, что A по прежнему будет точка поворота поперечного сечения балки при ее сгибании, а O — центр тяжести сечения: расстояние между ними пусть



будет t (*фиг. 125*). Из призматической балки вырежем слой ее с толщиною a; плотность материала у балки предположим равной *ю*.

Вырезанная пластина будет состоять из двух частей: OB, имеющей вес $F_1 \cdot a \cdot ю$, и OC, у которой вес равен $F_2 \cdot a \cdot ю$.

В соответствии с новыми обозначениями на чертеже (фиг. 125) равенство *167* перепишется так:

$$\frac{1}{H} = \frac{z_1 - t}{h_1} = \frac{z_2 + t}{h_2} \qquad \textbf{176.}$$

Точно также и формулы *173* и *174* обратятся в такие:

$$X_1 = \sum q_1 = \sum f_1 \cdot h_1 = H \cdot \sum f_1 \cdot (z_1 - t) \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad \textbf{177.}$$

$$X_2 = \sum q_2 = \sum f_2 \cdot h_2 = H \cdot \sum f_2 \cdot (z_2 + t) \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad \textbf{178.}$$

Удовлетворяя требование, выражаемое равенством *169*, и соединяя равенства *173* и *174* в одно, получим:

$$\sum f_1 \cdot (z_1 - t) = \sum f_2 \cdot (z_2 + t) .$$

Умножая обе части этого равенства на $a \cdot ю$, получим:

$$\sum f_1 \cdot a \cdot ю \cdot z_1 - \sum f_2 \cdot a \cdot ю \cdot z_2 = a \cdot ю \cdot t \cdot \left(\sum f_1 + \sum f_2\right) \cdot \cdot \cdot \qquad \textbf{179.}$$

Первая часть этого равенства обращается в нуль, потому что точка O есть центр тяжести сечения, т. е. это будет сделано на основании равенства *175*, для которого на фиг. 125 имеем доказательство и подтверждение; его можно будет выразить равенством моментов:

$$(F_1 \cdot a \cdot ю) \cdot l_1 = (F_2 \cdot a \cdot ю) \cdot l_2 \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad \textbf{180.}$$

Следовательно, вместо равенства *179* мы получим следующее:

$$0 = a \cdot ю \cdot t \cdot (F_1 + F_2) .$$

Два первых множителя и последний имеют в этом равенстве вполне реальную величину; стало быть, обратить такое равенство в нуль можно будет одним только способом, а именно сделавши $t = 0$, т. е. *центр тяжести сечения обязательно должен лежать в нейтральной плоскости.*

67. Равенство между моментами внешних сил и внутренних в любом поперечном сечении согнутой балки. Обращаемся к форм. *171* и делаем во второй части ее такие же преобразования, какие были сделаны при написании формулы *173* и *174*, тогда получим:

$$M = H \cdot \left(\sum f_1 \cdot z_1^2 + \sum f_2 \cdot z_2^2\right) = H \cdot J_y \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad \textbf{181.}$$

Выражение, заключенное в этом равенстве в скобки, будет представлять собою *момент инерции всего поперечного сечения* (и верхней его части и нижней), *взятый относительно нейтральной линии Ay*, т. е. относительно оси, лежащей в плоскости самого поперечного сечения. Такой момент инерции называют *экваториальным.*

Сравнивая между собою формулы *181* и *140*, видим, что они тождественны: только при кручении осью поворота для поперечных сечений была ось тела, а здесь, при сгибании, такой осью является нейтральная линия Ay, лежащая в плоскости сечения.

Читается форм. *181* так: *величина сгибающего момента в данном поперечном сечении балки равна произведению из податливости, соответствующей данному сечению, умноженной на экваториальный момент инерции сечения.*

Тут выясняется еще одна подробность: *при кручении податливость вала была постоянною величиною, а при сгибании она будет изменяться при переходе от одного сечения к другому*, так как она пропорциональна величине сгибающего момента.

Такое поперечное сечение балки, в котором податливость при сгибании балки достигает наибольшей величины, называется *опасным* или *расчетным*.

Если балка призматическая, т. е. при переходе от одного сечения к другому момент инерции ее поперечного сечения меняться не будет, тогда, очевидно, *опасным сечением у балки будет то из них, в котором сгибающий момент имеет наибольшую величину.*

На основании чего же мы это утверждаем? — На основании равенства *167*. Оно говорит нам, что найти такое поперечное сечение согнутой балки, в котором податливость будет наибольшей из всех, это всё равно, что найти такое поперечное сечение, в котором будут наибольшими из всех напряжения растяжения H_1 и напряжения сжатия H_2 у продольных волокон, наиболее удаленных от нейтральной линии. Других напряжений, которые были бы больше этих, не будет, а потому те сечения, в которых будут вызваны эти напряжения, и надо считать расчетными, опасными.

Форм. *181* указывает нам, что дальнейшая наша работа распадается на две независящие одна от другой части:

1) на отыскание величины экваториальных моментов инерции для ходовых сечений балок.

2) на отыскание расчетных сгибающих моментов для балок, различным образом нагруженных.

Сначала разрешим первый вопрос.

68. Общая теорема относительно моментов инерции. Пусть имеем две параллельных оси yy и y_1y_1 (*фиг. 126*), расположенных в плоскости поперечного сечения N с произвольным очертанием его. Один из элементов площади этого сечения f будет находиться от оси yy на расстоянии z, а от оси y_1y_1 — на расстоянии $(z+u)$. Напишем выражение моментов инерции для данной площади относительно обеих осей:

$$J_y = \sum f\cdot z^2; \quad J_{y_1} = \sum f\cdot (z+u)^2, \quad \text{или}$$

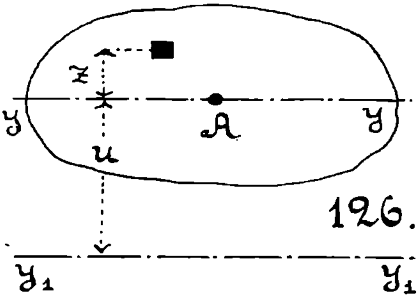
$$J_{y_1} = \sum f\cdot z^2 + 2u\cdot\sum f\cdot z + u^2\cdot\sum f \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot \qquad \mathbf{182.}$$

Но
$$\sum f\cdot z = z\cdot\sum f = z\cdot F \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot \qquad \mathbf{183.}$$

где F — площадь всего поперечного сечения, а z — расстояние центра тяжести его от оси yy. Если теперь предположим, что A есть центр тяжести сечения N, тогда

$$z = 0: \quad J_{y_1} = J_y + F\cdot u^2; \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot \qquad \mathbf{184.}$$

Эта формула читается так: *момент инерции, взятый относительно произвольной оси y_1y_1, равен тому моменту инерции, который будет написан относительно оси yy, параллельной оси y_1y_1 и проходящей через центр тяжести сечения, плюс произведение из площади сечения на квадрат расстояния между осями.*



126.

Форм. *184* показывает нам, что если мы возьмем ряд параллельных между собою осей, напр., yy, y_1y_1, $y_2y_2 \cdots$, и напишем выражения моментов инерции сечения N относительно каждой из них, то *наименьшим* из них будет тот, который взят относительно оси Ay, проходящей через центр тяжести поперечного сечения.

69. Момент инерции для круглого сечения (фиг. 117). Напишем моменты инерции:

экваториальный для оси $A_1y \cdots J_y = \sum f\cdot z^2$

» » » $A_1z \cdots J_z = \sum f\cdot y^2 = J_y$

полярный » » $A_1 \cdots J_0 = \sum f\cdot r_1^2 = 2J_y$.

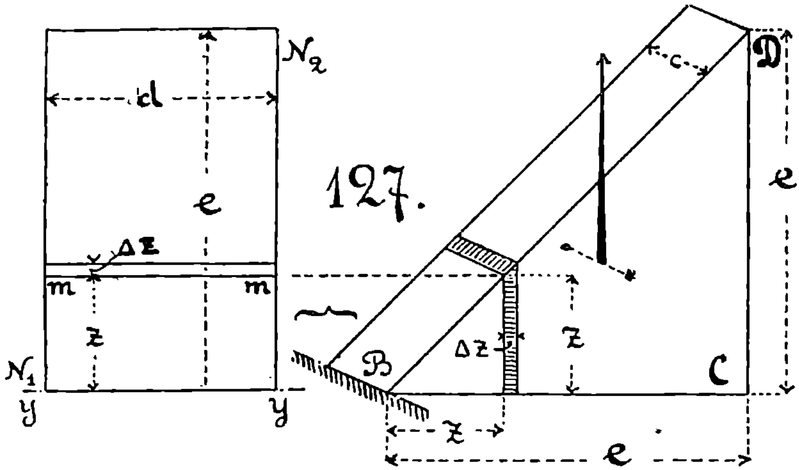
Следовательно, пользуясь форм. *143*, напишем так:

$$J_y = \frac{1}{2}\cdot J_0 = \frac{\pi\cdot R^4}{4} = \frac{\pi}{64}\cdot d^4 \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot \qquad \mathbf{185.}$$

70. Момент инерции для прямоугольного сечения. Если нам надо будет написать момент инерции площади прямоугольника N_1N_2 (*фиг. 127*), одна сторона которого d прилегает к оси инерции yy, а другая e перпендикулярна к ней, то мы получим:

$$J_y = \sum f\cdot z^2 = d\cdot\sum \Delta z\cdot z^2 \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot \qquad \mathbf{186.}$$

На фиг. 127 справа показан графический способ получения алгебраической суммы произведений $\Delta z \cdot z^2$: взята треугольная весомая призма с толщиною c, основание у нее прямоугольный треугольник, катеты у которого одинаковы и равны e. Разобьем об'ем этой призмы на вертикальные столбики, у которых площадь основания равна $c \cdot \Delta z$, а высота z. Возьмем ось B, перпендикулярную к плоскости треугольного основания,



и напишем, что момент от веса всей призмы относительно оси B будет равен сумме моментов от всех частей призмы, ее составляющих.

Вес всей призмы BCD (фиг. 127) .... $\frac{c \cdot e^2}{2} \cdot w$

Расстояние центра тяжести ее от оси B ... $\frac{2}{3} \cdot e$

Вес одной из частей призмы .... $c \cdot z \cdot \Delta z \cdot w$

Расстояние центра тяжести ее от оси B ... z.

Равенство моментов от всей силы и ее слагающих дает нам следующее:

$$\left(\frac{c \cdot e^2}{2} \cdot w\right) \cdot \frac{2}{3} \cdot e = \sum (c \cdot z \cdot \Delta z \cdot w) \cdot z\,, \quad \text{откуда}$$

$$\sum z^2 \cdot \Delta z = \frac{e^3}{3} = A \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot \qquad \textbf{187.}$$

$$J_y = \frac{1}{3} \cdot d \cdot e^3 \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot \qquad \textbf{188.}$$

Следовательно, *момент инерции площади прямоугольника, прилегающего одною из своих сторон к оси инерции,* *равен одной трети произведения из этой стороны на куб другой стороны.*

Экваториальный же момент инерции прямоугольного сечения, т. е. частей его N_1N_2 и N_1N_3 (фиг. 116) напишется так:

$$J_y = 2 \cdot \frac{d \cdot e^3}{3} = \frac{2d}{3} \cdot \left(\frac{h}{2}\right)^3 = \frac{d \cdot h^3}{12} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad \mathbf{189.}$$

т. е. *экваториальный момент инерции прямоугольного сечения балки равен одной двенадцатой доле произведения из основания прямоугольника на куб его высоты.* Под словом «основание» здесь разумеется та из сторон прямоугольника, которая параллельна нейтральной линии.

Суммирование, выражаемое форм. *187*, можно произвести еще иначе. Всю высоту e (фиг. 127) у прямоугольника разобьем на весьма большое число одинаковых частей. Тогда для каждого элемента площади получим:

площадь элемента $\cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \Delta z \cdot d = \dfrac{e \cdot d}{n}$

момент инерции для нее $\cdot \cdot \cdot (\Delta z \cdot d) \cdot z^2 = \dfrac{e \cdot d}{n} \cdot z^2$.

Остается просуммировать все эти последние выражения, внося вместо z все его значения от первого до последнего:

$$J_y = \sum \frac{e \cdot d}{n} \cdot z^2 = \frac{e \cdot d}{n} \cdot \left[\left(\frac{e}{n}\right)^2 + \left(\frac{2e}{n}\right)^2 + \left(\frac{3e}{n}\right)^2 + \cdots + \left(\frac{n \cdot e}{n}\right)^2\right]$$

$$= \frac{d \cdot e^3}{n^3} \cdot [1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2] = \frac{d \cdot e^3}{n^3} \cdot \frac{n \cdot (n+1) \cdot (2n+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3}$$

$$J_y = \frac{d \cdot e^3}{6} \cdot \left(1 + \frac{1}{n}\right) \cdot \left(2 + \frac{1}{n}\right) \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad \mathbf{190.}$$

В пределе, когда число частей n будет равно бесконечности форм. *190* даст нам результат, одинаковый с форм. *188*.

Делая вывод форм. *190* мы использовали готовую формулу, дающую сумму квадратов натуральных чисел

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2 = \frac{n \cdot (n+1) \cdot (2n+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3} = B.$$

Лицам, которые не знают вывода этой формулы, но желали бы сами убедиться в ее справедливости, рекомендуется фактически проделать вычисление суммы квадратов, останавливаясь на любом числе.

Например:

При $n = 1$: $B = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 1$

При $n = 2$: $1^2 + 2^2 = 5$; $B = \frac{2 \cdot 3 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 5$

При $n = 3$: $1^2 + 2^2 + 3^2 = 14$: $B = \frac{3 \cdot 4 \cdot 7}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 14$ и т. д.

71. Момент инерции для двутаврового сечения (фигура 118) и для однотаврового (фиг. 119). Эти сечения составляются из отдельных прямоугольных частей. Тем же самым путем, которым будет итти суммирование площадей, будет происходить также и суммирование моментов инерции, написанных для этих отдельных площадей. Таким образом, например, для двутаврового сечения (фиг. 118) будем писать следующее:

момент инерции прямоугольника N_1N_2 ..... $\frac{1}{12} \cdot d \cdot h^3$

» » » N_3N_4 ..... $\frac{1}{12} \cdot \frac{d - d_1}{2} \cdot k^3$

» » двутаврового сечения .... $\frac{1}{12} \cdot \left(d \cdot h^3 - 2 \cdot \frac{d - d_1}{2} \cdot k^3\right)$.

Для сечения однотаврового (фиг. 119) составные части будут:

момент инерции прямоугольника N_1N_2 .. $\frac{1}{3} \cdot d_1 \cdot e_2^3$

» » » N_1N_3 .. $\frac{1}{3} \cdot d_1 \cdot e_1^3$

» » » N_3N_4 .. $\frac{1}{3} \cdot \frac{d - d_1}{2} \cdot e_1^3$

» » » N_1N_5 .. $\frac{1}{3} \cdot \frac{d - d_1}{2} \cdot (e_1 - c)^3$.

Для всего однотаврового сечения момент инерции составится так:

$$J_y = \frac{1}{3} \cdot \left[d_1 \cdot (e_2^3 - e_1^3) + 2 \cdot \frac{d - d_1}{2} \cdot \{e_1^3 - (e_1 - c)^3\}\right].$$

Для ходовых сечений балок мы получили выражения экваториальных моментов инерции. Так как в главе о сгибании балок пойдет речь и далее только об экваториальных моментах инерции, т. е. таких, которые берутся относительно нейтральной линии Ay (или yy), лежащей в самом поперечном сечении и проходящей через его центр тяжести, поэтому в дальнейшем, для сокращений в письме и в разговоре, вместо $\dot{J}_y$ мы будем писать просто $\dot{J}$ и будем называть его просто моментом инерции, не добавляя слова экваториальный, но твердо помня, что он должен быть здесь именно экваториальным, а не полярным.

72. По какой кривой будет изгибаться ось согнутой балки. Чтобы ответить на этот вопрос, сгруппируем сначала выведенные нами формулы. Соединяя форм. *166* и *167* в одну, получим

$$\frac{h}{z} = \frac{E}{r} = \Pi \cdots\cdots \qquad \textbf{191.}$$

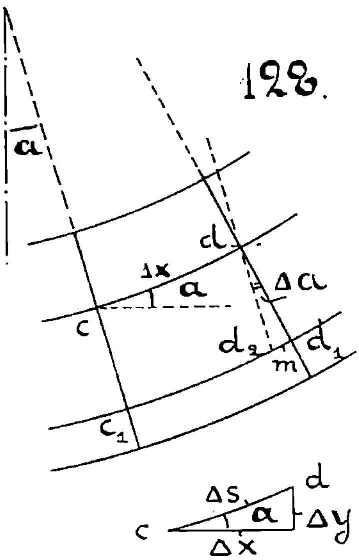
Прибавляя сюда еще и форм. *181*, получим:

$$M = \frac{E \cdot \dot{J}}{r}, \quad \text{или} \quad r = \frac{E \cdot \dot{J}}{M} = \frac{A}{M} \cdots\cdots \qquad \textbf{192.}$$

Величину $A = E \cdot \dot{J}$, которая входит в эту формулу называют *жесткостью балки*. Чем больше будет у балки ее жесткость, тем больше будут и радиусы кривизны во всех ее сечениях, тем более пологий изгиб получит ось балки. Форм. *192* говорит нам, что *радиус кривизны для данного поперечного сечения балки будет равен частному от деления жесткости балки на величину сгибающего момента, которая соответствует данному сечению.* Но так как в общем случае M не есть постоянная величина, следовательно, и r не будет постоянным, т. е. кривая, вид которой принимает согнутая ось, не есть окружность, и только в некоторых частных случаях она может быть ею.

Кривую, по которой изгибается ось балки, называют *упругой линией*.

Для выяснения вида упругой линии и расположения ее в пространстве важно знать для нее величину *девиации* в любой ее точке, т. е. величину тангенса угла наклонения между касательной к кривой и горизонталью в данной точке. Величина этого угла будет определять собою *поворот* данного сечения к вертикальному направлению (т. е. начальному). Очевидно, что, переходя от одного сечения к другому, этот поворот будет суммироваться из отдельных весьма малых поворотов между смежными сечениями, и это суммирование не трудно будет уследить и учесть на любой длине. В самом деле, пусть cc_1 и dd_1 (*фиг. 128*) будут два смежных поперечных сечения балки, cd — ее упругая линия в нейтральном слое. c_1d_1 — растянутое волокно, взятое на расстоянии $z = dd_1 = cc_1$ от нейтральной линии; длина $cd = \Delta x$, т. е. весьма малому приращению абсциссы левого сечения c. Если провести dd_2 параллельно cc_1, тогда $m = d_1d_2$ будет представлять собою удлинение волокна c_1d_2, которое оно получило, будучи заключено между двумя данными поперечными сечениями и имея первоначальную длину равной Δx; а угол $d_1dd_2 = \Delta a$ будет углом поворота правого сечения dd_1 относительно левого cc_1.



Если само сечение cc_1 было уже наклонено к вертикали под углом a, то эта величина Δa будет приращением этого угла.

По чертежу (фиг. 128) имеем:

$$m = z \cdot \operatorname{tg} \Delta a, \quad \text{или} \quad \frac{m}{\Delta x} = \frac{z}{\Delta x} \cdot \operatorname{tg} \Delta a = b\,.$$

Вытяжку b мы выражали ранее форм. *164*; поэтому на основании ее и форм. *192* получим:

$$\frac{z}{\Delta x} \cdot \operatorname{tg} \Delta a = \frac{z}{r}, \quad \text{или} \quad \operatorname{tg} \Delta a = \frac{\Delta x}{r} = \frac{M \cdot \Delta x}{A}\,.$$

Если просуммируем все подобные выражения на длине x, то получим всю величину девиации или поворота данного сечения к вертикали:

$$\operatorname{tg} a_x = \sum \frac{M \cdot \Delta x}{A} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad \textbf{193.}$$

Величина девиации в сущности весьма невелика; напр., при испытании одного из русских мостов длиною в 25 саж. (53,34 мт.) величина угла a достигала всего 7—8 минут. При таких небольших прогибах упругой линии можно пренебрегать разницею между весьма малою длиною дуги Δs на упругой линии и ее проекциею Δx на горизонталь. Это и было сделано при выводе форм. *193* (см. фиг. 128).

Когда найдена величина девиации, то легко находится и само уравнение упругой линии.

Обозначая приращение абсциссы через Δx, а приращение ординаты через Δy, по чертежу (фиг. 128 внизу) имеем:

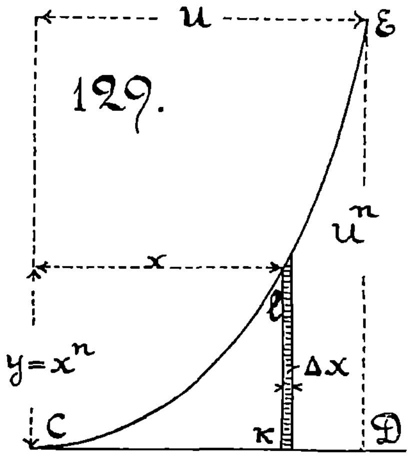
$$\Delta y = \Delta x \cdot \operatorname{tg} \alpha_x ; \quad y = \sum \Delta y = \sum \Delta x \cdot \operatorname{tg} \alpha_x \cdots\cdots \quad \mathbf{194.}$$

На практических примерах мы увидим, что и это суммирование выполняется довольно просто. Для этого надо знать только следующую теорему.

73. Теорема о величине площади, ограниченной параболою высшего порядка. На *фиг. 129* изображена площадь CDE, ограниченная снизу и справа двумя взаимно перпендикулярными прямыми CD и DE, а сверху параболою CE высшего порядка, имеющею в точке C вершину:

$$\overline{Ck} = x ; \quad \overline{kl} = y = x^n ;$$

$$\overline{CD} = u ; \quad \overline{DE} = u^n .$$



Элемент площади выражен на чертеже прямоугольником, имеющим основание Δx, а высоту y.

Величину площади CDE называем через F, величину площади Ckl — через F_x, ее приращение — через ΔF. Оно напишется по чертежу (фиг. 129):

$$\Delta F = y \cdot \Delta x = x^n \cdot \Delta x .$$

Спросим себя так: от какой функции надо взять приращение, чтобы получить это последнее выражение? Для получения ответа пишем

$$\Delta \left(\frac{x^{n+1}}{n+1} \right) = \frac{(n+1) \cdot x^n \cdot \Delta x}{n+1} = \Delta F .$$

Поэтому суммирование этих последних величин в пределах изменения x, как переменного, от $x = 0$ до $x = Ck$, должно дать нам величину площади Ckl:

$$F_x = \sum_{x=0}^{x=x} \Delta F = \sum_{x=0}^{x=x} x^n \cdot \Delta x = \frac{x^{n+1}}{n+1} \cdots\cdots \quad \mathbf{195.}$$

Если $\quad x = u ; \quad F = \dfrac{u^{n+1}}{n+1} \cdots\cdots \quad$ **196.**

т. е. *площадь CDE, ограниченная параболою энного порядка, равна одной эн-плюс-единичной доле площади того прямоугольника, в который вписана данная площадь CDE.*

Для частных случаев имеем по форм. *196* следующее:

Если	$n = 1$,	$F = u^2 : 2$	Если	$n = 4$,	$F = u^5 : 5$
»	$n = 2$,	$F = u^3 : 3$	»	$n = 5$,	$F = u^6 : 6$
»	$n = 3$.	$F = u^4 : 4$	»	$n = 6$.	$F = u^7 : 7$.

В случае, когда $n = 1$, вместо параболы будем иметь прямую линию CE, и форм. *196* подтверждает общеизвестный результат.

Когда $n = 2$, форм. *196* дает не менее известный результат для величины площади, ограниченной обыкновенной параболой (второй степени); этот результат мы уже имели случай получить двумя другими способами (см. форм. *188* и *190*).

Когда $n = 3$, мы здесь нашли тот самый результат, к которому в теории кручения при выводе форм. *143* мы подошли совершенно иным приемом.

Пользуясь этой вспомогательной теоремой, мы можем теперь приступить к рассмотрению вопроса о крепости и прогибе балок, различным образом нагруженных.

Для тех лиц, которым недоступно еще понимание форм. *195* в общем ее виде, ничего другого пока не остается, как поверить, что такая формула существует и что вывод ее доступен каждому, кто ознакомится с первыми шагами вычисления приращений от функций. Частные примеры, оправдывающие эту формулу, известны уже нам; они были разными другими способами выведены выше, а теперь, значит, остается помнить, что, на основании форм. *195*, суммирование ведется так:

$$\sum x \cdot \Delta x = \frac{x^2}{2}; \qquad \sum x^2 \cdot \Delta x = \frac{x^3}{3};$$

$$\sum x^3 \cdot \Delta x = \frac{x^4}{4}; \qquad \sum x^4 \cdot \Delta x = \frac{x^5}{5} \text{ и. т. д.}$$

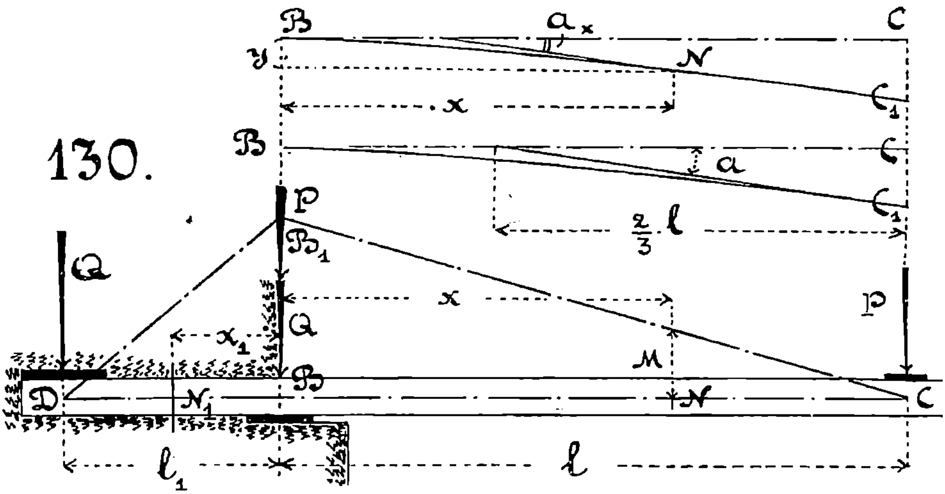
Во всех этих случаях предполагается, что суммирование проведено в пределах изменения переменного $x \cdots$ от $x = 0$ до $x = x$.

74. Сгибание балки, которая заделана левым концом в стену, а на правом, свободном конце нагружена сосредоточенным грузом (*фиг. 130*). Длина $\overline{BC} = l$ будет *вылет* балки, длина $\overline{BD} = l_1$ — *заложение* балки в стену. Нагрузка P передается на балку посредством плиты C. Выверт балки предупреждается нагрузкою Q, которая осуществляется в виде определенного веса кладки, расположенной над балкою и передающейся на ее хвост посредством плиты D. Обе нагрузки, и P, и Q, передаются в B на подбалочную плиту. Равновесие между нагрузками устанавливается равенством их моментов:

$$P \cdot l = Q \cdot l_1, \quad \text{откуда} \quad Q = P \cdot l : l_1 \cdots\cdots \qquad \mathbf{197.}$$

Обыкновенно заложение l_1 бывает много менее вылета, а потому и Q бывает более P. Весьма важно не упустить

130.



из вида — произвести расчет кладки под плитою B на сумму сил $P + Q$.

Для обследования вопроса о том, *где* будет находиться у такой балки ее расчетное сечение, возьмем у нее два произвольных поперечных сечения, - одно N на расстоянии x от точки B справа, а другое N_1 — на расстоянии x_1 от нее же слева.

Сгибающий момент в сечении N будет

$$M = P \cdot (l - x) \cdots\cdots \qquad \mathbf{198.}$$

Его величина будет возрастать по мере уменьшения x.

При $x = l$ ··· наименьший момент ··· $M = 0$

» $x = 0$ ··· наибольший » ··· $M_0 = P \cdot l$.

Сгибающий момент в сечении N_1 будет

$$M_1 = Q \cdot (l_1 - x_1) \cdots\cdots \qquad \mathbf{199.}$$

При $x_1 = l_1$ ··· наименьший момент ··· $M_1 = 0$

» $x_1 = 0$ ··· наибольший » ··· $M_0 = P \cdot l$.

Форм. *198* и *199* показывают закон изменения сгибающих моментов, если перемещаться от одного конца балки до другого; из них форм. *198* будет уравнением линии моментов CB_1, а форм. *199* — для DB_1. Эти линии моментов отмечают постепенный рост величины сгибающих моментов, если подходить от концов балки к ее опасному сечению B.

Необходимо твердо запомнить, что сгибающий момент начинает возрастать от нуля, с какого бы конца не итти к ее опасному сечению.

Надо понять также, что сила сдвига в любом сечении N равна P, а в любом сечении N_1 она равна Q, т. е. может быть и больше P.

На фиг. 130 вверху изображена упругая линия BNC_1 для этой балки. На чертеже отмечены угол поворота a_x (в произвольной точке N) и наибольшая его величина a в точке приложения нагрузки. По форм. *193* найдем:

$$\operatorname{tg} a_x = \sum \frac{P\cdot(l-x)\cdot\Delta x}{A} = \frac{P}{A}\cdot\left(l\cdot x-\frac{x^2}{2}\right)\cdots\cdots \quad \mathbf{200.}$$

$$\text{При} \qquad x = l\,, \quad \operatorname{tg} a = \frac{P\cdot l^2}{2\cdot E\cdot J}\cdots\cdots \quad \mathbf{201.}$$

Сравнивая эту формулу с *163*, мы видим полное подтверждение нашего вывода результатами опытов.

На основании форм. *194* и *200* пишем следующее:

$$y = \sum \Delta x\cdot\frac{P}{A}\cdot\left(l\cdot x-\frac{x^2}{2}\right) = \frac{P}{2A}\cdot\left(l\cdot x^2-\frac{x^3}{3}\right)\cdots \quad \mathbf{202.}$$

Это и есть уравнение упругой линии, показывающее, что в данном случае это будет кривая третьего порядка. Последовательный рост ее ординат передает нам следующая таблица:

$$\text{При } x=\frac{l}{4}, \quad y:\frac{P\cdot l^3}{A}=\frac{11}{384} \qquad \text{При } x=\frac{3}{4}\cdot l, \quad y:\frac{P\cdot l^3}{A}=\frac{81}{384}$$

$$\text{»} \quad x=\frac{l}{2}, \quad y:\frac{P\cdot l^3}{A}=\frac{40}{384} \qquad \text{»} \quad x=l, \quad y:\frac{P\cdot l^3}{A}=\frac{128}{384}$$

Отношение ординат $\cdots 11:40:81:128$.

Это отношение легко может быть проверено опытом; и оно на самом деле подтверждается опытами *Дюпена*.

Если сделать в форм. *202* $x=l$, тогда мы найдем величину стрелы прогиба на конце бруса:

$$f=\frac{1}{3}\cdot\frac{P\cdot l^3}{E\cdot J}\cdots\cdots \quad \mathbf{203.}$$

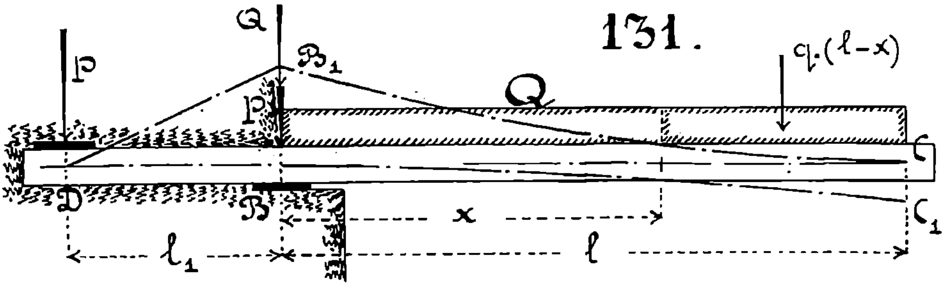
Сравнивая эту формулу с *162*, видим полное подтверждение всех результатов опыта. Кроме этого, если сравнить форм. *201* и *203*, то получим:

$$f = \frac{2}{3} \cdot l \cdot \operatorname{tg} a \cdots\cdots \qquad \textbf{204.}$$

И это соотношение также было тщательно проверено опытами *Купфера*.

Будем помнить, что в этом случае *расчетный момент равен произведению из нагрузки на полную величину вылета.* Это — наибольшая из всех величин, какие встречаются при разных способах нагружения балок.

75. Сгибание балки, которая заделана левым концом в стену, а на правом, свободном, конце нагружена по всей длине равномерно (*фиг. 131*). Длина $\overline{BC} = l$ и здесь будет вылет балки, а длина $\overline{BD} = l_1$ — ее заложение. На



вылете балки распределена по всей длине одинаково нагрузка Q. Практически это осуществляется весьма различно: от жидких тел — в виде давления на дно сосуда, от сыпучих тел — в виде слоя постоянной толщины и постоянной ширины, рассыпанного на помосте над балкою. Выверт балки предупреждается нагрузкою P, которая и здесь осуществляется в виде веса кладки над плитою D. Обе нагрузки передаются на подбалочную плиту B. Равновесие между нагрузками устанавливается равенством их моментов. Когда будем писать момент силы Q, надо будет сосредоточить ее в центре тяжести нагружения, т. е. на расстоянии половины вылета l от точки B; поэтому

$$Q \cdot \frac{l}{2} = P \cdot l_1\,, \quad \text{откуда} \quad P = \frac{Q}{2} \cdot \frac{l}{l_1} \cdots\cdots \qquad \textbf{205.}$$

Сравнивая эту формулу с *197* видим, что здесь заделка хвоста балки попадает в более благоприятные условия, чем в первом случае.

Назовем через q ту равномерную нагрузку, которая будет приходиться здесь *на единицу длины*, тогда

$$1 : q = l : Q\,, \quad \text{или} \quad Q = q \cdot l\,, \quad \text{или} \quad q = Q : l\,.$$

Напишем теперь сгибающий момент в сечении N от той равномерной нагрузки, которая расположена правее этого сечения.

Величина нагрузки правее сечения $N \cdots q \cdot (l - x)$

Ее плечо относительно » $N \cdots \dfrac{l-x}{2}$

Ее момент » » $N \cdots M = \dfrac{q}{2} \cdot (l-x)^2$ **206.**

Линия моментов здесь будет параболою CB_1, у которой вершина лежит в точке C.

При $x = l \cdots$ наименьший момент равен нулю.

При $x = 0 \cdots$ наибольший момент $\cdots M_0 = \dfrac{Q \cdot l}{2}$

Что же касается до хвостовой части балки BD, то там линия моментов по прежнему будет прямою линиею B_1D. Разница только в том, что здесь *величина расчетного момента равна произведению из нагрузки на половину длины вылета.*

На вылете BC величина силы сдвига увеличивается от нуля до Q, идя от точки C к B; а на хвосте BD она постоянна и равна P, т. е. она может быть и больше Q.

Пользуясь форм. *193*, найдем девиацию для этой балки:

$$\operatorname{tg} a_x = \frac{q}{2A} \cdot \sum (l^2 - 2lx + x^2) \cdot \Delta x =$$

$$= \frac{q}{2A} \cdot \left(l^2 \cdot x - l \cdot x^2 + \frac{x^3}{3}\right) \cdots\cdots \qquad \textbf{207.}$$

Девиацию на конце балки получим, сделавши:

$$x = l\,, \quad \operatorname{tg} a_1 = \frac{q \cdot l^3}{6A} = \frac{1}{6} \cdot \frac{Q \cdot l^2}{E \cdot J} \cdots\cdots \qquad \textbf{208.}$$

т. е. здесь девиация была бы в *три раза менее* чем в первом случае, если бы нагрузка по своей величине и здесь и там была одинакова.

Применяя форм. *194*, придем к уравнению упругой линии:

$$y = \frac{q}{2A} \cdot \sum \left(l^2 \cdot x - l \cdot x^2 + \frac{x^3}{3}\right) \cdot \Delta x =$$

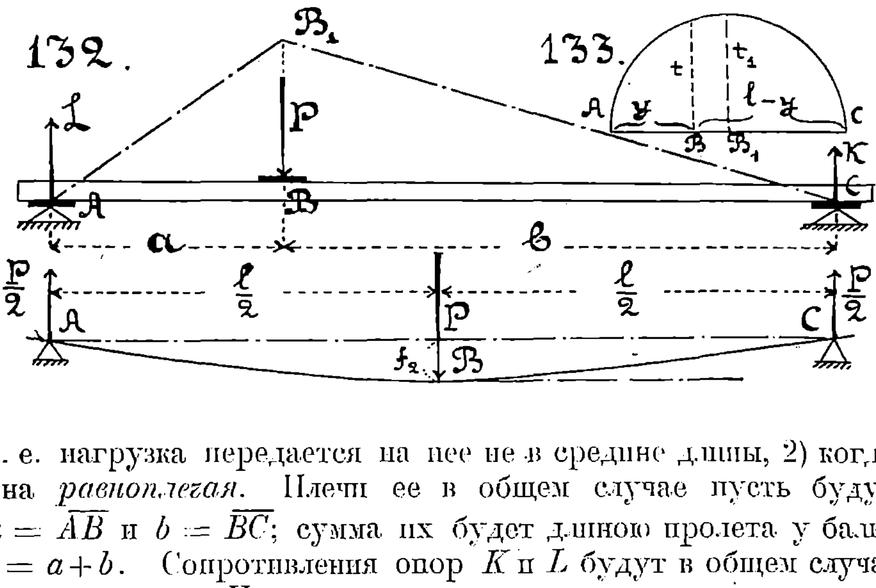
$$= \frac{q}{2A} \cdot \left(\frac{l^2 \cdot x^2}{2} - \frac{l \cdot x^3}{3} + \frac{x^4}{12}\right) \cdots\cdots \qquad \textbf{209.}$$

Это будет уже кривая четвертого порядка. Для получения стрелы прогиба f_1 надо сделать в этом равенстве

$$x = l, \quad f_1 = \frac{q \cdot l^4}{8A} = \frac{1}{8} \cdot \frac{Q \cdot l^3}{E \cdot J} \cdots\cdots \qquad \mathbf{210.}$$

т. е. от равномерной нагрузки при балках, имеющих свободный вылет, стрела прогиба получается меньше, чем от сосредоточенного груза, в отношении $3:8$, если величина передаваемой на балку нагрузки в обоих случаях одинакова.

76. Балка свободно положена своими концами на две опоры и нагружена одним сосредоточенным грузом (*фиг. 132*). Здесь различают два случая: 1) когда *балка неравноплечая*,



т. е. нагрузка передается на нее не в средине длины, 2) когда она *равноплечая*. Плечи ее в общем случае пусть будут $a = \overline{AB}$ и $b = \overline{BC}$; сумма их будет длиною пролета у балки $l = a + b$. Сопротивления опор K и L будут в общем случае не одинаковы. Их найдем по правилам статики:

$$K + L = P; \qquad K \cdot b = L \cdot a \cdots\cdots \qquad \mathbf{211.}$$

$$K = \frac{P \cdot a}{l}; \qquad L = \frac{P \cdot b}{l} \cdots\cdots \qquad \mathbf{212.}$$

Сравнивая фиг. 132 и 130 видим, что в обоих этих случаях происходит однообразная борьба трех параллельных сил. Следовательно, и здесь линии моментов будут иметь такой вид: между сечениями A и B это будет прямая AB_1, а между сечениями B и C — прямая B_1C, т. е. *опасным сечением балки, свободно лежащей на двух опорах и нагруженной сосредоточенным грузом, будет то из них, в котором передается нагрузка.*

Величина расчетного момента $\overline{BB_1}$ может быть получена двояко: 1) если взять сгибающий момент от всех сил, расположенных слева от сечения B, это будет $L \cdot a$; 2) если взять сгибающий момент от всех сил справа от сечения B, это будет $K \cdot b$; но по форм. *211* видно, что оба эти момента равны между собою. Следовательно, расчетный момент будет:

$$M_0 = L \cdot a = K \cdot b = \frac{P \cdot a \cdot b}{l} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad \mathbf{213.}$$

т. е. *для получения расчетного момента здесь надо взять произведение из нагрузки на оба плеча балки и разделить его на длину пролета балки.*

Нередко бывает и так, что нагрузка P меняет свое место на балке (катающиеся по балке блоки, полиспасты, тележки и проч.); в таком случае надо знать, какое положение нагрузки будет всего опаснее для крепости балки. Для этого надо найти наибольшее значение момента M_0.

Сделаем плечо a переменным, т. е. возьмем

$$a = y; \quad b = l - y; \quad M_0 = \frac{P}{l} \cdot y \cdot (l - y).$$

По чертежу (фиг. 133) видно, что произведение

$$y \cdot (l - y) = t^2.$$

Наибольшее значение этой величины будет тогда, когда t обратится в t_1, которое равно половине длины пролета:

$$y = l - y = \frac{l}{2} \cdot \cdot \cdot M_0 \max = \frac{P \cdot l}{4} \qquad \mathbf{214.}$$

т. е. *наиболее опасною является балка равноплечая; расчетный момент для нее равен одной четверти произведения из нагрузки на длину пролета.*

Для нее и стрела прогиба будет наибольшею из всех. Делать вывод выражения стрелы прогиба и девиации здесь нет более надобности, так как в случае равноплечей балки изгиб ее будет симметричным, т. е. в точке B касательная к кривой ABC (фиг. 132 внизу) будет горизонталью; а в таком случае кривая BC будет изгибаться так, как если бы, начиная с точки B влево, балка была заделана в стену накрепко. Другими словами, девиацию и стрелу мы напишем здесь сразу по формулам *201* и *203*, внося в них

$$\frac{P}{2} \text{ вместо } P \quad \text{и} \quad \frac{l}{2} \text{ вместо } l:$$

$$\operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{P \cdot l^2}{16 \cdot E \cdot J}; \qquad f_2 = \frac{1}{48} \cdot \frac{P \cdot l^3}{E \cdot J} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad \mathbf{215.}$$

И девиация и стрела прогиба удобно проверяются в этом случае с помощью опыта; в свое время такие проверочные опыты были проделаны. Если бы надо было проверить не только величину стрелы прогиба, но и величины отдельных ординат ее, тогда надо взять уравнение и вставить в него $0{,}5 \cdot P$ вместо P и $0{,}5 \cdot l$ вместо l. Такая проверка ординат упругой линии также была проделана.

Из форм. *125* находим:

$$f_2 = \frac{1}{3} \cdot l \cdot \operatorname{tg} \alpha_2 \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad \textbf{216.}$$

Если внести в эту формулу $0{,}5 \cdot l$ вместо l, тогда получим уравнение *Купфера* (см. форм. *204*), которое весьма удобно проверяется на этом способе нагружения.

Что же касается силы сдвига, то здесь наибольшая величина ее будет всегда на том плече балки, которое короче и к которому прилегает наибольшее из двух сопротивлений опор.

77. Балка свободно положена концами на опоры; нагрузка распределена по всей длине равномерно (*фиг. 134*). Если пролет балки $l = 2a$ и нагрузка на единицу длины будет q, а на всей длине

$$Q = q \cdot 2a = q \cdot l,$$

то сопротивления опор будут одинаковы и равны $q \cdot a$. Отсчитывая абсциссы сечений от средины длины балки, в произвольном сечении N сгибающий момент напишем так:

сопротивление опоры	$q \cdot a$
его плечо относительно сечения N . .	$a - x$
нагрузка на длине AN	$q \cdot (a - x)$
ее плечо относительно сечения N . .	$\frac{a - x}{2}$.

$$M = q \cdot a \cdot (a - x) - \frac{q \cdot (a - x)^2}{2} = \frac{q \cdot (a^2 - x^2)}{2} \qquad \textbf{217.}$$

Это есть уравнение параболы, имеющей вершину в точке B_1, т. е. на средине длины балки.

$$M \max = M_0 = \frac{q \cdot a^2}{2} = \frac{Q \cdot l}{8} \qquad \textbf{218.}$$

т. е. *в случае балки равномерно-нагруженной и свободно лежащей на опорах ее опасным сечением будет среднее, а величина расчетного момента для нее равна одной восьмой доле произведения из нагрузки на длину балки.*

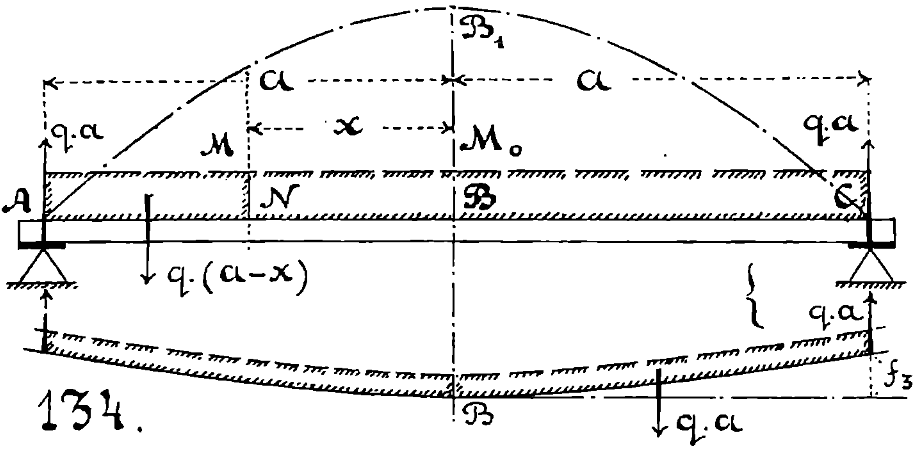
Определение стрелы прогиба f_3 мы сделаем здесь, пользуясь формулами *203* и *210* и выражая, что обе нагрузки (и сосредоточенная в точке C, и равномерная в точке D) по величине своей одинаковы и равны $q \cdot a$:

$$f_3 = f - f_1 = \frac{(q \cdot a)}{3} \cdot \frac{a^3}{A} - \frac{(q \cdot a)}{8} \cdot \frac{a^3}{A} = \frac{5}{384} \cdot \frac{Q \cdot l^3}{E \cdot J} \qquad \textbf{219.}$$

Если сравнить формулы *219* и *215* при условии

$$P = Q \cdots f_3 : f_2 \qquad \frac{5}{384} : \frac{1}{48} \qquad \frac{5}{8},$$

т. е. нагружая одну и ту же балку, свободно лежащую на опорах, сначала равномерно распределенной нагрузкой Q, а затем



134.

сосредоточенным грузом, равным ей по величине, мы должны получить разные стрелы; и отношение между ними должно быть равно 5 : 8. Такого рода сравнительные опыты делал в Англии *Тредгольд*, а во Франции — *Дюпен* и *Морэн*. Результаты, полученные ими, отвечали теоретическому соотношению, указанному выше.

Величина силы сдвига, которая разовьется в произвольном сечении N (фиг. 134), получится, как сумма всех сил, действующих левее данного сечения. Назовем силу сдвига через V. Она составится в данном случае из двух сил:

на опоре кверху действует сила . . . . . $q \cdot a$
между сечениями N и A — сила книзу $q \cdot (a - x)$

Разность их и будет силою сдвига:

$$V = q \cdot a - q \cdot (a - x) = q \cdot x \cdots\cdots \qquad \textbf{220.}$$

Это есть уравнение прямой линии, проходящей через точку B. Оно говорит нам, что:

1) *наибольшая величина силы сдвига* в такой балке проявится в поперечном сечении над опорою, и величина ее *равна сопротивлению опоры*;

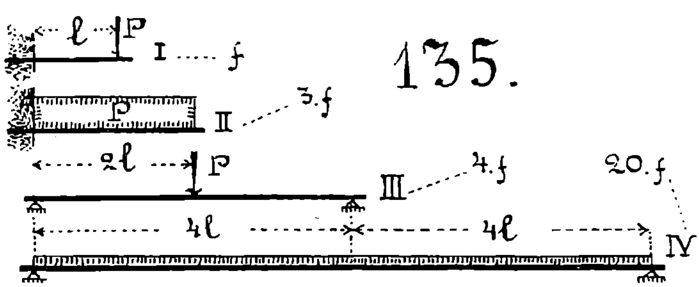
2) *в опасном сечении балки сила сдвига имеет наименьшую величину, равную нулю.*

Впоследствии увидим, что это второе положение имеет общее значение; оно повторяется и во всех других балках, где линия моментов имеет вид параболы второго порядка, или высшего порядка. Первым подметил и доказал это положение немецкий инженер *Шведлер*.

78. Сравнение между собою четырех основных способов нагружения балок, рассмотренных выше. Сделать такое сравнение необходимо, так как эти четыре вида нагружения балок встречаются в практических применениях чуть не на каждом шагу, а между тем сущность дела при использовании этих балок не для всех ясна, и суждения о них бывают часто односторонни, а потому и неверны.

На *фиг. 135* графически представлено сравнительное использование всех четырех рассмотренных нами видов балок

135.



при условии, что у всех балок будут одни и те же размеры поперечного сечения, и все они будут нагружены одною и тою же нагрузкою R. Тогда, работая с одною и тою же податливостью, с одним и тем же напряжением материала, эти четыре вида балок как будто могли бы иметь различные длины, а именно:

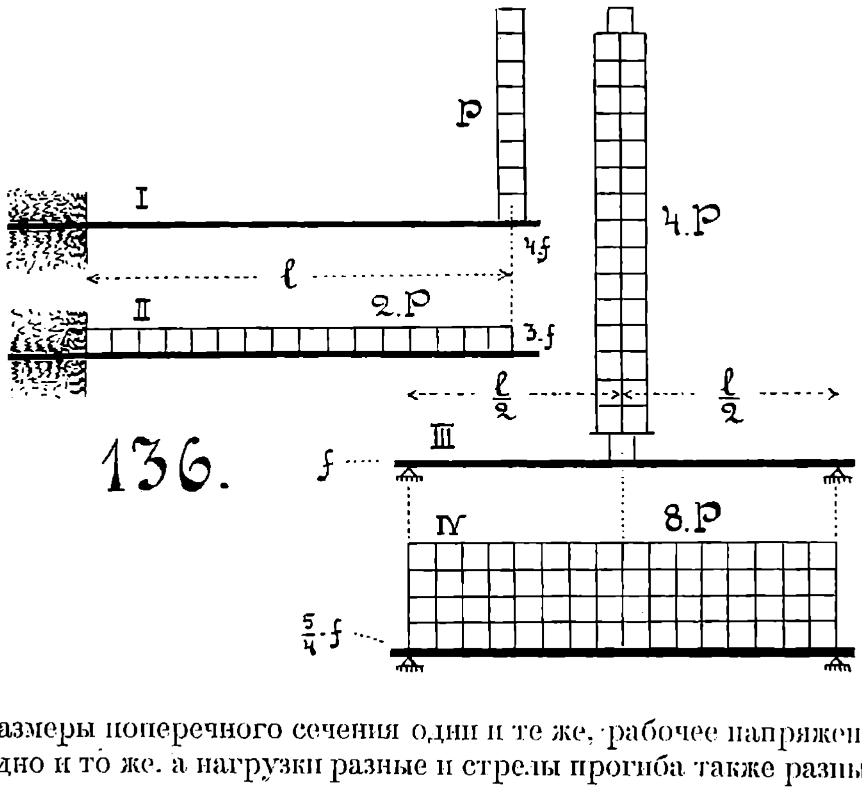
для балки	I · · ·	длина	l	для балки	III · · ·	длина	$4l$
»	II · · ·	»	$2l$	»	IV · · ·	»	$8l$

Во многих справочных книжках так это и указывается. Но к этим указаниям, как увидим сейчас, надо отнестись с большой осторожностью, имея в виду общий тип форм. *162*, определяющей стрелку; в эту формулу входит *куб длины балки*. Поэтому, подсчитывая относительные величины стрелок, получим следующее:

для балки I ··· стрела f	для балки III ··· стрела $4 \cdot f$
» » II ··· » $3 \cdot f$	» » IV ··· » $20 \cdot f$

Эти данныя указывают, что, рассчитывая балку, надо обращать внимание не только на ее крепость (т. е. на величину рабочего напряжения у нее), но и на величину получаемой ею стрелы прогиба. Другими словами, в балках с большою длиною надо учитывать также и провес их $p = f : l$.

На *фиг. 136* иллюстрирован другой способ использования тех же четырех видов балок: у них длина l одна и та же,



136.

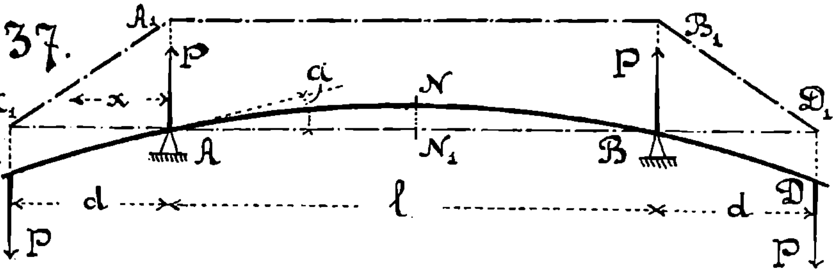
размеры поперечного сечения одни и те же, рабочее напряжение одно и то же, а нагрузки разные и стрелы прогиба также разные:

для балки I (фиг. 136) ···	нагрузка P ···	стрела $4 \cdot f$
» » II (» 136) ···	» $2P$ ···	» $3 \cdot f$
» » III (» 136) ···	» $4P$ ···	» f
» » IV (» 136) ···	» $8P$ ···	» $\frac{5}{4} \cdot f$.

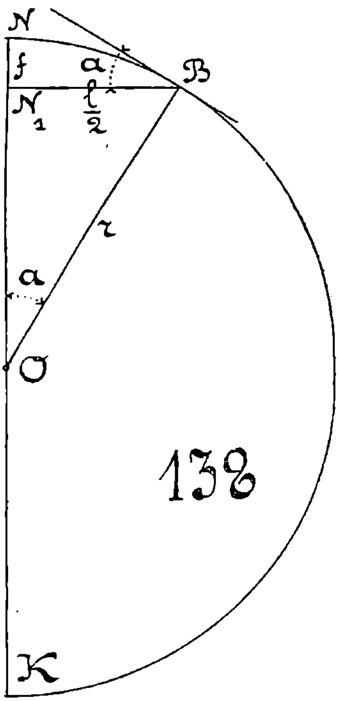
Во всех тех случаях практики, когда с провесами балок приходится считаться, надо иметь в виду данныя этого параграфа.

79. Балка свободно положена на две опоры; на свешивающихся концах ее одинаковой длины передаются на нее одинаковые нагрузки (*фиг. 137*). Пролет балки $l = \overline{AB}$, длина свешивающихся концов — d. На опорах возникнут равные

137.



между собою сопротивления P. На левое плечо балки будет действовать одна пара сил PP, а на правое — другая пара сил PP. Моменты их равны между собою и равны $P \cdot d = M_0$. Следовательно, между опорами A и B, сгибающий момент будет постоянен. По форм. *192* заключаем, что балка, между опорами будет выгнута по дуге окружности ANB. Линия моментов представится ломаною линиею $C_1A_1B_1D_1$. Опасных сечений здесь будет не одно, а все те, которые расположены между опорами. Расчетный момент равен $P \cdot d$; в первый раз мы встречаем такой пример, когда величина расчетного момента не зависит от пролета балки l; но от него будет зависеть стрелка прогиба, и в средине длины балки и на концах ее. Следует здесь ее основательно учесть. Особенность этого способа нагружения заключается еще в том, что во все сечения между опорами не передается никакой силы сдвига: а на свешивающихся концах она всюду равна P.



Пользуясь тем, что ANB будет дугою окружности, стрелку $f = \overline{NN_1}$ найдем следующим геометрическим приемом (*фиг. 138*):

$$\overline{BN}_1^2 = \overline{NN}_1 \cdot \overline{KN}_1\,, \quad \text{или}$$

$$\frac{l^2}{4} = f \cdot (2r - f) = f \cdot 2r \left(1 - \frac{f}{2r}\right) \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad \textbf{221.}$$

Чертеж на фиг. 138 составлен *не в масштабе*, потому что на самом деле радиус окружности, по которой выгибается упругая линия ANB, во много десятков тысяч раз превосходит длину стрелки прогиба у балки; поэтому точность форм. *221* пострадает немного, если выражение, заключенное в третьей части равенства в скобки, мы примем за единицу; а тогда

$$\frac{l^2}{4} = f\cdot 2r\,, \quad \text{или} \quad f = \frac{l^2}{8\cdot r}\ \cdots\cdots \qquad \textbf{222.}$$

На основании форм. *192* определяем величину r и вносим ее в форм. *222*:

$$f = \frac{M_0\cdot l^2}{8\cdot A} = \frac{P\cdot d\cdot l^2}{8\cdot E\cdot j}\ \cdots\cdots \qquad \textbf{223.}$$

По чертежу (фиг. 138) имеем:

$$\overline{N_1B} = \overline{N_1O}\cdot \operatorname{tg} a\,; \quad \text{или} \quad \frac{l}{2} = (r-f)\cdot \operatorname{tg} a = r\cdot\left(1-\frac{f}{r}\right)\cdot \operatorname{tg} a.$$

С тою же весьма ничтожною погрешностью мы можем написать и здесь, что

$$\operatorname{tg} a = \frac{l}{2r} = \frac{l}{2}\cdot\frac{M_0}{A} = \frac{P\cdot d\cdot l}{2\cdot E\cdot j}\ \cdots\cdots \qquad \textbf{224.}$$

После этого можно будет уже перейти к исследованию кривой AC, которая не будет окружностью. Особенность ее в том еще, что она в точке A не касательна к горизонтали, но делает с нею угол a. Поэтому форм. *193* в применении к этому случаю перепишется так:

$$\operatorname{tg} a_x = \operatorname{tg} a + \sum\frac{M\cdot\Delta x}{A} = \frac{M_0\cdot l}{2A} + \sum\frac{P\cdot(d-x)\cdot\Delta x}{A} =$$

$$= \frac{P\cdot d\cdot l}{2A} + \frac{P}{A}\cdot\left(d\cdot x - \frac{x^2}{2}\right) = \frac{P}{A}\cdot\left(d\cdot x - \frac{x^2}{2} + \frac{d\cdot l}{2}\right)\cdots \qquad \textbf{225.}$$

Вносим это выражение в форм. *194* и производим суммирование:

$$y = \frac{P}{A}\cdot\sum\left(d\cdot x - \frac{x^2}{2} + \frac{d\cdot l}{2}\right)\cdot\Delta x =$$

$$= \frac{P}{A}\cdot\left(\frac{d\cdot x^2}{2} - \frac{x^3}{6} + \frac{d\cdot l\cdot x}{2}\right)\cdots\cdots \qquad \textbf{226.}$$

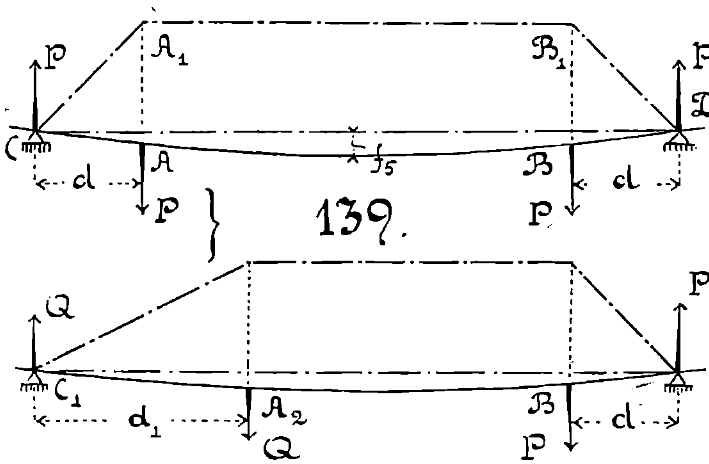
Видно по этому уравнению, что кривая AC будет третьего порядка. Наибольшую ординату, или стрелку f_1 на свешивающемся конце, она даст в точке C:

$$f_1 = \overline{CC_1} = \frac{P\cdot d^2}{6}\cdot\frac{3l+2d}{E\cdot j} \qquad \textbf{227.}$$

Разность уровней между самой верхней точкой упругой линии и самой нижней здесь будет:

$$f_1 = f + f_1 = \frac{P\cdot d}{A}\cdot\left(\frac{l\cdot d}{2}+\frac{d^2}{3}+\frac{l^2}{8}\right)\ldots\ldots \qquad \textbf{228.}$$

80. Балка свободно положена на опоры; нагрузка на нее сделана двумя одинаковыми сосредоточенными грузами в равных расстояниях от опор (*фиг. 139*). Пролет балки $l = \overline{CD}$, плечи нагрузок относительно опор — d. Очевидно, что это будет та же самая балка что и в предыдущем случае, и в смысле крепости, и в смысле изгиба ее оси. Сопротивления опор здесь будут равны P. На балку



139.

снова будут действовать две пары сил PP, изгиб оси будет симметричен. Линия моментов будет здесь CA_1B_1D, т. е. все поперечные сечения балки между A и B будут работать с одною и тою же величиною сгибающего момента, а стало быть и с одинаковым напряжением материала. Сил сдвига в поперечных сечениях между A и B не будет, а на обоих плечах балки величина силы сдвига одинакова и равна P.

Формулы для определения стрелы прогиба f_5 можно будет не выводить, а использовать для этого форм. *228*: в новых условиях нагружения (фиг. *139*) в этой формуле надо сделать только замену l; прежде это было расстояние между точками A и B, а теперь это вся длина пролета CD; поэтому для получения f_5 из f_1 надо внести в форм. *228* $l - 2d$ вместо l; тогда

$$f_5 = \frac{P\cdot d}{24}\cdot\frac{3l^2 - 4d^2}{E\cdot J}\ldots\ldots \qquad \textbf{229.}$$

Поверим эту формулу. Для этого достаточно будет сделать

$$d = \frac{l}{2} \cdot \quad f_5 = \frac{P}{24 \cdot A} \cdot \frac{l}{2} \cdot \left(3l^2 - 4 \cdot \frac{l^2}{4}\right) = \frac{(2P) \cdot l^3}{48 \cdot E \cdot J} \cdot$$

Эта формула обратилась в *215*, что и надо было ожидать, так как обе нагрузки мы сблизили между собою, привесив в средине длины балки один сосредоточенный груз $2P$.

На фиг. 139 внизу показан другой способ нагружения подобной же балки двумя парами сил; от прежней балки оставлена та же длина пролета l и то же размещение грузов P на правом плече балки; длина же левого плеча d_1 здесь показана больше d, а потому и нагрузки Q, входящие в состав новой пары сил QQ, здесь меньшие. Равенство моментов сохраняется:

$$Q \cdot d_1 = P \cdot d, \quad \text{откуда} \quad Q = P \cdot \frac{d}{d_1}, \text{ т. е. меньше } P.$$

Все сечения между A_2 и B равноопасны и работают с тем же напряжением, как и в предыдущей равноплечей балке. Силы сдвига на правом плече BD сохраняют свою величину P, а на левом плече величина их стала равной Q. Часть BA_2 упругой линии гнется по дуге окружности того же радиуса как и прежде (на фиг. 139 вверху), но вся упругая линия C_1A_2BD не имеет более оси симметрии, и прогиб у балки с неравными плечами (фиг. 139 внизу) будет меньше, чем у балки с равными плечами (фиг. 139 вверху).

81. Балка свободно лежит на двух опорах: равномерная нагрузка занимает часть длины между опорами (*фиг. 140*). Пролет балки $l = \overline{BC}$. Нагрузка Q распределена равномерно на длине $c = \overline{DE}$. Свободные от нагрузки плечи ее — $b = \overline{BD}$ и $a = \overline{CE}$. Расстояние центра тяжести нагрузки от правой опоры — $d = CO$. На единицу длины приходится нагрузка q. На плечах балки, свободных от нагрузки, линии моментов будут прямыми линиями BD_1 и CE_1, а на длине DE линия моментов будет параболою, как и всегда это бывает при равномерной нагрузке. Найдем уравнение этой параболы моментов и положение вершины у этой кривой.

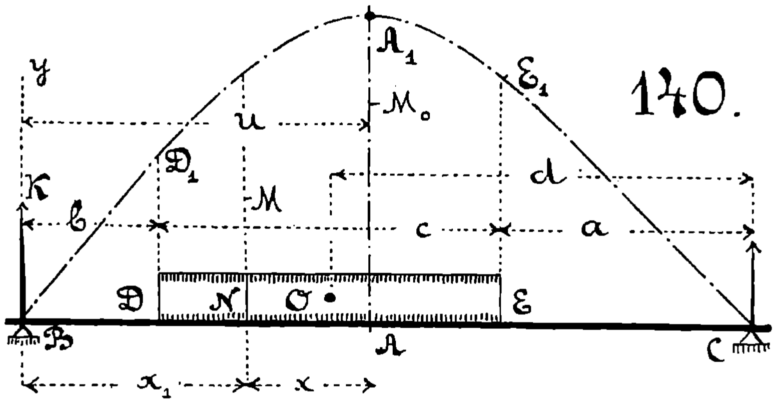
Берем произвольное сечение N на расстоянии x_1 от опоры B. Сгибающий момент в этом сечении будет писаться от двух сил, — от сопротивления опоры K и от той равномерной нагрузки, которая распределена по длине $\overline{DN} = x_1 - b$:

величина этой последней нагрузки будет . . . . . $q \cdot (x_1 - b)$
ее плечо относительно сечения N « $0{,}5 \cdot (x_1 - b)$.

Следовательно,

$$M = K \cdot x_1 - q \cdot \frac{(x_1 - b)^2}{2} \qquad \textbf{230.}$$

Это есть уравнение параболы, отнесенной к осям BC и By. Пусть вершина параболы $D_1A_1E_1$ находится в точке A_1.



140.

Перенесем ось y параллельно самой себе в положение линии AA_1. Относительно нового начала координат A прежнее сечение N будет находиться на расстоянии

$$NA = x\,, \quad \text{поэтому} \quad x_1 = u - x\,,$$

если $u = \overline{AB}$ будет расстояние от левой опоры того сечения балки, над которым расположится вершина A_1 параболы. Заменим в форм. *230* x_1 через x:

$$M = K \cdot (u - x) - \frac{q}{2} \cdot (u - b - x)^2$$

$$= K \cdot (u - x) - \frac{q}{2} \cdot [(u - b)^2 - 2(u - b) \cdot x + x^2]$$

$$= K \cdot u - \frac{q}{2} \cdot (u - b)^2 - x \cdot [K - (u - b) \cdot q] - \frac{q \cdot x^2}{2} \qquad \textbf{231.}$$

Так как ось AA_1 является для параболы осью симметрии, поэтому уравнение *231* не может содержать в себе членов с первой степенью x, т. е. надо иметь:

$$K = (u - b) \cdot q \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad \textbf{232.}$$

Или $$u = b + \frac{K}{q}\,, \quad \text{после чего}$$

$$M = K \cdot b + \frac{K^2}{2q} - \frac{q \cdot x^2}{2} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad \textbf{233.}$$

Эта формула говорит нам, что с уменьшением x величина M будет увеличиваться, и наибольшее значение момента M_0 получится

$$\text{при } x = 0, \quad M_0 = K \cdot b + \frac{K^2}{2q} \qquad \mathbf{234.}$$

Стало быть, расстояние u будет определять собою положение опасного сечения A у балки; а форм. 232 будет подтверждать нам теорему *Шведлера*, о которой говорилось выше, потому что для сечения A будут:

сила K . . . . сила сдвига, направленная снизу вверх.
» $(u - b) \cdot q$. » » » сверху вниз.

В опасном сечении балки разность их равна нулю. Надо заметить, что в общем случае сечения A и O не совпадают между собою.

Предположим теперь, что, не меняя своей длины c, нагрузка Q перемещается по балке, т. е. плечо d у нее делается *переменным*. Тогда и плечо b не будет постоянным, и величина расчетного момента M_0 сделается тоже переменною. Найдем наибольшую величину этого момента.

Уравнение статики дает нам следующее:

$$K \cdot l = Q \cdot d, \quad \text{откуда} \quad K = Q \cdot \frac{d}{l} \qquad \mathbf{235.}$$

По чертежу (фиг. 140) имеем:

$$b = l - \frac{c}{2} - d, \quad \text{поэтому}$$

$$M_0 = K \cdot \left(b + \frac{K}{2q}\right) = K \cdot \left(b + \frac{Q}{q} \cdot \frac{d}{2l}\right) = \frac{K}{l} \cdot \left(l \cdot b + \frac{c \cdot d}{2}\right).$$

$$M_0 = \frac{K}{l} \cdot \left[l \cdot \left(l - \frac{c}{2} - d\right) + \frac{c \cdot d}{2}\right] = \frac{Q}{l^2} \cdot \left(l - \frac{c}{2}\right) \cdot d \cdot (l - d) \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad \mathbf{236.}$$

Переменною величиною в этом выражении будет только произведение $d \cdot (l - d)$. Наибольшая величина его (см. фиг. 133) будет тогда, когда

$$d = l - d, \quad \text{или} \quad d = \frac{l}{2} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad \mathbf{237.}$$

т. е. *наиболее опасным расположением равномерной нагрузки на балке будет такое, когда она станет на средине длины балки симметрично*, имея свободные от нагрузки плечи одинаковыми.

$$M_0 \max = \frac{Q}{4} \cdot \left(l - \frac{c}{2}\right) \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad \mathbf{238.}$$

Если сделаем $\frac{c}{2} = l$, т. е. распространим нагрузку по всей длине балки, тогда форм. *238* обращается в *218*.

Делая $c = 0$, т. е. сосредоточивши всю нагрузку в одной точке O, мы должны получить тождество форм. *238* с *214*, что и оказывается на самом деле.

При $\frac{c}{l} = 0{,}1 \cdots \frac{M_0}{Q \cdot l} = 0{,}238$	При $\frac{c}{l} = 0{,}3 \cdots \frac{M_0}{Q \cdot l} = 0{,}212$
» $\frac{c}{l} = 0{,}2 \cdots \frac{M_0}{Q \cdot l} = 0{,}225$	» $\frac{c}{l} = 0{,}4 \cdots \frac{M_0}{Q \cdot l} = 0{,}200$
» $\frac{c}{l} = 0{,}25 \cdots \frac{M_0}{Q \cdot l} = 0{,}219$	» $\frac{c}{l} = 0{,}5 \cdots \frac{M_0}{Q \cdot l} = 0{,}188$.

82. Правый конец балки накрепко заделан в стену, левый конец лежит свободно на опоре; нагрузка распределена по всей длине равномерно (*фиг. 141*). Вот первый случай, где нельзя будет определить сопротивлений опор K и L с помощью уравнений статики. Это происходит потому, что здесь приходится определять не две неизвестных величины, а три. Третьею будет величина того неизвестного момента M_c, который удерживает правый конец балки от вывертывания. Для определения же этих трех неизвестных величин статика дает нам здесь вместо трех уравнений только два, а именно: равенство моментов и затем уравнение проекций всех сил на вертикаль; что же касается до уравнения проекций всех сил на горизонталь, то это уравнение здесь ничего не дает, так как все силы, действующие на балку, перпендикулярны к оси проекций, т. е. к горизонтали. Чтобы устранить неопределенность решения, придется войти в рассмотрение вопроса о том, на какой высоте поставлена опора B относительно C.

Можно понизить опору B настолько, что балка, прогибаясь под действием нагрузки Q, даже и не коснется опоры B. Стрела f_1 у балки, заделанной одним концом в стену, вычислялась по форм. *210* так:

$$f_1 = \frac{1}{8} \cdot \frac{Q \cdot l^3}{A}.$$

Следовательно, если опора B будет спущена относительно опоры C на высоту более f_1, то левый конец балки не коснется опоры B и не передаст на нее никакого давления. Поднимая опору B, мы можем довести ее до соприкосновения с балкою, тогда разность уровней между опорами C и B будет равна f_1, и давление на опору B всё еще передаваться не будет. Поднимая опору B далее, мы начнем воспринимать на нее уже и давление; и величина его будет тем больше, чем выше будет поставлена опора B.

Сопротивление этой опоры K является силою, стремящеюся дать балке изгиб в другую сторону, чем загибает ее равномерная нагрузка. Если бы на балку действовала одна только сила K, она приподняла бы левый конец балки над горизонталью, проведенной через точку C, на высоту f, которую надо было бы вычислить по форм. *203*, а именно:

$$f = \frac{1}{3} \cdot \frac{K \cdot l^3}{A}$$

Удерживать конец B у балки на одной высоте с C может, очевидно, только такая сила K, которая дает стрелу f, равную с f_1; а это условие приводит нас к равенству

$$K = \frac{3}{8} \cdot Q = \frac{3}{8} \cdot q \cdot l \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad \mathbf{239.}$$

Но так как

$$K + L = Q, \quad \text{то} \quad L = \frac{5}{8} \cdot Q,$$

т. е. у балки, заделанной в стену одним концом, а другим свободно положенной на опору, давления на опору раздаются *не поровну: свободная опора берет на себя три восьмых доли от всей нагрузки, а стена — пять восьмых.*

Сгибающий момент в сечении C будет писаться так:

$$M_c = Q \cdot \frac{l}{2} - K \cdot l = \frac{Q \cdot l}{8} = \frac{q \cdot l^2}{8} = 0{,}125 \cdot q \cdot l^2 \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad \mathbf{240.}$$

Посмотрим, не будет ли между сечениями B и C более опасного, чем C. Для произвольного сечения X сгибающий момент напишется так:

$$M = K \cdot x - \frac{q \cdot x^2}{2} \quad \mathbf{241.}$$

Это — уравнение параболы моментов, с которой неизбежно приходится иметь дело каждый раз, когда на балку действует равномерно-распределенная нагрузка. Оно будет тождественно с уравнением *230*, если сделать в последнем $b = 0$; следовательно, и координату u вершины параболы можно будет вычислять по форм. *232*, если сделать в ней $b = 0$, т. е.

$$u_1 = \frac{K}{q} = \frac{3}{8} \cdot l \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad \mathbf{242.}$$

Точно также по форм. *234*, сделавши в ней $b = 0$, получим:

$$M_0 = \frac{K^2}{2q} = \frac{9}{16} \cdot \frac{Q \cdot l}{8} = \frac{9}{16} \cdot M_c \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad \textbf{243.}$$

Следовательно, расчетным сечением этой балки будет сечение C, а не A; и *величина расчетного момента будет равна одной восьмой доле произведения из нагрузки на длину пролета.*

Форм. *240* совершенно тождественна с *218*, которую имели для балки со свободными концами, т. е. заделка у балки одного из ее концов в стену не повышает ее крепости, так как величина расчетного момента остается в обоих случаях одна и та же. Благодаря этой заделке, происходит только перераспределение давлений на опоры, да изменяется величина стрелки прогиба. Можно было бы доказать, что стрела прогиба здесь будет составлять только 42% от той стрелы f_3, которую имела балка с обоими свободными концами.

Сила сдвига имеет здесь переменную величину во всех сечениях: в сечении B она равна K, потом она уменьшается до нуля в сечении A; а затем она опять будет возрастать и дойдет до величины L в сечении C; это будет наибольшая из всех величин.

Линия моментов BA_1SC_1 пересекает горизонталь BC два раза, — в точке B и в точке S. Отсюда следует, что, с геометрической точки зрения, часть ординат параболы надо считать *положительными* (кривая BA_1S), а другую часть *отрицательными* (кривая ST_1C_1).

Спрашивается, надо ли обращать внимание на это, и какое это может иметь практическое значение?

Обращать внимание на это надо: это дает нам в руки лишнее средство контроля наших вычислений, позволяет видеть — не расходятся ли полученные нами результаты с чертежом. А значение имеет это указание на положительные и отрицательные ординаты кривой моментов вот какое: в том сечении, где кривая моментов пересекает горизонталь второй раз, на упругой линии радиус кривизны будет равен бесконечно большой величине (см. форм. 192), т. е. в этом сечении S будет находиться на упругой линии *точка перегиба* S_1; правее этой точки выпуклые (растянутые) волокна балки будут находиться вверху, а левее сечения S_1 — внизу. Другими словами, в точке S_1 на балке образуется как бы естественный *шарнир*, на который давления передаются так же, как и на все соседние с ним сечения, но сгибающий момент здесь равен нулю так же, как и на левой опоре балки. Точки перегиба на упругой линии могут быть только у таких балок, у которых есть заделанный в стену конец, а связь с опорою на другом конце осуществляется или свободная, или же в виде второй заделки.

Теперь мы подошли к вопросу, какой из сгибающих моментов считать *положительным* и какой *отрицательным*. В теоретической механике делаются указания, что положительным моментом надо считать такой, который стремится вращать систему по направлению движения часовой стрелки. Это теоретическое определение предполагает, что зритель не меняет своего места относительно системы, и что все зрители смотрят на нее по одному направлению. Но в жизни эти теоретические условия часто отсутствуют. Приходится смотреть на балку со всех сторон. Один зритель смотрит на нее, так сказать, «спереди», а другой — «сзади»; и они бесполезно спорили бы между собою, какой момент считать положительным и какой отрицательным, потому что для них вращения *по часовой стрелке* были бы как раз обратны одно другому.

Не возбуждающим спора определением положительности или отрицательности момента может быть только такое, при котором можно не считаться с положением зрителя относительно балки.

Положительным моментом считают тот из них, который в данном сечении стремится загибать балку, а не разгибать ее. «Загибать» балку значит увеличивать в данном сечении рабочее напряжение материала и уменьшать радиус кривизны упругой линии балки. Всё это признаки бесспорные, не меняющие своего смысла откуда бы мы не смотрели на балку.

Обращаясь к нашему случаю (фиг. 141), мы можем сказать, что при написании сгибающего момента в сечении N надо считать момент от силы K положительным, а момент от силы $q \cdot x$ отрицательным. Наоборот, в сечении N_1, взятом правее точки перегиба S_1, момент $K \cdot x_1$ надо считать отрицательным, а момент от силы $q \cdot x_1$ — положительным.

Когда мы будем говорить об определении прочных размеров балки, знак у момента не будет иметь никакого значения; для нас важна будет только абсолютная величина момента.

Она определяет собою величину рабочего напряжения, а знак у сгибающего момента указывает лишь на определенное направление следования радиуса кривизны упругой линии и позволяет распознавать, где у балки находятся ее выпуклые (растянутые) волокна и где — вогнутые (сжатые).

Пример 62. У балки, изображенной на фиг. 141 вверху, надо найти положение такого поперечного сечения, в котором отрицательная величина сгибающего момента по своей абсолютной величине была бы равна наибольшему моменту, развивающемуся в положительной части параболы.

Пусть на правой ветви параболы A_1SC_1 искомая точка будет T_1, для которой

$$\overline{AT} = \overline{AA_1} = M_0 ; \qquad \overline{TT_1} = u .$$

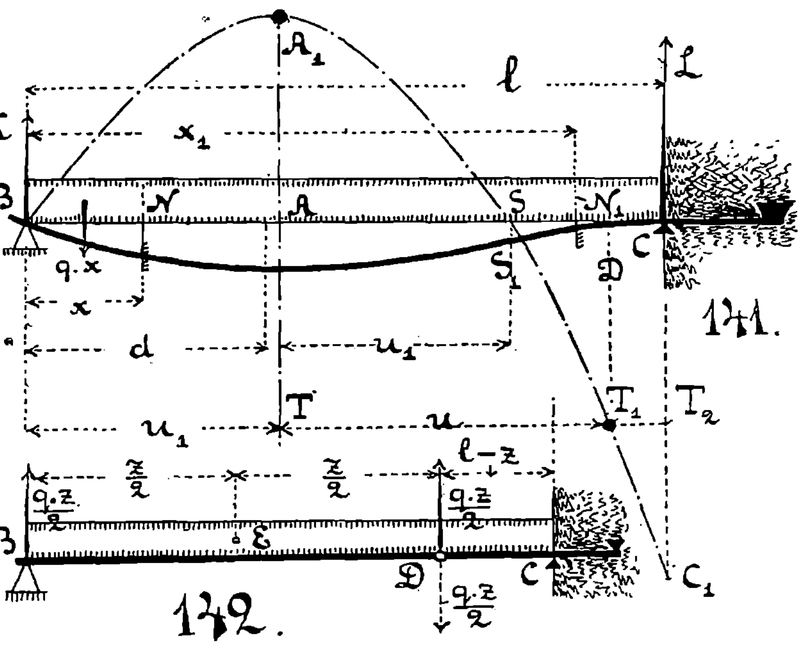
Уравнение параболы даст нам следующее соотношение:

$$\overline{A_1T} : \overline{A_1A} = 2 = (u : u_1)^2 , \quad \text{откуда} \quad u = u_1 \cdot \sqrt{2}$$

$$u + u_1 = u_1 \cdot (1 + \sqrt{2}) = \frac{3l}{8} \cdot 2{,}41 = 0{,}904 \cdot l ; \quad T_1T_2 = 0{,}096 \cdot l .$$

Эти данныя найдут себе применение впоследствии, в примере 75.

Пример 63. У балки, изображенной на фиг. 141 было обнаружено существование естественного шарнира S_1. Им



141.

142.

разбивается балка на две части, — на левую с опасным сечением в A и на правую с опасным сечением в C. Более опасным из них оказалось последнее, его и приходится считать расчетным. Надо решить теперь такой вопрос: нельзя ли у той же балки ввести *искусственный шарнир* и найти для него на балке такое место, чтобы обе части новой балки имели одинаковый расчетный момент, т. е. момент на левой части балки придется тогда повысить, а на правой уменьшить. что и желательно.

Оказывается, на этот вопрос можно иметь утвердительный ответ. Схему этой новой балки дает нам *фиг. 142*, на которой искусственный шарнир отмечен буквою D.

Неизвестную длину балки BD назовем через z. Тогда в этой комбинации на опорные узлы B и D будет отдано давление $\frac{q \cdot z}{2}$ Опасным сечением балки CD будет сечение C; сгибающий момент в нем напишется от двух нагрузок сгибающих балку в одном направлении:

в узле D — нагрузка $\frac{q \cdot z}{2}$, ее плечо $l - z$

на длине CD » $q \cdot (l - z)$, ее плечо. . $\frac{l - z}{2}$.

Суммарный момент от этих нагрузок

$$M_c = \frac{q \cdot z}{2} \cdot (l - z) + \frac{q \cdot (l - z)^2}{2} = q \cdot l \cdot \frac{l - z}{2} \quad \ldots\ldots \mathbf{244.}$$

А для сечения E момент будет взят по типу форм. *218*. Равенство моментов для сечений C и E, даст нам уравнение:

$$\frac{q \cdot z^2}{8} = q \cdot l \cdot \frac{l - z}{2} \quad \text{или} \quad z^2 + 4l \cdot z - 4l^2 = 0$$

$$\text{откуда } z = 2l \cdot (\sqrt{2} - 1) = 0{,}8184 \cdot l \ldots\ldots \quad \mathbf{245a.}$$

$$l - z = l \cdot (3 - 2 \cdot \sqrt{2}) = 0{,}1716 \cdot l \ldots\ldots \quad \mathbf{245b.}$$

$$M_c = q \cdot l \cdot \frac{l - z}{2} = 0{,}0858 \cdot q \cdot l^2 \ldots\ldots \quad \mathbf{246.}$$

Сравнивая эту формулу с *240*, найдем

$$0{,}0858 : 0{,}125 = \mathit{0{,}686}\ ,$$

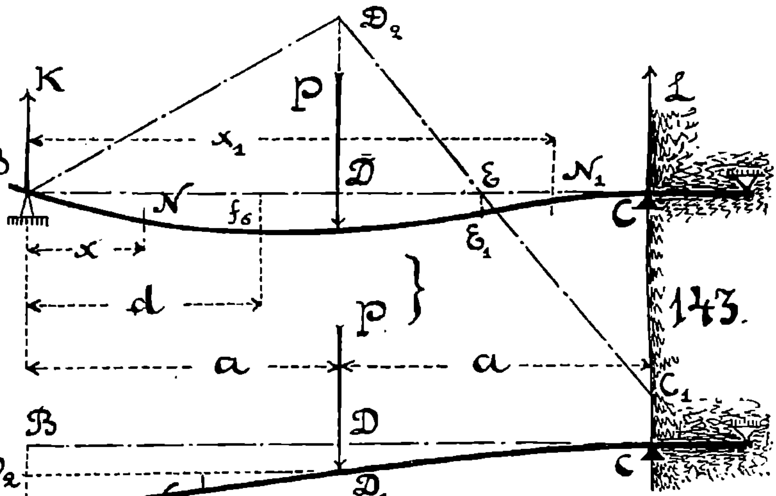
т. е. вводя шарнир, мы уменьшаем величину расчетного момента почти на 32%; в такой же мере легче будет осуществить и заделку правого конца балки. На свободную опору будет здесь передано давление $0{,}409 \cdot Q$, а на стену $- 0{,}581 \cdot Q$ вместо прежнего $0{,}625 \cdot Q$.

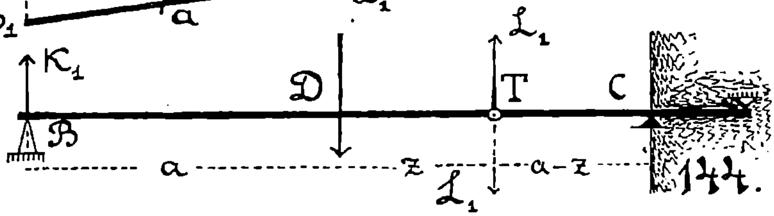
83. Правый конец балки заделан накрепко в стену, левый конец свободно лежит на опоре; нагрузка — в виде сосредоточенного груза в средние длины пролета (*фиг. 143*). Определение сопротивлений опоры и здесь делается совершенно таким же образом, как и в предыдущем случае, т. е. учитывается положение свободной опоры B в пространстве. Предположим, что обе опоры балки должны лежать на одной горизонтали BC. Удалим сначала опору B из под балки и посмотрим, что сделает с балкою нагрузка P. Часть CD_1 балки прогнется, имея стрелу прогиба DD_1, а левая часть балки B_1D_1 останется не согнутою и пойдет из точки D_1 по касательной к кривой CD_1.

Подсчитаем величину перемещения BB_1 на левом конце балки, пользуясь формулами *203* и *201*:

$$\overline{BB_1} = \overline{DD_1} + \overline{B_1B_2} = \frac{P \cdot a^3}{3 \cdot A} + a \cdot \frac{P \cdot a^2}{2 \cdot A} = \frac{5 \cdot P \cdot l^3}{48 \cdot A}.$$

Чтобы вернуть точку B_1 на горизонталь BC, надо приложить на левом конце балки такую силу K, которая, работая одна, без силы P, могла бы приподнять левый конец балки выше горизонтали BC на высоту, как раз именно равную $\overline{BB_1}$;





тогда, совмещая действие сил K и P, мы в состоянии будем удержать точку B на горизонтали BC. Стрела прогиба от одной силы K напишется по форм. *203*:

$$\overline{BB_1} = \frac{K \cdot l^3}{3 \cdot A} = \frac{5 \cdot P \cdot l^3}{48 \cdot A} \quad \text{откуда} \quad K = \frac{5}{16} P \cdots\cdots \quad \mathbf{247.}$$

Другим, более сложным приемом, это соотношение было выведено в первый раз французским ученым *Навье* в первой четверти прошлого столетия.

Итак, следовательно, раздача нагрузки между опорами происходит здесь таким образом, что *на свободную опору отдается пять долей всей нагрузки P, а на стену одиннадцать долей.*

Сгибающий момент в сечении N на расстоянии x от левой опоры будет $M = P \cdot x$. Это есть уравнение линии моментов BD_2. Наибольшая величина момента на левом плече балки будет в точке приложения силы P и будет равна

$$M_D = \frac{5}{16} \cdot P \cdot a = \frac{5}{32} \cdot P \cdot l \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad \textbf{248.}$$

В сечении N_1 на расстоянии x_1 от левой опоры момент будет писаться так:

$$M_1 = \frac{5}{16} \cdot P \cdot x_1 - P \cdot (x_1 - a) \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad \textbf{249.}$$

Это есть уравнение линии моментов D_2C_1, которая пересекает несогнутую ось бруса в точке E. Положение ее определится, обращая в нуль уравнение:

$$\overline{BE} = \frac{16}{11} \cdot a\,; \quad \overline{DE} = \frac{5}{11} \cdot a\,; \quad \overline{CE} = \frac{6}{11} \cdot a$$

$$\overline{CC_1} : \overline{DD_2} = \frac{6}{5}\,; \qquad M_c = \frac{3}{16} \cdot P \cdot l \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad \textbf{250.}$$

Наиболее опасным сечением балки оказывается здесь корневое сечение C, которым она заделана в стену.

Расчетный момент для равноплечей балки, заделанной одним концом в стену, а другим свободно лежащей на опоре, равен трем шестнадцатым долям произведения из сосредоточенной нагрузки на длину пролета балки.

Сила сдвига на левом плече балки равна K, а на правом — L; следовательно, более опасным относительно сдвига является правое плечо балки, прилегающее к стене, в которой балка заделана.

Наибольший прогиб балки получается на левом плече ее, которое прилегает к свободной опоре, на расстоянии d от нее:

$$d = \frac{l}{\sqrt{5}}\,; \quad \text{по форм. } 203 \cdot \cdot \cdot f_0 = \frac{1}{3} \cdot \frac{5 \cdot P}{16 \cdot A} \cdot \left(\frac{l}{\sqrt{5}}\right)^3$$

$$= \frac{P \cdot l^3}{A \cdot 48 \cdot \sqrt{5}} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad \textbf{251.}$$

т. е. заделка у равноплечей балки одного конца в стену уменьшает для нее стрелу прогиба в отношении $1:\sqrt{5}$.

Пример 64. У балки, изображенной на фиг. 143, оказался существующим естественный шарнир, т. е. такое поперечное сечение E_1 между опорами, в котором сгибающий момент равен нулю. Этим сечением балка разбивается как бы на две части, левую и правую; у каждой из них — свой наибольший сгибающий момент: у левой части BE_1 это момент DD_2, а у правой части CE_1 — момент CC_1. Из них бо́льшую величину имеет последний, его и принимают за расчетный. Спрашивается, нельзя ли и у этой балки создать искусственный шарнир, располагая его таким образом, чтобы наибольшие сгибающие моменты на левой и на правой части оба выровнялись. Тогда это должно повести к уменьшению момента в сечении C, что и желательно.

Схему этой новой балки с искусственным шарниром T дает нам *фиг. 144*.

Пусть шарнир T отстоит от точки приложения груза на расстояние $z = \overline{DT}$. Сопротивления опор B и T называем через K_1 и L_1; их найдем по правилам статики:

$$K_1 = \frac{P \cdot z}{a+z}; \qquad L_1 = \frac{P \cdot a}{a+z}.$$

Выражая равенство расчетных моментов для сечений D и C, получим:

$$\frac{P \cdot a \cdot z}{a+z} = P \cdot a \cdot \frac{a-z}{a+z}, \quad \text{откуда} \quad z = \frac{a}{2}$$

$$M_c = M_D = \frac{P \cdot a}{3} = \frac{P \cdot l}{6} \; \ldots\ldots \qquad \textbf{252.}$$

Сравнивая эту формулу с *250*, найдем отношение:

$$\frac{3}{16} \cdot P \cdot l : \frac{P \cdot l}{6} = \frac{9}{8} = 1{,}125,$$

т. е. вводя искусственный шарнир T, здесь можно понизить величину расчетного момента на $12\frac{1}{2}\%$.

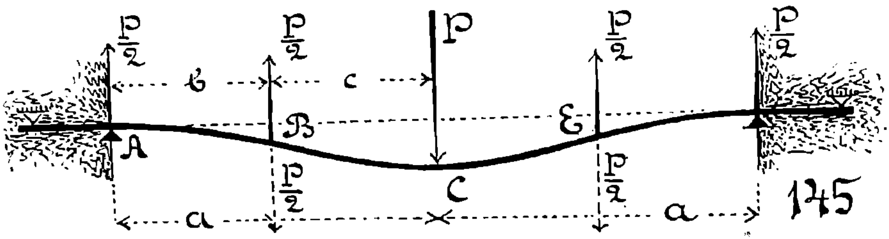
84. Равноплечая балка заделана в стену обоими концами, нагрузка — сосредоточенный груз (*фиг. 145*). Пусть B и E будут естественные шарниры такой балки, отстоящие от опор на расстояние b, а от точки приложения нагрузки — на расстояние c. Передадим в эти узловые точки B и E по половине давления P и выразим величины девиаций в точке B для кривой AB и для кривой BC (по форм. *201*):

$$\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{P}{2}\right)\cdot\frac{b^2}{A}=\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{P}{2}\right)\cdot\frac{c^2}{A} \quad \text{откуда} \quad b=c=\frac{l}{4} \quad \ldots\ldots \quad \mathbf{253.}$$

Сгибающие моменты в сечениях A, C и D будут одинаковы

$$M_A=M_c=M_D=\frac{P\cdot l}{8} \qquad \mathbf{254.}$$

т. е. у равноплечей балки с обоими заделанными в стену концами, при нагрузке ее одним сосредоточенным грузом, есте-



145

ственные шарниры ее располагаются вполне рационально: *балка имеет три одинаково опасных сечения, и расчетный момент равен одной восьмой доле произведения из нагрузки на длину пролета балки.*

Стрела прогиба для этой балки найдется по форм. *203*, если ее повторить два раза, вместо нагрузки внести $\frac{P}{2}$ и вместо рабочей длины балки — $\frac{l}{4}$.

$$f=\frac{2}{3A}\cdot\left(\frac{P}{2}\right)\cdot\left(\frac{l}{4}\right)^3=\frac{P\cdot l^3}{192\cdot A} \qquad \mathbf{255.}$$

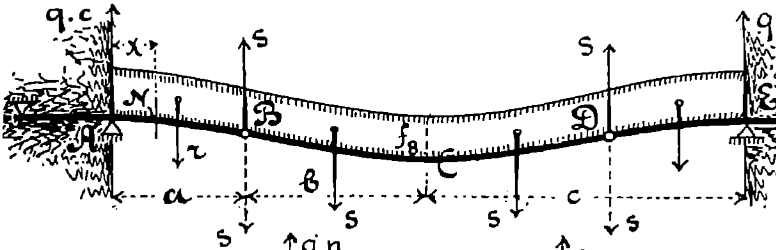
Сила сдвига на обоих плечах балки здесь одинакова и равна $\frac{P}{2}$

85. Балка заделана в стену обоими концами. нагрузка равномерно распределена по всему пролету ее (*фиг. 146*). Естественными шарнирами балки пусть будут точки B и D, разбивающие каждое плечо балки в отношении $a:b$. На длине a пусть будет собрана равномерная нагрузка r, а на длине b — нагрузка s, так что:

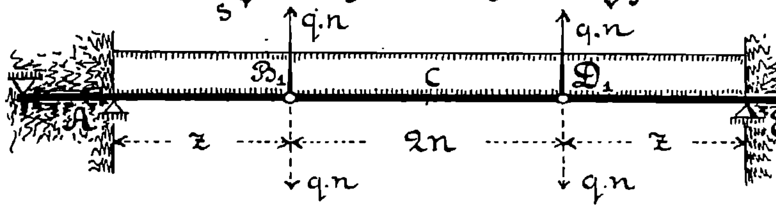
$$r=q\cdot a\,; \qquad s=q\cdot b\,;$$

$$Q=2(r+s)=2q\cdot(a+b)=2q\cdot c=q\cdot l.$$

Часть AB будет нагружена по всей длине a равномерною нагрузкою r, а на конце B — еще дополнительным сосредоточенным грузом s сверху вниз; на часть же BC, кроме равномерной нагрузки s, распределенной по всей ее длине b, будет передаваться в точке B ещё сопротивление шарнирной опоры s,



146.



147.

направленное снизу вверх. По формулам *201* и *208* напишем девиации в точке B

$$\text{для кривой } AB \cdots \frac{r \cdot a^2}{6 \cdot A} + \frac{s \cdot a^2}{2 \cdot A} = \frac{q \cdot a^3}{6 \cdot A} + \frac{q \cdot b \cdot a^2}{2 \cdot A}$$

$$\text{» » } BC \cdots \frac{s \cdot b^2}{2 \cdot A} - \frac{s \cdot b^2}{6 \cdot A} = \frac{q \cdot b^3}{3 \cdot A}$$

Выражая, что в точке B упругая линия не имеет перелома, приравняем написанные девиации одна другой:

$$\frac{q \cdot a^3}{6 \cdot A} + \frac{q \cdot b \cdot a^2}{2 \cdot A} = \frac{q \cdot b^3}{3 \cdot A}; \quad \text{или} \quad (c-b)^3 + 3b \cdot (c-b)^2 = 2b^3;$$

$$\text{откуда} \quad c^2 = 3b^2; \quad b = \frac{c}{\sqrt{3}}; \quad a = c - b = c \cdot \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}}.$$

У балки AB расчетным сечением будет A:

$$M_A = s \cdot a + \frac{r \cdot a}{2} = q \cdot a \cdot b + \frac{q \cdot a^2}{2} = \frac{q \cdot c^2}{3} = \frac{Q \cdot l}{12} \cdots \mathbf{256.}$$

$$M_c = s \cdot b - \frac{s \cdot b}{2} = \frac{s \cdot b}{2} = \frac{q \cdot b^2}{2} = \frac{q \cdot c^2}{6} = \frac{Q \cdot l}{24} \qquad \mathbf{257.}$$

Сравнение формул *256* и *257* приводит нас к заключению, что у балки равномерно-нагруженной с обоими заделанными концами *опасных сечений два*, — оба заделанные конца, и *вели-*

чина расчетного момента равна одной двенадцатой доле произведения из нагрузки на длину пролета.

Выразим теперь расстояние точек B и D от опор в функции заданной расчетной длины балки l. Мы нашли выше:

$$a = c \cdot \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}} = \frac{l}{2} \cdot \left(1 - \frac{1}{\sqrt{3}}\right) = l \cdot \frac{1-0{,}5773}{2} = 0{,}2113 \cdot l.$$

Этот результат бывает нужно знать при расчете железобетонных балок, которые желают осуществить с обоими заделанными концами. Для той же цели бывает нужно знать положение такого сечения N (между A и B), в котором величина момента будет такая же, как и в сечении C, т. е. $Q \cdot l : 24$.

Введем обозначение . . . . $a - x = y$.

Сечение N будет брать на себя момент от двух сил, загибающих часть балки NB:

от сосредоточенного груза	$s = q \cdot b$,
работающего с плечом . .	y;
от равномерной нагрузки	$q \cdot y$.
работающей с плечом	$\frac{y}{2}$.

Выравнивая моменты в сечениях N и C, получим:

$$q \cdot b \cdot y + \frac{q \cdot y^2}{2} = \frac{Q \cdot l}{24} = \frac{q \cdot l^2}{24}, \text{ или}$$

$$y^2 + 2b \cdot y - \frac{l^2}{12} = 0; \quad \text{откуда} \quad y = -b + \sqrt{b^2 + \frac{l^2}{12}}, \quad \text{или}$$

$$y = -b + \sqrt{\frac{c^2}{3} + \frac{l^2}{12}} = -b + \frac{l}{\sqrt{6}} = l \cdot \frac{\sqrt{2}-1}{2\sqrt{3}} = a - x,$$

$$x = \frac{l}{2} \cdot \left(\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{3}}\right) = \frac{l}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = 0{,}0918 \cdot l.$$

Приближенное и легко запоминаемое выражение этой длины можно считать равным $0{,}1 \cdot l$.

Выражение силы сдвига в произвольном сечении N у такой балки будет писаться так:

$$V = q \cdot c - q \cdot x = q \cdot (c - x),$$

т. е. наибольшее значение силы сдвига будет на опорах балки, и наименьшее, равное нулю, в средине длины ее.

Стрелу прогиба напишем здесь сразу, использовав для этого формулы *203*, *210* и *219*:

$$A \cdot f_8 = \frac{s \cdot a^3}{3} + \frac{r \cdot a^3}{8} + \frac{5}{24} \cdot q \cdot b^4 = \frac{q \cdot c^4}{24} = \frac{Q \cdot l^3}{384} \cdots \quad \textbf{258.}$$

Решим теперь вопрос об устройстве подобной же балки с искусственными шарнирами B_1 и D_1 (*фиг. 147*), место для которых выберем под условием, чтобы у балки было не два опасных сечения, а три, — A, C и E. Это приведет нас к равенству:

$$q \cdot \frac{l-2z}{2} \cdot z + \frac{q \cdot z^2}{2} = q \cdot \frac{(l-2z)^2}{8}; \quad \text{или} \quad z^2 - l \cdot z + \frac{l^2}{8} = 0$$

$$\text{откуда } z = \frac{l}{2} \cdot \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right); \quad l - 2z = \frac{l}{\sqrt{2}} = 0{,}7071 \cdot l \cdot\cdot \quad \textbf{259.}$$

$$M_A = M_c = \frac{q}{8} \cdot \left(\frac{l}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{q \cdot l^2}{16} = \frac{Q \cdot l}{16} \cdots\cdots \quad \textbf{260.}$$

Сравнение формул *256* и *260* говорит нам, что путем введения искусственных шарниров эту балку можно улучшить, уменьшив для нее величину расчетного момента на 25%.

Приведенных здесь примеров нагружения балок достаточно, чтобы понять, к чему сводится расчет их: отыскивается каждый раз положение опасного сечения, определяется величина расчетного момента, находится наибольшая величина силы сдвига в поперечном сечении, вычисляется величина девиации и стрелы прогиба.

Пред нами прошли примеры балок с одним опасным сечением, с двумя, с тремя и со многими. Мы видели также, что балки с заделанными концами (с одним и с двумя) являются далеко не столь выгодными, как это могло бы показаться с первого раза, и как это укоренилось во мнении многих техников и строителей, не достаточно знакомых с теоретическим обоснованием этого вопроса.

86. Многопролетные балки. Если балка передает сделанную на нее нагрузку не на две опоры, а на три, на четыре и т. д., то ее зовут *многопролетной* балкой, или иначе, *неразрезной много-опорной*. Нахождение сопротивлений опор не поддается здесь статическому вычислению по той самой причине, которая об'яснена была выше: величины этих сопротивлений зависят от взаимного положения опор одна относительно другой по высоте. Нахождение их делается с помощью применений теории упругой линии. Эта теория изложена в курсе сопротивления материалов, читанном мною в Моск. Высш. Техн.

Училище. Значительные упрощения в этой теории были сделаны инженером В. Г. Шуховым. Его изыскания в этой области были переданы мною для напечатания в журнале *Вестник Инженеров* за 1919 г. В этой статье доказывается, что многопролетные балки не являются последним словом инженерно-строительного дела, что они по затрате материала на их постройку уступают балкам с искусственными шарнирами. Тем не менее в железо-бетонной строительной технике часто пользуются ими и до сих пор, напрасно только усложняя условия расчета и делая его от этого, конечно, значительно менее надежным.

Если пролетов у балки будет только два, т. е. она будет трех-опорная, и длина пролетов будет у нее одинакова, тогда, при загружении у балки обоих пролетов равномерной нагрузкой, данныя для ее расчета мы получим из параграфа 82, потому что каждая из половинок такой неразрезной балки будет гнуться совершенно так же, как и балка, изображенная на фиг. 141. Если длина каждого из пролетов будет l и равномерная нагрузка на каждом из них будет Q, то мы будем иметь:

Сопротивления правой и левой опоры... по $\frac{3}{8} \cdot Q$

Давление на среднюю опору .... $\frac{5}{4} \cdot Q$

Расчетный момент над средней опорой . $\frac{Q \cdot l}{8}$.

Если загрузить у такой балки *один только пролет* нагрузкою Q, то она очутится в менее опасном положении, чем при полном загружении; но на крайнюю левую опору давление будет передаваться в это время сверху вниз, потому что левый конец балки будет стремиться подняться над опорой:

Сопротивление левой опоры (сверху вниз) . . $\frac{1}{16} \cdot Q$

» правой опоры (снизу вверх). $\frac{7}{16} \cdot Q$

» средней опоры (снизу вверх) $\frac{5}{8} \cdot Q$

Расчетный момент над средней опорой . . . . $\frac{1}{16} \cdot Q \cdot l$.

Имея под руками эти данныя, можно будет проверить их на основании законов статики.

Все приведенные выше данныя относятся к неразрезной балке, у которой все три опоры находятся строго на одной и той же высоте. Понижение крайних опор относительно средней является наиболее нежелательным: оно перераспределяет давления на опоры таким образом, что расчетный момент для среднего сечения балки всё время возрастает по мере понижения крайних опор. Наоборот, *понижением средней опоры* мы будем уменьшать момент над опорою и увеличивать наибольшую положительную величину момента (в вершине параболы сгибающих моментов, т. е. в точке A_1 на фиг. 141). Возможно сделать их и одинаковыми между собою, т. е. получить неразрезную балку с тремя одинаково опасными сечениями. Для этого надо потребовать, чтобы на фиг. 141 сгибающий момент в сечении A равнялся таковому же в точке C. Но дело в том, что оба они имеют разные знаки; стало быть надо сказать так, что загибающий балку момент в сечении A (фиг. 141) надо приравнять загибающему моменту в сечении C.

По форм. 243 загибающий мом. в сечении A . . . $\dfrac{K^2}{2q}$

» » 240 » » » » C $\dfrac{Q \cdot l}{2} - K \cdot l$.

Следовательно, надо иметь

$$\frac{K^2}{2q} = \frac{Q \cdot l}{2} - K \cdot l, \quad \text{или} \quad K^2 + 2Q \cdot K - Q^2 = 0,$$

$$\text{откуда} \quad K = -Q + Q\sqrt{2} = 0{,}41 \cdot Q.$$

Найдем теперь ту стрелу прогиба, которую получила бы балка BC на фиг. 141, если бы сопротивление опоры K равнялось у нее $0{,}41 \cdot Q$. По формулам *203* и *210*:

$$f = \frac{K \cdot l^3}{3 \cdot A} - \frac{Q \cdot l^3}{8 \cdot A} = \frac{Q \cdot l^3}{24 \cdot A} \cdot (8 \cdot 0{,}41 - 3) = \frac{0{,}28 \cdot Q \cdot l^3}{24 \cdot A}.$$

На такую величину должны быть повышены крайние опоры относительно средней, чтобы удалось выравнять все три наибольших сгибающих момента у неразрезной трех-опорной балки равномерно-нагруженной.

Величина расчетного момента для такой балки с тремя опасными сечениями будет такова:

$$M = \frac{Q \cdot l}{2} - K \cdot l = Q \cdot l(0{,}5 - 0{,}41) = 0{,}09 \cdot Q \cdot l.$$

Сравнивая эту величину с тою, которая дается форм. *240*, видим, что при переходе от одного опасного сечения к трем мы понизили величину расчетного момента в отношении

$$0{,}09:0{,}125=0{,}72\,,\quad \text{т. е. на } 28\%.$$

87. Теорема Шведлера. Во всех рассмотренных выше примерах мы следили всё время за тем, *как* изменяется величина силы сдвига при переходе от одного поперечного сечения к другому в согнутой балке, и *где* находится то наиболее опасное поперечное сечение, в котором сила сдвига достигает своей наибольшей величины; но мы не облекли до сих пор этих наблюдений в математическую форму, не связали их ни с какими геометрическими представлениями. Это сделал немецкий инженер *Шведлер*. Он доказал, что *вся сила сдвига, развивающаяся в данном поперечном сечении, есть тангенс угла наклонения к горизонтали той касательной, которая будет проведена в данном сечении к линии моментов*, или, другими словами, *сила сдвига есть производная от сгибающего момента, взятая по абсциссе поперечного сечения.*

Сначала остановимся на первой формулировке. Если линия моментов есть прямая, то наклон ее к горизонтали во всех точках одинаков, и сила сдвига между точками приложения смежных нагрузок должна быть одинакова. Так мы это и видели во всех балках, нагруженных сосредоточенными грузами; а когда линия моментов была не симметричной ломаной линией, наибольшая сила сдвига была на том плече, где линия моментов была наклонена круче к горизонту. Когда кривая моментов была параболою, в вершине ее касательная была горизонтальна, а сила сдвига была равна нулю в этом сечении; по мере удаления от вершины, касательная к параболе получала всё больший и больший наклон к горизонту, возрастала в то же время и сила сдвига; на фиг. 141 правая ветвь параболы A_1SC_1 была длиннее левой A_1B, и в сечении C сила сдвига была больше чем в B.

Оправдаем теперь вторую формулировку посредством формул. Это вычисление будет доступно тем, кто знает, как составляется величина приращения от самых простых функций.

У балки, заделанной одним концом в стену и нагруженной сосредоточенной нагрузкой P, во всех поперечных сечениях вылета сила сдвига V была равна P. Напишем выражение сгибающего момента M на расстоянии x от точки приложения нагрузки и момента M_1 на расстоянии $x + \Delta x$:

$$M = P \cdot x\,; \quad M_1 = M + \Delta M = P \cdot (x + \Delta x)\,, \quad \text{откуда}$$

$$\Delta M = P \cdot \Delta x\,, \quad \text{или} \quad \frac{\Delta M}{\Delta x} = P = V \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad \mathbf{261.}$$

Проделаем то же самое в случае балки, заделанной одним концом в стену и нагруженной равномерно:

$$M = \frac{q \cdot x^2}{2}\,; \qquad M + \Delta M = \frac{q}{2} \cdot (x^2 + 2x \cdot \Delta x + \Delta x^2)$$

Пренебрегая в выражении, заключенном в скобки, квадратом весьма малой величины Δx перед остальными, получим:

$$\Delta M = q \cdot x \cdot \Delta x\,, \quad \text{или} \quad \frac{\Delta M}{\Delta x} = q \cdot x = V \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad \mathbf{262.}$$

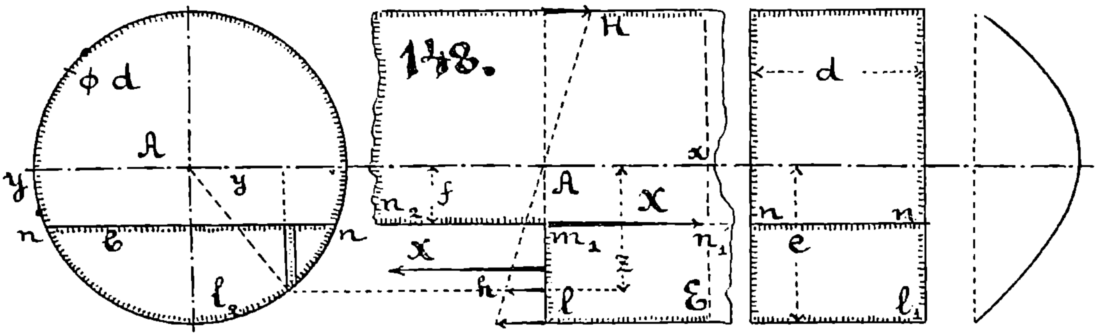
Совершенно то же самое легко подтвердить и на всех других рассмотренных нами примерах.

Формулы доказывают в одно и то же время оба положения *Шведлера*, высказанные выше, так как оба они выражают в сущности одну и ту же мысль, выраженную только разными словами.

88. В каких плоскостях зарождаются силы сдвига при сгибании и какую величину они имеют. Относительно всех поперечных сечений мы получили указания, как найти величину *всей силы сдвига* V, которая приходится на данное сечение. Надо теперь узнать, по какому закону она будет роздана отдельным элементам площади сечения, и где будут находиться самые напряженные между ними.

Из теории сдвига (см. §§ 42 и 43) мы уже знаем, что сила сдвига, вызванная в одной плоскости, тотчас же порождает ответную силу сдвига в другой плоскости, которая параллельна первой; вместе они образуют пару сил, и в ответ на нее должна зародиться другая пара сил, лежащая в плоскостях, перпендикулярных к первым двум. Поэтому, обнаруживши существование сил сдвига в поперечных плоскостях балки, мы обязательно должны обнаружить их и в продольных плоскостях ее. Но в каких продольных? — Очевидно, — в продольных плоскостях, параллельных с нейтральным слоем; в плоскостях же, перпендикулярных к нейтральному слою, сила сдвига может возникать только в виде исключения; это может быть, напр., в таких сечениях, как тавровое и двутавровое (в плоскостях nn_1 на *фиг. 118* и *119*), где одна часть сечения присоединяется к другой именно по вертикальной плоскости стыка.

Оказывается легче учесть те силы сдвига, которые развиваются в продольных горизонтальных плоскостях. На фиг. *148* изображена балка с прямоугольным и круглым поперечным сечением: Ax — ее ось, yy — нейтральный слой, nnn_1n_2 — одна из плоскостей, параллельных нейтральному слою и лежащих в области растянутых волокон. Пусть E будет сечение, где момент равен нулю, а Am_1l — другое сечение, где сгибающий момент имеет величину M, а наибольшее напряжение растяжения — величину H. Не нарушая



равновесия согнутой балки, мысленно представим себе часть балки lm_1n_2 как бы удаленной и заменим действие ее на оставшуюся часть силою X: в состав ее войдут все силы растяжения q_1 (см. фиг. 121 и 122), которые сгруппируются на площади nl_1 (фиг. 148 справа) в прямоугольном сечении, или nl_2n (фиг. 148 слева) в круглом сечении; обе эти площади на продольном виде балки проектируются в прямую m_1l (фиг. 148 в средине) и носят название *площади обреза*; она заключена между той продольной плоскостью, в которой мы хотим найти силу сдвига, и наиболее растянутыми волокнами балки. Очевидно, что искомая сила сдвига в плоскости m_1n_1 как раз и будет равна этой силе X, выражение которой будет писаться подобно форм. *173*:

$$X = \sum q_1 = H \cdot \sum_{z=f}^{z=e} f \cdot z = H \cdot O \cdots\cdots \qquad \mathbf{263.}$$

т. е. *сила сдвига в продольной горизонтальной плоскости равна произведению из податливости балки на величину статического момента O площади обреза, взятого относительно нейтральной линии.*

Если передвинем плоскость m_1n_1 в крайнее нижнее положение lE (фиг. 148 в средине), то сила сдвига будет равна нулю, потому что там отсутствует площадь обреза.

Если сделаем $f=0$, т. е. передвинем рассматриваемую нами продольную плоскость в нейтральный слой, то продольная сила сдвига будет максимальной и равной той самой силе X_1, которая определялась форм. *173* и о которой говорилось при рассмотрении *пятого* условия равновесия согнутой балки.

Если начнем передвигать слой m_1n_1 в область сжатых волокон, т. е. сделаем lm_1 более lA, то сила сдвига в продольной плоскости начнет уменьшаться, потому что в состав X будут входить уже не только все силы растяжения со знаком плюс, но также и силы сжатия со знаком минус. А когда продольное сечение будет сдвинуто в крайнее верхнее положение, там снова не будет никаких сил сдвига, потому что там сила X будет определяться как разность сил X_1-X_2; а она равна нулю, как того требовало *первое* условие равновесия согнутой балки.

Найдем величину статического момента O площади обреза для сечения прямоугольного и для круглого.

Для прямоугольного сечения величина O составится так:

площадь обреза nl_1 . . . . $d\cdot(e-f)$

расстояние ц. т. ее от оси yy . . . . . . $0{,}5\cdot(e+f)$

$$O=d\cdot\frac{e^2-f^2}{2}\;\cdots\cdots \qquad \textbf{264.}$$

Если $f=(+e)$ или $(-e)\cdots O_{\min}=$ нулю.

$$\text{Если } f=0\,; \quad O_0=O_{\max}=\frac{d\cdot e^2}{2}=\frac{d\cdot h^2}{8}\cdots \qquad \textbf{265.}$$

Площадь обреза у круглого сечения будет nl_2n с шириною $2b$. Разобьем эту площадь на элементы в виде весьма узких вертикальных прямоугольников, у которых ширина равна Δy, а высота будет $z-f$. Статический момент каждого такого прямоугольника напишется по типу форм. *264* в виде:

$$o=\Delta y\cdot\frac{z^2-f^2}{2}\,.$$

Но для окружности имеем

$$y^2+z^2=r^2\,, \qquad \text{откуда} \qquad z^2=r^2-y^2$$

$$o=\Delta y\cdot\frac{r^2-y^2-f^2}{2}=\Delta y\cdot\frac{b^2-y^2}{2}\,.$$

Если суммирование элементарных статических моментов O будем делать при изменении переменного y в пределах от нуля до b, то

$$O = \sum o = 2 \cdot \sum_{y=0}^{y=b} \Delta y \cdot \frac{b^2 - y^2}{2} = \frac{2}{3} \cdot b^3 \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad \textbf{266.}$$

Если $f = (+r)$ или $(-r) \cdots O_{\min} =$ нулю.

$$\text{Если } f = o \cdots O_0 = O_{\max} = \frac{2}{3} \cdot r^3 = \frac{d^3}{12} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad \textbf{267.}$$

Итак, наибольшая величина силы сдвига развивается в нейтральном слое, когда сила X обращается в X_1, т. е. в сумму всех сил растяжения, действующих в данном сечении. Там же надо искать и наибольшего напряжения сдвига*).

89. Определение расчетного напряжения сдвига в согнутой балке. Пользуясь форм. *181*, напишем силу растяжения (вместо форм. *263*) таким образом:

$$X_1 = \frac{M \cdot O_0}{J}$$

Для другого сечения, весьма близкого к данному, расстояние его от начальной точки будет $x + \Delta x$, момент в нем будет $M + \Delta M$, и сила растяжения $X_1 + \Delta X_1$, определяемая равенством:

$$X_1 + \Delta X_1 = \frac{M + \Delta M}{J} \cdot O_0 .$$

Разность этих двух сил растяжения будет ΔX_1; она и будет силою сдвига в нейтральном слое, передающеюся на площадь продольного сечения $d \cdot \Delta x$, на которой развивается напряжение сдвига t:

$$\Delta X_1 = \frac{\Delta M}{J} \cdot O_0 = d \cdot \Delta x \cdot t , \quad \text{откуда}$$

$$t = \frac{\Delta M}{\Delta x} \cdot \frac{O_0}{J \cdot d} = \frac{V \cdot O_0}{J \cdot d} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad \textbf{268.}$$

На основании форм. *171*, *181* и *263*, имеем:

$$M = \Pi \cdot J = X_1 \cdot (k + k_2) = \Pi \cdot O_0 \cdot (k_1 + k_2) , \quad \text{откуда}$$

$$k_1 + k_2 = J : O_0 \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad \textbf{269.}$$

$$\text{Поэтому} \quad t = \frac{V}{(k_1 + k_2) \cdot d} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad \textbf{270.}$$

*) Исключение в этом случае представляют такие поперечные сечения, у которых в нейтральном слое имеется уширение, напр., в крестообразном сечении. В таком случае наибольшее напряжение сдвига будет развиваться в таком ближайшем к нейтральному слою продольном сечении, где уширение еще не начиналось.

т. е. *расчетное напряжение сдвига в согнутой балке равно частному от деления максимальной силы сдвига, развивающейся в поперечном сечении, на произведение двух множителей, — из них один равен ширине сечения по нейтральному слою, а другой — плечу внутренних сил растяжения и сжатия.*

Для сечения прямоугольного:

$$k_1 + k_2 = \frac{d \cdot h^3}{12} : \frac{d \cdot h^2}{8} = \frac{2}{3} \cdot h, \quad t = \frac{3}{2} \cdot \frac{V}{d \cdot h} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad \textbf{271.}$$

т. е. *в балке с прямоугольным сечением расчетное напряжение сдвига на 50 % больше среднего,* которое получилось бы от деления силы сдвига на площадь поперечного сечения балки.

Для сечения круглого:

$$k_1 + k_2 = \frac{\pi \cdot d^4}{64} : \frac{d^3}{12} = \frac{3\pi \cdot d}{16}; \quad t = \frac{4}{3} \cdot V : \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad \textbf{272.}$$

т. е. *в цилиндрической балке расчетное напряжение сдвига на одну треть больше среднего.*

При всякой другой форме поперечного сечения балки можно будет получить такую общую формулу:

$$t = c \cdot V : F \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad \textbf{273.}$$

Величина этого коэффициента c достигает в балках двутавровых и однотавровых довольно значительной величины. Встречаются величины $c =$ от 2,5 до 4.

90. Сколько формул надо иметь в виду, рассчитывая балку на сгибание? — Три формулы, а именно:

1) Напряжения растянутых и сжатых волокон в опасном сечении балки не должны превосходить допускаемой для каждого материала своей нормы. Соединяя формулы *181* и *168*, получим:

$$M = H \cdot \dot{J} = H \cdot \left(\frac{J}{e}\right) = H \cdot W \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad \textbf{274.}$$

$$W = \dot{J} : e \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad \textbf{275.}$$

Отношение экваториального момента инерции $\dot{J}$ к расстоянию e наиболее напряженных растянутых (или сжатых) волокон от нейтрального слоя называют *модулем сечения* согнутой балки.

Форм. *274* читается так: *расчетный сгибающий момент равен произведению из допускаемого напряжения материала* *на модуль сечения балки.* Момент M выражается в кг.-мм., напряжение H — в кг. на кв. мм., модуль сечения — в кубичных мм.

2) Напряжения сдвига не должны быть более допускаемой для данного материала величины (см. форм. *273*):

$$t = c \cdot V : F\,.$$

В эту формулу для V должна быть внесена наибольшая из всех величина, которая соответствует данному способу нагружения балки; в каждом отдельном случае эти величины были указаны выше.

При расчете длинных балок первенствующее значение получает форм. *274*; и если она удовлетворена, то форм. *273* удовлетворяется обыкновенно сама собою. При расчете коротких балок, наоборот, форм. *273* дает бо́льшие размеры поперечного сечения, чем форм. *274*.

3) Провес балки требуется иногда (в случае длинных балок) выполнить не более допускаемой (заданной) величины $p = f : l$. Как увидим сейчас на примерах, это условие требует выполнения балки с определенной высотой поперечного сечения ее. Для равноплечей балки, свободно лежащей на опорах и нагруженной сосредоточенным грузом P, по форм. *215* имели:

$$f_2 = \frac{P \cdot l^3}{48 \cdot A} = \frac{l^2}{12 \cdot A} \cdot \left(\frac{P \cdot l}{4}\right) = \frac{l^2}{12 \cdot E \cdot J} \cdot \left(\frac{H \cdot J}{e}\right) = \frac{H \cdot l^2}{6 \cdot E \cdot 2e}\,,$$

$$\text{откуда} \quad \frac{f_2}{l} = p\,; \quad (2e) = \frac{H \cdot l}{6 \cdot p \cdot E} \cdots\cdots \qquad \mathbf{276.}$$

По этой формуле определяется необходимая высота балки $h = 2e$, если желают эту балку рассчитывать с данным напряжением H и с данным провесом p при заданной длине l.

$$H = \frac{6p \cdot E \cdot h}{l} \cdots\cdots \qquad \mathbf{276a.}$$

По этой формуле будет высчитываться то рабочее напряжение в балке, которое обязательно для нее будет вызываться в балке, имеющей данную высоту h и данную длину l, при заданной для нее величине провеса p.

$$l = \frac{6p \cdot E \cdot h}{H} \cdots\cdots \qquad \mathbf{276b.}$$

Эта формула послужит для нахождения той наибольшей длины l у балки, которую при данной высоте ее h желают рассчитывать с заданной величиной напряжения H и с заданной величиной провеса p.

Для балки, равномерно нагруженной и свободно лежащей на опорах, имели мы формулу:

$$f_3 = \frac{5}{384} \cdot \frac{Q \cdot l^3}{A} = \frac{5}{48} \cdot \left(\frac{Q \cdot l}{8}\right) \cdot \frac{l^2}{A} = \frac{5}{48} \cdot \frac{l^2}{E \cdot J} \cdot \left(\frac{H \cdot J}{e}\right)$$

$$= \frac{5}{24} \cdot \frac{H \cdot l^2}{E \cdot 2e}$$

$$\frac{f_3}{l} = p\,; \quad (2e) = \frac{5}{24} \cdot \frac{H \cdot l}{p \cdot E} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad \mathbf{277.}$$

Пусть, напр., надо выстроить железную мостовую балку длиною $l = 50$ мт., которая давала бы провес не более $1:2000$, работая с напряжением $H = 6$ кг. на кв. мм. Для такой балки, независимо от ее конструкции, надо иметь высоту *не менее*

$$h = (2e) = \frac{5}{24} \cdot \frac{6 \cdot 50\,000}{20\,000} : \frac{1}{2\,000} = 6\,250 \text{ мм.} = 6{,}25 \text{ мт.}$$

Чем с бо́льшим напряжением вздумали бы мы осуществлять такую балку, тем больше надо у нее иметь рабочую высоту $h = 2e$.

$$H = \frac{24}{5} \cdot \frac{p \cdot E \cdot h}{l} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad \mathbf{277a.}$$

Деревянный потолочный настил выстроен из балок с высотою $h = 240$ мм. Пролет у балок в 6 мт., а провес желают иметь у них не более $1:250$, тогда:

$$H = \frac{24}{5} \cdot \frac{1\,000 \cdot 240}{250 \cdot 6\,000} = 0{,}768 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Какую бы ширину балок мы не назначали, больше этой величины для расчетного напряжения назначать мы не можем. Понизить его возможно, а повысить — ни в каком случае.

$$l = \frac{24}{5} \cdot \frac{p \cdot E \cdot h}{H} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad \mathbf{277b.}$$

Деревянную балку с высотою $h = 250$ мм. желают употребить в дело, проведя ее расчет с напряжением не менее $H = 1$ кг. на кв. мм., а провес у нее не желательно иметь более $1:200$, тогда максимальная длина балки будет

$$l = \frac{24}{5} \cdot \frac{1000 \cdot 250}{200 \cdot 1{,}0} = 6\,000 \text{ мм.} = 6 \text{ мт.}$$

Во многих курсах, справочных книжках и технических календарях величина W называется «моментом сопротивления сечения» при сгибании. Это неверно. Момент сопротивления поперечного сечения балки это произведение $H \cdot W$, а вовсе не одно W.

91. Какие применяются средства для того, чтобы улучшить использование материала, затраченного на постройку балки. Мы видели, что при растяжении, сжатии и сдвиге призмы могло происходить довольно совершенное использование материала. Там можно было заставить все поперечные сечения стержня работать с одинаковым напряжением, и между всеми элементами сечения раздать нагрузку поровну. При кручении вала использование материала было уже значительно менее совершенным: в каждое из поперечных сечений можно было передать одну и ту же величину крутящего момента, но распределение напряжений в самом поперечном сечении было несовершенным; принимали участие в работе сопротивления, главным образом, внешние элементы, наиболее удаленные от оси кручения. При сгибании балок дело может находиться в еще менее благоприятных условиях. В каждое поперечное сечение может передаваться различная величина сгибающего момента; опасным между ними может быть иногда только *одно* сечение, и в этом одном сечении выпадает главная работа сопротивления на долю только *немногих* элементов, наиболее удаленных от нейтрального слоя. Поэтому должны быть приняты *особые меры* для того, чтобы по возможности улучшить использование материала, затраченного на постройку балки. Эти меры сводятся к следующему:

1) К искусственному увеличению числа опасных (расчетных) поперечных сечений балки путем построения ее в виде тела с прямолинейной осью, у которого разные поперечные сечения могут иметь различную величину. В старинных учебниках рекомендовалось применять для этого так называемые *тела равного сопротивления*, т. е. такие криволинейно очерченные тела, у которых расчетные напряжения будут одинаковы во всех поперечных сечениях тела. При этом иногда являлась теоретическая возможность сэкономить в материале от 30 до 20%, а иногда и менее; но эта экономия часто не окупалась теми дополнительными расходами, которые неизбежны при обработке такого тела и при заготовке для этого шаблонов и т. п. Более рационально будет применение *ступенчатых тел*, образованных из таких комбинаций между собою призматических тел, при которых возможно иметь целый ряд одинаково опасных сечений и возможно использовать обрезки материала. Сбережение материала достигает и в этом случае

25—30%, но это будет фактическая экономия, не поглощаемая дополнительными расходами на выделку балки. Способы выполнения ступенчатых тел при разных способах нагружения будут указаны ниже. Между ними есть некоторые необычайно выгодные.

2) К стремлению выполнить балку с наименьшим возможным весом путем введения искусственных шарниров у балок с заделанными концами, у балок с двумя и более пролетами и т. д. Этот вопрос со всеми подробностями освещен в моей работе, переданной для напечатания в журнале *Вестник Инженеров* за 1919 г. под названием «*Изыскания инженера Шухова в области теории сгибания балок*».

3) К стремлению выполнить балку с наименьшим возможным весом путем искусственного уменьшения длины расчетного пролета, путем введения промежуточных опор, путем передачи давления от данной балки на соседние, путем передачи давления на подпорки, на струны и т. п. Некоторые из этих комбинаций будут рассмотрены ниже.

4) К стремлению распределить материал в поперечном сечении балки таким образом, чтобы заставить его принимать наиболее деятельное участие в сопротивлении. Этому вопросу будет уделено далее полное внимание при рассмотрении конструкции балок, выделанных из разнообразных строительных материалов.

В этих кратких четырех пунктах заключается громадная строительная программа, разработка которой во всей ее полноте доступна только самостоятельно работающему инженеру, владеющему высшей математикой. Но довольно значительная часть этой программы, как это увидим далее, вполне доступна также разработке и среднего техника, у которого нет знаний по высшей математике, но есть основательное знакомство с геометрией, механикой и материаловедением.

Этим параграфом мы заканчиваем основной теоретический отдел курса с тем, чтобы перейти в дальнейшем ко всесторонним практическим приложениям его, где пред нами должна будет пройти наиболее интересная часть всего курса. Ни в коем случае не будет она одним только повторением того, что мы уже изучили. В сущности изучена, так сказать, еще одна только азбука. Она дала нам лишь сырой материал общего характера, требующий дальнейшей разработки и переработки его, чтобы перейти хотя бы к самым элементарным приложениям его в области построения таких частей машин и сооружений, которые встречаются в практике, можно сказать, на каждом шагу и выполняются из самых разнообразных строительных материалов. Разумное использование каждого из них требует всестороннего знакомства с их техническими свойствами, а также и с результатами специальных опытов, раскрывающих условия наилучшей сопротивляемости их. Все эти данныя будут переданы во второй части курса. На них то собственно и зиждется большинство наиболее интересных практических приложений. Там же будут переданы и те данныя, которые касаются новых строительных материалов, — специальных сортов стали и железо-бетона. Разработка этого материала коснется и таких практических комбинаций в использовании материалов, которые обыкновенно не приходят и в голову лицам, знающим одну только теорию. Попутно будут рассмотрены и обследованы и некоторые существенные ошибки, касающиеся применения теории и попадающиеся на страницах не только старых книг, но и самых новых изданий, появившихся в свет в самое недавнее время. Уделено будет там внимание и большому числу тем из инженерной и строительной практики.

Часть вторая

Российская Социалистическая Федеративная Советская Республика

П. К. ХУДЯКОВ

профессор Московского Высшего Технического Училища

Как рассчитывают на крепость части машин и сооружений

Часть вторая

Курс Сопротивления Материалов без высшей математики, читанный в ТЕХНИКУМЕ ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ОБЩЕСТВА в Москве, с решенными задачами из области машиностроения, инженерного дела и жилищно-строительной практики

Издательство

Бюро Иностранной Науки и Техники

Н. Т. О. Берлин 1922

Краткое предисловие ко второй части курса.

В первой части курса были рассмотрены простейшие способы нагружения тел, работающих или на одно растяжение, или на одно сжатие, или только на сдвиг (кручение), или на одно сгибание. Там были выведены основные формулы, служащие для определения и рабочего (расчетного) напряжения материала и величины наибольшей деформации, получаемой нагруженным телом. Отмечены были все положения, которые легли в основу теории, послужили для ее разработки и привели к результатам, подтвержденным дальнейшими лабораторными опытами. Закрепивши, таким образом, в виде чертежей и формул всё то, что явилось окончательным результатом исследований и теоретических и опытных, мы получили небольшую группу стройных основных расчетных формул. В дальнейшем, на ряде практических примеров, нам следует научиться применять эти формулы к расчету таких частей машин и сооружений, применения которых встречаются на каждом шагу в строительной практике. Производя такого рода расчеты, приходится брать во внимание и все природные физические свойства материалов, и все доступные нам формы его практического использования, которые могут быть весьма разнообразными и нередко довольно оригинальными, как бы порожденными результатами теоретического исследования.

Не надо думать, однако, что в этой второй стадии предстоящей нам работы не будет для нас ничего интересного и нового, чего мы не знали бы ранее. Совершенно обратно, главный интерес всей работы в области сопротивления материалов начинается, именно, с этого момента, когда мы овладели, так сказать, азбукою предмета и переходим теперь ко всестороннему использованию этой азбуки в живом практическом деле, которое вносит в эту работу свои обязательные условия, свои ограничения, свои дополнительные опытные указания.

В состав этой части курса входят прежде всего практические приложения теории сгибания к расчету балок и колонн, которые строятся или из дерева, или из железа и стали, или из чугуна, железо-бетона и т. д.

Затем здесь даны основания для расчета тел на совместное действие сил разного наименования, напр., растягивающих и сгибающих, сжимающих и сгибающих, крутящих и сгибающих и т. д. На целом ряде практических примеров показаны применения этих расчетов.

Заканчивается эта часть курса рассмотрением и постановкою серии дополнительных примеров на все изученные ранее способы нагружения тел. На этих более сложных примерах проводится более широкое освещение всей постановки практических задач и всюду отмечается возможность наилучшего использования материала в инженерных сооружениях.

Практические приложения теории сгибания.

а) Деревянные балки, их расчет и построение.

92. Особенности деревянных балок. В теории сгибания предполагалось, что мы имеем дело с балками, выделанными из *однородного* материала. В деревянных балках полная однородность строения их является скорее исключением, нежели правилом. Поэтому деревянные балки приходится рассчитывать с повышенной степенью надежности против металлических (на 40—50%).

За допускаемое напряжение в деревянных балках берут:

H = 0,8—1,0 кг. на кв. мм. для балок несрощенных
H = 0,6—0,8 » » » » » » срощенных.

Меньшие цифры берут для балок еловых, средние — для сосновых, высшие — для дубовых. Меньшие цифры относятся также к балкам из более молодого леса. Бо́льшие цифры допускают в сооружениях временного характера (леса̀, подмости, временные мосты и т. п.).

В Германии применение дерева в мостовых балках обставлено следующими оффициальными данными:

на шоссейных дорогах · ·	H = 1,0 — 1,15 · ·	несрощенные	балки
» » »	= 0,75—0,85 · ·	срощенные	»
на железных дорогах · · ·	= 0,78—1,0 · ·	несрощенные	»
» » »	= 0,65—0,78 · ·	срощенные	»

При подсчете веса балок надо иметь в виду, что удельный вес деревянных балок не есть величина определенная и не есть величина постоянная даже в одном и том же куске дерева, если в нем группируются и центральные слои его (более старые) и внешние слои (более молодые), прилегающие к коре. Бывает резкая разница в величине удельного веса у дерева, свеже-срубленного, высушенного под навесом на воздухе (полусухого) и сухого (высушенного искусственно). Даем здесь величины удельного веса для наиболее ходовых пород дерева.

	Удельный вес дерева		
	свеже-срубленного	полусухого	сухого
Дуб	0,93—1,28	0,80—0,95	0,68—0,70
Ель	0,80—1,23	0,60—0,75	0,40—0,50
Сосна	0,70—1,08	0,55—0,65	0,32—0,47

Применяя деревянные балки приходится считаться с их *усушкою*, т. е. сокращением размеров по мере высыхания дерева, употребленного в дело. Сокращение дерева в длину достигает до 1,2 %. Следовательно, балка длиною $l = 8$ мт. после высыхания может дать на месте сокращение в 96 мм. ($2^1/_8$ вершка). Это обстоятельство указывает на то, что скрепление обоих концов балки со стенами недопустимо, и что, закрепляя на месте один конец, надо учитывать возможность сползания со своей опоры другого конца и сообразно с этим вести расчет на смятие опорной поверхности.

Усушка дерева в поперечном направлении бывает еще более значительной, у сосны — до 3,5 %, у дуба — до 5,7 %. Поэтому в серьезных постройках надо избегать применений плохо просушенного леса, иначе, по мере просыхания его на месте, это грозило бы значительным уменьшением модуля сечения балки: в дубовых балках это уменьшение могло бы доходить, примерно, до 16 %, а в сосновых — до 10 %. После этого делается понятным, насколько неуместно, определяя размеры деревянных балок, делать подсчет их размеров с точностью до десятых и сотых долей мм., как это встречается в некоторых задачниках.

Другими отрицательными особенностями дерева являются его коробление, растрескивание и загнивание. Проявление их наблюдается в меньшей мере, если дерево употребляется в дело в более сухом виде. Загнивание дерева легче всего происходит тогда, когда оно работает в среде с резко меняющеюся влажностью, особенно когда поверхность его то обсыхает, то снова смачивается. В таком положении могут оказаться; напр., концы потолочных балок под кровлей, которая протекает, — запущенные в землю концы деревянных телеграфных столбов, — верхние концы свай, заложенных в грунт с переменным уровнем грунтовых вод и т. п.

Отлично сопротивляется дерево загниванию, когда ему приходится работать или всегда под водою, или, наоборот, всегда в сухости. Деревянные сосновые стропила над Вестминстерским аббатством в Лондоне благополучно существуют более 470 лет, а над базиликой св. Павла в Риме — более 1000 лет.

Свайные постройки на Женевском озере и под мостами на р. Рейне существуют с древнейших времен, и многие из них сохранились в исправности и до сего времени.

Для предохранения дерева от гниения практикуется замена естественных соков его искусственными растворами: хлористым цинком, медным или железным купоросом, креозотом и т. п.

Принимаются также предохранительные меры от воспламенения дерева, когда балки из него употребляются в литейных мастерских, в театрах, цирках и т. п. Для этого практикуется многократное покрывание поверхности балок так называемым «жидким стеклом».

Бичем для деревянных брусьев, употребляемых в виде балок, колонн и т. п., является древоточец, который буравит толщу дерева во всех направлениях и обращает ее в пыль. От него не спасает и консервирование дерева растворами и нахождение дерева под водою. В южных портах бывали случаи, когда этот древоточец (*Teredo novalis*) делал сваи совершенно негодными для дальнейшей службы уже спустя 6 месяцев после их забивки.

Если при установке балок на место и практическом использовании их должна быть обязательно учтена определенная допускаемая величина провеса $p = f:l$, в таком случае возможность заставить балку работать с определенным заданным напряжением, — напр. $H = 1$ кг. на кв. мм., будет зависеть от вполне определенного же отношения между высотою h применяемых балок и длиною пролета l. Исчерпывающий ответ на этот вопрос, в случае равномерного нагружения балки, дает форм. *277*. Желая работать с напряжением $H = 1$ и провесом $p = 1:200$, мы получим:

$$\frac{h}{l} = \frac{5}{24} \cdot \frac{H}{p \cdot E} = \frac{5}{24} \cdot \frac{1{,}0 \cdot 200}{1\,000} = \frac{1}{24} \cdots\cdots \quad \mathbf{278.}$$

Если данныя, определяемые этой формулою, свести в табличную форму, то учет всех обязательных соотношений между величинами $h:l$, H и p, будет давать нам таблица 13.

Таблица 13. Обязательные величины отношений высоты балки h к длине пролета l при заданной величине провеса p для балки равномерно-нагруженной и свободно-лежащей на опорах.

Напряжения H в кг. на кв. мм.	При заданных провесах $p = f:l$		
	1 : 200	1 : 300	1 : 400
1,0	$h:l = 1:24$	$h:l = 1:16$	$h:l = 1:12$
0,8	$h:l = 1:30$	$h:l = 1:20$	$h:l = 1:15$
0,6	$h:l = 1:40$	$h:l = 1:28$	$h:l = 1:20$

Когда нужно осуществлять балки с обязательным малым провесом p, вот тут и приобретают все свое значение балки, наращиваемые одна на другую в высоту. Никаким развитием ширины балок этого достигнуть нельзя: это могло бы повести только к увеличению общего веса балок и стоимости их.

93. Деревянные балки с круглым поперечным сечением. Встречающиеся в продаже размеры круглых кряжей бывают крайне разнообразны. Очищенные от неровностей и коры, брусья имеют слегка коническую форму. Диаметр бруса при его заказе дается в обрезе тонкого конца. Разработка прямоствольных кряжей ведется таким образом, чтобы удалось выкроить из них по возможности более длинные и более толстые бревна. Обычным увеличением толщины считается 1 см. на каждый 1 мт. длины; но бывает оно и более, особенно в более тонких бревнах. Торговые размеры круглых бревен бывают, примерно, следующие:

особые · · · · · · · · l = 12—16 мт.; d = 32—36 см. · · · тонкие;
d = 48 см. · · · толстые
обыкновенные · · l = 10—13 мт.; d = 26—32 см. · · · тонкие;
d 42 см. · · · толстые
средние · · · · · · · l = 9—12 мт.; d = 20—24 см. · · · тонкие;
d = 32—36 см. · · · толстые
маломер · · · · · · · l = 8—10 мт.; d = 16—18 см. · · · тонкие.

Стесывание наружных, молодых слоев у круглых бревен всегда практикуется и рекомендуется, так как крепости они прибавляют мало, но могут быть причиною растрескивания, коробления балки.

Таблица 14. Величины модулей круглых сечений.

d см.	W куб. см.	d см.	W куб. см.	d см.	W куб. см.
15	331	21	909	27	1 932
16	402	22	1 045	28	2 155
17	482	23	1 194	29	2 394
18	573	24	1 357	30	2 651
19	673	25	1 534	31	2 925
20	785	26	1 726	32	3 217

При пользовании этой таблицей надо иметь в виду следующие формулы:

$$W = \frac{\pi \cdot d^3}{32} = \text{около } 0{,}1 \cdot d^3\,; \quad J = W \cdot \frac{d}{2}$$

$$W \text{ в см.}^3 \times 1\,000 = W \text{ в мм.}^3$$

Для получения модулей сечения у балок, имеющих диаметры 32 см., 34, 36 и т. д., можно использовать табличные данныя следующим образом:

$$\text{для } d = 32 \text{ см.}, \quad W = 402 \cdot 8 = 3\,216 \text{ см.}^3$$
$$\text{»} \quad d = 34 \text{ »}, \quad W = 482 \cdot 8 = 3\,856 \text{ »}$$

Пример 65. Две деревянные балки круглого сечения с диам. $d = 250$ мм. работают совместно и берут на себя равные доли общей нагрузки. По местным условиям приходится заменить эти балки другими, или с диам. $d_1 = 230$ мм., или с диам. $d_2 = 220$ мм. Замена допускается, под тем, однако, условием, чтобы в этих новых комбинациях стрела прогиба была ни в каком случае не больше той, которая была допущена раньше. Какое число x балок потребуется взять с диам. d_1, и какое число y будет при диам. d_2? Во сколько раз тяжелее будут обе эти комбинации против первоначальной, расчет которой был проведен с напряжением $H = 0{,}96$ кг. на кв. мм.?

По таблице 14 имеем:

$d = 250$ мм.,	$W = 1\,534$ см.^{3};	напряжение $H = 0{,}96$;	вес	B
$d_1 = 230$ » ,	$W_1 = 1\,194$ » ;	» H_1 ;	»	B_1
$d_2 = 220$ » ,	$W_2 = 1\,045$ »	» H_2 ;	»	B_2.

По форм. *276* или *277* равенство допускаемых стрел дает:

$$\frac{H}{d} = \frac{H_1}{d_1} = \frac{H_2}{d_2}; \quad H_1 = \frac{0{,}96 \cdot 23}{25} = 0{,}88; \quad H_2 = \frac{0{,}96 \cdot 22}{25} = 0{,}84 .$$

Напряжения во второй и третьей комбинации могут быть взяты не более 0,88 и 0,84 кг. на кв. мм. соответственно. Число балок определим так:

$$2 \cdot 1\,534 \cdot 96 = x \cdot 1\,194 \cdot 90; \quad \text{надо взять} \cdots x = 3$$
$$2 \cdot 1\,534 \cdot 96 = y \cdot 1\,045 \cdot 84; \quad \text{»} \quad \text{»} \cdots y = 4 .$$

Отношение весов балок:

$$\frac{B_1}{B} = \frac{3}{2} \cdot \left(\frac{23}{25}\right)^2 = 1{,}27; \qquad \frac{B_2}{B} = \frac{4}{2} \cdot \left(\frac{22}{25}\right)^2 = 1{,}55 .$$

94. Сращенные балки из круглых брусьев. Два бруса A и B (*фиг. 149*) наращиваются один на другой в высоту. Скрепление делается болтами CD, оси которых расположены в плоскости нагружения. Нейтральною линиею балки будет yy. Один из брусьев будет состоять сплошь из растянутых волокон, другой — сплошь из волокон сжатых.

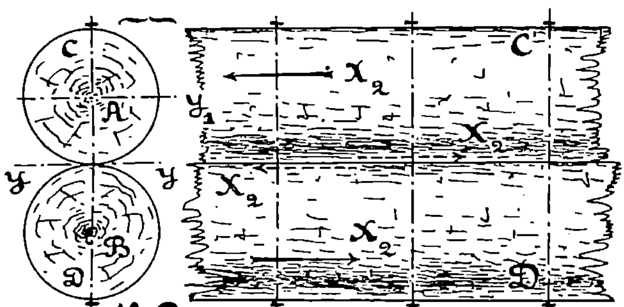
Момент инерции сечения найдется по форм. *184*, если в ней сделать $u = \frac{d}{2}$:

$$J = 2 \cdot \left(\frac{\pi \cdot d^4}{64} + \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \frac{d^2}{4} \right) = 10 \cdot \frac{\pi \cdot d^4}{64}$$

$$W = J : d = 10 \cdot \frac{\pi \cdot d^4}{64} : d = 5 \cdot \frac{\pi \cdot d^3}{32}.$$

При сращивании двух круглых брусьев равного диаметра момент инерции увеличивается в *десять* раз, а модуль — в *пять* раз.

Балки можно считать сроценными только в таком случае, если скольжение в нейтральном слое у них отсутствует. Силу



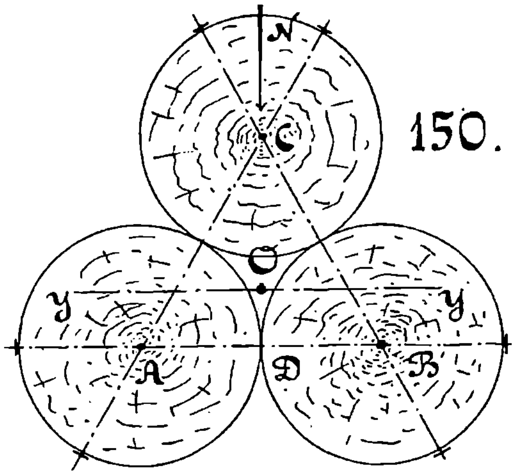
147.

скольжения побеждают с помощью *силы трения*, которую надо ввести между соприкасающимися брусьями; ее вызывают посредством затяжки болтов *CD*. Сила трения должна быть больше силы скольжения процентов на 30 до 50.

Во время великой войны 1914 до 1917 гг. область применения сроценных балок, выполненных из круглых деревянных брусьев, значительно расширилась. Из них выполнялись временные мосты, ледорезы, рамные и свайные опоры и т. п. Выработаны были типы легких мостов с пролетами в 1 мт., 2 мт., 3 мт., 4 мт., 5 мт. и 6 мт. В последнем случае наращивание балок происходило в 3 слоя. А затем решетчатые деревянные мосты системы инж. *Боровика* исполнялись с пролетами в 27 мт., 29 мт., 31 мт., 33 мт. и 35 мт. Все конструктивные данныя относительно этих работ опубликованы в *Альбоме типов восстановления искусственных сооружений на железных дорогах Галиции* (издание службы пути Управления ж. д. Галиции, 1915 г.).

Кроме этого *Альбома*, был выпущен в свет еще *Сборник чертежей деревянных мостов, применявшихся на театре* *военных действий.* Это — издание 1917 года было сделано Ставкою Верховного Главнокомандующего. Превосходно исполненное с типографской стороны, оно дает богатый выбор конструкций разборных деревянных мостов, выполненных с широким применением круглых брусьев в самых разнообразных комбинациях, — с настилом мостовых балок через плоты, лайбы, рамные и свайные опоры и т. д.

Пример 66. На *фиг. 150* показано поперечное сечение деревянной балки, которая накрепко срощена из трех круг-



150.

лых брусьев одинакового диаметра d. Нагрузка P будет сгибать балку в плоскости симметрии ее CD. Надо подготовить все данныя для ее расчета.

Треугольник ABC — равносторонний; его сторона $\overline{AB} = d$, а высота $\overline{CD} = \frac{d}{2} \cdot \sqrt{3}$. Нейтральный слой yy должен проходить через центр тяжести O поперечного сечения; направление yy перпендикулярно к линии CD:

$$\overline{OC} = \frac{2}{3} \cdot \overline{CD} = \frac{2}{3} \cdot \frac{d \cdot \sqrt{3}}{2}; \quad \overline{OD} = \frac{d \cdot \sqrt{3}}{2 \cdot 3}.$$

Момент инерции сечения C относительно оси yy напишется по форм. *184* так:

$$J_c = \frac{\pi \cdot d^4}{64} + \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \left(\frac{d}{\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{19}{3} \cdot \frac{\pi \cdot d^4}{64}.$$

Подобным же образом напишем:

$$J_A = J_B = \frac{\pi \cdot d^4}{64} + \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \left(\frac{d}{2 \cdot \sqrt{3}}\right)^2 = \frac{7}{3} \cdot \frac{\pi \cdot d^4}{64}.$$

Момент инерции всего сечения балки будет

$$J = J_c + 2 \cdot J_A = 11 \cdot \frac{\pi \cdot d^4}{64}.$$

Расстояние крайних элементов сечения от нейтрального слоя здесь будет:

$$e = \overline{ON} = \frac{d}{\sqrt{3}} + \frac{d}{2} = \frac{d}{2} \cdot \left(\frac{2}{\sqrt{3}} + 1\right) = 2{,}154 \cdot \frac{d}{2}$$

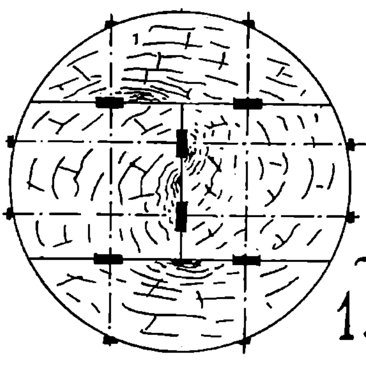
$$W = \frac{J}{e} = (11 : 2{,}154) \cdot \frac{\pi \cdot d^3}{32} = 5{,}1 \cdot \frac{\pi \cdot d^3}{32}.$$

Затративши 3 балки и сроствиши их по способу, указанному на фиг. 150, мы увеличили момент инерции сечения в 11 раз, а модуль сечения в 5,1 раза. Если допустить, что напряжение при расчете такой балки надо взять на 20% ниже одинарной балки, то выигрыш в модуле сечения и в сопротивляемости балки будет 0,8 · 5,1, т. е. в 4,08 раза, — круглым числом, в 4 раза. Три таких бруса в состоянии заменить собою только четыре: но для этого надо истратить две серии болтов, расположенных по направлениям AC и BC. Между брусьями A и B скольжения нет, но связь установить приходится также и между ними.

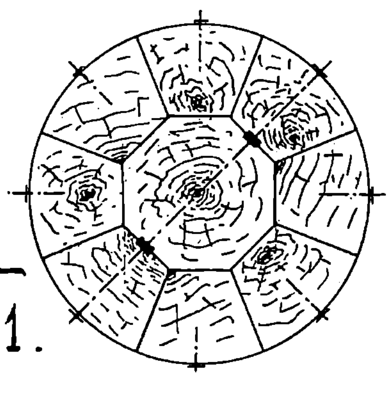
Величина силы скольжения верхнего бруса относительно нижних напишется по форм. *263* следующим образом:

$$X = H \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \frac{d}{\sqrt{3}} = H \cdot 0{,}454 \cdot d^3.$$

Эту силу надо раздать поровну на оба ряда болтов AC и BC. Затяжку их можно считать сделанной с напряже-



151.



нием $H = 5$; диаметр болтов надо выбрать от 1 до $1\frac{1}{2}$ дюйм., сообразуясь с размерами брусьев; коэф. трения между брусьями можно принимать равным 0,3 или менее: всю силу трения надо иметь процентов на 50 более силы скольжения X.

При образовании толстых деревянных мачт применяются другие, более сложные, способы сращивания, — из 4, из 7, из 9 брусьев и т. д. Два способа сращивания мачтовых брусьев показаны на *фиг. 151*; брусья поставлены на внутренних шпонках, притянуты один к другому болтами, а поверх всего стягиваются еще железными кольцами, которые ставятся на место в разогретом состоянии.

Пример 67. Четыре круглых дубовых балки с диаметром $d_1 = 400$ мм. были положены рядом на две опоры и нагружены сосредоточенным грузом P. Пролет у балок был взят равным 4,5 мт. Найти: 1) безопасную нагрузку для этой группы балок; 2) сколькими балками, сращенными из брусьев с диам. $d = 240$ мм., можно будет заменить ту группу балок; 3) какая из комбинаций даст бо́льшую стрелу прогиба, 4) у которой из комбинаций вес будет больше, 5) необходимые размеры и число болтов для сращиваемых балок.

По таблице 14 получим:

для одинарной балки $\cdot\cdot\; d_1 = 40$ см. $\cdot\cdot\; W_1 = 8 \cdot 785 \quad = 6\,280$ см.^{3}
» сращенной » $\cdot\cdot\; d = 24$ » $\cdot\cdot\; W = 5 \cdot 1\,357 = 6\,785$ »

Рабочее напряжение в одинарных балках берем $H_1 = 0{,}9$ кг. на кв. мм., а в сращенных — $H = 0{,}7$. Находим безопасную нагрузку по форм. *214*:

$$\frac{P \cdot l}{4} = 4 \cdot 90 \cdot 6\,280\,; \quad P = \frac{16 \cdot 90 \cdot 6\,280}{450} = 20\,096 \text{ кг.}$$

Принимаем $P = 20\,000$ кг. и определяем число сращенных балок по формуле:

$$X = \frac{20\,000 \cdot 450}{70 \cdot 6\,785 \cdot 4} = 4{,}74\,; \quad \text{берем} \cdot X = 5\,.$$

Пересчитываем рабочее напряжение у сращенной балки:

$$H = 0{,}7 \cdot \frac{4{,}74}{5} = 0{,}66 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Найдем силу скольжения в нейтральном слое. По форм. *263* она будет вычисляться так:

$$X = H \cdot O_0 = \frac{0{,}66}{240} \cdot \frac{\pi \cdot 240^2}{4} \cdot 120 = 15\,000 \text{ кг.}$$

Сращивание балок сделаем болтами с диам. $1^3/_8$ дюйма. Площадь живого сечения у такого болта равна 684 кв. мм. Делаем затяжку болтов с напряжением 5 кг. на кв. мм., а коэф.

трения на поверхности прикосновения стыков берем равным 0,3; тогда число болтов c на каждом из плеч балки надо иметь таким:

$$c = \frac{1,5 \cdot 15\,000}{684 \cdot 5 \cdot 0,3}, \quad \text{берем } c = 22 .$$

На всей длине балки будет 44 болта.

Для нахождения веса болтов условно считаем его одинаковым с весом болтового железа на длине, превосходящей высоту балки на 50 мм., т. е. на длине

$$2 \cdot 240 + 50 = 530 \text{ мм.}$$

При диаметре болтового железа в 35 мм. погонный метр его будет весить 7,9 кг., а все 44 болта

$$7.9 \cdot \frac{530}{1\,000} \cdot 44 = 184 \text{ кг.}$$

При определении веса деревянного материала дубовой срощенной балки примем ее длину равной 4,8 мм., тогда он будет:

$$2 \cdot \frac{\pi \cdot 240^2}{4} \cdot 4\,800 \cdot \frac{0,8}{10^6} = 347 \text{ кг.}$$

Отношение $\qquad 184 : 347 = 0,53 .$

Отношение весов обеих систем балок (одинарных и срощенных) будет:

$$\frac{4 \cdot 400^2}{5 \cdot 2 \cdot 240^2 \cdot 1,53} = 0.72 .$$

т. е. вес сроіщенных балок на 28 % более веса несрощенных.

Отношение же стрел прогиба получится по форм. *276* таким:

$$\frac{0,66}{480} : \frac{0.90}{400} = 0,61$$

т. е. оно будет в пользу срощенной (более высокой) балки и менее напряженной.

95. Деревянные балки с прямоугольным и двутавровым поперечным сечением. Если размеры сечения балки будут d и h, то по формулам *275* и *189* модуль сечения балки напишется так:

для балки, поставленной на ребро $\cdot\cdot\; W_1 = \dfrac{d \cdot h^3}{12} : \dfrac{h}{2} = \dfrac{d \cdot h^2}{6} \;\cdot\cdot$ **279.**

» » положенной плашмя $\cdots\; W_2 = \dfrac{h \cdot d^3}{12} : \dfrac{d}{2} = \dfrac{h \cdot d^2}{6}$

Отношение $\qquad W_1 : W_2 = h^2 : d^2 \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot$ **280.**

т. е. *расчетные модули у прямоугольной балки, поставленной на ребро и положенной плашмя, относятся между собою, как квадраты сторон ее.* Отсюда следует. что для наилучшего использования материала прямоугольной балки всегда надо подставлять ее под действие сгибающих сил, ставя ее на ребро. Наиболее прочные и легкие деревянные балки стропильных покрытий выполняются часто из «лафетника», т. е. толстых досок, поставленных на ребро и имеющих толщину в $1^1/_2$ вершка (70 мм.) и более.

Ходовые размеры деревянных балок, встречающихся в продаже, бывают весьма разнообразны, начиная с 8×8 см., примерно, до 28×30 см.; но чаще всего идут такие сорта:

14×20 см.: 16×22; 18×24; 20×26;
22×28; 24×30 см.

Расстановка балок в потолочных и половых покрытиях делается или 0,8 мт., или 0,9 мт., или 1 мт., редко более. Наиболее часто встречающаяся длина балок — 5 мт., или 6,5 мт., или 8 мт.; по особому заказу длину можно иметь и более, как это было отмечено выше, при передаче сведений о круглых кряжах.

Таблица 15. Величины модулей сечения прямоугольных балок — в куб. см.

$d \times h$	W	$d \times h$	W	$d \times h$	W	$d \times h$	W
8 · 8	85	14 · 16	597	18 · 22	1 452	22 · 28	2 875
8 · 10	133	14 · 18	756	18 · 24	1 728	24 · 24	2 304
10 · 10	167	14 · 20	933	20 · 20	1 333	24 · 26	2 702
10 · 12	240	16 · 16	683	20 · 22	1 613	24 · 28	3 136
10 · 14	327	16 · 18	864	20 · 24	1 920	24 · 30	3 600
12 · 12	288	16 · 20	1 067	20 · 26	2 253	26 · 26	2 927
12 · 14	392	16 · 22	1 291	22 · 22	1 775	26 · 28	3 397
12 · 16	512	18 · 18	972	22 · 24	2 112	26 · 30	3 900
14 · 14	458	18 · 20	1 200	22 · 26	2 477	28 · 30	4 200

С помощью этой таблицы можно довольно быстро и просто находить модули и других ходовых сечений, здесь не помещенных. Например:

Балка 10×13 см. Для нее надо взять модуль от балки 20×26 и разделить его на 8, т. е. он будет 281,6 куб. см.

Балка 13×13 см. Надо взять модуль балки 26×26 см. и разделить его на 8; он будет 366 куб. см.

Балка 13×16 см. В таблице есть модули для балок 12×16 см. и 14×16 см. Надо эти оба модуля сложить и разделить пополам. Получится

$$\frac{512+597}{2} = 554{,}5 \text{ куб. см.}$$

Балка 13×18 см. В таблице 15 есть модули:

$$\left.\begin{array}{llll} \text{для сечения} & 16\times18 \cdots & 864 & \text{куб. см.} \\ \text{»} \quad \text{»} & 14\times18 \cdots & 756 & \text{» »} \end{array}\right\} \text{берем разность.}$$

$$\begin{array}{llll} \text{»} \quad \text{»} & 2\times18 \cdots & 108 & \text{куб. см.} \\ \text{»} \quad \text{»} & 1\times18 \cdots & 54 & \text{» »} \end{array}$$

Вычитая из 756 полученную величину 54, получим 702 куб. см. Она и будет искомою.

Балка 13×24 см. В таблице 15 есть модули:

для сечения	22×24 ···	2 112	куб. см.
» »	24×24 ···	2 304	» »
Сумма их	46×24 ···	4 416	куб. см.
Половина ее	23×24 ···	2 208	» »
По таблице	10×24 ···	960	» »
Разность их	13×24 ···	1 248	куб. см.

Балка 13×26 см. Ее модуль будет половина табличного от 26×26, т. е. 1 463,5 куб. см.

Балка 21×26 см. Ее модуль будет полусумма модулей от балок 20×26 и 22×26 см.

$$\frac{2\,253+2\,477}{2} = 2\,365 \text{ куб. см.}$$

В качестве балочного материала применяются при постройке стропил также и толстые доски

с высотою	сечения	от	18 до 30	см.	и шириною	его	5 см.
»	»	»	» 18 до 21	»	»	»	» 6—8 »

Для этих сечений также часто удается взять модуль довольно просто по таблице 15. Например:

Доска 5×26 см., поставленная на ребро. Ее модуль подсчитаем, как одну десятую долю суммы модулей двух балок — 24×26 и 26×26 см.

для балки	24×26 см. ···	модуль	= 2 702 куб. см.
» »	26×26 »	»	= 2 927 » »
» »	50×26 »	»	= 5 629 куб. см.
» »	5×26 »	»	= 563 » »

Доска 6×20 *см.*, поставленная на ребро. Ее модуль найдем, как одну треть модуля балки 18×20 см., т. е.

$$1\,200 : 3 = 400 \text{ куб. см.}$$

Одним из интереснейших примеров образования мощной деревянной балки прямоугольного сечения из системы отдельных досок являются арочные деревянные балки, перекрывающие пролет 262,5 фута (37,7 саж., или 80 мт.) с высотою стрелы 4,29 саж. (9,14 мт.). Чертежи этих балок и данныя для их построения были опубликованы в журнале *Вестник О-ва Технологов*, 1908 г., № 1. Арочные балки составлены из 21 ряда сосновых досок 3,4 дюйма (86 мм.) толщиною. Высота поперечного сечения деревянной арки 71 дюйм (1,806 *мт.*), ширина его в средних арках до 23 дюйм. (0,584 мт.). Каждые три смежных ряда досок были сшиты своей системой поперечных гвоздей, расстановка которых была выполнена по заранее обдуманному и расчерченному плану. Нижний (растянутый) пояс арочной балки был образован из системы железных тяг.

Двутаврового сечения деревянные балки готовились во время войны в большом количестве для временной замены ими разрушенных мостов. Конструкция этих балок была выработана инженером *Лембке*, разработавшим нормальные типы балок для пролетов.

6 мт.: 6,5: 7,0: 7,5: 8,0; 8,5; 9,0; 9,5: 10,0; 10,5: 11,0 и 12,0 мт.

Высота балочных ферм была от 1,68 до 3 мт. Вертикальная стенка ферм составлялась из двух рядов досок 2×7 дюйм. (5×18 см.), взаимно перекрещивающихся под углом в 45° и сшитых деревянными нагелями и накладками. Верхний и нижний пояса были образованы из деревянных досок 2×21 дюйм. (5×53 см.), пришитых к вертикальной стенке частью нагелями, частью болтами. По ширине сечения нашивалось с каждой стороны на вертикальную стенку от 2 до 7 слоев досок, смотря по величине пролета балки. При этом являлась возможность выполнить и растянутый пояс и сжатый из своего числа досок, сообразно с расчетными данными. Легко выполнялась также и ступенчатая форма балок. Детально разработанные типы этих балок помещены в *Альбоме* издания службы пути Управления Галицийскими ж. д., а также и в упомянутом выше *Сборнике*, изданном Ставкою Верховного Главнокомандующего.

Пример 68. Из круглой балки вытесали квадратную. Как велика происшедшая от этого потеря в величине модуля сечения?

Диам. круглого бруса — d, модуль для него — W, сторона квадратного бруса — x, модуль для него — W_1.

$$x = \frac{d}{\sqrt{2}}\ ; \quad W_1 = \frac{x^3}{6} = \frac{d^3}{12\cdot\sqrt{2}}\ ; \quad W\colon W_1 = \frac{\pi\cdot 12\cdot\sqrt{2}}{32} = 1{,}66\,,$$

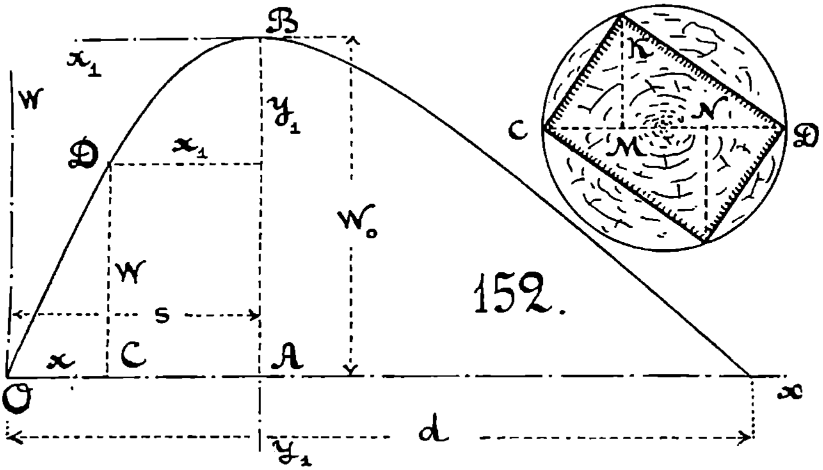
т. е. потеря в величине модуля достигает 66%.

Пример 69. Из круглого бруса, имеющего диам. d, надо вырезать прямоугольный под условием, чтобы его модуль получил *наибольшую возможную величину*.

Стороны искомого прямоугольника x и h, причем

$$h^2 = d^2 - x^2\ ; \quad W = \frac{x\cdot h^2}{6} = \frac{x\cdot(d^2 - x^2)}{6} \cdots\cdots \quad \mathbf{281.}$$

Это есть уравнение кубической параболы ODB (*фиг. 152*): для произвольной точки D имеем координаты: $\overline{OC} = x$ и $\overline{CD} = W$.



Найдем положение наибольшей ординаты AB этой параболы. Отнесем нашу кривую к системе новых осей $x_1 B y_1$. Формулы перехода от прежних осей к новым будут (см. фиг. 152):

$$x = s - x_1\ ; \qquad W = W_0 - y_1\ .$$

Вносим эти величины в формулу:

$$6\cdot(W_0 - y_1) = d^2\cdot(s - x_1) - (s^3 - 3\cdot s^2\cdot x_1 + 3\cdot s\cdot x_1^2 - x_1^3) \cdots \quad \mathbf{282.}$$

Члена с первой степенью x_1 в этом новом уравнении не должно быть, а также и членов, не содержащих в себе переменного x_1; поэтому надо иметь:

$$x_1\cdot(-d^2 + 3\cdot s^2) = 0\ , \quad \text{или} \quad s^2 = \frac{d^2}{3} \qquad \mathbf{283.}$$

$$6\cdot W_0 - d^2\cdot s + s^3 = 0\ , \quad \text{или} \quad 6\,W_0 = 2\,s^3 \cdots W_0 = \frac{s^3}{3} \cdots \quad \mathbf{284.}$$

Форм. *282* обратится после этого в следующую:

$$6y_1 = 3s \cdot x_1^2 - x_1^3 .$$

Если сделать в этой формуле $y_1 = W_0$ и $x_1 = s$, то она подтвердит форм. *284*; следовательно, искомое значение наибольшего модуля сечения будет определяться форм. *284*, когда сторона x прямоугольника сделается равною s и будет определяться форм. *283*; ее можно переписать иначе:

$$d:s = s:\frac{d}{3} \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot \qquad \mathbf{283\,a.}$$

т. е. искомая сторона прямоугольника должна быть среднею пропорциональною величиною между всем диаметром бруса и его третью. Графическое построение такого прямоугольника показано на фиг. 152 справа: диаметр разделен на *три равные части*, из точек деления M и N восставлены перпендикуляры KM и NL; прямоугольник $CKDL$ — искомый; по формуле

$$h^2 = \frac{2}{3} \cdot d^2 ; \quad W_0 = \frac{1}{6} \cdot \frac{d}{\sqrt{3}} \cdot \frac{2}{3} \cdot d^2 = \frac{d^3}{9 \cdot \sqrt{3}} = \frac{s^3}{3} \cdot\cdot\cdot \qquad \mathbf{284\,a.}$$

Эта формула вполне согласна с форм. *284*. Отношение

$$h^2 : s^2 = 2 \cdots \quad h:s = \sqrt{2} = 1{,}41 .$$

Если бы надо было из круглого бруса вырезать такой прямоугольный, у которого было бы наибольшее выражение момента инерции, тогда на фиг. 152 справа надо было бы только разделить диам. CD не на три части, а на *четыре*.

Пример 70. Из круглой балки вырезана прямоугольная, у которой сделан $max\ W$. Как велика будет потеря в величине модуля от замены одной балки другою?

$$W = \frac{\pi \cdot d^3}{32} ; \quad W_0 = \frac{d^3}{9 \cdot \sqrt{3}} ; \quad W:W_0 = \frac{9\pi \cdot \sqrt{3}}{32} = 1{,}53 ,$$

т. е. потеря в модуле достигает 53 %.

Пример 71. Дубовая балка с размерами сечения $d = 220$ мм. и $h = 300$ мм. входит в состав легкого мостового настила, где все балки имеют пролет $l = 6$ мт. Расчет их вели, считая свободно положенными на опоры и нагруженными по всей длине равномерно; рабочее напряжение брали $H = 1$ кг. на 1 кв. мм. Безопасная нагрузка определялась, не принимая во внимание собственного веса балки. На сколько процентов повысится рабочее напряжение, если принять во внимание также и собственный вес балки B.

В табл. 15 дан модуль для балки 28×30 см; для нашей балки он будет:

$$W = 4\,200 \cdot \frac{22}{28} = 3\,300 \text{ см.}^3; \quad \frac{Q \cdot l}{8} = H \cdot W$$

$$Q = \frac{8 \cdot 3\,300\,000}{6\,000} \cdot 1 = 4\,400 \text{ кг.}$$

Принимая для дуба удельный вес равным 0,8, добавочное напряжение H_1 от действия собственного веса найдем так:

$$(d \cdot h \cdot l \cdot w) \cdot \frac{l}{8} = H_1 \cdot W; \quad \text{откуда} \quad H_1 = \frac{72}{1\,000};$$

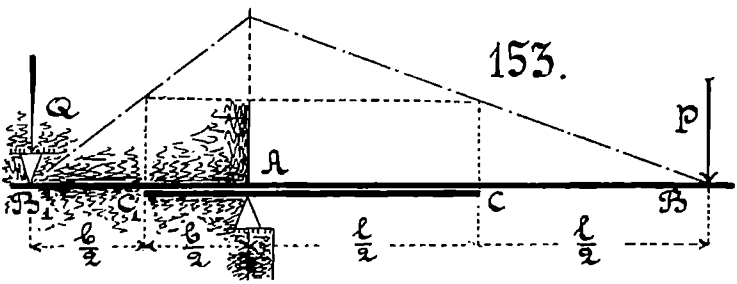
т. е. повышение напряжения от действия собственного веса не достигает здесь и 1 %.

Пример 72. В предыдущей задаче расстояние между опорными стенками было $l = 6$ мт.; но балка получала на каждой опоре заложение $a = 200$ мм., и правильнее было бы считать пролет балки равным $l_1 = l + a$. На сколько процентов придется при этом новом допущении понизить величину безопасной нагрузки?

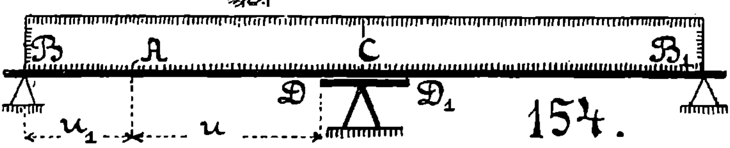
$$\frac{Q \cdot l}{8} = \frac{Q_1 \cdot l_1}{8}; \text{ откуда } Q_1 = Q \cdot \frac{l}{l_1} = 4400 \cdot \frac{60}{62} = 0{,}97 \cdot 4\,400,$$

т. е. понизить нагрузку придется на 3 %.

Пример 73. На *фиг. 153* показано, что балка BB_1 длиною $l + b$ имеет вылет l и заложение b. Надо *вдвое* увели-



153.



154.

чить безопасную нагрузку, действующую на свободный конец B в виде сосредоточенного груза; но тратить на это целую вторую балку не хотят, а предполагают подвести под балку

BB_1 только обрезок балки CC_1 с теми же самыми размерами поперечного сечения. Сколько процентов материала можно сэкономить?

Ответ. — 25%.

Пример 74. Условия заделки левого конца балки BB_1 и нагружения ее те же самые, что и в предыдущей задаче; а изменения вот в чем: балка BB_1 (фиг. 153) имеет размеры 220×300 мм., а у балки CC_1 размеры другие — 200×250 мм. Спрашивается, на сколько процентов повысится против одинарной балки BB_1: 1) вес новой балки, 2) безопасная для нее нагрузка, если всю систему балок рассчитывают с напряжением $H = 1$ кг. на кв. мм.

Эту величину напряжения может иметь только балка BB_1, а у балки CC_1 она будет H_1, определяемая по форм. *276*:

$$\frac{H}{300} = \frac{H_1}{250}; \quad H_1 = \frac{5}{6} \text{ кг. на кв. мм.}$$

$$\frac{P_1 \cdot l}{P \cdot l} = \frac{H \cdot W + H_1 \cdot W_1}{H \cdot W} = 1 + \frac{5}{6} \cdot \frac{200 \cdot 250^2}{220 \cdot 300^2} = 1{,}53 .$$

Принимая, что увеличение безопасной нагрузки будет сделано не на 53%, а только на 50%, надо будет сделать

$$\overline{AC} = \frac{l}{3}; \qquad \overline{AC_1} = \frac{b}{3} .$$

Отношение весов ступенчатой и одинарной балки

$$\frac{B_1}{B} = 1 + \frac{200 \cdot 250}{3 \cdot 220 \cdot 300} = 1.252 .$$

Пример 75. На *фиг. 154* имеем схему устройства и нагружения двухпролетной легкой мостовой балки BB_1 длиною $2l$ от равномерной нагрузки. Спрашивается, на сколько процентов можно будет повысить нагрузку на балку, если сделать ее ступенчатою, добавивши обрезок DD_1 с теми же размерами сечения, что и у балки.

Если рассматривать только половину балки, — левую или правую, это безразлично, т. к. они симметричны —, то здесь мы встречаемся со знакомым нам способом нагружения балки, который был изучен по фиг. 141. Каждая из половин нашей балки будет изгибаться так. обр., как будто бы среднее сечение C было у нее заделано накрепко в стену, потому что и левая и правая ветви упругой линии нашей балки будут иметь в точке C общую касательную, которая расположится горизонтально. Поэтому, называя нагрузку на *каждом* пролете нашей балки через Q, мы можем использовать все данныя с фиг. 141, т. е. написать следующее (см. формулы *240* и *243*)

$$\text{Наибольший положительный момент} \cdots M_A = \frac{9}{16} \cdot M_c .$$

$$\text{Его координата} \cdots \overline{AB} = u_1 = \frac{3}{8} \cdot l .$$

Пока (на фиг. 141) балка была призматическою, расчетным сечением у нее было C, т. к. для него сгибающий момент был более, чем для сечения A, в отношении $16:9$. Теперь же (на фиг. 154) мы делаем балку ступенчатою, и ничто не мешает нам сделать расчетным сечение A, т. к. избыток момента над опорою C мы можем покрыть добавочным сопротивлением подбалки DD_1. Работая вместе, балка BB_1 и подбалка DD_1, дадут в сечении C двойной момент сопротивления против прежнего. Стало быть, перенося расчетное сечение в A, мы можем *увеличить нагрузку* против прежнего. Но во сколько раз увеличить? — Если бы судить по сечению C, то — вдвое; но решает вопрос не оно, не это сечение C, а то сечение A, которое мы желаем использовать, как расчетное. Если же судить по сечению A, то возможно будет допустить увеличение нагрузки на ступенчатую балку в отношении $16:9$, т. е. на $78\,\%$ против балки призматической; тогда сечение C и подавно будет крепко, потому что его момент сопротивления мы *удваиваем*, т. е. делаем его более против прежнего в отношении $18:9$ вместо $16:9$. Остается только решить, какую длину надо назначить для подбалки DD_1. Ответ на этот вопрос уже подготовлен в примере 62: там было найдено положение такого сечения D (на фиг. 141), которое одинаково крепко с сечением A, и оказалось, что:

$$\overline{BD} = u_u + u_1 = 0{,}904 \cdot l , \text{ т. е. } \overline{CD} = 0{,}096 \cdot l .$$

Округляя эти последние данныя, можем сказать, что делая подбалку DD_1 с длиною в $10\,\%$ от длины балки, мы можем увеличить безопасную для такой ступенчатой балки нагрузку на $78\,\%$. Таков результат, которого нельзя достигнуть никакими телами равного сопротивления.

Пример 76. В справочной книжке дано следующее указание относительно расчета потолочных балок: при расстановке балок одна от другой на $1\frac{1}{2}$ арш. $= m$, можно брать $h = l : 24$, т. е. в высоте балки должно быть вершков вдвое более, чем в пролете саженей. Обследуем, с каким напряжением и с каким провесом будет работать балка при этих условиях.

Возьмем балку с пролетом $l = 4$ саж. $= 8{,}53$ мт.

Высоту сечения у нее рекомендуется брать $h = 8$ вершк. $= 360$ мм. Ширину балки возьмем, предполагая, что балка вырезана из круглого бруса под условием получения наибольшего модуля, т. е.

$$d = \frac{h}{\sqrt{2}} = \frac{360}{1{,}41} = 252\,, \text{ берем } d = 250 \text{ мм.}$$

Пролет между смежными балками 1,5 арш. = 1,067 мт. Полоса равномерной нагрузки, приходящейся на каждую балку, будет иметь ширину

$$1{,}067 + 0{,}25 = 1{,}317 \text{ мт.}$$

Величина площади, на которой будет собрана равномерно-распределенная нагрузка для данной балки, получится равной

$$1{,}317 \cdot 8{,}53 = 11{,}23 \text{ кв. мт.}$$

Считают, что в жилых помещениях на каждый 1 кв. мт. пола может передаваться нагрузка в 200 кг. Поэтому рабочее напряжение в балке можно будет вычислять по форм. *218*:

$$\frac{11{,}23 \cdot 200 \cdot 8\,530}{8} = H \cdot \frac{250 \cdot 360^2}{6}\,; \quad \text{откуда} \quad H = 0{,}45\,.$$

Провес у балки найдется по форм. *277*:

$$p = \frac{5}{24} \cdot \frac{H \cdot l}{E \cdot h} = \frac{5 \cdot 0{,}45}{1\,000} = \frac{1}{444}\,.$$

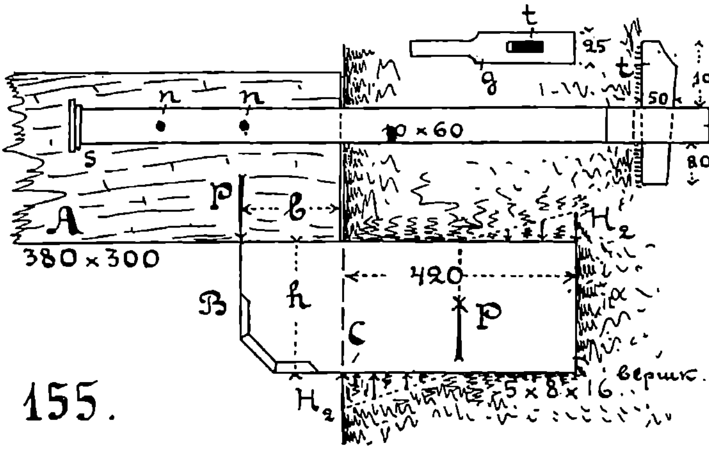
Нагрузка $Q = 11{,}23 \cdot 200 = 2\,246$ кг.; принимаем $Q = 2\,200$ кг.

Пример 77. На *фиг. 155* изображена передача давления в 1200 кг. от деревянной балки A — 380×300 мм. на кронштейн B, выполненный из песчаника. Надо проверить крепость всех частей в этой передаче и определить размеры камня B.

Балка имеет пролет $l = 4$ саж. Ширина опорной поверхности b намечается так: она должна иметь столько вершков, сколько в пролете саженей плюс полтора вершка, т. е. в нашем случае — около $5^1/_2$ вершк. Берем ее 280 мм. Напряжение смятия на поверхности между балкой и камнем будет:

$$м = \frac{1\,200}{280 \cdot 300} = \frac{1}{70} = 0{,}014 \text{ кг. на кв. мм.}$$

При расчете камня B возьмем самые невыгодные условия нагружения его, когда на него давление будет передаваться на крайней левой внешней кромке. Ширину камня примем равной 360 мм., заложение его в стену — 420 мм.; рабочее



155.

напряжение возьмем для песчаника $H = 0{,}15$ кг. на кв. мм. Уравнение крепости его на сгибание будет:

$$1\,200 \cdot 280 = 0.15 \cdot \frac{360 \cdot h^2}{6} \quad \text{откуда} \quad h = 193 \text{ мм.}$$

Берем $h = 225$ мм. (5 вершк.).

Проверим крепость заложения его в стену. Камень будет прижат к кладке с силою P; кроме того, еще пара PP с плечом $280 + 210 = 490$ мм. будет стремиться повернуть его. От давления P возбудится напряжение

$$H_1 = \frac{1\,200}{360 \cdot 420} = \frac{1}{126} = 0.079\ .$$

Уравновешивание пары сил вызовет добавочное напряжение H_2, которое определится из равенства:

$$1\,200 \cdot 490 = \left(210 \cdot 360 \cdot \frac{H_2}{2}\right) \cdot \frac{2}{3} \cdot 420\ , \quad \text{откуда}$$

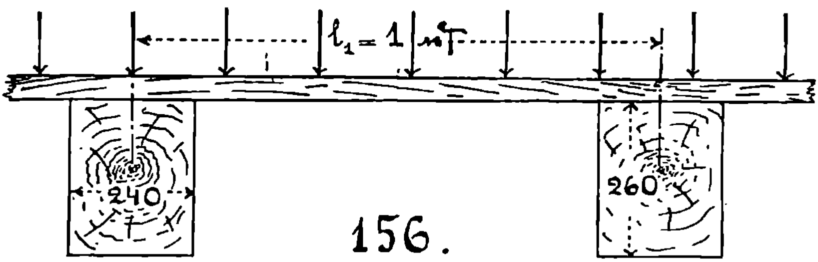
$$H_2 = \frac{1}{18} = 0{,}053\ ; \quad H_3 = H_1 + H_2 = 0.132 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Это будет наибольшее напряжение смятия в угле C кладки. Оно получилось допустимым.

Окончательные размеры камня не менее $5 \times 8 \times 16$ вершк.

На фиг. 155 изображен тот именно конец балки, который скреплен со стеною; а противоположный конец балки должен быть свободен. Скрепление делается посредством железной ленты с сечением 10×60 мм.; она пришивается к балке двумя костылями n, n и скобою s. На правом конце ленты, который закладывается в стену, образована расширенная головка g: сквозь нее пропущена чека t.

Пример 78. На *фиг. 156* изображены половые деревянные балки промежуточного этажа фабричного здания с деревянным настилом из досок. Длина пролета $l = 6$ мт. Сосновые балки имеют размеры сечения 240×260 мм. Расставлены они на 1 мт. (от оси одной балки до оси другой). Перекрытие балок сделано досками толщиною в 35 мм. ($^3/_4$ вершка). Нагрузку надо считать равномерно-распределенной по всей площади пола и равной 500 кг. на 1 кв. мт. Надо проверить крепость покрытия, принимая во внимание и его собственный вес.



156.

Начинаем с подсчета собственного веса, приходящегося на 1 кв. мт. площади пола.

Вес балок с сечением 24×26 см.	41 кг.
» полового настила с толщиною 3,5 см.	23 »
Всего	64 кг.

Проверяя крепость досчатого настила, считаем его как балку, свободно положенную на опоры и равномерно нагруженную. Расстояние между опорами сочтем за $l_1 = 1$ мт. $= 100$ см., хотя между смежными гранями соседних балок пролет равен всего 76 см. Нагрузку, считая и собственный вес настила, берем 523 кг. на кв. мт. Для проверки возьмем длину настила в 1 мт. вдоль оси балок. По *форм. 218* имеем:

$$\frac{Q_1 \cdot l_1}{8} = H_1 \cdot W_1 ; \qquad \frac{523 \cdot 100}{8} = H_1 \cdot \frac{100 \cdot 3{,}5^2}{6} ;$$

$$H_1 = 32 \text{ кг. на см.}^2$$

Модуль сечения балки берем по табл. 15; он будет $W = 2\,702$ см.^{3} Нагрузка и собственный вес покрытия будет

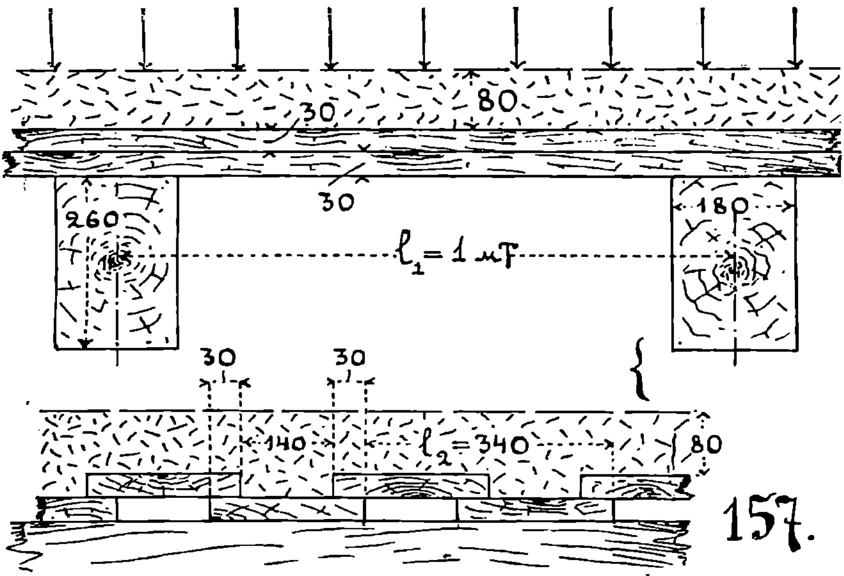
$Q = 564$ кг. на 1 кв. мт. По форм. *218* найдем рабочее напряжение у балок:

$$6 \cdot \frac{564 \cdot 600}{8} = H \cdot 2\,702\,, \quad \text{откуда} \quad H = 94 \text{ кг. на кв. см.}$$

Провес балки найдем по форм. *277*:

$$p = f : l = \frac{5}{24} \cdot \frac{94 \cdot 600}{26 \cdot 100\,000} = \frac{1}{221}\,.$$

Пример 79. На *фиг. 157* даны разрезы потолочного покрытия. Размеры балок 180×260 мм. Расстановка их (от оси одной до оси другой) $l_1 = 1$ мт. Пролет у балок $l = 6{,}6$ мт. Поверх балок двойной настил из досок толщиною 30 мм.



157.

($^5/_8$ вершка). Поверх настила засыпка землею в 80 мм. толщиною. Считая, что поверх засыпки возможна будет нагрузка до 150 кг. на кв. мт., надо проверить крепость этого покрытия.

Подсчет собственного веса покрытия, приходящегося на 1 кв. мт. площади потолка, дает нам:

Вес балок с сечением 18×26 см. . . .	31	кг.
» досчатого настила.	20	»
» засыпки поверх настила	148	»
Всего	199	кг.

Крепость досчатого настила проверим на ширине двух смежных досок $l_2 = 340$ мм. Нагрузка и собственный вес дадут на 1 кв. мт. давление

$$(150 + 20 + 148) \cdot 0{,}34 = 108{,}1 \text{ кг.}$$

По форм. *218* $\cdots \dfrac{108 \cdot 100}{8} = H_1 \cdot 2 \cdot \dfrac{20 \cdot 3^2}{6}$,

откуда $\qquad H_1 = 23$ кг. на кв. см.

Рабочее напряжение в балках получим также по форм. *218*:

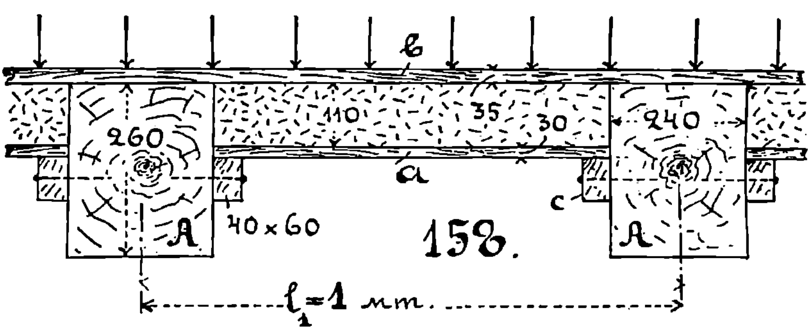
$$\frac{(199 + 150) \cdot 6{,}6 \cdot 660}{8} = H \cdot \frac{18}{24} \cdot 2\,702\,; \qquad H = 94 \text{ кг. на см.}^2$$

Модуль в эту формулу внесен по данным таблицы 15: там есть модуль для балки 24×26 см., а нам надо было его иметь для нашей балки 18×26 см.

Провес балки получим по форм. *277*:

$$p = \frac{5}{24} \cdot \frac{94 \cdot 660}{26 \cdot 100\,000} = \frac{1}{201}\,.$$

Пример 80. На *фиг. 158* изображен в разрезе междуэтажный потолок-пол с двойным деревянным досчатым настилом



158.

из досок a и b; между ними и балками сделана засыпка землей. Балки A имеют размеры поперечного сечения 240×260 мм. С боков к ним прибиты гвоздями планки c, у которых сечение 40×60 мм. Поверх планок сделан настил из досок a в 30 мм. толщиною. Настил a является как бы дном ящика, который образуется между балками A и стенами здания. Стенки этого ящика смазываются глиною, а затем во всю свою высоту 11 см. этот ящик набивается землею. Поверх балок A сделан второй настил b из досок в 35 мм. толщиною, которые будут служить полом в верхнем этаже. Пролет у балок A — 6,6 мт. Надо проверить крепость такого покрытия, предназначенного для жилого здания.

Прежде всего и здесь также сделаем подсчет собственного веса покрытия, приходящегося на 1 кв. мт. площади потолка-пола.

Вес	балок A с сечением 24×26 см.	41	кг.
»	настила a толщиною 3 см.	15	»
»	» b » 3,5 см	23	»
»	планок c с сечением 4×6 см.	3	»
»	земляной засыпки толщиною 11 см. ..	134	»
	Всего...	216	кг.

Нагрузку на 1 кв. мт. пола в жилом здании примем в 250 кг. Проверку крепости настила b мы уже делали при подобных же условиях в примере 78. Сделаем проверку крепости настила a на длине 1 мт. вдоль оси балки A, считая что на этот настил передается нагрузка только от его собственного веса и еще от веса засыпки, т. е.

$$15 + 134 = 149 \text{ кг. на 1 кв. мт.}$$

$$\text{По форм. } \mathit{218} \cdots \frac{149 \cdot 0{,}76 \cdot 760}{8} = H_1 \cdot \frac{100 \cdot 3^2}{6},$$

откуда $H_1 = 72$ кг. на кв. см.

Для балок A полная нагрузка будет

$$250 + 216 = 466 \text{ кг. на 1 кв. мт.}$$

$$\text{По форм. } \mathit{218} \cdots \frac{466 \cdot 6{,}6 \cdot 660}{8} = H \cdot 2\,702,$$

откуда $H = 94$ кг. на кв. см.

Провес у балок A будет $p = 1:201$.

Пример 81. На *фиг. 159* в плане изображены две деревянные балки A_1D_1 и A_2D_2 одинаковой длины l. Концы их D_1 и D_2 накрепко заделаны в стену, а свободные концы перекрыты поперечной A_1A_2, на которую передается вертикальный сосредоточенный груз P. Надо выбрать положение точки C так. обр., чтобы обе балки получили одинаковый прогиб, а затем найти отношение между расчетными напряжениями у этих балок и дать условия, при которых обе балки будут равноопасны. Собственный вес балок не будем принимать во внимание.

Нагрузки, передающиеся на правую и левую балку, пусть будут P_1 и P_2, моменты инерции балок J_1 и J_2, модули сечения — W_1 и W_2, размеры сечения — $d_1\times h_1$ и $d_2\times h_2$. По форм. *203* получим:

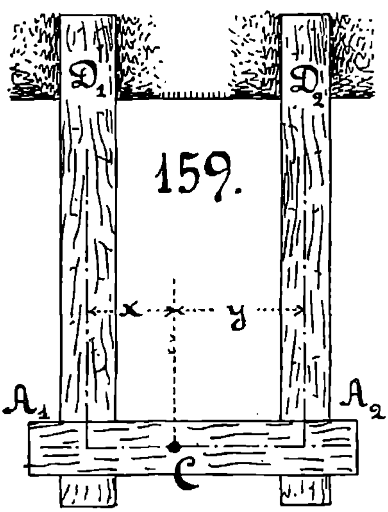
$$f=\frac{P_1\cdot l^3}{3E\cdot J_1}=\frac{P_2\cdot l^3}{3E\cdot J_2}\,;\qquad \frac{P_1}{P_2}=\frac{J_1}{J_2}=\frac{y}{x}$$

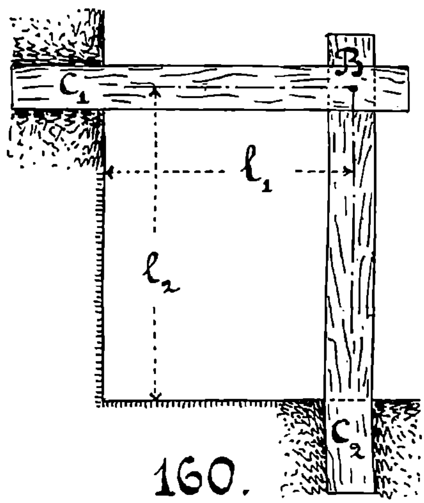
$$W_1=\frac{d_1\cdot h_1^2}{6}\,;\quad W_2=\frac{d_2\cdot h_2^2}{6}\,;\quad J_1=\frac{d_1\cdot h_1^3}{12}\,;\quad J_2=\frac{d_2\cdot h_2^3}{12}$$

$$P_1\cdot l=H_1\cdot W_1\,;\qquad P_2\cdot l=H_2\cdot W_2\,;\quad \text{откуда}$$

$$\frac{H_1}{H_2}=\frac{P_1}{W_1}:\frac{P_2}{W_2}=\frac{J_1}{W_1}\cdot\frac{W_2}{J_2}=\frac{h_1}{h_2}\,,$$

т. е. напряжения у балок будут относиться, как высоты их поперечных сечений. Балки будут равноопасны, если сделаем





$h_1=h_2$; а ширина их сечений повлияет только на образование величины отношения $x:y$, но не на крепость балок.

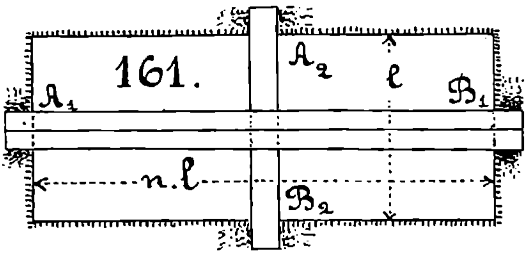
Пример 82. На *фиг. 160* в плане показаны две деревянные балки C_1 и C_2 разной длины и с разной высотою сечений h_1 и h_2. Они перекрывают одна другую в плане, и до своего нагружения они касаются одна другой. Вертикальный сосредоточенный груз P будет передаваться на верхнюю из балок в узловой их точке B. Балки должны быть равноопасны.

$$P_1\cdot l_1=H_1\cdot\frac{2J_1}{h_1}\,;\quad P_2\cdot l_2=H_2\cdot\frac{2J_2}{h_2}\,;\quad H_1=H_2=H$$

$$f=\frac{2}{3}\cdot\frac{H\cdot l_1^2}{E\cdot h_1}=\frac{2}{3}\cdot\frac{H\cdot l_2^2}{E\cdot h_2}\,;\quad \text{откуда}\quad \frac{h_1}{h_2}=\left(\frac{l_1}{l_2}\right)^2$$

т. е. высоты балок должны здесь относиться, как квадраты длины балок.

Пример 83. На *фиг. 161* показано в плане перекрытие прямоугольной площади двумя системами деревянных балок. Сначала существовали две балки $A_1 B_1$ длиною $n \cdot l$, положенные рядом для восприятия груза P в средине своей длины. Затем, желая увеличить нагрузку P, под обе продольные балки подвели поперечную балку $A_2 B_2$ длиною l. Рабочее напряжение в системе балок в обоих случаях должно быть одно и то же. Спрашивается, насколько велика будет помощь от поперечной балки, если модуль сечения у всех трех балок один и тот же.



Когда продольные балки работали одни, расчет их вели по форм. *214*:

$$\frac{P \cdot n \cdot l}{4} = H \cdot 2W, \quad \text{откуда} \quad P = 8 \cdot \frac{H \cdot W}{n \cdot l}$$

Поперечную балку подвели под продольные так. обр., чтобы до нагружения системы они были между собою в соприкосновении; а затем их нагрузили новой нагрузкой Q, которая, прогибая и верхние и нижние балки вместе, вызвала у продольных балок напряжение H_1, а у поперечной H_2, заставив их дать одну и ту же стрелу прогиба f_2; допускаемая величина этой стрелы напишется по форм. *276*:

$$f_2 = \frac{H_1 \cdot (n \cdot l)^2}{6 \cdot E \cdot h} = \frac{H_2 \cdot l^2}{6E \cdot h}, \quad \text{откуда} \quad H_2 = H_1 \cdot n^2 \cdot \cdot \cdot \cdot \quad \mathbf{285.}$$

Но так как n более единицы, то отсюда ясно, насколько *невыгодно* отразилась эта совместная работа на распределении напряжений. Допускаемым напряжением H теперь может быть только H_2, величина же H_1 должна быть много ниже допускаемой:

$H_2 = H =$ допускаемому напряжению.

$H_1 = H : n^2$, менее допускаемого напряжения.

Пусть сила $Q = P_1 + P_2$, отдельным нагрузкам, которые берут на себя продольные балки и поперечная; тогда

$$\frac{P_1 \cdot n \cdot l}{4} = H_1 \cdot 2W; \qquad P_1 = \frac{8W \cdot H_1}{n \cdot l}.$$

$$\frac{P_2 \cdot l}{4} = H \cdot W; \qquad P_2 = \frac{4W \cdot H}{l}.$$

$$Q = P_1 + P_2 = \frac{8W}{n \cdot l} \cdot \left(H_1 + \frac{n \cdot H}{2}\right)$$

$$\frac{Q}{P} = \left(H_1 + \frac{n \cdot H}{2}\right) : H = \frac{1}{n^2} + \frac{n}{2} = \frac{2 + n^3}{2n^2}$$

При $n = 1 \cdots\cdots Q:P = 1{,}5$	При $n = 3 \cdots\cdots Q:P = 1{,}61$
» $n = 1{,}58 \cdots Q:P = 1{,}19$	» $n = 4 \cdots\cdots Q:P = 2{,}06$
» $n = 2 \cdots\cdots Q:P = 1{,}25$	» $n = 5 \cdots\cdots Q:P = 2{,}54$

Пример 84. Изменим условия предыдущей задачи вот каким образом: когда поперечная балка подводится под продольные, сделаем так, чтобы в это время был между ними зазор. Через это мы заставим поперечные балки прогибаться сильнее, чем это было в предыдущем случае. Это и нужно для повышения у них рабочего напряжения. В общем заставим продольные балки прогнуться в (n^2) раз сильнее чем поперечные, тогда по форм. *276* получим:

$$\frac{H_1 \cdot (n \cdot l)^2}{6E \cdot h} = n^2 \cdot \left(\frac{H_2 \cdot l}{6E \cdot h}\right), \quad \text{откуда} \quad H_1 = H_2 = H \cdots\cdots \mathbf{286.}$$

т. е. таким приемом сборки мы заставим всю систему балок работать с одинаковым напряжением, что и желательно для наилучшего использования материала.

При этих новых условиях вся система балок в состоянии будет воспринять на себя новую безопасную нагрузку Q_1, а отдельные балки возьмут на себя новые нагрузки P_3 и P_4, величины которых определятся так:

$$\frac{P_3 \cdot n \cdot l}{4} = H \cdot 2W; \qquad P_3 = \frac{8W \cdot H}{n \cdot l}.$$

$$\frac{P_4 \cdot l}{4} = H \cdot W; \qquad P_4 = \frac{4W \cdot H}{l}$$

$$\frac{Q_1}{P} = \frac{P_3 + P_4}{P} = 1 + \frac{n}{2}$$

При $n = 1 \cdots Q_1 : P = 1{,}5$	При $n = 3 \cdots Q_1 : P = 2{,}5$
» $n = 2 \cdots Q_1 : P = 2{,}0$	» $n = 4 \cdots Q_1 : P = 3{,}0$.

Сравнение величин Q_1 и Q приводит нас к заключению, что этот второй прием передачи нагрузок и монтировки балок более выгоден, чем первый.

Нужно только определить величину зазора между продольными и поперечными балками при их установке. Теперь продольные балки будут иметь свою стрелу прогиба f, а поперечные свою f_1, причем:

$$\text{зазор при установке} \cdots f - f_1 = \frac{n^2}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{H \cdot l}{E \cdot h}.$$

Особенность расчетов, проведенных в двух последних задачах, заключается в том, что зависимость между рабочими напряжениями, которые устанавливаются у верхних балок и у нижней, не зависит от числа продольных балок.

96. Какое значение имеет наращивание деревянных прямоугольных балок в высоту. Пусть размеры одинарной прямоугольной балки будут $d \times h$, а сращенной в высоту $d \times n \cdot h$, тогда модуль сечения сращенной балки будет

$$W = \frac{d \cdot (n \cdot h)^2}{6} = n^2 \cdot \left(\frac{d \cdot h^2}{6}\right),$$

т. е. модуль возрастает пропорционально квадрату числа сращиваемых брусьев, а вес будет расти, как первая степень n.

Если бы мы данную балку $d \times h$ разрезали по вертикальным плоскостям на m одинаковых частей, то модуль сечения разрезанной балки получился бы равным:

$$W_1 = m \cdot \left(\frac{d}{m} \cdot \frac{h^2}{6}\right) = \frac{d \cdot h^2}{6}$$

т. е. величина его не изменилась от разрезания, а если бы подобное же разрезание мы сделали по горизонтальным плоскостям, то получили бы новое выражение модуля:

$$W_2 = m \cdot \frac{d}{6} \cdot \left(\frac{h}{m}\right)^2 = \frac{1}{m} \cdot \frac{d \cdot h^2}{6} = \frac{W_1}{m}.$$

Итак, разрезание балки на вертикальные полосы не уменьшает общей величины ее модуля, а разрезание горизонтальными плоскостями ведет обязательно к понижению ее модуля во сто́лько раз, на сколько частей сделано разрезание.

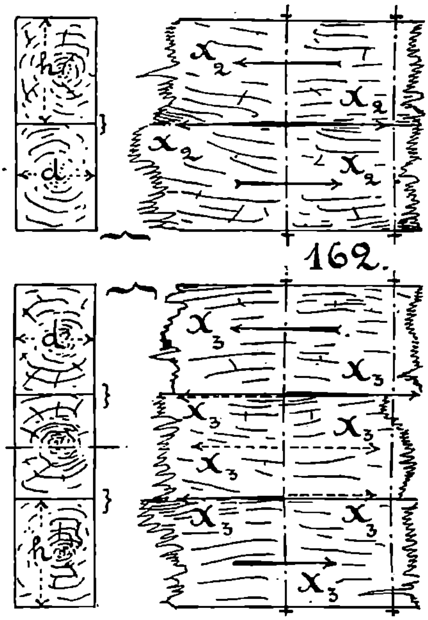
Увеличение модуля в (n^2) раз при сращивании балок приобретается, однако, не даром; для этого надо *устранить возможность скольжения* отдельных балок одной по другой. Это достигается или введением *силы трения* на соприкасающихся между собою стыках балок, как это мы уже видели при круглых балках, или введением *механического препятствия* скольжению в виде шпонок, зубьев и т. п.

Увеличение высоты балок вдвое посредством сращивания их, позволит увеличить и рабочую длину их при том же самом провесе.

Пусть по форм. *278* рабочая длина одинарной балки была найдена равною l, а для балки, сроіценной из двух брусьев, она будет l_1. тогда, понижая напряжение при расчете срощенной балки на 20%, получим:

$$\frac{h}{l \cdot 1{,}0} = \frac{2h}{l_1 \cdot 0{,}8}\ ;\quad \text{откуда}\quad l_1 = 2{,}5 \cdot l\,.$$

В этой возможности столь значительного увеличения длины балки, не повышая ее провеса, заключается одно из весьма ценных преимуществ срощенных балок. Но использовать его удается, главным образом, в мостовом только деле, а не жилищно-строительном, т. к. повышение высоты балок сопряжено всегда с потерями полезной высоты этажей при данной высоте здания.



97. Величина силы скольжения в прямоугольных срощенных балках. На *фиг. 162* показано сращивание двух балок и трех балок. Силы скольжения будут в обоих случаях разные; и не надо думать, что при трех балках сила скольжения X_3 будет меньше, чем X_2 при двух балках. Величины их в зависимости от рабочего напряжения H напишутся по форм. *263*:

$$X_2 = \Pi \cdot O_0 = \frac{H}{h} \cdot (d \cdot h) \cdot \frac{h}{2} = \frac{1}{2} \cdot H \cdot d \cdot h$$

$$X_3 = \left(H : \frac{3}{2} h\right) \cdot (d \cdot h) \cdot h = \frac{2}{3} \cdot H \cdot d \cdot h\,.$$

Такая величина силы скольжения будет на той длине балки, где момент изменяется от нуля до расчетной величины M, т. е. на всей длине балки сила скольжения повторится или 2 раза, или 3 раза, или 4 и т. д., смотря по способу нагружения балок.

Возбуждение силы трения на поверхности стыка балок посредством поперечных болтов было уже рассмотрено ранее, при круглых балках. Остается познакомиться здесь с задержанием скольжения посредством шпонок.

Пример 85. Равноплечая балка длиною $l = 6$ мт. положена свободно на две опоры и нагружена сосредоточенным грузом P. Балка выполнена из двух сосновых прямоугольных брусьев. Ширина у обоих брусьев одинаковая, по 240 мм., а высота у одного 240 мм., а у другого 360 мм. Оба сращиваемые бруса стянуты болтами. При определении безопасной нагрузки решено не принимать во внимание собственного веса балки, но зато расчет делать с пониженным напряжением $H = 0{,}7$ кг. на кв. мм. Надо найти:

1) сколько стягивающих болтов c надо поставить на каждом из плеч балки;

2) сколько шпонок могли бы заменить собою эти c болтов;

3) до какой величины H_1 может повыситься рабочее напряжение в балке, если будет принят во внимание также и собственный вес балки и болтов?

Размеры сечения у срощенной балки будут 24×60 см. По таблице 15 найдем для нее модуль сечения $2^2 \cdot 3\,600$ см^3.

Безопасная нагрузка для срощенной балки найдется по форм. *214*:

$$P = \frac{4H \cdot W}{l} = \frac{4 \cdot 0{,}7 \cdot 4 \cdot 3\,600\,000}{6\,000} = 6\,720\ .\ \text{берем } 6\,700 \text{ кг.}$$

Силу скольжения на каждом из плеч балки дает нам форм. *263*:

$$X = H \cdot O = \frac{0{,}7}{300} \cdot 240^2 \cdot 180 = 24\,192 \text{ кг.}$$

Болты берем с диам. $1^3/_4$ дюйма. Площадь живого сечения у такого болта равна 1 131 кв. мм. Работая с напряжением в 5 кг. на кв. мм., каждый болт даст затяжку в 5 655 кг. Если принять коэф. трения равным 0,3, получим силу трения от одного болта равной

$$5\,655 \cdot 0{,}3 = 1\,697 \text{ кг.}$$

Число болтов на каждом плече будет

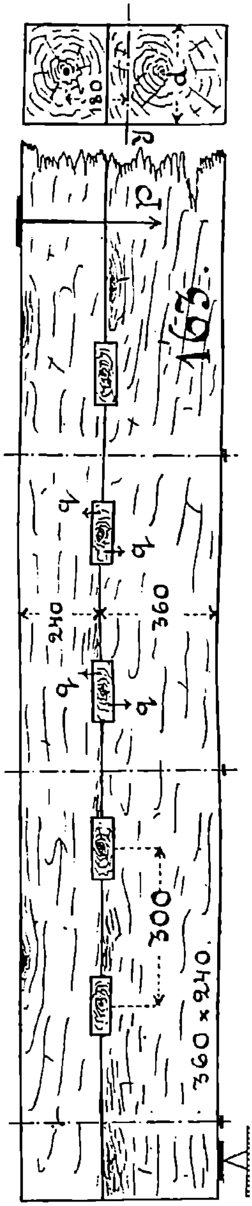
$$c = \frac{24\,192}{1\,697}\,, \quad \text{берем} \quad c = 15\,.$$

Всех болтов на балке будет 30 штук. Собственный вес деревянного материала балки будет

$$\frac{240 \cdot 600 \cdot 6\,000 \cdot 0{,}6}{1\,000\,000}, \quad \text{берем } 520 \text{ кг.}$$

Диаметр болтового стержня 45 мм.; вес 100 мм. такого стержня 1,237 кг. Вес каждого из болтов будет:

вес стержня 600 мм. длиною . .	7,422 кг.
» гайки	0,919 »
головки	1,151
» двух бляшек	1,976 »
	11,468 кг.



Вес всех 30 болтов будет 344 кг. Полное рабочее напряжение у балки получится, приняв во внимание и собственный вес ее:

$$Q = 520 + 344 = 864 \text{ кг.}$$

$$H_1 = \frac{l}{4} \cdot \left(P + \frac{Q}{2}\right) : W = \frac{6\,000}{4} \cdot \frac{6\,700 + 432}{4 \cdot 3\,600\,000}$$

$$= 0{,}75 \text{ кг. на мм.}^2$$

Заменим теперь болты шпонками (*фиг. 163* и *164*). Толщину шпонки берем в зависимости от средней высоты брусьев так:

$$k = 0{,}2 \cdot 300 = 60 \text{ мм.}$$

Ширину шпонки берем

$$b = 3\,k = 180 \text{ мм.}$$

Рабочий бок mn (*фиг. 164*) у шпонки будет иметь площадь $k \cdot d$; напряжение на этом боку можно взять $H_2 = 0{,}4$ кг. на кв. мм. Давление на бок шпонки будет:

$$ж = k \cdot d \cdot H_2 = 60 \cdot 240 \cdot 0{,}4 = 5\,760 \text{ кг.}$$

На верхней и нижней стороне шпонки, в ответ на действие пары *жж*, возникнет пара qq, причем сила

$$q = \frac{b}{2} \cdot d \cdot \frac{H_3}{2} = 90 \cdot 240 \cdot H_3 = 21\,600 \cdot \frac{H_3}{2}.$$

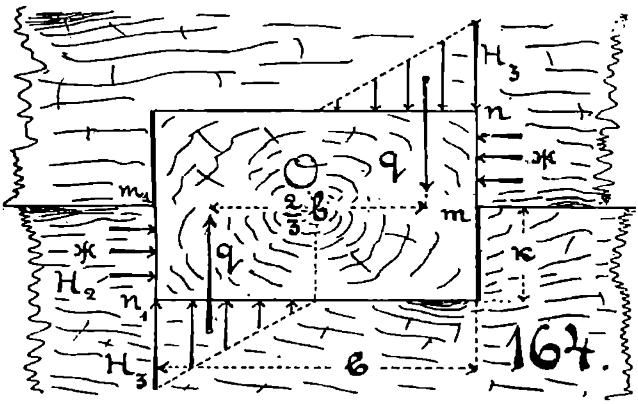
Условие равновесия обеих пар сил даст нам равенство:

$$ж \cdot k = q \cdot \frac{2}{3} b, \quad \text{откуда} \quad H_3 = \frac{5\,760 \cdot 60 \cdot 2}{21\,600 \cdot 120} = 0{,}26 \text{ кг. на мм.}^2$$

Получилась величина возможная; стало быть, величину силы $ж$ можно будет принять на бок шпонки, и число их понадобится взять равным

$$c_1 = \frac{X}{ж} = \frac{24\,192}{5\,760}; \quad \text{берем} \quad c_1 = 5.$$

Чтобы шпонки не могли повернуться в своих гнездах под действием моментов $ж \cdot k$, будет поставлено на каждом



164.

плече балки по три болта (фиг. 163). На все шесть болтов придется раздать нагрузку $10 \cdot q$. Для большей надежности рассчитаем каждый болт на силу

$$2q = 21\,600 \cdot 0{,}26 = 5\,616 \text{ кг.}$$

Допуская здесь напряжение в 7 кг. на кв. мм., получим площадь живого сечения

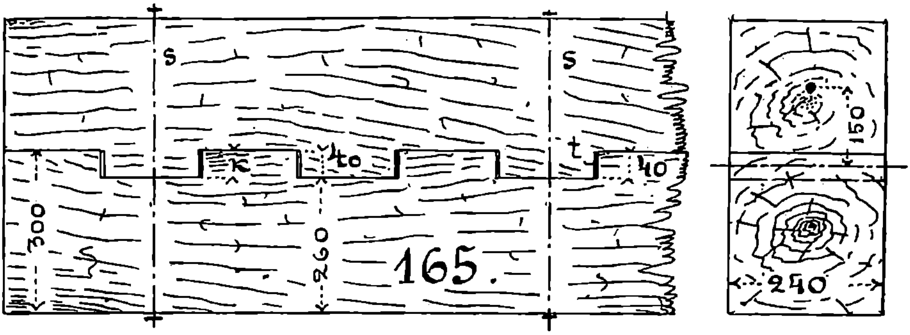
$$5\,616 : 7 = 802 \text{ кв. мм.},$$

что соответствует диаметру болта в полтора дюйма.

Пример 86. Балка срощена из двух одинаковых брусьев прямоугольного сечения $d \times h$, заделана одним концом в стену, а на свободном конце нагружена силою P. Сращивание балки на видимой части ее было сделано с помощью болтов таким образом, как это требовалось по расчету; а на невидимой части балки, т. е. на той, которая заделана в стену, болтов не было поставлено вовсе. На сколько процентов повысится рабочее напряжение у балки против расчетного из-за допущенной «оплошности»?

Ответ.... На 100 %.

Пример 87. На *фиг. 165* изображена схема устройства равноплечей балки, имеющей пролет $l = 6$ мт. Она свободно положена концами на опоры и нагружена в средине своей длины сосредоточенным грузом P. Балка выполнена из двух сосновых прямоугольных брусьев 240×300 мм. Обе балки одна в другую врезаны «зубом», расклинены тонкими клиньями t, $t \cdots$



и стянуты легкими болтами s, $s \cdots$. Надо сделать расчет такой балки с напряжением $H = 0{,}7$.

Сделаем высоту зубьев равной 40 мм., тогда вся высота балки будет 560 мм. Модуль сечения балки

$$W = 240 \cdot \frac{560^3 - 40^3}{12} : 280 = 12\,540\,000 \text{ мм.}^3$$

Безопасная нагрузка — по форм. *214*:

$$P = \frac{4H \cdot W}{l} = \frac{4 \cdot 0{,}7 \cdot 12\,540\,000}{6\,000} = 5\,852 \text{ кг.}$$

Силу скольжения брусьев на одном из плеч балки определим по форм. *263*:

$$X = \frac{0.7}{280} \cdot 260 \cdot 240 \cdot 150 = 23\,400 \text{ кг.}$$

На один зуб можно передать давление

$$ж = k \cdot d \cdot H_2 = 40 \cdot 240 \cdot 0{,}4 = 3\,840 \text{ кг.}$$

На каждом плече потребуется иметь зубьев

$X : ж = 23\,400 : 3\,840$, с запасом берем 8 зубьев.

На каждый зуб придется ширина

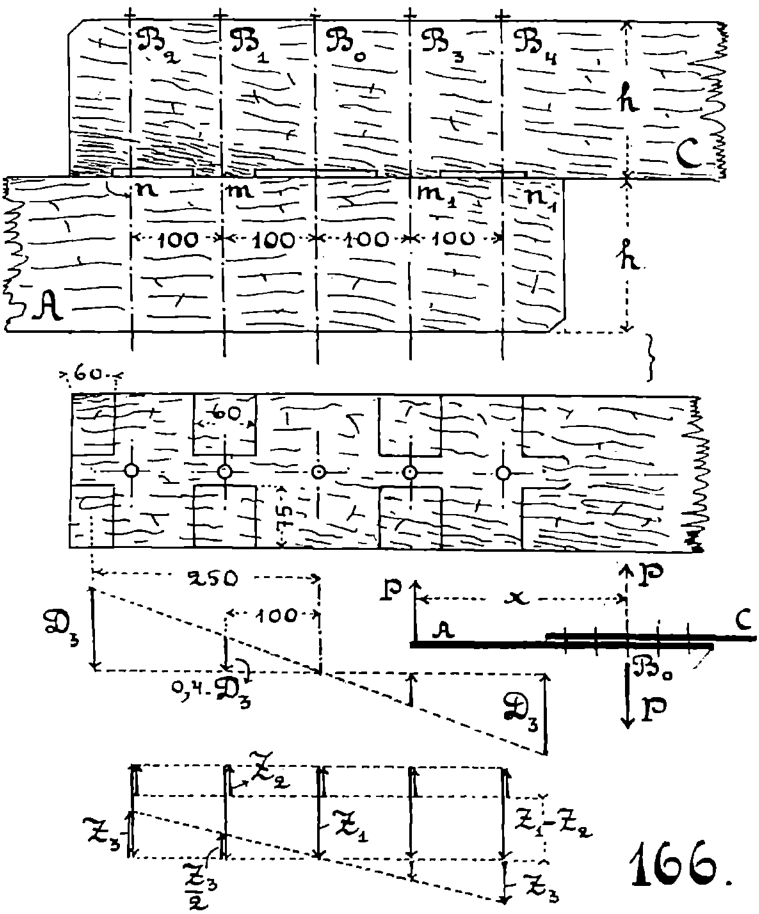
$$b = \frac{3\,000}{2 \cdot 8} = 187 \text{ мм.}$$

Напряжение сдвига в зубьях получится равным

$$H_1 = \frac{ж}{b \cdot d} = \frac{3\,840}{187 \cdot 240} \quad 0{,}086 \text{ кг. на кв. мм.}$$

При спокойной передаче нагрузки в сосне вдоль волокон допускают на сдвиг от 0,1 до 0,15 кг. на кв. мм.

Пример 88. На *фиг. 166* показано сращивание деревянных брусьев A и C пятью однодюймовыми болтами. Оси их



166.

обозначены на чертеже буквами $B_0 B_1 B_2 B_3 B_4$. Сращивание сделано, чтобы нарастить балку C в длину; а на конце A будет передано на балку давление $P = 1\,000$ кг. Надо найти наибольшую величину плеча $x = \overline{AB}_0$, при которой все еще допустимо будет употребление этого наставка.

Площадь живого сечения дюймового болта, считаемая по внутреннему диаметру, равна 357 кв. мм. Для большей надежности, а также и для упрощения арифметических выкладок, считаем ее за $F = 350 = 7 \cdot 50$ кв. мм. Точно также площадь сечения тела болта, считаемую по внешнему диаметру его, будем принимать за $F_1 = 500 = 10 \cdot 50$ кв. мм. вместо 506.

Сначала брусья должны быть стянуты, чтобы вызвать в болтах предварительную затяжку. Пусть она будет сделана с напряжением $Z_1 = 4$ кг. на кв. мм. в каждом из пяти болтов.

На поверхности стыка брусьев образованы четыре площадки mm_1nn_1; у каждой из них площадь смятия будет $F_2 = 60 \cdot 150$ кв. мм. Соответственно напряжению Z_1 пусть возбудится здесь напряжение смятия D_1. Оно найдется из следующего равенства:

$$5 \cdot F \cdot Z_1 \quad 4 \cdot F_2 \cdot D_1 \, ; \quad \text{или} \quad D_1 = Z_1 \cdot \frac{5F}{4F_2}$$

$$D_1 = \frac{4 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 50}{4 \cdot 60 \cdot 150} = \frac{7}{36} = 0{,}2 \text{ кг. на кв. мм.},$$

т. е. напряжение D_1 составляет приблизительно $1:20$ от Z_1.

Когда сращенная балка будет положена своим концом A на опору и воспримет на себя давление P, тогда произойдут два следующих явления:

1) брус A будет прижат к брусу C силою P, отмеченною на схеме фиг. 166 пунктиром;

2) брус A будет иметь стремление повернуться относительно оси B_0, повинуясь воздействию пары сил PP, имеющей своим плечом длину x, которую мы отыскиваем.

Нажатие брусьев силою P вызовет в болтах уменьшение напряжения на величину Z_2, а на поверхности стыка брусьев напряжение повысится на некоторую величину D_2. Выразим эту мысль равенством:

$$P + 5 \cdot F \cdot (Z_1 - Z_2) = 4 \cdot F_2 \cdot (D_1 + D_2) \, , \quad \text{или}$$

$$P = 5\,F \cdot Z_2 + 4\,F_2 \cdot D_2 \, .$$

Допуская и здесь также, что $D_2 = Z_2 : 20$, получим:

$$P = \left(5\,F + \frac{F_2}{5}\right) \cdot Z_2 \, , \quad \text{или}$$

$$1\,000 = Z_2 \cdot \left(5 \cdot 7 \cdot 50 + \frac{60 \cdot 150}{5}\right) = 50 \cdot Z_2 \cdot (35 + 36) \, .$$

откуда $$Z_2 = \frac{20}{71} = 0{,}28 \text{ кг. на кв. мм.}$$

$$D_2 = 0{,}015 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Действие вращательного момента $P \cdot x$ вызовет в болтах $B_3 B_4$ увеличение напряжения, а в болтах $B_1 B_2$ уменьшение. Если Z_3 будет приращение напряжения у крайних болтов, т. е. у B_4 оно будет $(+Z_3)$, а у болта B_2 его величина будет $(-Z_3)$; тогда приращения напряжения у двух других болтов будут такие: у болта B_3 — $(+0{,}5 \cdot Z_3)$, а у болта B_1 — $(-0{,}5 \cdot Z_3)$. Натяжение среднего болта B_0 при этом не изменится. Одновременно с этим произойдет изменение и напряжений смятия. Пусть средняя величина из напряжений смятия, возникающих на площадках n и n_1, будет $(+D_3)$ на площадке n и $(-D_3)$ на площадке n_1; тогда на площадке m приращение напряжения смятия должно быть $(+0{,}4 \cdot D_3)$, а на площадке m_1 — $(-0{,}4 \cdot D_3)$.

В результате пара PP уравновесилась четырьмя парами, — двумя со стороны болтов и двумя со стороны сил, сминающих плоскость стыка. Выразим равенство этих пяти моментов формулою:

$$1\,000 \cdot x = F \cdot Z_3 \cdot 400 + F \cdot \frac{Z_3}{2} \cdot 200 + F_2 \cdot D_3 \cdot 500 + F_2 \cdot \frac{4D_3}{10} \cdot 200.$$

$$1\,000 \cdot x = F \cdot Z_3 \cdot 500 + F_2 \cdot D_3 \cdot 580 \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad \textbf{286.}$$

Установим теперь зависимость между величинами Z_3 и D_3. Пусть Y_3 будет напряжение в теле болта, соответствующее напряжению Z_3 в живом сечении болта, тогда

$$F \cdot Z_3 = F_1 \cdot Y_3 ; \qquad Z_3 = \frac{F_1}{F} \cdot Y_3 = \frac{10}{7} \cdot Y_3 .$$

Выразим теперь ту мысль, что, при повороте плоскости стыка моментом $P \cdot x$, увеличение длины тела болта и упругое изменение высоты бруса были бы одинаковы, если бы ось крайнего болта и центральная линия площадки n были на одном и том же расстоянии от оси вращения B_0, т. е. тогда применялась бы форм. *2*; а в случае разных расстояний эта формула будет написана так:

$$\frac{Y_3 \cdot 2h}{20\,000} \cdot 200 = \frac{D_3 \cdot 2h}{1\,000} \cdot 250 , \quad \text{откуда}$$

$$Y_3 = 25 \cdot D_3 ; \quad Z_3 = \frac{25 \cdot 10}{7} \cdot D_3 ; \quad \frac{Z_3}{D_3} = 36 .$$

После этого уравнение *286* можно будет написать так:

$$50 \cdot 20 \cdot x = Z_3 \cdot \left(7 \cdot 50 \cdot 40 + 60 \cdot 3 \cdot 50 \cdot \frac{580}{36}\right)$$

$$2x = Z_3 \cdot (280 + 290) \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad \textbf{287.}$$

Вторая часть этого равенства показывает нам своими слагаемыми, заключенными в скобку, что в уравновешивании момента $P \cdot x$ почти одинаковое участие принимают как сопротивление болтов, так и упругое сопротивление плоскости стыка.

Если предположим, что допускаемое напряжение наиболее натянутого болта B_1 будет $Z = 7$ кг. на кв. мм., тогда мы получим следующее:

$$Z = Z_1 - Z_2 + Z_3\,; \quad 7 = 4 - 0{,}28 + Z_3\,,$$

откуда $$Z_3 = 3{,}28 \text{ кг. на кв. мм.}$$

$$D_3 = 0{,}09 \text{ » » » »}$$

Полное напряжение смятия на площадке m будет

$$D = D_1 + D_2 + D_3 = 0{,}2 + 0{,}015 + 0{,}09 = 0{,}305\,.$$

Полученная величина D вполне допустима. В то же самое время наименьшее напряжение смятия, которое проявится на площадке n_1 будет

$$D_4 = D_1 + D_2 - D_3 = 0{,}215 - 0{,}09 = 0{,}125\,.$$

Величина D_4 получилась положительной, и она обязательно должна быть положительной, иначе площадка n_1 могла бы разгрузиться вовсе; а это недопустимо.

Все данныя говорят за то, что взять напряжение Z_3 равным 3,28 будет возможно; а тогда из форм. *287* получим

$$x = \frac{570 \cdot Z_3}{2} = 285 \cdot 3{,}28 = 935 \text{ мм.}$$

Если бы передаваемая на опору A сила была не 1000 кг., а 1200, то вычисленную нами величину надо было бы уменьшить в отношении 10 : 12; а при уменьшении величины P плечо x можно соответственно увеличить.

Схема приведенного здесь расчета составлена таким образом, что самый расчет поставлен вне зависимости от ширины балки и высоты ее; существенную роль играют только расстояния между осями болтов и расстояния сминаемых площадок mn от оси вращения стыка.

б) Железные и стальные балки, их расчет и построение.

98. Особенности балок, приготовленных прокаткою из железа или стали. Не надо думать, что железный и стальной материал, применяемый в жилищно-строительном деле, в машино-строительном деле и в мостовом деле, представляет собою что-либо в такой мере определенное, что его можно охарактеризовать постоянными, неизменными цифрами. Торговые сорта железа и стали гораздо более многочисленны и разнообразны, чем торговые сорта дерева, как строительного материала. И дальше, с течением времени, с изменением техники выработки материала, изменяются и самые сортà его и способ их наилучшего использования.

Наибольшую давность применений имеют за собою балки из сварочного железа; в последнюю четверть прошлого столетия развилось более широкое и сознательное использование мартэновской стали и так называемого «литого железа», приготовляемого во вращающихся печах *Бессемера*; начало этого века, перед Великой войной, ознаменовалось большой культурной работой, которая повела за собою: во первых, широкое практическое применение в мостовом деле специальных сортов стали, содержащей в себе технические примеси редких металлов (никкеля, марганца, хрома и ванадия), способствующих повышению ценных технических свойств стали; и во вторых, широкое применение так называемой «электро-стали», т. е. мартэновской стали, очищенной в электрических печах. При всех несомненных преимуществах этих последних материалов перед железом, дальнейшее еще более полное использование их ограничивалось исключительно их рыночными ценами и являлось, следовательно, лишь вопросом времени, потребного для того, чтобы только сблизить между собою продажные цены*) этих материалов.

Формы поперечных сечений у железных и стальных прокатных полос бывают крайне разнообразны. Ходовые формы — круглая, квадратная, прямоугольная, в виде буквы Г (угловое ж.), в виде буквы Т (тавровое ж.), в виде двух таких же букв, как бы сложенных своими ножками (двутавровое ж.), в виде буквы П (коробчатое ж., швеллеры), в виде буквы Z (зетовое ж.) и друг.

Чем сложнее форма поперечного сечения, чем более в своих контурах она удаляется от круглой или квадратной, тем бóльшая *неоднородность материала возможна* в различных точках одного и того же сечения. Эта неоднородность может выражаться: и в различной величине удельного веса (колебания

*) До войны стоимость 1 пуда мостовых материалов *обходилась себе* заграничным заводам, примерно, так: прокатное мостовое железо — от 88 до 102 коп. за пуд, электросталь — от 112 до 136 коп., никкелевая мостовая сталь — от 182 до 226 коп. Рыночная цена их могла уклоняться и уклонялась от этих цифр в сторону весьма значительно. — *Труды Рус. О-ва Испыт. Материалов* в Москве, т. II, статья проф. И. П. Прокофьева о применениях стали высокого сопротивления.

в одном и том же куске наблюдались до 7,2%), и в различной величине разрушающего напряжения при растяжении (колебания в одном и том же куске наблюдались от 6 до 30%), и в различной величине коэффициента упругости (до 15% в одном и том же куске).

Но в сооружениях, рассчитанных на действие заданной нагрузки, применяется часто не один кусок материала, а великое множество их. Все они могут носить в одном случае название железа, в другом — название стали, и все они могут представлять собою различные по своим свойствам единицы, не допускающие замены их одна другою. Бывают, независимо от этого, и сложные сооружения, одна часть которых выполнена из железа или стали, а другая, более ответственная часть, сознательно бывает выполнена, напр., из никкелевой стали; в процентном отношении она может занимать во всей массе материала в одном случае всего лишь 12%, а в другом и все 70%; и каждое решение вопроса в свое время было и технически правильным, и экономически правильным.

Геометрическая форма перечисленных выше поперечных сечений балок бывает не совсем простой; очертание ее делается большею частью смешанно-линейным с выработанными практикою величинами уклонов, закруглений и т. п., а потому и все расчетные данныя для этих сечений сводятся обыкновенно в таблицы, где указаны бывают: все линейные размеры сечения, его площадь, моменты инерции относительно двух главных осей, проходящих через центр тяжести сечения и взаимно перпендикулярных, затем — модули сечения относительно этих двух осей, а также и вес погонного метра полос q. Относительно всех этих величин надо сказать следующее: фактические величины могут оказаться выше табличных на 1—2—3%, а иногда и более, если завод продолжает катать полосы даже и после того, как профили у вальков уже разносились. Завод-производитель ничем не рискует при этом, так как он сдает материал по весу, а потребитель товара может быть вынужден к экстренным доплатам, вследствие увеличения веса, не предусмотренного расчетом на прочность

Удельный вес сварочного железа, как максимум, можно принимать равным 7,8, а для литого железа и стали — 7,85.

В расчетных таблицах вес полос дается обыкновенно в кг. и на длину одного мт., и дается он всегда для сварочного железа. Если надо пересчитать его для литого железа и стали, надо помножить табличные данныя веса на 1,0064.

Если надо перейти к другим мерам длины и веса, пересчет делается так:

Если q кг. на длине 1 мт. умножить на 0,744, получится вес погонного фута полос в русских фунтах: для обратного перевода коэф. = 1,344.

Если q кг. на длине 1 мт. умножить на 5,206, получится вес погонной сажени полос в русских фунтах.

Площадь F в кв. дм.	$= 0{,}155\ F$ в кв. см.
» F в кв. см.	$= 6{,}451\ F$ в кв. дм.
Момент инерции J в дм.^{4}	$= 0{,}024 \cdot J$ в см.^{4}
» » J в см.^{4}	$= 41{,}6 \cdot J$ в дм.^{4}
Модуль сечения W в дм.^{3}	$= 0{,}061 \cdot W$ в см.^{3}
» » W в см.^{3}	$= 16{,}38 \cdot W$ в дм.^{3}
Напряжение H кг. на мм.^{2}	$= 39{,}38 \cdot H$ пуд. на дм.^{2}
» H кг. на мм.^{2}	$0{,}635 \cdot H$ tn на дм.^{2}
» H пуд. на дм.^{2}	$= 0{,}0254 \cdot H$ кг. на мм.^{2}
» H пуд. на дм.^{2}	$= 0{,}0161 \cdot H$ tn на дм.^{2}
» H tn на дм.^{2}	$= 1{,}575 \cdot H$ кг. на мм.^{2}
» H tn на дм.^{2}	$62{,}028 \cdot H$ пуд. на дм.^{2}

№ углового	профиля	—	число	см.	в стороне уголка
» двутаврового	»	—	»	»	в высоте двутавра
» швеллерного	»	—	»	»	» швеллера
» таврового	»	—	»	»	в ширине и высоте тавра.

Длина двутавровых балок может быть заказана в пределах до 46 фут. (14 мт.). Заграничные заводы с одного нагрева катают двутавровые балки № 36—50 до 20 мт. длиною при величине веса болванки до 2800 кг., а до № 30 — до 40 мт. длиною при весе болванки до 2200 кг.

Линейные размеры сечения всех фасонных профилей балок были выработаны на целом ряде с'ездов германских инженеров, работающих по метало-прокатному и строительному делу. Идея, которая руководила инженерами при этой выработке размеров заключалась в том, чтобы, затрачивая определенную массу материала, использовать ее в смысле крепости возможно наилучшим образом. А для этого требовалось концентрировать материал возле нейтрального слоя в такой только мере, в какой этого требуют: 1) условия крепости балки на сдвиг в ее нейтральном слое, 2) условия самой прокатки и 3) условия отсутствия зыбкости у сечения, т. е. отсутствия местных перемещений одной части сечения относительно другой (напр., отсутствие вращения полок двутаврового сечения относительно его стенки). Вся же остальная масса материала, приходящаяся на данное сечение. должна была быть удалена от нейтрального слоя возможно дальше. Эта практическая задача нормализации таких. например, поперечных сечений. как двутавровое и коробчатое. разрешена была не сразу; поэтому в старых справочных книжках и в старых курсах можно найти для этих балок совершенно другие данные, чем в новых.

Русский балочный сортамент был выработан сначала в дюймовых мерах. а потом и он был переработан на метрические меры; но при этой переработке размеров введены были. однако, некоторые небольшие изменения. отличающие русские профили от немецких в подробностях. облегчающих, главным образом, процесс выработки. В результате получились балки. имеющие ту же высоту сечения, какая дается и немецким балкам. но с другой несколько величиною площади поперечного сечения. с другой величиной веса на 1 мт. длины, с другими величинами моментов инерции и модулей сечения. На числовых примерах, которые приведены далее, неоднократно будет указано на эту разницу. и она будет выяснена в подробностях.

По мере возрастания величины сгибающего момента. который должна выносить на себе балка. переходят к использованию всё высших и высших нумеров профилей, или же заменяют одну балку высшего нумера двумя-тремя балками более низких нумеров. Заранее надо знать, однако. что все такого рода замены будут невыгодны. так как они поведут к увеличению веса израсходованного балочного материала.

Напр.. двутавровая прокатная балка № 50 имеет

величину модуля сечения.... 2750 см.$^3 = W$

вес погонного мт. балки .... 141,3 кг. $= q$.

Ее можно заменить 10-ю балками № 22, у каждой из которых будет:

$$W = 278 \text{ см.}^3; \qquad q = 31{,}09 \text{ кг.}$$

Вес балочного материала во 2-й комбинации будет больше. чем в 1-й в отношении

$$\frac{10 \cdot 31{,}09}{141{,}3} = 2{,}2\,.$$

Стрела же прогиба во 2-й комбинации получится больше, чем в 1-й, в отношении высот балок, т. е. $50 : 22 = 2{,}28$.

Оказалось, что во всех отношениях вторая комбинация будет менее благоприятна, чем первая.

Во время истекшей войны явилась необходимость использовать двутавровые прокатные балки для замены ими разрущенных неприятелем мостовых ферм, имеющих небольшие пролеты. Проф. *Патон* предложил с этой целью воспользоваться балками № 40 русского сортамента, выкатанными из литого железа. Рассчитывая их с напряжением 1100 кг. на кв. см. на вес нормального поезда с давлением на оси паровоза по 20 tn, *Патон* дает, в зависимости от числа балок, исполнительную величину пролета следующим образом:

2 балки	№ 40 ···	пролет	3,7	мт.	··· I
3 »	» 40 ···	»	4,8	»	
4 »	» 40 ...	»	5,7	»	
5 »	» 40 ···		6,2	»	··· II
6 »	» 40 ···	»	6,7	»	
7 »	» 40 ···	»	7.3	»	
8 »	» 40 ···	»	7,8	»	

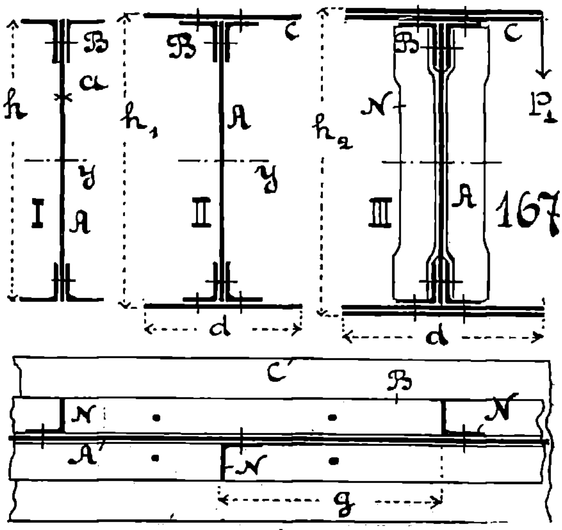
Получилось семь нумеров ферм, а выполнены они будут только из двух типов балок: для первых трех нумеров будет балка I, имеющая длину 6,4 мт.; а для последних двух нумеров балка II длиною 8,4 мт. Неизбежная при этом излишняя затрата материала может быть охарактеризована отношением между весом исполнительным и весом теоретическим. В крайних нумерах балки II эта величина колеблется от 8 до 35 %.

99. Железные и стальные клепаные балки. Практические требования, пред'являемые к металлическим балкам бывают слишком разнообразны: в одном случае выступает на первый план ограничение в высоте балки, в другом — ограничение в ее ширине, в третьем — ограничение в весе и стоимости и т. д. При широком разнообразии в этих требованиях, практический ответ на подобные запросы можно дать, применяя только клёпаные балки. Это — такого рода балки, которые получают приклёпыванием прокатных полос друг к другу посредством заклепок. При этом есть полная возможность получить балку и призматическую на всей длине, и ступенчатую.

При распределении материала, входящего в состав клепаной балки, имеют в виду возможно наилучшее использование его; а для этого удаляют его от нейтрального слоя как можно дальше.

На *фиг. 167* показаны три примера образования клепаных балок двутаврового сечения: балка I составлена из вертикальной стенки A и четырех уголков B, приклепанных к ней на самом дальнем расстоянии от нейтрального слоя; стенка представляет собою лист балочного железа с толщиною a от

8 до 13 мм.; уголки B могут быть разнообразных размеров. — редко менее $75 \times 75 \times 8$ мм.; в балке II к уголкам приклепаны еще полосы C, образующие собою два «пояса», растянутый и сжатый; в балке III таких поясных полос имеется по две в каждом поясе. Их может быть там и три, и четыре, и более. Нагружение таких балок надо делать в средней вертикальной плоскости, как того требует теория плоского изгиба; но случайно иногда сила P_1 может быть передана и на край верхнего пояса C; в таком случае верхний пояс может погнуть стенку A. Чтобы предупредить возможность подобного частичного изгиба балки, ее стенку A укрепляют, делают более жесткою. Для этого к стенке A в вертикальном направлении



167

приклепываются уголки N то с правой стороны, то с левой; на фиг. 167 внизу они показаны в плане, делая продольный разрез балки по нейтральному слою.

Комбинаций в использовании материала при образовании клепаных балок может быть сколько угодно, но *не все* они могут быть удачными и выгодными. Приходится рассчитать и одну комбинацию, и другую, и третью. Чтобы облегчить такого рода работу, существуют специальные справочные книжки по клепаным балкам и вообще по металлическим конструкциям. Лучшими справочниками были до сих пор немецкие, а именно:

Boehm und John. Widerstandsmomente, Trägheitsmomente und Gewichte von Blechträgern. 1913.
Zimmermann. Genietete Träger.
Scharowsky. Musterbuch für Eisenkonstruktionen.

Полезными пособиями при производстве расчетов железных балок, мостовых сооружений и всякого рода металлических конструкций являются также следующие специальные справочники:

Белелюбский и Богуславский. Подбор поперечных сечений и исчисление веса мостовых сооружений.

Из немецких изданий с общим названием Eisenbau отметим работы следующих инженеров — Bohny, Kolmann, Sonntag, Dianello.

Справочник общества «Hütte». XXII-е немецкое издание 1915 года, в трех томах.

Dirksen-Schaper. Hilfswerte für das Entwerfen und die Berechnung von Brücken. 1913, IV-е издание.

Melan. Der Brückenbau. 1914.

Если под руками нет таких справочников, то можно брать высоту железной балки h так. обр.:

$$\text{при постройке зданий} \cdots h \quad \text{от } \frac{l}{15} \text{ до } \frac{l}{20}$$

$$\text{» » мостов} \cdots h \quad \text{от } \frac{l}{8} \text{ до } \frac{l}{12}.$$

Зависимость между площадью сечения балки F, ее модулем W и размерами вертикальной стенки $a \times h$ можно определять по формуле инженера *В. Г. Шухова*:

$$F^3 = \frac{2a}{h} \cdot (3W)^2.$$

Эта формула предусматривает возможность выполнения клепаной балки с наименьшим для нее весом.

Расстояние между уголками N, делающими стенку жесткою, можно брать так:

$$g = 400 \text{ мм.} + 0{,}6 \cdot h.$$

Между центрами отверстий для заклепок в поясах берут расстояние от $4d$ до $6d$, где d — диаметр тела заклепки.

Заклепки, скрепляющие уголки с вертикальной стенкой, надо проверять на сдвиг по форм. *263*: статический момент O, который входит в эту формулу, надо взять для всей площади пояса, т. е. и для полос C и для уголков B. Нижеследующая таблица облегчает эти расчеты.

В ней даны:

d — диам. заклепок в *мм.*,

$f = \dfrac{\pi \cdot d^2}{4}$ — площадь сечения тела заклепки в *кв. мм.*,

q_1 — вес тысячи штук заклепочных головок в *кг.*

$d =$	14	16	18	20	22	24	26	28	30
$f =$	154	201	254	314	380	452	531	616	707
$q_1 =$	12,4	18,5	26,4	36,1	48.2	62,5	79,5	89,3	122,2

Приблизительный вес погонного *мт.* невысокой железной клепаной балки в *кг.* получается по формуле:

$$q = \frac{a \cdot h}{3} + \frac{7W}{3h} \cdots\cdots \qquad \textbf{288.}$$

В эту формулу надо вносить все размеры в *см.*, а величину W — в *см.*^{3}. Вес уголков N (фиг. 167) в эту форм. *288* не введен.

Вес балок с высотою более 1 мт. ближе подходит к другой формуле:

$$q = \frac{a \cdot h}{2} + \frac{2W}{h} \cdots\cdots \qquad \textbf{288a.}$$

По данным немецких инженеров наивыгоднейшею высотою h клёпаной двутавровой балки признается такая, которая будет выбрана по практической формуле

$$h \text{ см.} = A \cdot \sqrt{W \cdots \text{см.}^3}$$

При изменении модуля в пределах

от 10 000 до 30 000 см.^{3}

величина коэффициента A колеблется в пределах

от 1,2 до 1,0 .

Толщина же вертикальной стенки у клепаной балки берется по формуле

$$a = 0{,}7 \text{ см.} + \frac{h \text{ см.}}{250}$$

Если к полкам двутавровой или швеллерной балки приклепываются какие нибудь полосы или другие детали, то диаметр заклепок d выбирается в зависимости от нумера балки следующим образом:

N двутавра или швеллера		20	27	36	45
Диаметр заклепок	$d =$	16	20	23	26 мм.

Пробивание в полках отверстий для заклепок неизбежно уменьшает величину модуля сечения. Если в одном и том же поперечном сечении балки расположатся оси 4-х заклепочных отверстий (по две заклёпки на каждой полке), то *уменьшение модуля*, выраженное *в процентах*, довольно точно передают следующие эмпирические формулы:

$$\text{сечение двутавровое} \cdots \Gamma = \frac{495 \cdot d}{N + 7}$$

$$\text{» швеллерное} \cdots \Gamma = \frac{305 \cdot d}{N + 8} .$$

В эти формулы надо вносить вместо d — диаметр заклепочного отверстия в *см.*, а вместо N — нумер балочного профиля, т. е. число *см.* в его высоте.

Пусть, например, идет речь о двутавровой балке № 20 немецкого сортамента:

Модуль ее поперечного сечения $\cdots$ 214 см.^{3}

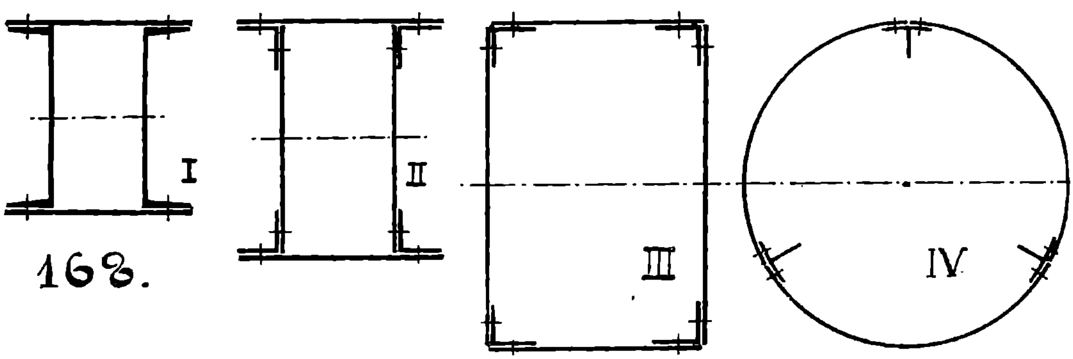
Ослабление сечения четырьмя заклепочными отверстиями $\cdots\cdots$ $\Gamma = \dfrac{495 \cdot 1{,}6}{20+7} = 29{,}33\,\%$

Модуль ослабленного сечения $\cdots\cdot$ $214 \cdot 0{,}7067 = 151{,}2$ см.^{3}

Если заклепочных отверстий будет приходиться на данное сечение не 4, а только 2, тогда предыдущую величину модуля ослабленного сечения можно будет повысить на 5%, т. е. можно будет взять ее равной

$$1{,}05 \cdot 151{,}2 = 158{,}8 \text{ см.}^3$$

На *фиг. 168* представлены схемы поперечных сечений пустотелых клепаных балок прямоугольного и круглого се-



168.

чения: I — из швеллеров и полос балочного железа, II и III — из уголков и балочного железа; IV — сечение стальной мачты из балочных полос и тавров.

Инженер Шухов в течение последней четверти века строил весьма легкие клепаные *сетчатые балки* из уголков или зетов, заменяя ими пояса арочных ферм (до 12,5 саж. в пролете). Еще более оригинальными являются его *клепаные сетчатые балки* для маяков, водонапорных башен, мачт беспроволочного телеграфа и т. п. Полосы расположены в этом случае по образующим гиперболоида вращения. Первая такая башня была выстроена им для поддержания водонапорного бака на Всероссийской выставке в Н.-Новгороде в 1896 году.

Высота башни до нижней кромки бака — 84 фута (25,6 мт.), диам. нижнего основания гиперболоида — 36 фут., верхнего — 14 фут. Остов башни состоит из 80 уголков, перевязанных восемью горизонтальными кольцами; в нижнем ярусе уголки имеют размеры $75 \times 75 \times 10$ мм., а в верхнем ярусе — $50 \times 50 \times 8$ мм. Башня поддерживает резервуар емкостью 9 500 вед. воды. Полный вес башни с резервуаром 35 tn. Почти такой же высоты сетчатая башня выстроена для водопровода в городе Николаеве с резервуаром на 50 000 вед. воды; в Ярославле с 1911 года стоит башня с двумя резервуарами по высоте, — один для тушения пожаров, а другой — для питьевой воды*).

Сетчатая клепаная Шуховская башня для маяка в Херсонском морском канале имеет высоту 68 мт.

В настоящее время *Шухов* выработал оригинальный тип сетчатой башни для беспроволочного телеграфа; высота ее может быть доведена до 350 мт. Американцами строились подобные башни до 600 фут. (180 мт.) высоты, вес их получался около 600 tn.; башня той же высоты, выстроенная по системе *Шухова*, будет весить около 350 tn., благодаря более рациональному использованию в ней материала.

Остроумность и оригинальность разработки вопроса о крепости сетчатых балок *Шухова*, имеющих значительную длину, заключается в том, что при этой разработке им широко использован *принцип нормализации*.

В чем он заключается? — Сущность его в кратких чертах можно передать следующим образом:

Вся длина высокой сетчатой балки, рассчитанной на заданную нагрузку, разбивается на ярусы 1, 2, 3, 4, 5 . . ., начиная с самого верхнего. Каждый ярус рассчитан, как самостоятельная единица, которая может быть пущена в дело или отдельно от остальных, или в комбинации с остальными, в любом числе взятыми. Таким образом, получается возможность получить сетчатые башни, в состав которых входят ярусы:

а) или только один первый ярус, нижнее основание которого одинаково подготовлено к скреплению его или прямо с фундаментом, или же с ярусом вторым,

б) или ярусы первый и второй,

в) или ярусы первый, второй и третий,

г) или ярусы первый, второй, третий и четвертый и т. д.

Любая из этих комбинаций может быть рассматриваема, как законченное целое; и все ярусы, в нее входящие, одина-

*) Инж. *Д. Петров.* Железные водонапорные башни, их назначение, конструкции и расчеты. — Николаев, 1911.

ково повторяются со всеми своими размерами как в одной комбинации, так и в другой, причем *никакой излишней траты материала* ни в одной из этих комбинаций не происходит.

Во время Великой войны 1914—17 гг. профессор *Патон* выработал ряд типов разборных мостовых решетчатых ферм, которые могут быть собираемы и сбалчиваемы на месте, вводя в работу какое угодно число отдельных звеньев («панелей») в данных пределах наибольшего пролета. Напр., наибольшая длина мостовой фермы 55 метров (25,77 саж.); она разбита на 12 звеньев по 4,58 мт.: но из них можно ввести в работу, по желанию, или все 12 звеньев, или 11, или 10, 9, 8 и т. д. Прочность частей в каждой из этих комбинаций была обеспечена тем, что размеры звеньев взяты *наибольшими* из всех, какие могут встретиться при этом комбинировании, так что речь тут шла не об экономичности выполнения сооружения, а только о возможности быстрой сборки на месте подготовленных новых ферм, взамен разрушенных неприятелем прежних ферм, какого угодно размера.

Проф. *Патон* разработал несколько десятков таких проектов с различною величиною того максимального веса, который приходится на долю отдельной неразбираемой части, предназначенной к перевозке, начиная с 17 пуд. до 26 и более. Его работы были опубликованы в 1915 г. мостовой секцией Киевского Военно-Промышленного Комитета. Это — подробно разработанные в деталях чертежи с кратким пояснительным текстом, с перечнем всех отдельных частей ферм и с указанием их веса.

100. Разрушение балок путем сгибания. Величины расчетных напряжений. Весьма много испытаний произведено было над разрушением балок путем сгибания их; такие испытания продолжают делать и поныне. Испытывались во множестве и отдельные прокатные балки, и клёпаные балки гражданских сооружений, и специальные мостовые фермы учебного характера, и настоящие мостовые балки, отработавшие свой век и предназначенные к замене их более новыми и сильными конструкциями.

Если расчет балки на сгибание мы ведем со степенью надежности $\mathcal{J}$, то расчетную форм. *274* мы могли бы переписать так:

$$(\mathcal{J} \cdot M) = (\mathcal{J} \cdot H) \cdot W.$$

Здесь величина $(\mathcal{J} \cdot M)$ будет представлять собою ломающий балку момент; но величина $\mathcal{J} \cdot H = B_0$ не будет, однако, разрушающим балку напряжением, потому что форм. *274* мы можем применять до тех лишь пор, пока сгибаемая балка дает лишь упругие стрелы прогиба, но никак не в момент разрушения балки. Тем не менее величину B_0 условно иногда называют также разрушающим напряжением при сгибании. Если переламывание равноплечей балки длиною l происходит от сосредоточенного груза P_0, то

$$\frac{P_0 \cdot l}{4} = B_0 \cdot W.$$

А если в момент переламывания балки напряжение в опасном сечении ее достигало бы того разрушающего напряжения Z_0, которое мы наблюдали при растяжении, то переламывание делала бы другая сила P_1; величину ее можно было бы определить из равенства

$$\frac{P_1 \cdot l}{4} = Z_0 \cdot W, \quad \text{откуда} \quad \frac{P_0}{P_1} = \frac{B_0}{Z_0} = \psi\,.$$

Величина этого коэф. для балок прокатных, не срощенных искусственно, всегда более единицы, — и значительно более. Например, для стали с большим содержанием углерода $(0{,}96\,^0/_0)$ — $\psi = 1{,}1$, а при меньшем содержании углерода эта величина бывает и 1,5 и даже 2.

Делались и такие сравнительные опыты: из одной и той же полосы вырезались два образца; с одним из них делались испытания на растяжение до тех пор, пока получались упругие удлинения; это произошло, положим, при напряжении Z_1; а с другим образцом делались опыты на сгибание до тех пор, пока получались упругие стрелы прогиба под действием напряжения B_1, вычисленного по форм. *274*. Для стальной полосы с содержанием углерода $0{,}46\,^0/_0$ получалось

$$Z_1 = 34; \quad B_1 = 40 \text{ кг. на кв. мм.}$$

То же самое получается и с другими материалами. Поэтому часто вместо более сложного испытания на сгибание ведут одно лишь испытание на растяжение, зная, что величина B_0 будет более Z_0 и величина B_1 будет более Z_1.

Совсем иначе обстояло дело с испытаниями клепаных балок. Такие испытания были сделаны и профессором *Тетмайером*, и немецкими инженерами, и австрийскими, по инициативе мостостроительных заводов, управлений ж. д. и т. д.; и во всех случаях получалось одно и то же, что *для клепаных мостовых балок величина отношения* $B_0 : Z_0$ *меньше единицы*; а изменялась эта величина в пределах от 0,66 до 0,94, и только в одном случае оказалось $Z_0 = B_0$. Это было при опытах с балками, имевшими $l = 3$ мт., $h = 400$ мм., $a = 10$ мм., $d = 200$ мм., уголки $80 \times 80 \times 10$ мм.; балки были приготовлены из литого железа, выработанного по способу *Томаса*.

Один из мостостроительных вестфальских заводов произвел любопытную серию опытов над параллельным определением коэф. μ, учитывая заранее качества работы по сборке. Один ряд балок был заготовлен, применяя хорошие условия работы, т. е. сверление дыр в листах, машинную постановку заклепок на место; а другой ряд балок заготовлялся обыкновенным, менее аккуратным, способом — с пробиванием дыр в листах, с ручной постановкой заклепок. На клепаных балках из сварочного железа эти различные условия подготовки балок не отразились ничем, и получилось $B_0 = 0{,}87 \cdot Z_0$, в случае мягкого литого железа — то же самое, только оказалось $B_0 = 0{,}9 \cdot Z_0$; а в случае мало эластичного литого железа получилась громадная разница, — при хорошей работе коэф. μ получился 0,83, а при плохой — только 0,66.

Все эти данныя говорят нам о том, что клепаные балки являются устройством, гораздо менее совершенным, чем одинарные прокатные, и что расчет их на сгибание надо вести более осторожно, с повышенной степенью надежности против одинарных балок. Если шла речь о неоднородности материала в одинарных прокатных балках, то здесь, в клепаных балках, и подавно это может и должно иметь место; да, кроме того, и самая работа клепания, производимая частью в мастерской завода, частью — на месте окончательной сборки, может иметь совершенно различные качества. Не даром в Америке, пережившей не только большой положительный опыт в мостостроении, но еще более того и отрицательный опыт, при расчете заклепок делают разницу, смотря по тому, *где* они будут ставиться, — в мастерской или на месте сборки; в последнем случае для заклепок берутся пониженные напряжения материала процентов на 10—15; и в мастерской стараются делать заготовку отдельных частей до очень крупного веса.

В машиностроении и жилищно-строительном деле *величины расчетных напряжений при сгибании* берутся следующими:

сварочное железо	$H = 9 - 6 - 3$	кг. на кв. мм.
литое железо...........	$H = 12 - 8 - 4$	» » » »
литая сталь	$H = 15 - 10 - 5$	» » » »

Везде даны здесь три цифры: первая из них — для случая спокойного действия нагрузки, мало изменяющейся по величине; вторая — для случая переменной нагрузки, но не меняющей направления действия; третья — для случая неплавного, менее осторожного нагружения силой, которая может менять не только свою величину, но также и направление действия, как это бывает, напр., при передаче давлений на вращающиеся валы и оси.

Что же касается до применений балочного железа в инженерном деле, при постройке балок с большими пролетами, при единовременной затрате на постройку сооружения больших масс материала, то там имеют дело обыкновенно с литым железом, как материалом, и более крепким, и легче поддающимся выработке путем бессемерования.

Величины расчетных напряжений для балок, имеющих большие пролеты и выполняемых из литого железа, принято назначать в зависимости от длины пролета, — тем больше, чем больше величина пролета l. Основанием для этого служат несколько причин:

1) балки большой длины есть возможность выполнять более совершенно — в смысле понижения их собственного веса, т. е. бесполезной нагрузки, не уменьшая степени прочности сооружения,

2) расчет их ведется более подробно и основательно, учитывая все возможные случайности проявления побочных, добавочных нагрузок, кроме главной,

3) выполнение их ведется из лучшего материала, подвергнутого предварительно лабораторному контролю,

4) сборка и установка их на место происходят под наблюдением специалистов в этом деле, от которых в высокой степени зависит окончательная ценность готового сооружения в смысле его прочности и надежности.

Для растянутого пояса мостовых сооружений, выполняемых из литого железа, принято брать следующие величины напряжений (в кг. на кв. см.):

в России $\cdots$ $H = 750 + 2 \cdot l$ (мт.) $\cdots$ в главных частях,
$H = 750 + 4 \cdot l$ (мт.) ... в ветровых связях.

Наибольшая величина в первом случае — не больше 1050, а во втором — не больше 1250.

в Австрии.....	$H = 750 + 5 \cdot l \cdots$	при l	до	10 мт.
	$H = 750 + 4 \cdot l \cdots$	l	до	20 »
	$H = 800 + 2 \cdot l \cdots$	l	до	40 »
	$H = 800 + l \cdots\cdots$	l	более	40 »

Наибольшая величина — не больше 1000.

В Германии напряжение дается сразу в виде окончательной цифры:

$H = 850$ при пролетах до 20 мт.

$H = 1000$ » » » 120 »

$H = 1100$ » » » 200 »

В начале этого столетия — в Америке с 1903 года, а в Германии с 1908 года — начали получать распространение в инженерном деле некоторые новые строительные материалы типа стали, с техническими примесями редких металлов в своем составе, как то: с примесями марганца, никкеля, хрома, ванадия и вольфрама. Прибавка этих очень ценных металлов к основному составу стали делает эти специальные сорта стали более дорогими, но значительно повышает их технические достоинства; поэтому они нашли себе должную оценку и быстрое распространение и в инженерном деле, и в автомобильном, и в аэропланном.

Чтобы несколько охарактеризовать эти новые материалы, мы приведем здесь ряд опытных данных, а именно*): Z_0 — разрушающее напряжение при растяжении; Z_1 — напряжение, до которого получаются одни только упругие удлинения; b_0 — вытяжка при разрыве (см. форм. 5), c_0 — сокращение площади сечения при разрыве (см. форм. 6). Вот эти цифры:

Литое железо (углерода 0,22%) . . . $Z_0 = 37-45$; $Z_1 = 24$; отношение $Z_1 : Z_0 = 0{,}6$; $b_0 = 20\%$, $c_0 =$ более 40%.

Электросталь (углерода 0,3%, марганца 0,3%, фосфора и серы вместе 0,03%, кремния — 0,4%) . . . $Z_0 = 60$; $Z_1 = 48$; $Z_1 : Z_0 = 0{,}8$; $b_0 = 18\%$; $c_0 = 40\%$.

Никкелевая сталь американская (углерода 0,3—0,4%, марганца 0,6%, никкеля — 3,25%, кремния 0,1%, фосфора 0,04%, серы — 0,04%) . . . $Z_0 = 60$; $Z_1 = 40$; $Z_1 : Z_0 = 0{,}66$; $b_0 = 17\%$; $c_0 = 40\%$.

Никкелевая сталь немецкая (никкеля от 2 до 2,5%, фосфора не более 0,07%) . . . $Z_0 = 56-65$; $Z_1 = 38$; $Z_1 : Z_0 = 0{,}65$; $b_0 = 20\%$; $c_0 = 40\%$.

Ванадиевая сталь американская (углерода 0,25%, никкеля 1,45%; ванадия 0,17%; хрома — 1,20%; марганца 0,32%, кремния 0,12%; фосфора 0,02%) . . . $Z_0 = 69$; $Z_1 = 57$; $Z_1 : Z_0 = 0{,}83$; $b_0 = 19\%$; $c_0 = 50\%$.

Все эти новые материалы, как видно отличаются большой упругой податливостью; при больших напряжениях они дают

*) Труды Р. О. Испыт. Мат. в Москве. т. II, стр. 61—97.

всё еще упругие удлинения, а потому и допускаемые величины напряжений при сгибании могут быть взяты и берутся для них выше чем для литого железа.

В германской практике построения больших мостов в последние перед войною годы для постройки наиболее ответственных частей моста многократно применялась также и никкелевая сталь, массовое производство которой хорошо наладили некоторые из больших вестфальских сталелитейных заводов. При расчете частей, выделанных из нее, напряжение в растянутых деталях брали там на 60% более, чем то соответствовало литому железу; а в Америке пошли еще далее, повысив напряжения на 80% против литого железа. Максимальные цифры, до которых доводилось напряжение при расчетах больших мостов в Нью-Иорке, таковы:

а) растянутые части моста:

постоянная нагрузка...	2 200 — 2 810	кг. на кв. *см.*
переменная »	1 380 — 1 520	» » » »

б) сжатые части моста:

постоянная нагрузка...	$2\,810 - 10{,}5 \cdot \frac{l}{u}$	кг. на кв. *см.*
переменная »	$1\,930 - 7{,}7 \cdot \frac{l}{u}$	» » » »

В этих последних формулах обозначают:

l — расчетная длина сжатой стойки

u — радиус инерции поперечного сечения ее.

Замена литого железа никкелевой сталью позволила не только увеличить рабочие напряжения по крайней мере на 60%, но и довольно много сэкономить на расходе материала. Если взять мосты с пролетами в 50, 100 и 200 мт., построенные для двух путей с применением никкелевой стали, то уменьшение их веса может быть выражено круглым числом следующими цифрами:

35 — 40 и 60%.

При сборке таких мостов нужно проявить однако чрезвычайно большую внимательность, чтобы вместо детали, которая должна быть выполнена из никкелевой стали, не попала на ее место деталь из литого железа с теми же размерами и с тою же разметкою дыр.

101. На чем основана возможность сравнительно дешево строить железные и стальные балки, которые должны получать малый провес в работе? Очень часто можно слышать такой ответ на этот вопрос, что для этого надо строить балки с большим экваториальным моментом инерции сечения. Но это — ответ не верный, — во всяком случае не полный. Можно выстроить балку с очень большим моментом инерции, но получить увеличение его за счет развития размеров сечения балки в ширину и в толщину. Тогда, действительно, понизится напряжение материала, а вместе с этим понизится и провес балки; но понижение провеса будет приобретаться в этом случае дорогою ценою, — за счет увеличения собственного веса B у балки, а стало быть, за счет увеличения и стоимости балки.

Какая бы ни была форма поперечного сечения балки, ее модуль будет пропорционален площади сечения F и высоте ее h:

$$W = c_1 \cdot F \cdot h\,, \quad \text{откуда} \quad F = \frac{W}{c_1 \cdot h}\,.$$

Для круглого сечения .... $c_1 = 1:8$

» прямоугольного сечения .. $c_1 = 1:6$

» двутавровой балки ...... $c_1 =$ около $1:3$.

Вес построенной балки вычислим обычным способом (см. формулы *13* и *14*):

$$B = F \cdot l \cdot \gamma = \frac{W}{c_1 \cdot h} \cdot l \cdot \gamma\,.$$

По формулам *274*, *276*, *277* имеем:

$$W = \frac{M}{H}\,; \qquad \frac{l}{h} = c_2 \cdot \frac{p}{H}\,, \quad \text{откуда}$$

$$B = c \cdot \frac{M \cdot p}{H^2} \quad \ldots\ldots \qquad \mathbf{289.}$$

т. е. уменье строить металлические балки с наименьшим весом и наименьшей стоимостью при заданной величине провеса должно сводиться:

1) к выполнению балок с наименьшим расчетным сгибающим моментом,

2) к возможности выполнения балок с возможно более высоким напряжением.

Применение первого средства требует инженерской творческой работы, независящей от уменья пользоваться справочными книжками. При рассмотрении вопроса о крепости балок и об отыскании у них искусственных шарниров мы уже отчасти познакомились с этой стороной дела, насколько это было возможно в элементарном изложении предмета исследования.

Применение же второго средства, т. е. повышение рабочего напряжения H, ставит три обязательных требования:

1) употребление в дело только доброкачественных материалов,

2) применение новых строительных материалов (никкелевой стали и друг.), безопасно допускающих повышение напряжения H,

3) применение балок с большою высотою h у поперечного сечения.

Это последнее из трех направлений для своего развития опять требует проявления большой творческой работы инженерного характера.

Совершенно так же и здесь, как и в главе о деревянных балках, можно будет дать таблицу, вычисленную на основании форм. *277* и устанавливающую обязательные величины отношений высоты балки h к длине пролета l при заданной величине провеса для балки равномерно-нагруженной и свободно лежащей на опорах. Эти данныя сгруппированы в табл. 16.

Таблица 16. Обязательные величины отношений $h:l$.

Напряжения H в кг. на кв. мм.	При заданных провесах $\cdots$ $p = f:l$			
	1 : 500	1 : 600	1 : 800	1 : 1 000
7,5	$\frac{h}{l} = \frac{1}{26}$	$\frac{h}{l} = \frac{1}{21}$	$\frac{h}{l} = \frac{1}{16}$	$\frac{h}{l} = \frac{1}{13}$
10	$\frac{h}{l} = \frac{1}{19}$	$\frac{h}{l} = \frac{1}{16}$	$\frac{h}{l} = \frac{1}{12}$	$\frac{h}{l} = \frac{1}{10}$
12,5	$\frac{h}{l} = \frac{1}{15}$	$\frac{h}{l} = \frac{1}{13}$	$\frac{h}{l} = \frac{1}{9}$	$\frac{h}{l} = \frac{1}{8}$
15	$\frac{h}{l} = \frac{1}{13}$	$\frac{h}{l} = \frac{1}{11}$	$\frac{h}{l} = \frac{1}{8}$	$\frac{h}{l} = \frac{1}{7}$

Применение никкелевой стали взамен литого железа позволяет увеличить рабочее напряжение в детали на 50—60%. Но если бы мы, производя такую замену одного материала другим, не изменили высоты балки, это имело бы своим непременным последствием увеличение провеса у балки. Чтобы парализовать это нежелательное явление, в наших руках имеется одно только средство — это увеличение высоты балки; в какой мере его надо делать, на это и указывают данныя таблицы 16.

Во время Великой войны 1914—17 гг. двутавровые прокатные балки нумеров 40, 45 и 50 в большом количестве при-менялись для замены ими разрушенных мостов с пролетами от 6 до 13 мт. Выработаны были нормальные типы этих мостов, где основные железные балки (числом от 2 до 8 штук) комбинировались с деревянными скрепами и настилами. Посмотрим, какие величины провесов и рабочих напряжений были использованы в этих конструкциях. Возьмем крайние экземпляры этих типовых мостов.

1) Пролет $l = 6$ мт.; 2 балки № 50 $\cdots h = 50$ см.
$l : h = 600 : 50 = 12 \cdots p = 1 : 800$; $H = 10$ кг. на мм^2.

2) Пролет $l = 13$ мт.; 8 балок № 50 $\cdots h = 50$ см.
$l : h = 1300 : 50 = 26 \cdots p = 1 : 500$; $H = 7{,}5$ кг. на мм^2.

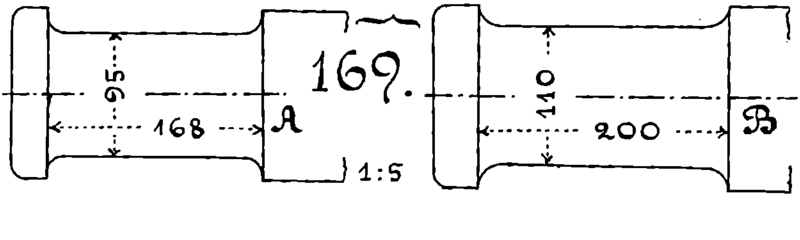
Разработанные конструктивные типы этих простейших мостов-балок помещены в *Альбоме* издания службы пути Управления Галицийскими ж. д.

Когда надо будет строить балки с большой высотой h для того, чтобы иметь возможность работать и с большим напряжением материала, и в то же время с малой величиной провеса, вот тут и получат всё свое значение клепаные железные и стальные балки.

Насколько *непросто* разрешение вопроса об удачной постройке длинных и тяжело-нагруженных балок, говорит хотя бы тот факт, что много есть осуществленных мостовых работ, в которых собственный вес сооружения превосходит полезную нагрузку и *в четыре раза*, и *в шесть*, и более.

Эта интереснейшая область открывает пред нами обширное поле для будущей инженерной работы как теоретической, так и экспериментальной.

Пример 89-й. На *фиг. 169* даны два изображения концевых шипов у стальных вагонных осей: A — шип с его нормальными размерами от товарных вагонов прусских железных дорог,



B — от пассажирских вагонов. Надо проверить крепость этих шипов. Вес вагонов 10,2 tn и 16,5 tn.

Нагрузку считаем равномерно-распределенной по всей длине образующей шипа. Опасным сечением у него будет корневое, переходное к телу оси. Расчетная форм. *205* даст нам напряжения сгибания:

$$\text{шип } A \cdots H_1 \quad \frac{10\,200 \cdot 84}{4 \cdot 0{,}1 \cdot 95^3} = 2{,}50 \text{ кг. на кв. мм.}$$

$$\text{» } B \cdots H_2 \quad \frac{16\,500 \cdot 100}{4 \cdot 0{,}1 \cdot 110^3} \quad 3{,}1 \quad \text{» » » »}$$

По форм. *272* сделаем поверку крепости обоих шипов на сдвиг:

$$\text{шип } A \cdots t_1 \quad \frac{4}{3} \cdot \frac{10\,200}{4} : \frac{\pi}{4} \cdot 95^2 = 0{,}48 \text{ кг. на кв. мм.}$$

$$\text{» } B \cdots t_2 = \frac{4}{3} \cdot \frac{16\,500}{4} : \frac{\pi}{4} \cdot 110^2 = 0{,}55 \quad \text{» » » »}$$

Давление на шипы передается через бронзовые вкладыши, рабочая поверхность которых залита белым металлом, баббитом. Смазка поддерживается в исправности. Найдем напряжение изнашивания. Это сделаем по форм. *85*:

$$\text{шип } A \cdots k_1 = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{10\,200}{4 \cdot 95 \cdot 168} = 0{,}2 \text{ кг. на кв. мм.}$$

$$\text{» } B \cdots k_2 = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{16\,500}{4 \cdot 110 \cdot 200} = 0{,}24 \quad \text{» » » »}$$

Наблюдают, чтобы при износе шипов наибольшие напряжения у них при сгибании не превосходили допускаемых величин. Таковыми считаются:

$$\text{для железа} \cdots H = 4{,}75 - 6 \text{ кг. на кв. мм.}$$

$$\text{» литой стали } H = 5{,}5 - 7 \quad \text{» » » »}$$

Первая из этих цифр дана для пассажирских вагонов; вторая — для товарных.

Пример 90-й. Стальной палец кривошипа паровой машины имеет диаметр $d = 160$ мм. и длину $l = 176$. На него передается давление от шатуна $Q = 10\,440$ кг. Этот палец был уже рассчитан в примере 30 на изнашивание. Надо произвести расчет этого пальца на сгибание и на сдвиг при сгибании.

Расчетный момент для пальца возьмем по форм. *205*. Для получения модуля сечения пользуемся таблицей 14:

$$\frac{Q \cdot l}{2} = H \cdot W, \quad \text{откуда} \quad H = \frac{10\,440 \cdot 88}{402\,000} = 2{,}28 \text{ кг. на мм.}^2$$

Поверку пальца на сдвиг сделаем по форм. *272*, внося в нее

$$\text{силу сдвига} \cdots Q = 10\,440$$

$$\text{площадь попер. сечения пальца} \cdots F = 20\,106 \text{ мм}^2.$$

Напряжение сдвига получится равным:

$$t = \frac{4}{3} \cdot \frac{10\,440}{20\,106}, \quad \text{менее} \quad 0{,}7 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Получились для H и t вполне допустимые величины.

Пример 91. Ползунный болт паровой машины (фиг. 66) имеет диаметр $d = 80$ мм. и длину $l = 130$. Давление, передаваемое от него на шатун, равно $Q = 10\,440$ кг. Расчет этого болта на изнашивание был сделан в примере 31. Здесь надо произвести расчет его на сгибание и на сдвиг при сгибании.

Концы у болта конические, т. е. неизменно соединенные с опорами. При таких условиях этот болт можно рассчитывать, как балку с обоими заделанными концами и нагруженную по всей длине равномерно. Опасных сечений у нее два, — в местах заделки концов —, и расчетный момент для них берется по форм. *256*. Выражение модуля сечения можно взять из предыдущей задачи, разделив его на два в кубе; а площадь сечения будет взята оттуда же, разделив ее на два в квадрате.

Расчетные уравнения на сгибание и сдвиг дают нам:

$$\frac{Q \cdot l}{12} = H \cdot W, \quad \text{откуда} \quad H = \frac{10\,440 \cdot 130 \cdot 8}{12 \cdot 402\,000} = 2{,}25 \text{ кг. на мм.}^2$$

$$t = \frac{4}{3} \cdot \frac{10\,440}{2} : \frac{20\,106}{4}, \quad \text{менее} \quad 1{,}4 \text{ кг. на мм.}^2$$

И здесь также получились для H и t вполне допустимые величины.

Пример 92. Проверить крепость чеки фундаментного болта на сгибание при тех условиях, которые были рассмотрены в примере 35 (см. фиг. 85). Болт рассчитывался там на усилие $P = 5\,000$ кг. Поперечное сечение чеки было прямоугольное с размерами 12×70 мм.

Способ нагружения чеки подходит к условиям вывода форм. *238*, а выяснение длины балки l и длины ее нагружаемой части дает нам *фиг. 170*, пользуясь которой определяем расчетный момент:

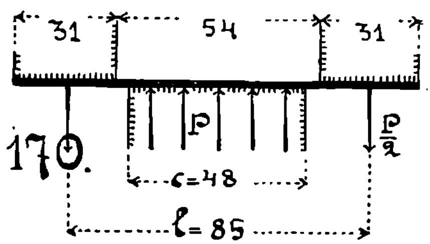
$$M = \frac{P}{4} \cdot \left(l - \frac{c}{2}\right) = 5\,000 \cdot \frac{85 - 24}{4} = 76\,250 \text{ кг.-мм.}$$

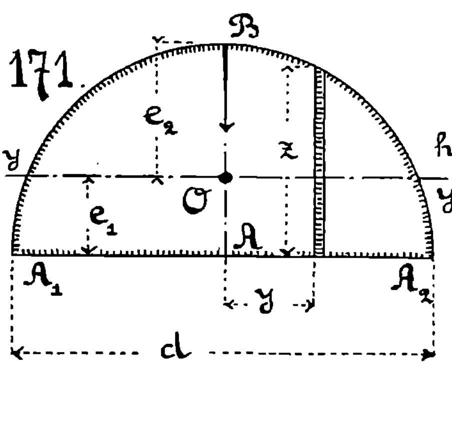
Уравнение крепости сгибания чеки будет:

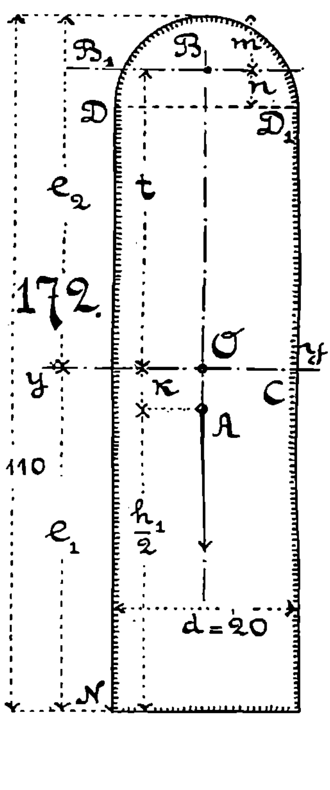
$$M = H \cdot \frac{d \cdot h^2}{6}\ ; \quad 76\,250 = H \cdot \frac{12 \cdot 70^2}{6}\ ; \quad H = 7{,}77\ ,$$

т. е. напряжение получилось вполне допустимым для железной чеки при нагрузке, изменяющейся в небольших пределах. Напряжение сдвига в чеке было проверено еще в примере 35 и оказалось также допустимым, хотя и высоким.

Пример 93. На *фиг. 171* изображено сечение железной полукруглой балки, которую сгибающие ее силы нагрузят в







плоскости симметрии. Найти нужно будет модуль сечения для такой балки.

Прежде всего надо найти положение нейтрального слоя yy для нее. Он пройдет через центр тяжести O сечения и расположится параллельно диаметру A_1A_2. Расстояния крайних элементов сечения от нейтрального слоя будут e_1 и e_2.

При помощи форм. *267* выразим ту мысль, что статический момент всей площади сечения A_1BA_2, взятый относительно горизонтального диаметра, должен равняться сумме статических моментов для всех элементов этой площади:

$$F \cdot e_1 = \sum f \cdot \frac{z}{2}, \quad \text{откуда} \quad e_1 = \frac{2r^3}{3} : \frac{\pi \cdot r^2}{2} = \frac{4r}{3\pi} = \frac{2d}{3\pi}$$

$$e_1 = 0{,}212 \cdot d; \qquad e_2 = 1{,}35 \cdot e_1 = 0{,}288 \cdot d.$$

Пользуясь форм. *184*, напишем:

$$J_y = \frac{\pi \cdot d^4}{128} - \frac{\pi \cdot d^2}{8} \cdot e_1^2; \quad W = J_y : e_2 = 0{,}24 \cdot \frac{\pi \cdot d^3}{32}.$$

Пример 94. На *фиг. 172* изображено поперечное сечение чеки N, имеющей сверху полукруглое очертание. Надо найти выражение модуля сечения и выяснить, насколько процентов мы ошибемся, если этот модуль заменим другим, взятым для прямоугольного сечения, которое по своей площади будет равновелико с площадью сечения чеки.

Вся высота чеки $h = 110$ мм., высота ее прямоугольной части $h_1 = 100$. На основании данных предыдущей задачи получим:

$$n = \frac{2d}{3\pi} = 4{,}24 \text{ мм}; \quad m = 5{,}76 \text{ мм}.$$

Расстояние между центрами тяжести прямоугольной части чеки и полукруглой определится так:

$$\overline{AB} = k + t = h - \frac{h_1}{2} - m = 54{,}24 \text{ мм}.$$

Для нахождения центра тяжести O всего сечения чеки надо разбить это расстояние AB на две части в отношении, обратно пропорциональном площадям A и B, т. е. прямоугольной и полукруглой:

$$\frac{k}{t} = \frac{\pi \cdot d^2}{8} : d \cdot h_1 = \frac{3{,}14 \cdot 20}{8 \cdot 100} = 0{,}0785$$

$$t = 50{,}24 \text{ мм.}; \quad k = 4 \text{ мм.}; \quad e_1 = 54 \text{ мм.}; \quad e_2 = 56 \text{ мм.}$$

После этого момент инерции всего поперечного сечения чеки, взятый относительно оси yy составится из следующих частей:

Момент инерции полукруглой площади, взятый относительно диаметра $DD_1 \cdots\cdots \dfrac{\pi \cdot d^4}{128}$.

Он же, пересчитанный для оси $BB_1 \cdots \dfrac{\pi \cdot d^4}{128} - \dfrac{\pi d^2}{8} \cdot n^2$.

Он же — для оси $yy \cdots \frac{\pi d^4}{128} - \frac{\pi d^2}{8} \cdot n^2 + \frac{\pi \cdot d^2}{8} \cdot t^2$.

Момент инерции прямоугольника $CD \cdots \frac{d \cdot (t-n)^3}{3}$.

» » » $CN \cdots \frac{d \cdot e_1^3}{3}$.

Складывая выражения трех последних строк, получим:

$$J_y = \frac{20}{3} \cdot (54^3 + 46^3) + \frac{\pi \cdot 20^4}{128} + \frac{\pi \cdot 20^2}{8} \cdot (50{,}2^2 - 4{,}2^2)$$

$$J_y = 2\,095\,503 \text{ мм.}^4; \qquad W = J_y : 56 \text{ мм.} = 37\,420 \text{ мм.}^3$$

Площадь прямоугольника, равновеликого с площадью сечения чеки, будет

$$20 \cdot 100 + \frac{\pi \cdot 20^2}{8} = 2\,157 \text{ кв. мм.}$$

Высота этого прямоугольника будет

$$h_2 = 2\,157 : 20 = 107{,}85 \text{ мм.}$$

Модуль сечения этого прямоугольника получим так:

$$W_1 = \frac{d \cdot h_2^2}{6} = \frac{20 \cdot 107{,}85^2}{6} = 38\,773 \text{ мм.}^3$$

$$W_1 : W = 38\,773 : 37\,420 = 1{,}035,$$

т. е. получилось увеличение модуля на $3{,}5\,\%$.

Пример 95. На *фиг. 173* дано изображение легкой головки шатуна. Она охватывает шейку коленчатого вала, имеющую диаметр $d = 80$ мм. и длину $l = 60$ мм. На проекции опорной поверхности этой шейки допущено напряжение изнашивания $k = 0{,}4$ кг. на кв. мм. Надо проверить крепость всех частей этой головки шатуна.

Рабочее давление по заданию будет

$$P = 0{,}4 \cdot 60 \cdot 80 = 1\,920 \text{ кг.}$$

Напряжение смятия на стыке mn между задней поверхностью вкладыша и клином будет

$$м = \frac{1\,920}{96 \cdot 20} = 1 \text{ кг. на кв. мм.}$$

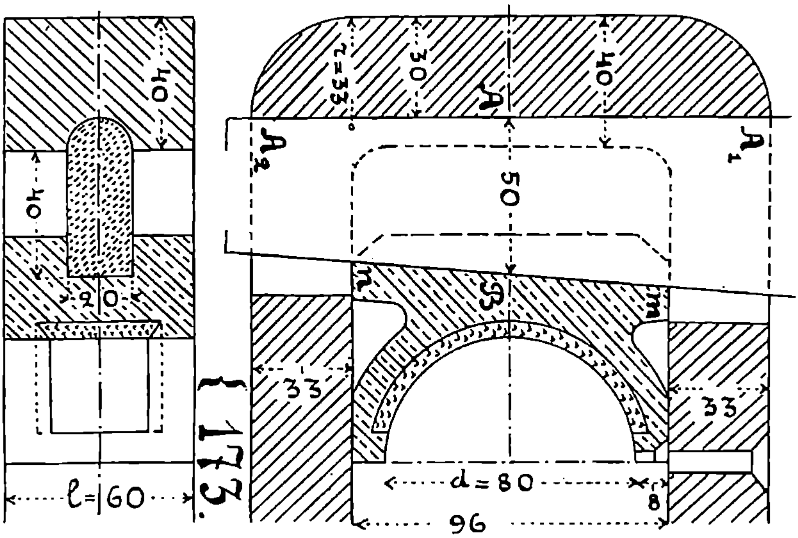
Напряжение смятия на стыке A_1A_2 между левым боком клина и щекою головки получится так:

$$м_1 = \frac{1\,920}{20 \cdot 162} \cdot \frac{4}{\pi} = 0{,}75 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Напряжение растяжения в самом слабом месте головки, где ее пронизывает клин, будет:

$$H = \frac{1\,920}{2 \cdot 33 \cdot (60 - 20)} = 0{,}72 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Клин рассчитаем на сгибание, предполагая несовершенную пригонку его или справа или слева. Найдем высоту h, прямо-



угольника, равновеликого по площади с поперечным сечением клина:

$$20 \cdot h_1 = 40 \cdot 20 + \frac{\pi \cdot 20^2}{8}, \quad \text{откуда} \quad h_1 = 47{,}5 \text{ мм.}$$

Модуль сечения этого прямоугольника, уменьшенный на 4%, считаем за модуль сечения клина:

$$W = 0{,}96 \cdot \frac{20 \cdot 47{,}5^2}{6} = 7\,220 \text{ мм.}^3$$

Предполагая, что справа у клина будет полное прикосновение со вкладышем, а слева всё давление будет сосредоточено возле средней точки A, сгибающий момент для клина получим так:

$$\frac{1\,920}{2} \cdot \frac{96}{4} = 23\,040 \text{ кг.-мм.} = M.$$

А если бы предположить, наоборот, полное прикосновение клина с головкой на всей длине $A_1 A_2$, справа же — сосредоточение всего давления возле средней точки B вкладыша, тогда сгибающий момент для клина получился бы равным

$$\frac{1\,920}{2} \cdot \frac{162}{4} = 38\,880 \text{ кг.-мм.} = M_1 \,.$$

Из двух сгибающих моментов оказался наибольшим M_1; по нему и ведем расчет клина, определяя напряжение сгибания:

$$H_1 = \frac{38\,880}{7\,220} = 5{,}4 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Проверим теперь крепость левой щеки у головки шатуна. Найдем высоту h_2 прямоугольника, равновеликого по площади с поперечным сечением щеки:

$$60 \cdot h_2 = 40 \cdot 60 - \frac{\pi \cdot 20^2}{8}\,; \quad \text{откуда} \quad h_2 = 37{,}4 \text{ мм.}$$

Модуль сечения этого прямоугольника, уменьшенный на 5%, считаем за модуль сечения щеки:

$$W_1 = 0{,}95 \cdot \frac{60 \cdot 37{,}4^2}{6} = 13\,291 \text{ мм.}^3$$

Предполагая, что левый бок клина работает неправильно и сосредоточивает всю нагрузку возле средины A щеки, напряжение в ней получим, пользуясь форм. *254*:

$$\frac{1\,920 \cdot 96}{8} = H_2 \cdot 13\,291 : \quad \text{откуда} \quad H_2 = 1{,}7 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Остается проверить щеку на сдвиг клином по форм.

$$t = 1\,920 : 2 \cdot \left(162 \cdot 7 + 96 \cdot 33 + \frac{\pi \cdot 66^2}{8}\right) = 0.16 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Все напряжения оказались допускаемыми.

Пример 96. Надо найти модуль сечения квадратной железной призмы, подставленной «на ребро» под действие сгибающей силы. Такой случай имеем, напр., у квадратной оси, которая, вращаясь, подставляет себя под действие нагрузки во всевозможных положениях (*фиг. 174*).

Чтобы ответить на этот вопрос, надо сначала вывести выражение момента инерции площади треугольника N относительно оси y_1, пользуясь при суммировании форм. *195*:

$$y = a \cdot \frac{z}{e} \quad \ldots \; j_{y_1} = \sum y \cdot \Delta z \cdot z^2 = \sum \frac{a}{e} \cdot z^3 \cdot \Delta z = \frac{a \cdot e^4}{4}$$

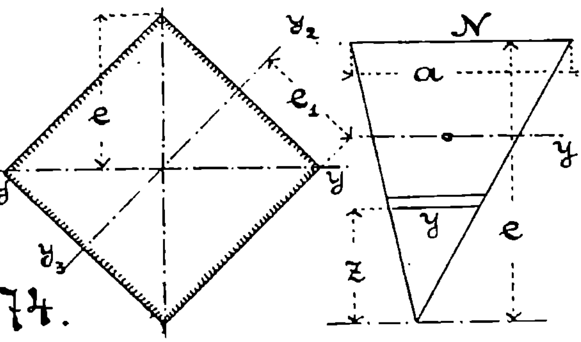
$$j_y = \frac{a \cdot e^4}{4} - \frac{a \cdot e}{2} \cdot \left(\frac{2e}{3}\right)^2 = \frac{a \cdot e^3}{36}$$

$$j_{y_2} = \frac{a \cdot e^3}{36} + \frac{a \cdot e}{2} \cdot \left(\frac{e}{3}\right)^2 = \frac{a \cdot e^3}{12} \qquad \textbf{290.}$$

Называя через b сторону квадрата, диагональ его будем иметь равной $b\cdot\sqrt{2}$, а момент инерции сечения:

$$J_y = 2\cdot\frac{b\cdot\sqrt{2}}{12}\cdot\left(\frac{b\cdot\sqrt{2}}{2}\right)^3 = \frac{b^4}{12} \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot \qquad \textbf{291.}$$

т. е. выражение для момента инерции относительно оси yy получается такое же, какое мы имели для него относительно оси y_3. Можно было бы доказать теорему, по которой *для всех правильных многоугольников и фигур, имеющих две оси симметрии, экваториальные моменты инерции, взятые относительно этих осей, равны между собою.* Легко проверить это, напр., на сечении правильного шестиугольника.



174.

Возвращаясь к сечению квадратному, получим для него наименьшее выражение модуля тогда, когда расстояние крайних элементов сечения от нейтральной линии будет e, а не e_1 (фиг. 174):

$$W = \frac{b^4}{12} : \frac{b}{\sqrt{2}} = \frac{b^3\cdot\sqrt{2}}{12}.$$

Пример 97. Балка AB (*фиг. 175*) заделана левым своим концом в стену, а на правом свободном конце нагружена сосредоточенным грузом P. Вылет у балки — $l = \overline{AB}$. Оставляя у балки в каждом ее поперечном сечении форму прямоугольника с постоянной высотой во всех сечениях, выяснить: 1) какая форма равного сопротивления может быть придана балке. 2) какая у нее получится стрела прогиба.

В корневом сечении A будут:

$$\text{момент сгибающий} \cdot\cdot\cdot P\cdot l.$$

$$\text{размеры сечения} \cdot\cdot\cdot d\cdot h, \quad \text{модуль} \cdot\cdot\cdot \frac{d\cdot h^2}{6}$$

В произвольном сечении N будут:

$$\text{момент сгибающий} \cdot\cdot\cdot P\cdot x,$$

$$\text{размеры сечения} \cdot\cdot\cdot y\cdot h. \quad \text{модуль} \cdot\cdot\cdot \frac{y\cdot h^2}{6}$$

Требование одинаковости напряжения сгибания в каждом поперечном сечении, приведет нас к равенству

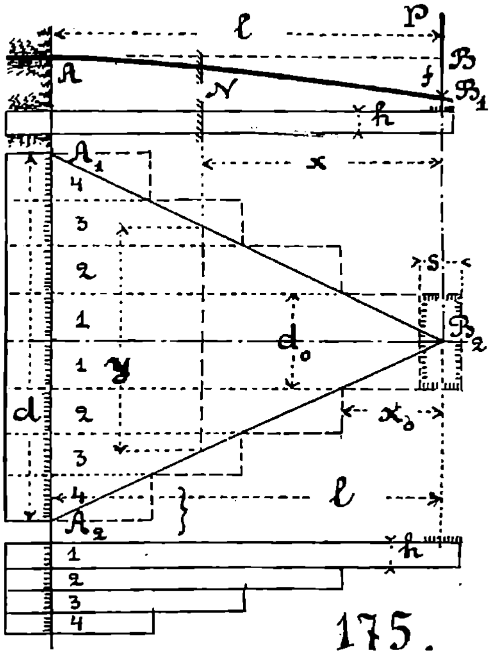
$$H = M : W = P \cdot l : \frac{d \cdot h^2}{6} = P \cdot x : \frac{y \cdot h^2}{6},$$

$$\text{или} \quad \frac{l}{d} = \frac{x}{y},$$

т. е. тело равного сопротивления в плане могло бы получить форму равнобедренного треугольника $A_1 B_2 A_2$ и могло бы дать экономию в весе в 50%, если бы эта форма могла быть окончательной.

Но придется сделать в этой форме некоторые исправления. К правому концу размеры сечения у балки сходят на нет, п. ч. сгибающий момент уменьшается в точке B до нуля. Но, кроме форм. *274*, надо будет удовлетворить еще форм. *271*, которая требует, чтобы на конце бруса существовала призматическая часть с шириною d_0, которую и получим из форм. *271*:

$$d_0 = \frac{3}{2} \cdot \frac{P}{t \cdot h}.$$



175.

Затем надо будет добавить размеры тела в длину правее сечения B_2, т. к. передача нагрузки P требует существования некоторой площадки с шириною s, покрытой в плане штрихами и определяемой из уравнения смятия:

$$s = P : d_0 \cdot m.$$

Практическое использование этой формы сгибаемого тела находим в рессорных пружинах. Для этого площадь $A_1 B_2 A_2$ разбивается на элементарные продольные полосы *1, 2, 3, 4* ...: одноименные полосы *1,1* соединяются вместе и образуют верхнюю пластину пружины, под нее кладутся пластины *2,2*, соединенные вместе; далее расположатся под ними пластины *3,3*, *4,4* ... и т. д.

Соединяя формулы *192* и *274* в одну, получим:

$$M = \frac{E \cdot J}{r} = \frac{H \cdot J}{e}$$

откуда $r = e \cdot \frac{E}{H}$ **292.**

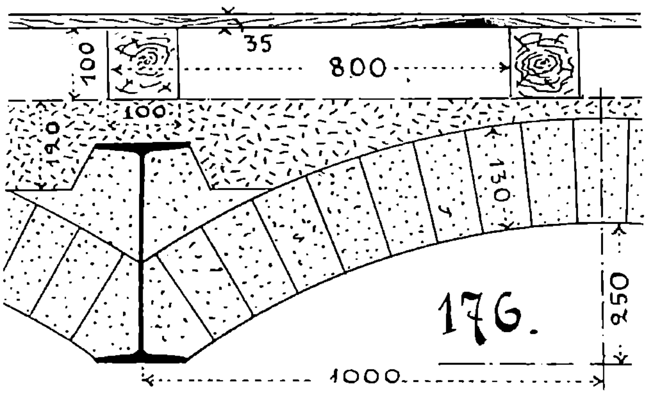
У тела равного сопротивления с постоянной высотою сечения радиус кривизны упругой линии будет постоянным, т. е. такое тело будет гнуться по дуге окружности. Делая и здесь такое же совершенно вычисление, какое мы делали в случае призматического тела, которое гнется по дуге окружности. — см. вывод форм. *222*. мы получим:

$$l^2 = 2f \cdot r = \frac{E \cdot J}{M} \cdot 2f:$$

$$f = \frac{M \cdot l^2}{2E \cdot J} = \frac{P \cdot l^3}{2E \cdot J} \ldots\ldots$$ **293.**

Сравнивая эту форм. с *203* видим, что тело равного сопротивления, выполненное в виде клина с постоянной высотою. дает стрелу прогиба на 50% более против тела призматического, имеющего ту же крепость.

Пример 98. На *фиг. 176* изображен разрез сводчатого потолка, являющегося полом верхнего этажа. На двутавровые



176.

прокатные балки № 36 опирается сводик. выложенный в полкирпича. Поверх него сделана засыпка; по ней проложены деревянные брусья 100×100 мм. в расстоянии 800 мм. один от другого; перекрытие брусьев сделано досчатым настилом в 35 мм. толщиною. Допуская над этим покрытием равномерно распределенную нагрузку в 400 кг. на 1 кв. мт., как в зданиях общественного характера, надо проверить крепость двутавровых балок, считая у них пролет не свыше 6,3 мт.

Подсчитаем прежде всего собственный вес покрытия, отнесенный к 1 кв. мт. площади:

Кладка сводика в полкирпича . . .	245 кг.
Засыпка поверх него	42 »
Вес балки № 36	76 »
Брусья 10×10 см.	8 »
Досчатый настил в 3,5 см.	23 »
Штукатурка потолка	20 »
Всего	414 кг.

Вместе с нагрузкой от толпы людей в 400 кг. полная нагрузка покрытия дойдет до 814 кг. на 1 кв. мт.

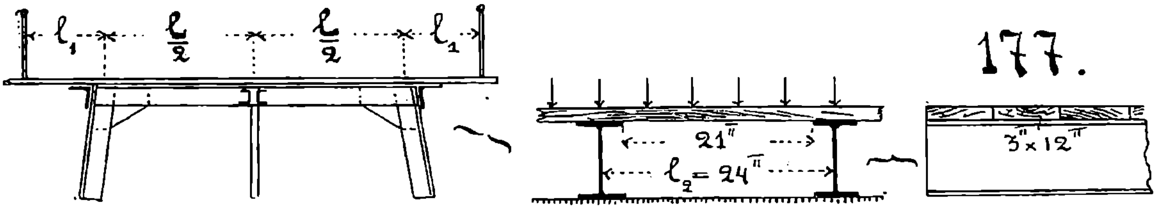
Взявши модуль сечения балки по немецкому нормальному сортаменту равным 1 088 см.^{3}, рабочее напряжение в балке подсчитаем по форм. *218*:

$$814 \cdot 2 \cdot 6{,}3 \cdot \frac{630}{8} = H \cdot 1\,088: \quad H = 742 \text{ кг. на кв. см.}$$

Провес двутавровой балки вычислим по форм. *277*:

$$p = f:l = \frac{5}{24} \quad \frac{742 \cdot 630}{36 \cdot 2\,000\,000} = \frac{1}{739}$$

Пример 99. На *фиг. 177* дана схема выполнения палубы большого плавучего судна. Поверх палубы положены двутавровые железные балки № 15 немецкого нормального сорта-



177.

мента в расстоянии $l_2 = 2$ фут. Балки перекрыты деревянным настилом из досок по 3 дюйма толщиною. На палубе может собираться толпа людей, и по ней может перемещаться четырех-колесная повозка с нагрузкой до 500 пуд. Надо проверить крепость этого покрытия.

Нагрузку вычисляем так:

Собственный вес балок № 15 на длине 1 мт . . . 15,9 кг.

Он же на длине одного *фута в пудах* $\cdots \frac{15,9 \cdot 0,305}{16} = 0,303.$

При расстановке балок на 2 фута одна от другой это дает нагрузку на 1 кв. фут. 0,15 пуда.

Погонная сажень досок 3×12 дюйм. весит 1,98 пуда; если возьмем вес их на длине 1 фута, то это будет собственный вес деревянного настила на 1 кв. футе в пудах. Это будет $1,98 : 7 = 0,28$ пуд.

Давление от толпы людей оценивается нагрузкою в 400 кг. на кв. мт. Для перевода одних мер в другие имеем соотношение

1 000 кг. на кв. мт. = 5,671 пуд. на кв. фут.
400 » » » » = 2,268 » » » »

Суммируя все три нагрузки получим:

Собственный вес балок № 15	0,15 пуд. на кв. фут.
» » деревянного настила...	0,28 » » » »
Нагрузка от толпы людей..........	2,27 » » » »
	2,70 пуд. на кв. фут.

т. е. нагрузка $q = 2,7$ пуда на 1 кв. фут.

Верхняя балка имеет пролет 18,5 фут. По средине длины она подперта колоннами, поверх которых положены продольные балки, подпирающие палубу. Ее свешивающиеся концы — по 4,75 фута.

Примем длину пролета этой балки l 9 фут. и будем считать ее как балку, свободно лежащую на опорах (см. форм. *218*); тогда, при расстановке балок на 2 фута, расчетный момент для них будет

$$M = \frac{2q \cdot l^2}{8} = \frac{2 \times 2,7 \times 9^2}{8} = 54,7 \text{ пудо-фут.}$$

Модуль сечения балки № 15 $\cdots W = 97,9$ см.^{3}

Для пересчета момента имеем формулу:

1 пудо-фут. = 500 кг.-см.

Наш момент $\cdots M = 54,7 \cdot 500 = 27\,350$ кг.-см.

Рабочее напряжение в проезжей части балок будет вычисляться так:

$H = M : W = 27\,350 : 97,9 = 279$ кг. на см.^{2} 2,79 кг. на мм.^{2}

Совершенно также проверим и свешивающиеся концы балок. Длина у них $l_1 = 4,75$ фут. Считаем у них один конец заделанным, а другой свободным (см. форм. *205*). При расстановке балок на 2 фута, расчетный сгибающий момент для свешивающегося конца балки получим так:

$$M_1 = 2q \cdot \frac{l_1^2}{2} = 2,7 \cdot 4,75^2 = 60,9 \text{ пд.-фт.} = 32\,764 \text{ кг.-см.}$$

$$H_1 \quad 32\,764 : 97,9 \quad 335 \text{ кг. на см.}^2 = 3,35 \text{ кг. на мм.}^2$$

Если рассматривать двутавровые балки под деревянным настилом, как балки с обоими заделанными концами, то они будут достаточны и для груза повозки в 500 пуд. Наиболее опасное положение нагрузки на балке будет такое, когда одно колесо повозки станет на средине пролета и передаст на балку давление в 125 пуд. (см. форм. *254*):

$$M_2 = \frac{125 \cdot 9}{8} = 140,6 \text{ пд.-фт.} = 70\,300 \text{ кг.-см.}$$

$$H_2 = 70\,300 : 97,9 = 718 \text{ кг. на см.}^2 = 7,18 \text{ кг. на мм.}^2$$

Поверяя крепость деревянного настила, допустим, что колесо повозки стало на средине длины между смежными двутавровыми балками. Настил считаем как балку, свободно лежащую на опорах (см. форм. *214*), имеющую длину пролета 21 дюйм;

$$M_3 = \frac{125 \cdot 21}{4} = 656 \text{ пудо-дюймов}$$

$$W_3 = \frac{12 \cdot 3 \cdot 3}{6} = 18 \text{ куб. дюйм.}$$

$$H_3 = 656 : 18 = 36,5 \text{ пуд. на кв. дм.} = 0,93 \text{ кг. на мм.}^2$$

Пример 100. При разработке проекта здания, в котором надо перекрывать пролеты $l = 6$ мт., были запроектированы сначала сосновые балки с размерами 200×280 мм. Концы у балок будут свободно положены на опоры. Расчет велся с напряжением $H = 1$ кг. на кв. мм., принимая во внимание также и собственный вес балок. Но затем явилось предложение — заменить деревянные балки таким же числом железных двутавровых балок, которые можно будет рассчитать с напряжением $H_1 = 7,5$ кг. на кв. мм. Надо найти:

1. нумер двутавровых балок,

2. увеличение веса балок, с которым придется иметь дело,

3. уменьшение стрелы прогиба, которое получим, вследствие перехода к железным балкам.

Вес одной сосновой балки найдется так:

$$B = \frac{200 \cdot 280 \cdot 6\,000 \cdot 0{,}6}{1\,000\,000} = 202 \text{ кг.}$$

Модуль сечения деревянной балки найдем по таблице 15. Там есть модуль

для балки 24×28 см. . . . 3 136 куб. см.,

а для нашей балки он будет

$$W = \frac{20}{24} \cdot 3\,136 = 2\,613 \text{ см.}^3$$

Вычисление безопасной нагрузки для сосновой балки сделаем по форм. *218*:

$$Q = \frac{8H \cdot W}{l} - B = \frac{8 \cdot 2\,613\,000}{6\,000} - 202 = 3\,282 \text{ кг.}$$

Вес железной балки B_1 считаем предварительно на 10% более веса деревянной

$$B_1 = 1{,}1 \cdot 202 = 222 \text{ кг.}: \quad Q + B_1 = 3\,282 + 222 = 3\,504 \text{ кг.}$$

Модуль сечения для двутавровой балки, способной выносить эту нагрузку, получится равным:

$$W_1 = \frac{3\,504 \cdot 6\,000}{8 \cdot 7{,}5} = 350\,400 \text{ мм.}^3 = 350{,}4 \text{ см.}^3$$

По немецкому нормальному сортаменту имеем:

балка № 24 $\cdots W = 353$ см.$^3 \cdots q = 35{,}9$ кг. на 1 мт. длины.

$$B_1 = 6q = 35{,}9 \cdot 6 = 215{,}4 = 1{,}07 \cdot 202\,,$$

т. е. железная балка оказалась тяжелее деревянной не на 10%, как мы предполагали, а только на 7. Поэтому двутавровая балка № 24 может заменить собою деревянную. Отношение стрел прогиба (у деревянной балки — f, у железной — f_1) получим по той формуле, из которой получилась непосредственно форм. *277*:

$$\frac{f}{f_1} = \frac{H}{E \cdot h} : \frac{H_1}{E_1 \cdot h_1} = \frac{1}{1\,000 \cdot 280} : \frac{7{,}5}{20\,000 \cdot 240} = 2{,}3$$

$$f_1 = \frac{5}{24} \cdot \frac{H_1 \cdot l^2}{E_1 \cdot h_1} = \frac{5 \cdot 7{,}5 \cdot 6\,000 \cdot 6\,000}{20\,000 \cdot 240} = 11{,}8 \text{ мм.}$$

Провес у железной балки $\cdots p = f : l = 11{,}8 : 6\,000 = \dfrac{1}{510}$.

Пример 101. Двадцать четыре потолочных железных двутавровых балок № 12 по немецкому нормальному сортаменту надо заменить двенадцатью балками более высокого нумера, взятого или по немецкому сортаменту, или же по русскому. Расчет надо вести с напряжением $H = 7$ кг. на кв. мм., взяв во внимание также и вес балок. Надо найти:

1) № балок во второй комбинации с 12 балками,

2) уменьшение веса, которое получится при переходе от 24 балок к 12,

3) уменьшение стрелы прогиба,

4) величину провеса для 12 балок.

Длина пролета у балок $l = 5$ мт.; концы их свободны, нагрузка — равномерно распределена по пролету.

Для немецкого профиля № 12 находим такие данныя:

№ 12 немецкий $\cdots W = 54{,}5$ см.^{3} $\cdots q = 11{,}1$ кг. на 1 мт. длины.

» 12 » $\cdots B = 5 \cdot 11{,}1 = 55{,}5$; берем. 56 кг.

Безопасная нагрузка для одной балки в первой комбинации будет:

$$Q = \frac{7 \cdot 54\,500 \cdot 8}{5\,000} - 56 = 555 \text{ кг.}$$

Нагрузку во второй комбинации надо удвоить из-за перехода от 24 балок к 12. Предположим, что и вес новой балки тоже удвоится; тогда

нагрузка и вес балки во втором случае $\cdot\cdot\, 2 \cdot (555 + 56) = 1\,222$ кг.

Допускаемая новая величина модуля будет:

$$W_1 = \frac{1\,222 \cdot 5\,000}{8 \cdot 7} = 109\,000 \text{ мм.}^3 = 109 \text{ см.}^3$$

По немецкому и русскому нормальному сортаменту ближайший бо́льший № балки будет:

№ 16 немецкий $\cdots W_1 = 117$ см.^{3}; $q_1 = 17{,}8$ кг.

№ 16 русский $\cdots\cdot W_2 = 113{,}6$ » $q_2 = 17{,}47$ »

Предпочтение отдадим русскому профилю, как имеющему меньший вес:

$B_2 = 5 \cdot 17{,}47 = 87{,}35$ кг. вместо $2 \cdot 56 = 112$.

Выигрыш в весе $\cdots 112 : 87{,}35 = 1{,}28$, т. е. 28%.

Рабочее напряжение во второй комбинации с № 16 русским получится равным:

$$H_1 = \frac{7 \cdot 109}{113{,}6} = 6{,}7 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Если первая комбинация давала стрелу прогиба f, а вторая — f_1, то

$$\frac{f_1}{f} = \frac{H_1}{h_1} : \frac{H}{h} = \frac{6{,}7 \cdot 120}{7 \cdot 160} = 0{,}72$$

$$f_1 = \frac{5}{24} \cdot \frac{H_1 \cdot l^2}{E \cdot h_1} = \frac{5 \cdot 6{,}7 \cdot 5\,000 \cdot 5\,000}{24 \cdot 20\,000 \cdot 160} = 10{,}9 \text{ мм.}$$

Провес $\cdots p = f_1 : l = 10{,}9 : 5\,000 = 1 : 460$.

Пример 102. Потолочное покрытие с пролетом $l = 8$ мт. было запроектировано для работы с провесом $p = 1 : 500$ из шести железных двутавровых балок № 24 русского нормального сортамента. Не увеличивая величины провеса, желательно перейти к работе с балками № 32 того же сортамента. Надо найти:

1) рабочие напряжения в обоих случаях,

2) выигрыш в весе от перехода ко второй комбинации балок,

3) величину стрелы прогиба.

Рабочее напряжение H_1 в первой комбинации и H_2 — во второй найдутся по форм. *277*:

$$H_1 = \frac{24}{5} \cdot \frac{h_1}{l} \cdot p \cdot E = \frac{24}{5} \cdot \frac{240 \cdot 20\,000}{8\,000 \cdot 500} = 5{,}76 \text{ кг. на кв. мм.}$$

$$\frac{H_2}{H_1} = \frac{h_2}{h_1}; \qquad H_2 = 5{,}76 \cdot \frac{320}{240} = 7{,}68 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Итак, в первой комбинации балки вынужденно должны работать с пониженным напряжением, равным только 5,76.

По сортаменту $\cdots$ № 24 $\cdots W_1 = 325$ см.^{3}; $\quad q_1 = 33{,}98$ кг.

» » $\cdots$ № 32 $\cdots W_2 = 706$ » $\quad q_2 = 55{,}93$ »

Вес одной из балок № 24 $\cdots B_1 = 8 \cdot 34 = 272$ кг.

Рабочая нагрузка для одной из балок № 24 найдется по форм. *218*.

$$\frac{Q_1 + B_1}{8} \cdot l = H_1 \cdot W_1, \quad \text{откуда} \quad Q_1 = 1\,600 \text{ кг.}$$

На все шесть балок придется нагрузка . . . 9 600 кг.

Вес одной из балок № 32 . . . $B_2 = 8 \cdot 56 = 448$ кг.

Рабочая нагрузка для одной из балок № 32 будет определяться так:

$$\frac{Q_2 + B_2}{8} \cdot l = H_2 \cdot W_2, \quad \text{откуда} \quad Q_2 = 4\,974 \text{ кг.}$$

Две балки № 32 выдержат нагрузку . . . 9 948 кг.; следовательно, эти две могут заменить собою те шесть.

Вес шести балок № 24 · · · 6 · 272 = 1 632 кг.
» двух » № 32 · · · 2 · 448 = 896 »

Отношение 896 : 1 632 = 0,55, т. е. вторая комбинация дает выигрыш в весе в 45%.

Действительное напряжение у двух балок второй комбинации определится так:

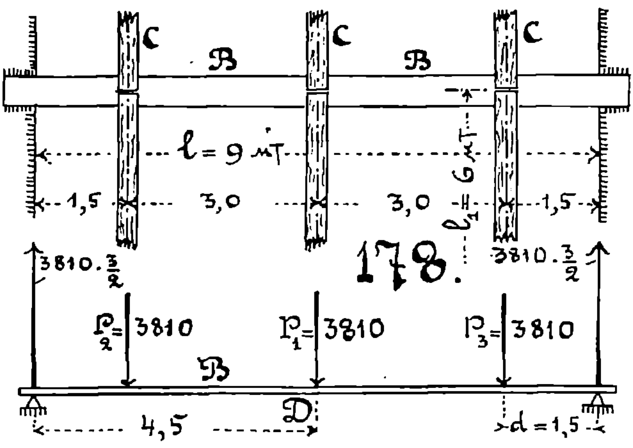
$$H_3 = H_2 \cdot \frac{4\,800}{4\,974} \quad \text{откуда} \quad H_3 = 7{,}41 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Окончательная величина провеса и стрелы прогиба для второй комбинации балок найдутся по форм. *277*:

$$p_1 = \frac{5}{24} \cdot \frac{7{,}41 \cdot 8\,000}{320 \cdot 20\,000} = \frac{1}{518}.$$

$$f = \frac{l}{p_1} = \frac{8\,000}{518} = 15{,}5 \text{ мм.}$$

Пример 103. Ширина жилого здания $l = 9$ мт. Оно перекрыто в поперечном направлении двутавровыми балками B



(*фиг. 178*) из литого железа. Балки взяты № 40 по немецкому нормальному сортаменту и расставлены на расстоянии $l_1 = 6$ мт. одна от другой. Между ними в продольном направлении протянуто три ряда деревянных балок C, C, C, которые должны работать с провесом $p = 1 : 200$. Надо рассчитать это перекрытие и все его главнейшие детали, а также выяснить величину стрелки прогиба для деревянных балок и металлической.

По данным таблицы 13 находим, что

$$\text{при } p = 1:200 \cdots H = 1 \cdots h:l = 1:24,$$

$$\text{откуда высота сосновых балок} \cdots h = \frac{6\,000}{24} = 250 \text{ мм.}$$

Они будут работать со стрелой прогиба

$$f = \frac{6\,000}{200} = 30 \text{ мм.}$$

Считая нагрузку на 1 кв. мт. равной 200 кг., определим то давление, которое будет приходиться на каждую деревянную балку:

$$(6 \cdot 3) \text{ кв. мт.} \times 200 = 3\,600 \text{ кг.}$$

По этой нагрузке, пользуясь форм. *218*, определим ширину балки y:

$$\frac{3\,600 \cdot 6\,000}{8} = 1{,}0 \cdot y \cdot \frac{250^2}{6} \quad \text{откуда} \quad y = 260 \text{ мм.}$$

Полученный размер для ширины балки оказался неудачен; он более высоты балки. Необходимая для балки величина модуля будет

$$W = \frac{3\,600 \cdot 6\,000}{8} = 2\,450\,000 \text{ мм.}^3 = 2\,450 \text{ см.}^3$$

Таблица 15 дает нам другой ответ на этот модуль

$$\text{сечение } 22 \times 26 \cdots W = 2\,477 \text{ см.}^3$$

Взявши эти последние размеры за исполняемые, найдем собственный вес сосновой балки так:

$$\frac{220 \cdot 260 \cdot 6\,000 \cdot 0{,}6}{1\,000\,000} = 206 \text{ кг.}; \quad \text{принимаем } 210 \text{ кг.}$$

В каждом узле между балками B и C будет передаваться нагрузка

$$3\,600 + 210 = 3\,810 \text{ кг.}$$

Схему нагружения балки B дает нам нижнее изображение на фиг. 178: опасным сечением балки будет D — в ее средине; сгибающий момент напишется так:

$$M_1 = 3\,810 \cdot 1{,}5 + \frac{3\,810}{2} \cdot 4{,}5 = 14\,287{,}5 \text{ кг.-мт.}$$

К этому моменту надо будет добавить момент от собственного веса балки B:

$$№\,40 \cdots W_1 = 1\,459 \text{ см.}^3 \cdots J = 29\,173 \text{ см.}^4 \cdots q = 91{,}8 \text{ кг.}$$

$$B = 9 \cdot 91{,}8 \cdot 1{,}0064 = 831 \text{ кг.}$$

$$M_2 = \frac{B \cdot l}{8} = \frac{831 \cdot 9}{8} = 935 \text{ кг.-мт.}$$

Расчетный момент для балки B будет:

$$M = M_1 + M_2 \quad 15\,222{,}5 \text{ кг.-мт.} = 1{,}77 \cdot \left(\frac{3\,810 \cdot 9}{4}\right).$$

Рабочее напряжение у балки B получится таким:

$$H_1 = \frac{M}{W_1} = \frac{15\,222\,500}{1\,459\,000} = 10{,}5 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Найдем теперь величину стрелы прогиба, которую получит балка B. Эту стрелу составим из трех частей:

для груза P_1 по форм. *215* $\quad f_2 = \frac{1}{48} \cdot \frac{P \cdot l^3}{A}$

для грузов P_2 и P_3 по форм. *229* ... $f_5 = \frac{P \cdot d}{24} \cdot \frac{3 \cdot l^2 - 4 \cdot d^2}{A}$

для собственного веса по форм. *219* .. $f_3 = \frac{5}{384} \cdot \frac{B \cdot l^3}{A}$

В этих формулах ... $P = 3\,810$ кг.; $\quad d = 1{,}5$ мт.

$$f_0 = f_2 + f_3 + f_5 = \frac{P \cdot l^3}{48 \cdot A} \cdot \left[1 + \frac{5}{8} \cdot \frac{831}{3\,810} + \frac{2 \cdot d}{l} \cdot \left(3 - 4 \cdot \frac{d^2}{l^2}\right)\right]$$

$$\frac{P \cdot l^3}{48 \cdot A} \cdot G$$

$$G = 1 + 0{,}14 + 0{,}96 = 2{,}1$$

$$f_0 = \frac{2{,}1 \cdot 3\,810 \cdot (9\,000)^3}{48 \cdot 20\,000 \cdot 291\,730\,000} = 20{,}6 \text{ мм.} = \frac{P \cdot l^3 \cdot 2{,}1}{48 \cdot E \cdot J}$$

$$20{,}6 = \frac{2{,}1 \cdot l^2}{12 \cdot E \cdot J} \cdot \left(\frac{P \cdot l}{4}\right) = \frac{2{,}1 \cdot l^2}{12 \cdot E \cdot J} \cdot \left(\frac{H_2 \cdot J}{1{,}77 \cdot l}\right)$$

$$= \frac{2{,}1 \cdot l^2 \cdot H_2}{1{,}77 \cdot 6 \cdot E \cdot h_1}$$

откуда $$H_2 = \frac{20{,}6 \cdot 1{,}77 \cdot 6 \cdot 20\,000 \cdot 400}{2{,}1 \cdot 9\,000 \cdot 9\,000} = 10{,}3 \text{ кг. на мм.}^2$$

Это и есть допускаемая величина напряжения при сгибании балки B всею совокупностью передающихся на нее нагрузок, а мы ее рассчитали выше с напряжением $H_1 = 10{,}5$.

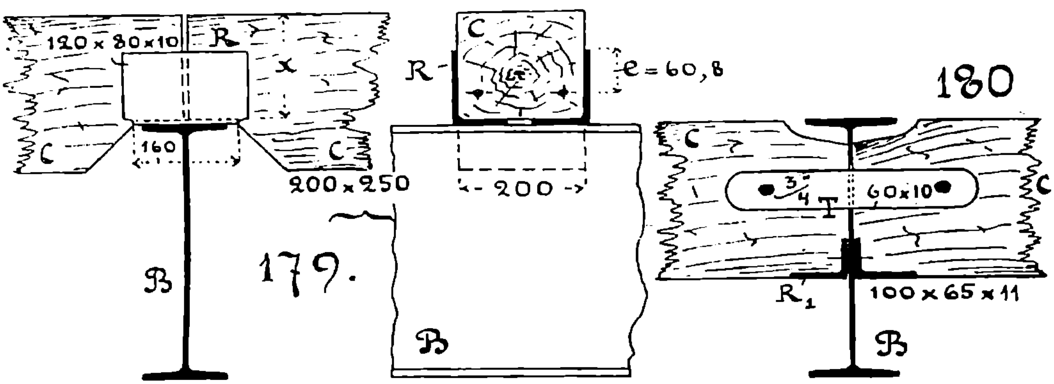
Разница между обоими напряжениями так незначительна, что мы считаем балку № 40 вполне подходящей для данного случая.

После изменения высоты деревянных балок с 250 мм. на 260, изменится также и рабочая стрела прогиба. Она будет теперь

$$f = 30 \cdot \frac{25}{26} = 28{,}9 \text{ мм.}; \quad \text{принимаем } 29 \text{ мм.}$$

На *фиг. 179* и *180* даны два способа передачи давления от продольных деревянных балок на поперечные железные. Надо поверить крепость некоторых деталей, без которых не может обойтись та и другая передача.

На фиг. 179 показано, что концы балок C подрезаны снизу, чтобы не увеличивать высоты потолочного перекрытия и не отнимать лишнего от полезной высоты этажа. Из всей вы-



179. 180

соты балки в 250 мм. над опорою оставлена высота x, которую найдем из форм. *271*, допуская на сдвиг вдоль волокон напряжение $t = 0{,}08$ кг. на кв. мм.:

$$0{,}08 = \frac{3}{2} \cdot \frac{1\,905}{x \cdot 200}, \quad \text{откуда} \quad x = 180 \text{ мм.}$$

Для того, чтобы конец балки C не погнул верхней полки у двутавровой балки B, на нее положены сначала уголки R. Это — обрезки углового неравнобокого железа $120 \times 80 \times 10$ мм. по 200 мм. длиною. Между ними конец балки C будет лежать, как в желобе. Уголки скреплены с деревянною балкою болтом $^3/_4$ дюйма диам.

Найдем напряжение смятия у деревянных балок. На смятие у сосны поперек волокон можно допустить $u = 0{,}25$ кг. на кв. мм.; следовательно площадь смятия надо иметь по крайней мере

$$1\,905 : 0{,}25 = 7\,620; \quad \text{берем } 7\,650 \text{ кв. мм.}$$

Если бы уголков R не было, и концы балок опирались бы прямо на железную балку B, у которой ширина полки равна 155 мм., то поверхность смятия была бы

$$75 \cdot 200 = 15\,000 \text{ кв. мм.},$$

считая, что между стыками соседних балок C будет зазор в 5 мм. Этой площади будет более чем достаточно для воспринятия опорного давления, поэтому длину уголков R развивать не надо; нижнюю (узкую) полку их достаточно будет взять равной 160 мм., а боковую — 200 мм. Поверим крепость этих уголков, считая, что всё давление будет передаваться на самом краю нижней полки. По немецкому сортаменту:

$$80 \times 120 \times 10 \cdots J = 276 \text{ см.}^4 \cdots e = 60{,}8 \text{ мм.}$$

$$1\,905 \cdot 80 = H_3 \cdot \frac{2 \cdot 2\,760\,000}{60.8} \qquad H_3 = 3{,}4 \text{ кг. на мм.}^2$$

На фиг. 180 показан другой способ передачи давления от балок C на балки B, — посредством уголков R_1, пришитых заклепками к вертикальной стенке двутавровой балки. Размеры угловых полос берем $65 \times 100 \times 11$ мм., располагая более широкую полку внизу. Крепость ее на смятие проверять не надо: по данным, сообщенным выше, видно, что она будет достаточна. Найдем такую длину y полос R_1, при которой нижнюю полку можно считать работающей с напряжением сгибания $H_1 = 3{,}5$ кг. на кв. мм.:

$$1\,905 \cdot 89 = 3.5 \cdot y \cdot \frac{11^2}{6} \qquad y = 2\,400 \text{ мм.},$$

т. е. надо протянуть уголки R_1 во всю длину балок B. Приклепывание полос к балке сделаем заклепками с диам. $d = 18$ мм.: у них площадь сдвига $f = 254$ кв. мм. На каждую балку C будем считать по 3—4 заклепки. Напряжение сдвига в них будет:

$$\text{при 3 заклепках} \cdots \frac{1\,905}{3 \cdot 254} = 2{,}5 \text{ кг. на мм.}^2$$

$$\text{» 4 »} \cdots \frac{1\,905}{4 \cdot 254} = 1{,}8 \text{ » » »}$$

Концы соседних балок C здесь связаны двумя железными планками T, имеющими сечение 10×60 мм. и пропущенными сквозь отверстия, сделанные для них в вертик. стенке у балки B. Планки пришиты к балкам болтами по $^3/_4$ дюйма диаметром пропущенными сквозь *широкие* отверстия.

Пример 104. Железная клепаная балка двутаврового сечения (фиг. 167, справа) состоит из вертикальной стенки A — 600×10 мм., четырех уголков B $100 \times 100 \times 12$ мм. и двух поясов C, — каждый из трех полос 240×10 мм. Диам. заклепок 23 мм. Надо найти модуль сечения этой балки и выяснить влияние каждой из ее частей на общую крепость балки.

По справочнику *Бём* (*Böhm*), о котором говорилось выше, находим готовыми такие данныя:

Модуль всего сечения ..... W 5 787 см.^{3}
Вес погонного мт. балки... q 230,1 кг.

Каждая из этих величин составляется из пяти слагаемых в такой последовательности:

Модуль вертикальной стенки A .. $W_1 = 509$ см.^{3}
Ее вес на длине 1 мт. балки ..... q_1 46,8 кг.
Модуль четырех уголков B.... W_2 2 011 см.^{3}
Их вес на длине 1 мт. балки .... q_2 70,8 кг.
Модули поясных полос... 1 076; 1 091; 1 100 см.^{3}
Вес каждой из них на длине 1 мт.... 37,5 кг.

Эти данныя отлично передают улучшение в использовании материала по мере удаления его от нейтральной линии сечения.

Для нахождения приблизительного веса клепаной балки с высотою h менее 1 мт. была дана в § 99 практическая форм. *288*. Проверим ее на этом примере, где точную величину веса балки мы имеем из других источников. Вносить в эту формулу придется следующие величины:

высоту вертикальной стенки .... $h = 60$ см.
толщину вертикальной стенки .... $a = 1$ »
модуль всего поперечного сечения балки $W = 5\,787$ см.^{3}

$$q = \frac{60 \times 1{,}0}{3} + \frac{7 \cdot 5\,787}{3 \cdot 60} = 245 \text{ кг.}$$

Это — приближенная величина веса; точная же его величина оказалась равною 230,1 кг.

Отношение $\cdots 245 : 230{,}1 = 1{,}064$,

т. е. ошибка, которую дает подсчет приближенный, получилась не более 6,5%; и притом же эта ошибка оказалась в пользу увеличения веса, что и желательно иметь, напр., при определении размеров балки на крепость, принимая во внимание также и собственный вес балки.

Пример 105. Надо запроектировать железную клепаную балку двутаврового сечения с модулями

$$W = 5\,000 \text{ см.}^3; \quad 12\,500 \text{ см.}^3; \quad 20\,000 \text{ см.}^3$$

Так поставленный вопрос является неопределенным. Ответов на него может быть дано много. Надо установить дальнейшие ограничения по крайней мере относительно размеров вертикальной стенки *A* (фиг. 167).

По таблицам *Бём* (*Böhm*) находим сразу до 10 ответов: два на модуль ровно 5 000 см.^{3}, два на модуль 5 001 см.^{3}, два на модуль 5 002 см.^{3} и т. д. Вот некоторые из ответов:

Модуль 5 000 см.^{3}: вертикальная стенка 520×12 мм., уголки $110 \times 110 \times 12$, поясà 260×26, диам. заклепок 23 мм.; $q = 232{,}5$ кг.

Модуль 5 001 см.^{3}: стенка 560×12, уголки $130 \times 130 \times 14$, поясà 300×14, диам. заклепок 26 мм.; $q = 225{,}4$ кг.

Модуль 5 002 см.^{3}: стенка 980×10, уголки $100 \times 100 \times 12$, диам. заклепок 20 мм.; поясных полос нет; $q = 144{,}7$ кг.

Проверим еще раз и на этих примерах форм. *288*, приближенно определяющую собственный вес балки.

Для балки с модулем 5 000 куб. см.

$$q = \frac{1{,}2 \cdot 52}{3} + \frac{7}{3} \cdot \frac{5\,000}{52} = 244{,}8 \text{ кг.}$$

$$\text{Отношение} \cdots 244{,}8 : 232{,}5 = 1{,}053\,.$$

Для балки с модулем 5 001 куб. см.

$$q = \frac{1{,}2 \cdot 56}{3} + \frac{7}{3} \cdot \frac{5\,001}{56} = 230{,}7 \text{ кг.}$$

$$\text{Отношение} \cdots 230{,}7 : 225{,}4 = 1{,}023\,.$$

Для балки с модулем 5 002 куб. см.

$$q = \frac{98 \times 1{,}0}{3} + \frac{7}{3} \cdot \frac{5\,002}{98} = 151{,}8 \text{ кг.}$$

$$\text{Отношение} \cdots 151{,}8 : 144{,}7 = 1{,}049\,.$$

Всюду получился вполне удовлетворительный результат. Ошибка колебалась от 2,3 до 5,3%.

Для нахождения размеров клепаной балки с модулем 12 500 куб. см. используем данныя справочника «*Hütte*», 22-го немецкого издания, часть III, стр. 928. Там есть ответ на модуль 12 498 куб. см. Балка должна иметь такие размеры:

Вертикальная стенка	$1\,240 \times 10$ мм.
Четыре уголка	$100 \times 100 \times 12$ мм.
Пояса из двух полос каждый	240×12 мм.
Диаметр заклёпок	23 мм.
Вес погонного мт. балки	259 кг.

Пользуясь этой последней величиною, проверим кстати и форм. *288 a* (см. § 99):

$$q = \frac{124 \times 1{,}0}{2} + \frac{2 \cdot 12\,498}{124} = 263{,}6 \text{ кг.}$$

$$\text{Отношение} \cdots 263.6 : 259 = 1{,}018\,.$$

Для балки с модулем 20 000 куб. см. берем размеры также из «*Hütte*». На стр. 929 того же издания, которое отмечено выше, есть ответ на модуль 20 076 куб. см. Он принадлежит балке, имеющей размеры сечения:

Вертикальная стенка	$1\,280 \times 12$ мм.
Четыре уголка	$120 \times 120 \times 13$ мм.
Оба пояса из трех полос каждый . .	280×13 мм.
Диаметр заклёпок	26 мм.
Вес погонного мт. балки	385,2 кг.

Высота балки и здесь также получилась более 1 мт., поэтому приблизительное определение веса балки надо делать по форм. *288 a* (см. § 99):

$$q = \frac{1{,}2 \cdot 128}{2} + \frac{2 \cdot 20\,076}{128} = 390{,}5 \text{ кг.}$$

$$\text{Отношение} \cdots 390{,}5 : 385{,}2 = 1{,}014\,.$$

Формула, дающая приблизительную величину веса, оказалась и в этом случае удовлетворительной; превышение веса она дает около $1{,}5\,\%$.

Относительно форм. *288 a*, заметить надо, что в немецких справочниках дается не совсем такая формула; коэффициент при первом слагаемом $a \times h$ там дается равным 0,45, а не 0,5; но с тем коэффициентом получается величина q менее действительной, что не желательно; безопаснее делать ошибку в сторону увеличения веса, а не наоборот.

Высота вертикальных сплошных (не решетчатых) стенок у двутавровых клепаных балок в Германии доводится до 2,5 мт., а в Америке — даже до 3 и 3,5 мт. Толщина металла у вертикальной стенки высокой клепаной двутавровой балки берется не менее одной сотой доли расстояния между внутренними (ближайшими к оси балки) кромками поясных угольников. Или же для этого применяется следующая практическая формула:

$$a = 0{,}7 \text{ см.} + \frac{h \text{ см.}}{250}.$$

Напр., в случае балки с модулем 5 002 см.^{3}, отмеченной выше, нашли бы:

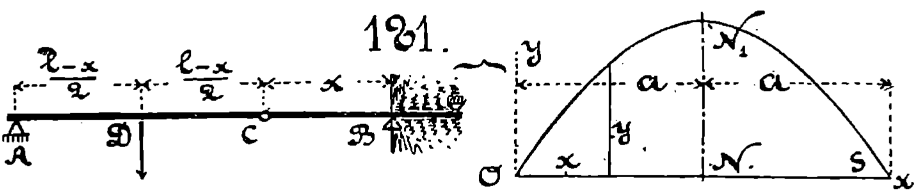
$$\text{по правилу} \cdots a = \frac{980 - 2 \cdot 100}{100} = \frac{780}{100} = 7{,}8 \text{ мм.}$$

$$\text{по формуле} \cdots a = 0{,}7 + \frac{98}{250} = 0{,}7 + 0{,}39 = 1{,}09 \text{ см.}$$

Было выполнено на самом деле $\cdots a = 10$ мм.

Пример 106. Вместо непрерывной балки AB (*фиг. 181*), у которой правый конец заделан в стену накрепко, а левый

181.



свободно лежит на опоре, надо построить балку с искусственным шарниром C под тем условием, чтобы вес балок был наименьшим. Нагрузкою будет сосредоточенный груз P, приложенный в средине длины балки AC. Даны: длина пролета $AB = l = 6$ мт., нагрузка $P = 5\,000$ кг. Надо найти: 1) длину $x = BC$ вылета у той части балки, которая заделана в стену. 2) размеры сечения обеих частей балки, т. е. BC и AC. Надо также разработать и рассчитать все устройство искусственного шарнира C.

Форм. *289* говорит нам, что у балки с наименьшим весом произведение из расчетного момента на длину балки должно быть наименьшим; а в данном случае это надо применить к системе двух балок AC и BC.

У балки $BC \cdots$ расчетный момент $\cdots \frac{P}{2} \cdot x$

» $BC \cdots$ ее длина $\cdots\cdots\cdots\cdots x$

» $AC \cdots$ расчетный момент $\cdots P \cdot \frac{l-x}{4}$

» $AC \cdots$ ее длина $\cdots\cdots\cdots\cdots l - x$.

Характеристика наименьшего веса у системы обеих балок будет:

$$R = P \cdot \frac{x^2}{2} + \frac{P}{4} \cdot (l - x^2) = \frac{P}{4} \cdot [l^2 - (2l \cdot x - 3x^2)] \cdots \cdot \quad \textbf{294.}$$

Назовем выражение $\cdots 2l \cdot x - 3x^2 = y \cdots\cdots$ **295.**

Очевидно, что $min\, R$ получится тогда, когда величина y будет max. Но уравнение определяет нам ординаты параболы ON_1S (фиг. 181 справа), которая отнесена к осям xOy:

$$y = x \cdot (2l - 3x) \cdots\cdots \quad \textbf{296.}$$

В этом виде формула говорит нам, что парабола пересекает ось иксов 2 раза:

$$\text{при } x = 0 \cdots \text{точка } O;$$

$$\text{при } x = \frac{2}{3}l = OS = 2a \cdots \text{точка } S;$$

а на средней ординате между точками O и S и находится вершина параболы N_1. Абсцисса вершины

$$ON = a = x = \frac{l}{3}$$

Это и есть искомое решение. Оно требует разделить всю длину пролета на три равные части AD, CD и BC; в узле C — сделать искусственный шарнир, а в сечении D — передать нагрузку на балку.

Расчетный момент для балки $AC \cdots \dfrac{P}{4} \cdot \dfrac{2l}{3} = \dfrac{P \cdot l}{6}$

» » $BC \cdots \dfrac{P}{2} \cdot \dfrac{l}{3} = \dfrac{P \cdot l}{6}$

Характеристика веса у балки $AC \cdots \dfrac{Pl}{6} \cdot \dfrac{2}{3} l = \dfrac{P \cdot l^2}{9}$

» » $BC \cdots \dfrac{P \cdot l}{6} \cdot \dfrac{l}{3} = \dfrac{P \cdot l^2}{18}$

Итак, оказалось, что здесь оба расчетных момента равны между собою и оба они одинаковы с тем, который давала нам форм. *252* для подобной же балки с искусственным шарниром, когда точка привеса груза лежала на средине пролета l.

При нашем задании $\cdots x = 2$ мт.; $l - x = 4$ мт.

Расчетный момент $\cdots \dfrac{P \cdot l}{6} = P \cdot 1\,000$ кг.-мм.

Проведем расчет с напряжением $H = 7$ кг. на кв. мм.; тогда

$$W = \frac{5\,000 \cdot 1\,000}{7} = 714\,000 \text{ мм.}^3 = 714 \text{ см.}^3$$

На этот модуль отвечают два сечения по немецкому сортаменту:

Двутавр № 32 ... $W = 781$ см.^{3} ... $q = 60{,}6$ кг.

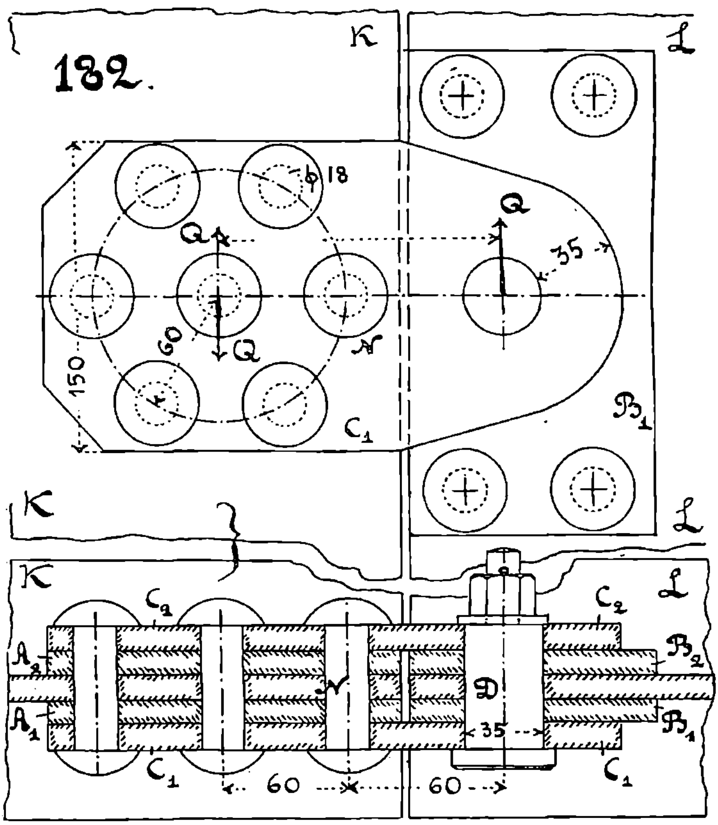
Швеллер № 26 ... $W_1 = 2 \cdot 371 = 742$ ...

$q_1 = 2 \cdot 37{,}7 = 75{,}4$ кг.

Первая комбинация будет более легкою и более прочною; ее и принимаем. Работать она будет с напряжением

$$H_1 = \frac{5\,000 \cdot 1\,000}{781 \cdot 1\,000} = 6{,}4 \text{ кг. на кв. мм.}$$

На *фиг. 182* дано одно из детальных устройств шарнира: к левой балке приклепаны 4 железных планки $A_1 A_2 C_1 C_2$ с пря-



моугольным сечением, а к правой две планки $B_1 B_2$; соединение замыкается поперечным болтом D. Рассчитаем все эти части.

Болт D по формуле сдвига 272 должен иметь площадь сечения:

$$\frac{4}{3}\cdot\frac{2\,500}{2F} = t = 3 \text{ кг. на кв. мм., откуда}$$

$$F = 555 \text{ кв. мм.. берем с запасом } d = 35 \text{ мм.}$$

Взявши напряжение смятия на поверхности болта $м = 5$ кг. на кв. мм., величину поверхности смятия найдем по форм. 85:

$$\frac{2\,500}{2c\cdot d}\cdot\frac{4}{\pi} = м = 5\,; \quad \text{где} \quad c \text{ — толщина планок.}$$

Отсюда $\cdots 2c\cdot d = 637$ мм.^{2}; $d = 35 \cdots 2c =$ или более 18 мм.

Берем толщину каждой из планок по 12 мм., что составит вместе $2c = 24$ мм. После этого проверяем болт на изгиб:

$$\frac{2\,500}{2}\cdot 12 = H\cdot\frac{\pi\cdot d^3}{32} = H\cdot 4\,288\,; \quad \text{откуда} \quad H = 3{,}5\,.$$

Заклепки на планках берем по 18 мм.; у них площадь сечения тела $f = 254$ кв. мм.: все они — двусрезные. Поверяем площадь четырех заклепок, которые расположены на планках $B_1 B_2$ на сдвиг:

$$t_1 = \frac{2\,500}{8\cdot 254} = 1{,}2 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Заклепки, поставленные на конце левой балки, должны выдерживать не только давление Q на болт D, но еще и вращательный момент от него. Предварительный эскизный набросок этого скрепления показывает, что плечо силы Q до центра средней заклепки можно выбрать равным 120 мм. Число заклепок здесь берем семь: одну центральную и шесть штук вокруг нее на равных расстояниях по 60 мм.

Эти заклепки лучше будет поставить на место в холодном состоянии, чтобы создать надежность и уверенность в расчете. При центре средней заклепки мы приложим две вертикальных силы Q, равные и противоположные одна другой: одна из них, начерченная сплошной линией, войдет в состав пары сил, а другая, изображенная пунктиром, будет представлять силу сдвига. Предполагаем, что она распределяется одинаково между всеми семью заклепками и заставляет их работать с напряжением t_2; точно также допускаем, что, отвечая на действие вращательного момента, все шесть внешних заклепок будут работать с одинаковым дополнительным напряжением

t_3, вследствие стремления к повороту планок C_1C_2 около оси средней заклепки. Поэтому:

$$2\,500 \cdot 120 = (2 \cdot 254 \cdot 6) \cdot t_3 \cdot 60 \cdots t_3 = 1{,}64$$

$$2\,500 = (2 \cdot 254 \cdot 7) \cdot t_2 \cdots\cdots\cdots\cdots t_2 = 0{,}71 \,.$$

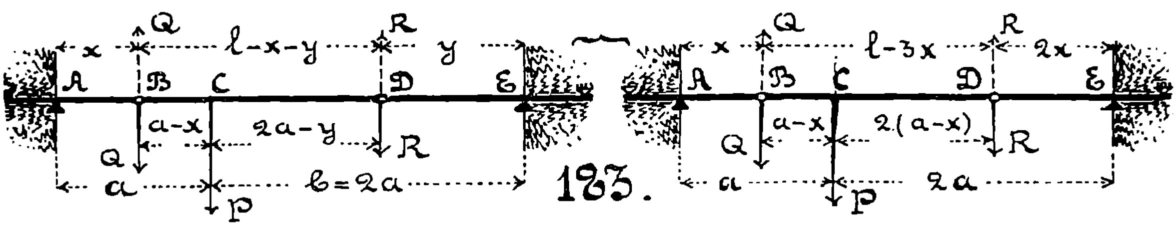
Суммарное напряжение у крайней правой заклепки N будет:

$$t = t_1 + t_2 = 2{,}35 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Остается проверить планки C_1C_2 на сгибание. Относим расчет к тому поперечному сечению, которое проходит через ось центральной заклепки:

$$2\,500 \cdot 120 = H_2 \cdot \frac{2 \cdot 12 \cdot 150^2}{6} \cdots H_2 = 3{,}3 \,.$$

Пример 107. Балку AE (*фиг. 183*) с пролетом $l = 9$ мт. надо нагрузить сосредоточенным грузом $P = 5\,000$ кг. с плечами $a = 3$ мт. и $b = 2a = 6$ мт. Концы балки накрепко



183.

заделаны в стену. Надо осуществить на правом и левом плече у балки искусственные шарниры B и D, выполнив два условия: 1) чтобы опорные моменты в сечениях A и E были одинаковы, 2) чтобы вес всех трех частей балки AB, BD и DE был наименьшим.

Пусть $AB = x$, $DE = y$, давление на левый шарнир — Q, на правый — R. Тогда

$$Q = P \cdot \frac{2a - y}{l - x - y}\,; \qquad R = P \cdot \frac{a - x}{l - x - y} \,.$$

Напишем условие равенства моментов в сечениях A и E, т. е.

$$Q \cdot x = R \cdot y\,, \quad \text{или} \quad (2a - y) \cdot x = (a - x) \cdot y\,,$$

откуда $$2 \cdot x = y\,,$$

т. е. правая заделанная в стену балка должна иметь вылет вдвое длиннее левой.

После этого переходим к той схеме нагружения балки, которая изображена выше на той же фиг. 182 справа. Здесь будем иметь:

$$R = P \cdot \frac{a-x}{l-3x}; \quad Q = P \cdot \frac{2(a-x)}{l-3x} = 2R.$$

или
$$R = \frac{P}{3} \cdots \quad Q = \frac{2}{3} \cdot P.$$

У балки AB расчетный момент .... $Q \cdot x = \dfrac{2P \cdot x}{3}$

» DE » $R \cdot 2x = \dfrac{2P \cdot x}{3}$

» BD » $Q \cdot (a-x) = 2P \cdot \dfrac{a-x}{3}$

Характеристика наименьшего веса у системы всех трех балок будет:

$$R_1 = \left(\frac{2P \cdot x}{3}\right) \cdot x + \left(\frac{2P \cdot x}{3}\right) \cdot 2x + 2P \cdot \frac{a-x}{3} \cdot (l-3x). \quad \text{или.}$$

заменяя $l = 3a$ получим:

$R_1 = 2P \cdot x^2 + 2P \cdot (a-x)^2$. или

$R_1 = 2P \cdot [a^2 - 2 \cdot (a-x) \cdot x]$.

Характеристика веса будет наименьшей, если переменная величина вычитаемого будет наибольшей; а для этого надо сделать (см. вывод форм. *214*):

$$x = a - x \cdots x = \frac{a}{2} = \frac{l}{6} = AB; \quad 2x = \frac{l}{3} = DE$$

Расчетный момент для балки AB $\quad \dfrac{2}{3} \cdot P \cdot \dfrac{l}{6} = \dfrac{P \cdot l}{9}$

» » » » DE $\quad \dfrac{P}{3} \cdot \dfrac{l}{3} = \dfrac{P \cdot l}{9}$

» BD $\quad \dfrac{2}{3} \cdot P \cdot \dfrac{l}{6} = \dfrac{P \cdot l}{9}$

Если бы у той же балки AE не делать шарниров, опасным сечением у нее было бы сечение A, т. е. заделанный конец короткого плеча; и величина расчетного момента при наших условиях была бы*):

$$M_A = \frac{P \cdot a \cdot b^2}{l^2} = \frac{P}{l^2} \cdot \frac{l}{3} \cdot \left(\frac{2l}{3}\right)^2 = \frac{4}{3} \cdot \left(\frac{P \cdot l}{9}\right).$$

*) См. *Худяков.* Сопротивление материалов. III-е издание курса, читанного в Моск. Высш. Техн. Училище. Москва 1909 года, стр. 186.

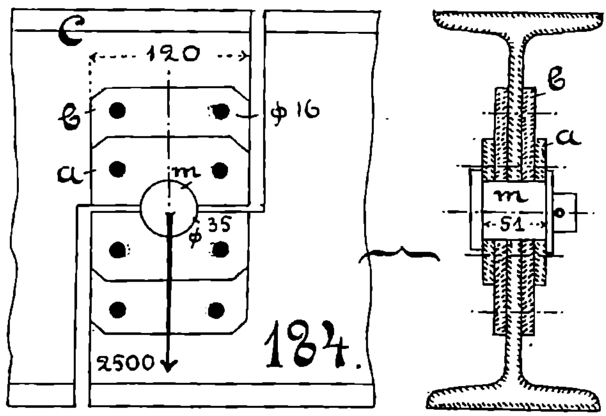
т. е. вводя два искусственных шарнира, *мы получили вместо одного опасного сечения три, а величину расчетного момента понизили на одну треть.*

Обращаясь к нашему числовому заданию, получим:

$$\frac{5\,000\cdot 9\,000}{9} = 7\cdot W; \quad W = 714 \text{ см.}^3,$$

т. е. балки могут быть взяты те же, что и в предыдущей задаче, только размеры деталей шарниров будут другие.

На *фиг. 184* дано еще одно конструктивное устройство шарнира, выполняемое при более высоких балках. Каждый из концов балок обрезан в виде зуба. К нему приклепывается по две планки с каждой стороны: *aa* — короткие и *bb* — более длинные. Размеры шарнирного соединения намечены для того же давления в 2 500 кг., что и на фиг. 182. Диаметр опорного валика взят в 35 мм., толщина всех планок — по 10 мм., диаметр заклепок по 16 мм.



Валик *m* не испытывает здесь ни сгибания, ни сдвига, а только лишь смятие. Длина опорной поверхности у валика 51 мм. Напряжение смятия у него вычислится по форм. 85:

$$м = \frac{4}{\pi}\cdot\frac{2\,500}{35\cdot 51} = 1.8 \text{ кг. на кв. мм.}$$

На заклепки будет передаваться не вся сила 2 500 кг., а только часть ее, соответствующая отношению длин 40 : 51; но если для большей надежности расчет будет сделан на всю силу, получится напряжение сдвига:

$$t = \frac{2\,500}{8\cdot 201} = 1{,}56 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Надо проверить также и крепость зуба *C*, вырезанного у балки. Пусть это будет двутавровая балка № 32. По таблице немецкого сортамента находим для нее момент инерции всего сечения равным 12 493 см.^{4}, а для зуба *C*, т. е. половины сечения, момент инерции можно принять равным 6 246 см.^{4}

Отыскивая обычным приемом центр тяжести поперечного сечения зуба, найдем, что от центра валика он лежит на расстоянии $e = 10{,}7$ см. Если возьмем плечо сгибающей зуб силы в 70 мм., тогда найдем, что зуб будет работать на сгиб с напряжением

$$H = 2\,500 \cdot 7 : \frac{6\,246}{10{,}7} = 30 \text{ кг. на кв. см.}$$

102. Рельсовые балки. Рельс имеет в железнодорожном деле свое определенное, специальное назначение, которое он и выполняет; но, как балочный строительный материал, в замену другого, лучшего, он может появляться лишь временно и случайно. Так было уже один раз в России в последней четверти прошлого столетия, когда скопился на железных дорогах изрядный запас изношенных старых рельсов, и явилось желание использовать их в жилищно-строительном деле; но использовать их удалось, конечно, только в невыгодных условиях. Причина этого лежит в том, что распределение материала в поперечном сечении рельса приспособлено к тому прямому назначению рельса, которое он должен выполнять в железно-дорожной службе. Это балка, рассчитанная для работы на утрированно-коротких пролетах, и поэтому у рельса — сравнительно малая высота сечения h, большой вес q на длине 1 мт. и сравнительно небольшая величина модуля W. Ниже приводятся здесь наиболее типичные данныя для существующих в заграничной и русской практике рельсов, начиная с самых легких, применяемых на узкоколейных ж. д., и кончая наиболее тяжелыми, предназначенными для главных магистралей, по которым пропускаются и наиболее тяжелые поезда и наиболее скорые поезда с тяжеловесными паровозами во главе. Данныя из русской практики набраны жирным шрифтом.

Таблица 17. Характеристика ж. д. рельсов.

h мм.	q кг.	W см.^{3}	J см.^{4}	h мм.	q кг.	W см.^{3}	J см.^{4}
85	15,2	43	188	**135**	**38,4**	**182**	**1223**
110	22	85	475	138	41	193	1352
120	**30,9**	**126,8**	**751**	**140**	**43,6**	**212**	**1476**
120	31,7	125	780	147	45,7	230	1700
128	**33,5**	**156**	**968**	147	52,7	256	1890
129	31,1	183	917	№ 30	53,8	652	9785

В последней строке этой таблицы приведены для сравнения те данныя, которые относятся к двутавровой прокатной балке

№ 30, и которые, так сказать, «убивают» рельсы, как балочный материал.

Подсчитаем по форм. *277*, с каким напряжением можно допустить работать рельс с высотою $h = 128$ мм., как балку, свободно положенную на две опоры на пролете $l = 5$ мт. (16,5 фут.) при равномерной нагрузке с провесом $p = 1:500$;

$$H = \frac{24}{5} \cdot \frac{h \cdot p \cdot E}{l} = \frac{24 \cdot 128 \cdot 20\,000}{5 \cdot 500 \cdot 5\,000} = 0{,}98 \text{ кг. на мм.}^2$$

Для рельса с высотою в 147 мм. эта величина повысилась бы до 1,12, т. е. рабочее напряжение в рельсе может быть допущено почти такое же, как в дереве, а отношение удельных весов материала — около 13; если же рельс не новый, а изношенный уже, то к этому прибавится еще необходимость уменьшить табличные величины модуля процентов на 10—15—20, смотря по степени изношенности материала, что также отразится на весе сооружения в неблагоприятную сторону.

Все эти данныя надо иметь в виду, если бы, за недостатком строительных материалов на рынке, пришлось обратиться также и к использованию рельсов.

Пример 108. По предварительному подсчету оказалось, что 3 сосновые балки прямоугольного сечения с размерами 200×280 мм. под равномерной нагрузкой на пролете $l = 5$ мт. придется заменить восемью рельсами русского типа, имеющими высоту в 128 мм. Концы балок свободны. Допуская в деревянных балках напряжение в 1 кг. на кв. мм., надо найти: 1) рабочее напряжение у рельсовых балок, 2) собственный вес тех и других балок.

Для одной деревянной балки 200×280 мм.

модуль . . . 2 613 см.^{3}; вес при длине 5 мт. . . . 168 кг.

Принимая во внимание и собственный вес, *для одной балки* найдем безопасную нагрузку по форм. *218*:

$$Q = \frac{8 \cdot 2\,613\,000}{5\,000} - 168 = 4\,013 \text{ кг.}$$

Для трех деревянных балок . . . $3 \cdot 4\,013 = 12\,039$ кг.

Восемь рельсовых балок дадут

модуль . . . . $8 \cdot 968 = 7\,744$ см.^{3};

вес на длине 5 мт. . . . $33{,}5 \cdot 8 \cdot 5 = 1\,340$ кг.

Принимая во внимание и собственный вес, для восьми рельсовых балок найдем рабочее напряжение по форм. *218*:

$$H = \frac{(12\,039 + 1\,340) \cdot 5\,000}{8 \cdot 7\,744\,000} = 1{,}08 \text{ кг. на кв. мм.},$$

т. е. число рельсовых балок было поставлено восемь — ничуть не преувеличено, если от них потребовать провес в $1:500$. При вычисленном напряжении провес будет более этого допускаемого. Если бы взяты были девять рельсовых балок, они работали бы с напряжением 0,97 кг. на кв. мм., что подходит ближе к вычисленной нами ранее величине 0,98. Вес девяти рельсовых балок длиною по 5 мт. будет 1 508 кг. Это получилось взамен веса трех сосновых балок в 504 кг., т. е. собственный вес балок пришлось *утроить* при переходе от деревянных балок к рельсовым.

Пример 109. Поверх сосновой балки под'емного крана, имеющей размеры сечения 240×320 мм. положен железный рельс железно-дорожного типа с высотою $h = 140$ мм. и модулем сечения $W = 209{,}6$ куб. см. Надо найти: 1) на сколько процентов повысится от этого под'емная сила деревянной балки, 2) на сколько процентов увеличится вес балочной системы.

При одинаковой длине балок и одинаковом способе нагружения их обе балки, деревянная и железная, будут иметь одинаковую стрелу прогиба, и для обеих балок она будет допускаемой. Поэтому тип формул *276* и *277* позволит написать нам следующее равенство:

$$\frac{H_1}{20\,000\cdot 140} = \frac{H_2}{1\,000\cdot 320} \quad \text{или} \quad H_1 = 8{,}75\cdot H_2\,,$$

т. е. напряжение в железе и дереве будут здесь вынужденно связаны этим соотношением; и если ранее деревянную балку мы рассчитывали с напряжением $H_2 = 1$ кг. на кв. мм., теперь мы этого сделать более не можем, т. к. это обязывало бы железную балку работать с напряжением $H_1 = 8{,}75$ кг. на кв. мм., что не допустимо.

Назначая возможную величину $H_1 = 7$, получим рабочую величину напряжения для деревянной балки

$$H_2 = 7:8{,}75 = 0{,}8 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Модуль сечения для деревянной балки найдем по табл. 15. Там нет сечения 24×32 см., но есть данные

для сечения 12×16 см. $\cdots$ модуль $= 512$ см.^{3}

» » 24×32 » » $= 8\cdot 512 = 4\,096$ см.^{3}

Рабочие сгибающие моменты для новой комбинации балок теперь будут:

для балки железной	$700 \cdot 209,6 =$	1 467 200 кг.-см.
» деревянной	$80 \cdot 4\,096 =$	3 276 800 » »
Суммарный момент	$=$	4 744 000 кг.-см.
Для одинарной деревянной балки »	$=$	4 096 000 » »
Приращение момента	$=$	648 000 кг.-см.
» в %		19%.

Вес деревянной балки на 1 мт. длины	45 кг.
» железного рельса » 1 » »	43,6 кг.
Приращение веса	97%

Комбинация рельса и деревянной балки оказалась тоже не из выгодных.

в) Чугунные балки, их расчет и построение.

103. Особенности чугунных балок. И в чугунном балочном материале наблюдается как *неполная однородность* его, так и *неопределенность состава*, от которого зависят все дальнейшие механические свойства чугуна. Количество углерода в чугуне доходит до $4^1/_2$%, но никогда вся масса его не бывает связана с железом каким либо однообразным способом: всегда одна часть углерода (бóльшая или меньшая) в отливке бывает связана с железом *химически*, а другая (бóльшая или меньшая) сопутствует этому железному сплаву в виде *механической примеси*, в виде кристаллов графита, распределенных в общей массе литья далеко не равномерно.

Присутствие в чугуне углерода, механически к нему примешанного, сообщает излому чугуна серую окраску, делает чугун более мягким, менее хрупким, но зато лишает чугун его крепости. Различают чугун *серый*, *половинчатый* и *белый*. Но это — разница скорее по названию только, а не по существу дела; и сортов чугуна во всяком случае не три, а в каждой из этих групп существует множество подразделений, отличительные свойства и особенности которых не легко и не сразу распознаются с полной надежностью даже и специалистами литейного дела.

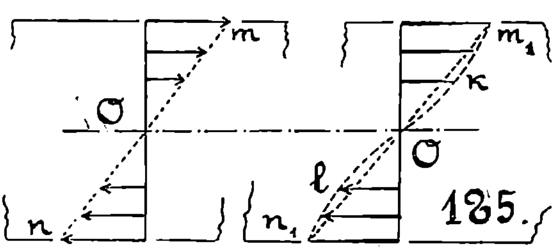
Удельный вес серого чугуна спускается до 6,7, а для белого чугуна возможна цифра и в виде 7,6—7,8; балочный чугун можно считать с удельным весом около 7,2; в нем углерода, химически связанного с железом, можно предполагать до 1,0%, а механически примешанного — до 2,6—2,8%. Для выделки машинных частей, которые должны подвергаться обработке, требуется чугун, в котором количество углерода, химически связанного, по крайней мере на половину меньше.

Менее всего приспособлен чугун к сопротивлению на растяжение, и в этом отношении наблюдается опять громадная разница между чугуном белым и серым.

Разрушающее напряжение при растяжении доходит в белом чугуне до 20—24 кг. на кв. мм., а в плохих сортах серого чугуна оно спускается до 10—8 кг. на кв. мм.

В главе о железных балках говорилось о величине коэф. ψ, представляющего собою отношение условного разрушающего напряжения при сгибании к разрушающему напряжению при растяжении. И здесь также эта величина всегда более *1*; в балочном чугуне она бывает от 1,2 до 1,5. Больше получают эту величину при отливке изделия с заполнением литейной формы чугуном *снизу* (самотеком), а не сверху. Помогает этому также легкое *встряхивание* опоки тотчас же после заполнения ее расплавленным чугуном. Удаление коры с литья также повышает величину коэф. ψ (на 15—17%).

При опытах с чугунными балками на сгибание наблюдается сохранение поперечными сечениями балки их плоского очертания, пока получает балка всё еще упругие прогибы, исчезающие по удалении нагрузки, т. е. вытяжка и усадка продольных линий согнутой балки подчиняются форм. *164*. Но дальше начинается существенная разница между чугуном и железом. Для железной балки мы писали форм. *166*, выражающую то, что напряжения продольных волокон пропорциональны расстояниям их от нейтрального слоя. Чугунные балки не подчиняются форм. *166*, т. к. с увеличением напряжения материала уменьшается величина коэф. упругости E в чугуне. Поэтому закон распределения напряжений в поперечном сечении здесь будет выражаться не прямою линиею, а кривою; она обращена к следу поперечной плоскости своею вогнутостью. На *фиг. 185* левый чертеж передает закон распределения напряжений материала в железной балке, — здесь линия напряжений является прямою mOn; а на правом чертеже отмечен закон распределения напряжений материала в чугунной балке, — здесь линия напряжений получается кривою m_1kOln_1, т. е. в чугунной балке сумма всех внутренних сил, сопроти-



185.

вляющихся моменту сгибания, фактически будет несколько более того, что мы подсчитали бы по теории железных балок. Для чугуна, как материала весьма неоднородного и недостаточно точно выясняемого каждый раз по своему литейному составу, это обстоятельство и желательно использовать в том именно смысле, чтобы не составлять для чугунных балок *своей* теории сгибания, а рассчитывать их по теории железных балок, зная заранее, что такой расчет только выиграет от этого в своей бóльшей надежности.

Насколько велика бывает неоднородность чугунных отливок более или менее значительной толщины, можно судить вот по каким указаниям опыта: отлит был цилиндрический стержень с диам. 100 мм.; из него были вырезаны образцы для испытания их на сжатие, — из центральной части и ближе к поверхности; центральные образцы оказались слабее других процентов на 13.

Новейшими опытами установлено также, что на крепость изделия, отливаемого из чугуна, имеет существенное влияние и та температура расплавленного металла, при которой он будет залит в опоку. Не хороша чрезмерно низкая температура, не хороша и слишком высокая, к которой охотно прибегают, чтобы получить чугун более жидким. Температура, наиболее благоприятствующая получению изделия с повышенной крепостью при растяжении его и сгибании, колеблется в пределах от 1 100 до 1 200° Цельсия.

Белый чугун плавится при температурах еще более низких (1050° и ниже), но он гуще серого, труднее заполняет литейную форму, дает более значительную усадку (около 1 : 60) и легче дает «раковины», т. е. газовые пустоты.

Отбеливанию чугуна способствует присутствие в нем марганца. Если доза его превзошла 2—3%, то чугун наверное получится белым.

Содержание серы в виде примеси к чугуну терпимо до 0,1%, фосфора — еще менее. Из примесей к чугуну, наиболее распространенных и наиболее терпимых, надо отметить еще кремний; в сером чугуне его бывает иногда до 3—4%.

От понижающих крепость изделия внутренних напряжений более всего страдают отливки из белого чугуна, и в особенности — все те места, где происходит в отливке переход от более толстой части к тонкой.

Отбелку чугуна с поверхности вызывают иногда *искусственно*, делая отливку в форму из сырого песку или же в чугунные изложницы; у такой отливки получается на поверхности слой белого чугуна, как бы «закал», отличающийся большой твердостью и повышенным сопротивлением в смысле износа поверхности, как трущегося стыка. В роли таких балок, работающих на сгибание и подвергающихся износу с поверхности, являются, напр., трамбовальные катки, коими укатывается рабочее полотно шоссейных дорог.

104. Формы поперечных сечений, наиболее благоприятные для чугунных балок. Различают два рода поперечных сечений, которые придаются сгибаемым частям машин и сооружений:

1) сечения с двумя осями симметрии,

2) » с одною осью »

Различие между ними основано на том, что чугун по разному сопротивляется растяжению и сжатию, — по отношению к растяжению он много слабее, и приходится обращать внимание, главным образом, на крепость растянутых элементов сечения.

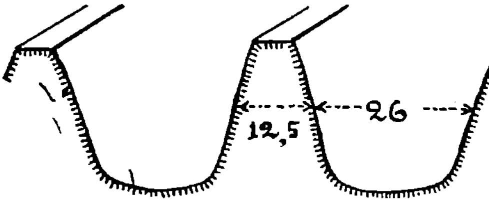
Выбирая для согнутой чугунной призмы поперечное сечение с двумя осями симметрии, мы заранее обрекаем сжатые элементы сечения на работу с тем пониженным напряжением материала, которое обязательно для растянутых элементов; но к этому средству приходится часто прибегать на практике. Почему? — Потому что сгибаемое тело часто подставляется под действие нагрузки и в одном направлении, и в другом; тогда каждая из частей сечения может очутиться и в области растянутых элементов сечения и в области сжатых, а расчет ее всетаки надо провести при наименее благоприятных условиях, т. е. когда она будет растянута. Затем есть еще и другой случай, это — когда на упругой линии балки имеются точки перегиба, — одна, две или более. Тогда, перемещаясь по длине балки с одного конца ее на другой, мы найдем выше нейтральной линии то растянутые элементы, то сжатые. И в этом случае чугунной балке приходится давать сечение *с двумя осями симметрии.* Из таких сечений назовем прямоугольное, круглое, эллиптическое, крестообразное, двутавровое. Отвечают этому условию также и балки *полые* с внутренним очертанием круглым, а снаружи или круглые, или граненые.

Если же этих особых условий нагружения чугунной балки нет, т. е. положение нагрузки относительно растянутых и сжатых элементов сечения вполне определенное и неизменное, и *все* растянутые линии согнутого бруса лежат по одну сторону нейтральной линии, — или вверху или внизу, это безразлично, тогда можно использовать и то обстоятельство, что чугун лучше сопротивляется сжатию, чем растяжению. Тогда крайние сжатые элементы можно будет удалить от нейтральной линии дальше, чем крайние растянутые. Выполнение этого условия требует применения сечений с одною осью симметрии, которая и должна расположиться в плоскости прогиба. Из таких сечений назовем тавровое, двутавровое с верхней и нижней полкой разной толщины и ширины, сечение в виде буквы П и т. п. Но раз такая именно форма придана чугунной балке, надо поставить ее на место *правильно*, т. е. растянутые элементы сечения в натуре должны расположиться там именно, где мы предполагали их при расчете; иначе произойдет грубая ошибка, и на балку, поставленную неправильно, нельзя будет передать всей нагрузки, которая была предположена; можно будет передать только часть ее, которая и определится последующим расчетом; или же надо переставить балку, т. е. подставить ее под действие нагрузки так именно, как это предполагалось в начальном расчете.

В роли чугунной балки, как бы заделанной одним концом накрепко, является каждый зуб так называемого зубчатого колеса. Расчетною длиною балки будет в этом случае высота зуба, измеряемая в радиальном направлении. Поперечные сечения такой балки — прямоугольники. Условия взаимного перемещения зубьев одного колеса относительно зубьев другого требуют, чтобы зубья были очерчены с боков (на трущихся поверхностях) криволинейно. Поэтому каждый зуб будет представлять собою короткую балку, у которой все поперечные сечения будут иметь совершенно различные размеры. Ширина всех сечений, т. е. «длина» зуба, измеряемая по направлению, параллельному оси цилиндрического зубчатого колеса, будет одна и та же; а расчетная высота поперечных сечений у всех сечений будет различна. Расчетным сечением зуба будет его корневое сечение, которым он присоединяется к ободу.

Особенность зуба, как балки, состоит в том, что с течением времени высота его рабочих поперечных сечений уменьшается. Происходит это, вследствие «срабатывания» или «стирания» боковых рабочих профилей зубьев. При проектировании зубчатых колес и начальной установке их стремятся к тому, чтобы соприкасающиеся между собою во время работы боковые профили зубьев имели возможность «катиться» один по другому без скольжения, и достигают этого; но достигают при одном только, строго определенном, положении геометрических осей тех валов, на которые посажены сцепляющиеся зубчатые колеса.

А как только произойдет разверка во взаимном положении осей, так зубья неизбежно будут скользить один по другому и начнут изнашиваться, уменьшаясь в толщину, которая для поперечного сечения зуба является его расчетною высотою. Насколько сильным может быть срабатывание деревянных вставных в обод зубьев, это мы уже видели на реальном примере, взятом из заводской практики (см. § 37 первой части курса, фиг. 72). Здесь мы приводим другой такой пример. *Фиг. 72a* дает очертание и размеры снятых с натуры профилей чугунной шестерни у паровой двухсильной лебедки морского грузового парохода. По роду своей работы здесь зубья срабатывались и с той и с другой стороны, — и справа и слева. Начальная толщина зубьев, считаемая по рабочей



72, a.

окружности колеса, была, вероятно, не менее 18 или 17,5 мм.; в момент перенесения изображения профилей на бумагу она была уже только 12,5 мм., а промежуток между зубцами — 26 мм. Надо думать, что срабатывание зубьев произошло здесь на величину не менее 5,5 мм., т. е. зуб потерял уже около 30% своей толщины.

105. Величины допускаемых напряжений при расчете чугунных балок. При испытаниях чугунных призматических тел на сгибание до разрушения наблюдалось, что величина условного разрушающего напряжения H_0 зависит от весьма многих обстоятельств: и от состава шихты, из которой ведется плавка, и от температуры расплавленного металла, при которой ведется заливка им опок, и от формы поперечного сечения балок, и от того, будут ли они подвергаться испытанию с литейной корой, или же она будет перед этим удалена путем обточки, обстрожки и т. п. *Удаление коры* литейной производит, повидимому, новое перераспределение внутренних напряжений в отлитой балке, делает его более равномерным и в общем повышает величину H_0 (на 15—17%, бывали примеры). Недопустимы при образовании поперечного сечения балки никакие *резкие переходы* от одной линии к другой, напр., сопряжение двух линий под острым углом. Наиболее благоприятны переходы от одной линии сечения к другой под тупым углом, скругления в углах и т. п. В этом отношении наблюдается даже разница в величине H_0 при испытании образца круглого и квадратного (или прямоугольного); для круглого она оказывается больше. Для получения представлений о наивысшей величине H_0 часто делают испытания именно с круглыми брусками или квадратными ($l = 600$ мм., $d =$ от 25 до 35 мм.). Не надо думать, что меньшая податливость и бо́льшая хрупкость чугуна не позволяют давать ему больших стрел прогиба перед разрушением. В момент разрушения часто наблюдается величина провеса p от 0,01 до 1 : 60.

Для лучших сортов машиностроительного чугуна наблюдались величины H_0 до 32—34 кг. на кв. мм.; для чугуна, из которого льются трубы, колонны, балки, — H_0 до 26—28.

За расчетную (допускаемую) величину напряжения *в растянутых* элементах чугунной балки двутаврового или таврового сечения берут:

$$H = 3{,}6 - 2{,}5 - 1{,}25 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Как и всегда здесь даны три цифры: 1) для случая более легкого, когда нагрузка почти постоянна и передается на балку с осторожностью, 2) для обыкновенного случая, когда нагрузка меняет свою величину и передается на балку без особой осторожности, 3) для более тяжелых условий грубой передачи нагрузки при частых и резких переменах ее величины.

При расчете прямоугольных сечений напряжение можно повысить на 17%, т. е. брать $H_1 = 1{,}17\ H$ соответственно. Для круглых сечений допустимо дальнейшее повышение напряжения на 20%, т. е. можно брать $H_2 = 1{,}2 \cdot H_1 = 1{,}4 \cdot H$.

Все эти данныя относятся исключительно к растянутым элементам сечения у балок, не лишенным литейной коры. Если же сгибаемое призматическое тело перед обращением его в деталь машины или сооружения будет подвергаться снятию литейной коры, т. е. будет или обточено, или обстрогано, или офрезовано и т. д., тогда возможно допустить дальнейшее повышение напряжения всех вышеотмеченных цифр соответственно — на 20%, т. е. можно брать для круглого сечения $\cdots H_3 = 1{,}2 \cdot H_2$.

Что же касается до элементов сжатых, то для расчета их можно брать напряжение в 2—2,5 раза более, чем для элементов растянутых. Последняя цифра относится к чугунам более высоких качеств.

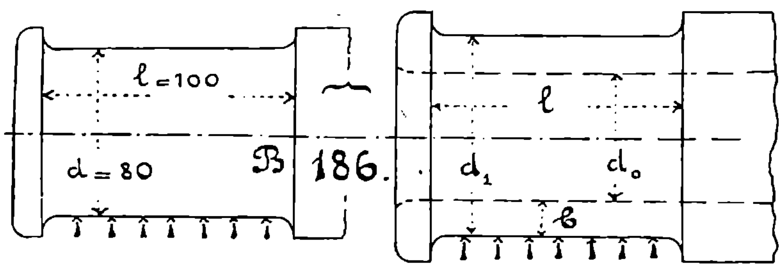
Такое поперечное сечение, у которого растянутые и сжатые элементы можно рассчитывать каждое по своему наивысшему напряжению, т. е. растянутые с напряжением H, а сжатые — с напряжением $2H$ или даже $2{,}5 \cdot H$, называют *благоприятным*. Центр тяжести у такого сечения должен делить всю высоту балки в отношении $1:2$, или даже $1:2{,}5$, если есть возможность отлить балку из более крепкого чугуна. Как увидим на примерах, совсем не трудно подобрать размеры поперечного сечения балки таким образом, чтобы оно было благоприятным для чугуна.

Пример 110. В календаре для инженеров для расчета шипов чугунных осей, имеющих диам. d, длину l и нагруженных силою P, даны формулы

$$\frac{l}{d} = 1{,}25\,; \qquad d = 1{,}5 \cdot \sqrt{P} \tag{297}$$

Надо проверить пригодность этих формул для практического употребления, т. е. сделать проверку чугунного шипа на сгибание и на изнашивание.

Опасным сечением шипа будет сечение B (*фиг. 186*), если считать нагрузку равномерно-распределенной по всей образу-



Фиг. 186.

ющей шипа. Расчетная формула для него будет иметь вид (см. форм. *205*):

$$\frac{P \cdot l}{2} = H \cdot 0{,}1 \cdot d^3\,, \quad \text{или} \quad d^2 = \left(\frac{1}{2 \cdot H \cdot 0{,}1} \cdot \frac{l}{d}\right) \cdot P\,.$$

Из сравнения этой формулы и предыдущей находим, что

$$(1{,}5)^2 = \frac{1{,}25}{0{,}2 \cdot H}\,, \quad \text{или} \quad H = \frac{1{,}25}{0{,}2 \cdot 2{,}25} = 2{,}8 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Итак, видим, что напряжение на сгибание здесь допущено умеренное.

Проверим теперь на числовом примере напряжение изнашивания, которое, при работе чугунного шипа на бронзовом вкладыше не должно превосходить величины $m = 0{,}3$—$0{,}35$ кг. на кв. мм.

Пусть $P = 2\,500$ кг., тогда

$$d = 1{,}5 \cdot \sqrt{2\,500} = 75 \text{ мм.}; \quad \text{берем } d = 80\,, \quad l = 100 \text{ мм.}$$

Прибавка к вычисленной величине диаметра в 5 мм. сделана вследствие возможности снашивания шипа. По форм. *85* находим:

$$м = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{2\,500}{80 \cdot 100} = 0{,}31 \text{ кг. на кв. мм.},$$

т. е. по всем данным, форм. *297* оказалась удовлетворительной.

Пример 111. Чугунный сплошной шип, рассчитанный в предыдущей задаче, надо заменить чугунным полым шипом, имеющим ту же самую длину.

Диаметры нового шипа пусть будут d_1 и d_0 (фиг. 186 справа); отношение их $\cdots d_0 : d_1 = i$. Расчетные уравнения для обоих шипов, сплошного и полого, будут:

$$\frac{P \cdot l}{2} = H \cdot 0{,}1 \cdot d^3 = H \cdot 0{,}1 \cdot (d_1^4 - d_0^4) : d_1\,, \quad \text{откуда}$$

$$d^3 = d_1^3 \cdot \left(1 - \frac{d_0^4}{d_1^4}\right), \quad \text{или} \quad d_1^3 = \frac{d^3}{1 - i^4} \cdots\cdots \quad \mathbf{298.}$$

Для облегчения пересчетов по этой формуле здесь приводится таблица.

Таблица 18. Четвертые степени дробей $i = d_0 : d$

i	i^4	i	i^4	i	i^4	i	i^4
0,6	0,1296	0,69	0,2267	0,78	0,3702	0,87	0,5729
0,61	0,1385	0,70	0,2401	0,79	0,3895	0,88	0,5997
0,62	0,1478	0,71	0,2541	0,80	0,4096	0,89	0,6274
0,63	0,1575	0,72	0,2687	0,81	0,4305	0,90	0,6561
0,64	0,1678	0,73	0,2840	0,82	0,4521	0,91	0,6857
0,65	0,1785	0,74	0,2999	0,83	0,4746	0,92	0,7164
0,66	0,1897	0,75	0,3164	0,84	0,4979	0,93	0,7480
0,67	0,2015	0,76	0,3336	0,85	0,5220	0,94	0,7807
0,68	0,2138	0,77	0,3513	0,86	0,5471	0,95	0,8145

Формула позволяет определить внешний диам. d_1 полого шипа, если задаться величиною i; но можно работать и в обратном порядке, т. е. сразу задаться величиною d_1, а по ней искать отношение i, пользуясь формулою:

$$i^4 = 1 - \frac{d^3}{d_1^3} \cdots\cdots \quad \mathbf{299.}$$

При замене сплошного шипа пустотелым не желательно значительное увеличение внешнего диам. d_1, поэтому величиною i здесь задаются немного только более 0,55—0,6, а при расчете полых осей возможно брать для i много бо́льшие против этих величины.

Возьмем $i = 0{,}66$, тогда по таблице

$$i^4 = 0{,}1897\,; \quad 1 - i^4 = 0{,}8103$$

$$d_1 = d \cdot \sqrt[3]{1 : 0{,}8103} = 75 \cdot 1{,}072 = 80{,}4 \text{ мм.}$$

$$d_0 = 0{,}66 \cdot 80 = 52{,}8\,; \quad \text{берем} \quad d_0 = 50\,; \quad d_1 = 85\,.$$

Существует практическое правило относительно замены чугунного сплошного шипа пустотелым. Вот оно: увеличь диаметр сплошного шипа на 8%, получишь d_1, а толщину стенки сделай в одну пятую от d_1. На полученных выше результатах это правило вполне подтверждается:

$$d_1 = 1{,}08 \cdot 75 = 81 \text{ мм.}\,; \quad b = \frac{d_1}{5} = 16 \text{ мм.}\,; \quad d_0 = 81 - 32 = 49 \text{ мм.}$$

Проверим также полый шип на сдвиг при сгибании, пользуясь формулами *268* и *267*:

$$O = \frac{d_1^3 - d_0^3}{12} = 40{,}8 \text{ см.}^3\,; \quad j = \frac{\pi}{64} \cdot (d_1^4 - d_0^4) = 225{,}6 \text{ см.}^4$$

$$d_1 - d_0 = 3{,}5 \text{ см.}\,: \quad t = \frac{2\,500 \cdot 40{,}8}{225{,}6 \cdot 3{,}5 \cdot 100} = 1{,}3 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Результат получился допустимый

На изнашивание проверять полый шип в данном случае нет надобности. Эта проверка была сделана перед этим для сплошного шипа, и там мы нашли напряжение смятия вполне возможное; а у шипа пустотелого поверхность смятия больше, а ст. б. условия работы в смысле его изнашивания и подавно будут удовлетворены.

Пример 112. Две цилиндрические пустотелые балки A с диам. $d_1 = 200$ мм. и толщиною стенки $b = 26$ мм. заменены в работе на сгибание одною цилиндрическою полою балкою B с внешним диам. $d_2 = 300$ мм. Надо найти: 1) толщину стенки b_1 для второй комбинации балок, 2) выигрыш в весе от такой замены, 3) уменьшение стрелы прогиба. Предполагается, что обе системы будут работать с одинаковым напряжением H.

Для сравнения крепости обеих систем балок напишем:

$$2 \cdot \frac{\pi}{64} \cdot (200^4 - 148^4) : \frac{200}{2} = \frac{\pi}{64} \cdot (300^4 - x^4)\,, \quad \text{откуда}$$

$$x^4 = 300^4 - 3 \cdot (200^4 - 148^4)\,; \quad x = 262 \text{ мм.}\,; \quad \text{берем} \quad x = 260\,.$$

Отношение весов у обеих систем:

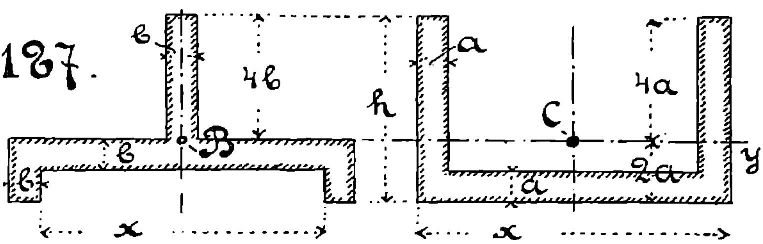
$$\frac{\pi}{4}\cdot(300^2-260^2):2\cdot\frac{\pi}{4}\cdot(200^2-148^2)=0{,}62\ ,$$

т. е. уменьшение веса произойдет на 38 %.

Стрелы прогиба будут обратно пропорциональны высотам балок, т. е. новая стрела будет меньше прежней в отношении 3 : 2.

Пример 113. Равноплечая чугунная балка свободно лежит на опорах. Пролет балки $l = 3$ мт. Нагружение сделано сосредоточенным грузом P. Поперечное сечение балки изображено на *фиг. 187* слева; все размеры у него поставлены

187.



в зависимость от толщины b вертикальной стенки; недостает на чертеже одного размера x. Его надо выбрать так. обр., чтобы сечение балки было благоприятным. Сделавши толщину отливки $b = 15$ мм., надо найти: 1) безопасную для балки нагрузку P при напряжении $H = 2{,}4$ кг. на кв. мм. в растянутых элементах балки; 2) вес балки, 3) стрелу прогиба, 4) напряжение сдвига в нейтральном слое.

Из того условия, что точка B должна быть центром тяжести сечения, напишем следующее:

$$(b\cdot x)\cdot\frac{b}{2}+2\cdot(b\cdot 2b)\cdot b=(b\cdot 4b)\cdot 2b\ ;\qquad x=8b^3$$

$$j=\frac{1}{3}\cdot[x\cdot b^3+2\cdot b\cdot(2b)^3+b\cdot(4b)^3]=\frac{88\cdot b^4}{3}$$

$$W=\frac{j}{2b}=\frac{44}{3}\cdot b^3\ ;\qquad P=\frac{4\cdot 2{,}4}{3\,000}\cdot\frac{44\cdot 15^3}{3}=158{,}4\ \text{кг.}$$

Берем $P = 160$ кг., т. е. 10 пуд.

$F = 16\cdot b^2 = 3\,600$ мм.^{2}; уд. вес отливки — 7,2 .

$$\text{Вес балки}\cdots B=\frac{3\,600\cdot 3\,000\cdot 7{,}2}{1\,000\,000}=77{,}8\ \text{кг.}$$

$$\text{Стрела прогиба} \cdots f = \frac{H \cdot l^2}{12 \cdot E \cdot e} = \frac{2{,}4 \cdot 3\,000 \cdot 3\,000}{12 \cdot 10\,000 \cdot 30} = 6 \text{ мм.}$$

$$\text{Провес} \cdots p = f : l = 6 : 3\,000 = 1 : 500\,.$$

По форм. *268* напряжение в нейтральном слое будет вычисляться так:

$$t = \frac{V \cdot O}{J \cdot d} = 80 \cdot (4b^2) \cdot 2b : \left(\frac{88 : b^4}{3}\right) \cdot b = 0{,}1 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Пример 114. Та же самая балка, что и в предыдущей задаче, только изменена толщина стенок b, ее довели до 30 мм. Какие изменения произойдут в ответе?

$$P = 158{,}4 \cdot 2^3 = 1\,267 \text{ кг.}; \qquad B = 77{,}8 \cdot 2^2 = 311{,}2 \text{ кг.}$$

$$f = \frac{6}{2} = 3 \text{ мм.}; \quad p = \frac{1}{1\,000}; \quad t = 0{,}1 \cdot 2 = 0{,}2\,.$$

Пример 115. Способ нагружения балки тот же, что и в двух последних задачах. Длина пролета $l = 3$ мт. Поперечное сечение изображено на *фиг. 187* справа. Надо рассчитать эту балку, взяв толщину литья $a = 30$ мм. и $H = 2{,}4$.

Условие нахождения центра тяжести C приводит нас к равенству:

$$(x \cdot a) \cdot \frac{3a}{2} + 2 \cdot (a \cdot a) : \frac{a}{2} = 2 \cdot (a \cdot 4a) \cdot 2a\,; \quad x = 10 \cdot a$$

$$J = \frac{1}{3} \cdot [x \cdot (2a)^3 - (x - 2a) \cdot a^3 + 2a \cdot (4a)^3] = \frac{200}{3} \cdot a^4$$

$$W = \frac{J}{2a} = \frac{100 \cdot a^3}{3}; \qquad P = \frac{4 \cdot 2{,}4 \cdot 100 \cdot 27\,000}{3\,000 \cdot 3} = 2\,880 \text{ кг.}$$

$$F = 20 \cdot a^2 = 18\,000 \text{ мм.}^2; \quad B = \frac{18\,000 \cdot 3\,000 \cdot 7{,}2}{1\,000\,000} = 389 \text{ кг.}$$

$$f = 3 \text{ мм.}; \qquad f : l = p = 1 : 1\,000\,; \qquad t = 0{,}19 \text{ кг. на кв. мм.}$$

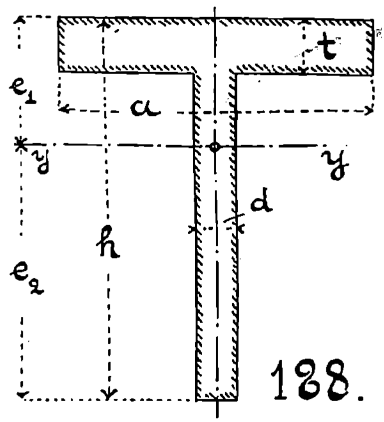
Из сравнения цифр этой задачи и предыдущих двух видно, что использование материала здесь лучше, чем там, и. ч. материал полки здесь удален больше от нейтрального слоя.

Допустим теперь, что балку поставили на место неправильно, перевернув пóлкой кверху; тогда растянутые элементы сечения будут удалены от нейтрального слоя на расстояние уже $4a$ вместо $2a$:

$$W_1 = \frac{J}{4a} = \frac{W}{2}; \qquad P_1 = \frac{P}{2} = 1\,440 \text{ кг.},$$

т. е. при такой установке балки пришлось бы уменьшить вдвое ту нагрузку, которую она может на себе вынести.

Пример 116. Взявши для исследования тавровое сечение, изображенное на *фиг. 188*, выяснить на нем влияние высоты балки на крепость ее.



188.

При подсчете всех величин принят за единицу размер d, толщина вертикальной стенки.

При	$t:d=$	1,5	2	1,5	2
»	$e_1:d=$	4	4	3,5	4
»	$e_2:d=$	8	8	10	12
Найдем	$a:d=$	5,92	5	12,8	11,66
»	$F:d^2=$	20,88	20	31,7	37,32
»	$J:d^4=$	271,33	266,67	537,3	762,97
»	$W:d^3=$	67,84	66,67	153,57	190,5

г) Железо-бетонные балки, их расчет и построение.

106. Особенности железо-бетонных балок. Железобетоном называется такой строительный материал, который создают искусственно, заформовывая и затрамбовывая в бетонную массу железный *каркас*, состоящий из тонких железных продольных прутьев или полос, перевязанных между собою поперечными тонкими железными прутьями или проволокой. Назначение каркаса двоякое: 1) он должен взять на себя роль растянутого пояса балки, 2) он должен помочь бетонной массе выдерживать на себе проявление поперечных сил сдвига. В общей массе железо-бетона металлические части занимают от 0,4 до 5 % по об'ему. Более дешевый и достаточно прочный материал получается при более легкой арматуре, но рационально распределенной в общей массе.

Вес 1 куб. мт. железо-бетона считают около 2 400 кг.

Вес 1 куб. саж. » » » » 1 425 пуд.

О заготовке бетонной массы было сказано в главе о сжатии тел. Шероховатость железного материала, составляющего каркас, желательна; окраска его недопустима. Избытка жидкого раствора следует избегать в момент заформования и трамбовки.

Практические нормы, регулирующие состав материала и величины допускаемых в нем напряжений, регулируются обязательными постановлениями, принятыми в стране.

Присутствие железного каркаса в железо-бетоне благоприятно отражается на работе вытягиваемого пояса балки. Опытами французского инженера *Консидэра* было установлено, что без каркаса *бетонная* балка допускает в растянутом поясе ее вытягивание на 0,1 — 0.2 мм. на 1 мт. длины без образования трещин; тогда как тех же размеров *железо-бетонная* балка свободно допускает растягивание продольных линий на длину до 2 мм. на 1 мт. Бетонные плиты без арматуры ломались при опытах от усилия, в 4 раза меньшего сравнительно с тем усилием, которого требовали для своего излома подобные же плиты, выполненные с арматурой.

Величины коэф. линейного расширения от теплоты для железа и для бетонной массы почти не отличаются одна от другой. Эта счастливая случайность и дает возможность использовать железо-бетон в строительной практике в весьма широком масштабе и в самых разнообразных условиях, где проявляются сжимающие и сгибающие усилия. Полвека со времени первых применений изобретения железобетона инженером *Монье* во Франции оказалось достаточным, чтобы сделать этот материал почти универсальным. Трудно указать сейчас область строительной практики, где бы этот материал с успехом и с выгодою не применялся, — вплоть до построения из него речных судов и до выполнения из него плит, заменяющих собою броневые.

Величина коэф. упругости для бетона E_2 сильно разнится от таковой же для железа E_1 и зависит от состава бетона. Возможно иметь:

$$E_1 : E_2 = n = 10—12—15 .$$

Наибольшую крепость дает балке такой состав бетона, при котором n получается больше. В этих видах для получения надежного балочного материала не желательно применение бетонов «тощих», содержащих малое процентное отношение бетона в смеси. Цемент, песок и гравий должны быть в отношении по крайней мере 1 : 2,5 : 5 ; брать состав тощее этого не рекомендуется.

При расчете ж.-б. балок возможность участия бетона в сопротивлении растяжению исключается вовсе обыкновенно. Для этого и вводится в балку железный каркас. При расчете его допускают напряжение растяжению в железе до 10 кг. на кв. мм.

В сжатой части ж.-б. балки при расчете ее допускают напряжение сжатию:

$$H = 0,2 - 0,25 - 0,3 - 0,35 - 0,4 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Наивысшая из этих цифр соответствует, примерно 4—5 кратной надежности. При расчете тонких потолочных покрытий берут напряжение и меньше, — напр., 0,15—0,10.

При расчете мостовых ж.-б. балок в Германии принято ставить напряжение H сжатия бетона в зависимость от выполняемого пролета балки:

При $l = 2$,	3—5	более 5 мм.
» $H = 0,35$	0,30	0,25 кг. на мм.^{2} и менее.

В Австрии при возведении ж.-б. мостовых балок назначают

$$H = 32 - 37 - 42 \text{ кг. на кв. см.}$$

в зависимости от степени нагруженности моста и степени непрерывности движения по нему (при $n = 15$); а в зависимости от длины пролета l (в мт.) установлены там такие формулы:

для больших мостовых покрытий...	$H = 25 + 0,2 \cdot l$
» средних » »	$H = 29 + 0,2 \cdot l$
» малых » »	$H = 33 + 0,2 \cdot l$

Допуская повышенные напряжения на сжатие, там принято брать весьма умеренные, скорее — даже малые, напряжения на сдвиг, а именно:

$$t = 0,1 \cdot H.$$

Как убеждает нас в этом непосредственный опыт, наиболее опасною при сгибании железо-бетонной балки является сжатая область ее в том лишь случае, когда балка снабжена богатой арматурой, об'емное содержание которой более $1^1/_2\%$ от всего об'ема бетонной массы.

Величины H_0 разрушающего напряжения при сжатии для бетона повышаются вместе с его возрастом в весьма значительной степени. Так, напр., для бетона, имевшего состав 1 : 2,5 : 5, были найдены величины H_0 такими:

спустя 1 неделю	2,02	кг. на кв. мм.
» 4 недели	2,54	» » » »
20 недель	3,32	» » »
2 года	5,20	» » » »
» 9 лет	5,70	» » » »

При расчете ж.-б. покрытий для полов аудиторий, магазинов и общественных собраний рекомендуется брать вышеотмеченные цифры допускаемых напряжений H на 25—30% менее против указанных. А если предвидится возможность проявления ударных воздействий нагрузки на ж.-б. балку, то понижение допускаемого напряжения H ведут и еще далее. — на 50—60% и более.

Допускается брать в железной арматуре за расчетные величины такие напряжения, которые могут быть и больше 10 кг. на кв. мм., а именно до 12 кг., предполагая, что будет употреблено в дело *мягкое литое железо*, дающее удлинение до разрыва не менее 25%, и что весь материал, который будет употреблен в дело, обязательно будет подвергнут испытанию на разрыв, как с целью определения разрушающего напряжения Z_0, так и с целью нахождения напряжения Z_1, характеризующего собою начало текучести, т. е. начало неподчинения его формуле *Гука*. Эти последние величины считаются допустимыми и нормальными, если они, примерно, подчиняются данным нижеследующей таблицы, ставящей Z_0 и Z_1 в зависимость от толщины d прутков:

$d = 10$ мм.	$Z_0 = 42,0$ кг. на мм.²	$Z_1 = 25,2—29,4$	кг. на мм.²	
$d = 15$ »	$Z_0 = 41,4$	$Z_1 = 24,8—29$	» » »	
$d = 20$	$Z_0 = 40,5$	$Z_1 = 24,3—28,4$	» » »	
$d = 25$ »	$Z_0 = 39,4$	$Z_1 = 23,6—27,6$	» »	
$d = 30$	$Z_0 = 38,0$	$Z_1 = 22,8—26,6$	» »	

Проверяя в ж.-б. балке напряжение сдвига и силу сцепления между каркасом и бетоном, отнесенную к единице поверхности соприкосновения их между собою, берут величину этого напряжения t не более 0,05 кг. на кв. мм.

Причиною того, что железо-бетон получил такое быстрое и разностороннее распространение в практике, является, главным образом. то обстоятельство, что удобное формование его делает доступным для выполнения всевозможные архитектурные формы, делает возможным также сопряжение в одно прочное целое балок и стропильных ферм со стенами здания, балок и потолочных покрытий с колоннами и т. д. Затем расход металла, потребного для выполнения сооружения, выходит минимальным; сооружение получается огнестойким; все работы сдаются с подряда в одни руки и обходятся нередко дешевле всего другого, или по крайней мере не дороже.

Практические испытания для обоснования условий крепости железо-бетонных сооружений более сложных типов, с целью выяснения различного рода принципиальных вопросов, касающихся более точного и надежного расчета этих сооружений, продолжаются и поныне.

Обстановка опытов, которые в недавнее время производились в Москве по поручению Московского Городского Управления, со всеми деталями подготовки к ним и с полученными результатами описаны в статье инж. А. Ф. Вейдмана, которая была напечатана в томе I-м *Трудов Русского О-ва Испытания Материалов* (в Москве); а в последующих томах собран воедино целый ряд других теоретических и практических изысканий по железо-бетону.

Лабораторные испытания с железобетонною балкою, имеющею пролет $l = 4$ мт. и размеры поперечного сечения 20×33 см., подробно описаны и зафотографированы в работе профессора *Шюле* (*Schüle*), полное название которой указано ниже в своем месте.

В Америке проведены были подобные же лабораторные испытания над балками, еще более сильными, имевшими пролет до 7,5 мт. и размеры сечения 60×80 см.

В тех случаях, когда особенную ценность придают легкости железо-бетонного покрытия, при составлении бетонной массы прибегают к употреблению пемзы. Понижая вес покрытия, *пемзовый бетон*, к сожалению, оказывает значительно меньшее сопротивление сжатию. Состав этого сорта бетона, его вес и сопротивляемость можно охарактеризовать следующими цифрами:

	Вес 1 куб. мт. в кг.	Напряжение сжатия в кг. на кв. см.
1 ч. цем.; 2,5 ч. гравия; 1,5 ч. пемзы	1 800	25
1 ч. » ; 2,0 ч. » ; 2,0 ч. »	1 700	20
1 ч. ; 1,5 ч. » ; 2,5 ч.	1 600	15
1 ч. ; 1,0 ч. ; 3,0 ч.	1 500	10

Из пемзового бетона выполняют иногда всю или почти всю *растянутую область* железо-бетонной плиты; но эта работа по выполнению двуслойной балки требует к себе очень большого внимания, и ее применяют лишь при постройке балок с высоким сечением. Недостаточное сопротивление пемзового бетона сжатию при этих условиях его использования не играет никакой роли, а его малый удельный вес явится его неот'емлемым преимуществом.

А пока человечество не располагало таким необычайно практичным и сравнительно дешевым строительным материалом как железо-бетон, оно тратило громадные усилия и естественные материалы колоссальной ценности на возведение из них разного рода монументальных сооружений. В одной из капелл во Флоренции (*San Spirito*) сохранился, напр., один из замечательных исторических памятников этого дорогого и редкостного строительства, — это — свод над сенями, выделанный весь из одного целого куска серого камня; размеры его — 7 шагов в ширину и 17 шагов в длину.

Первые применения железо-бетона к выполнению из него различного рода технических сооружений были сделаны французами *Лямбо, Коанье* и *Монье*.

Первою железо-бетонною балкою, была лодка *Лямбо*, т. е. балка, плавающая в воде; эту лодку он показывал публике на всемирной выставке, бывшей в Париже в 1855 году.

Первый железо-бетонный мост с перекрытием $7^3/_4$ саж. (16,5 мт.) был выстроен в одном из богатых французских имений в 1875 г.

Применения железо-бетона в большом масштабе начались в Германии после того, как инж. *Кенэн* (*Koenen*) опубликовал данныя для расчета железо-бетонных балок. Это было в 1886 году.

В России пользуются железо-бетоном не более 20—25 лет, но применения его обширны и многообразны.

Главнейшими пионерами в этом деле у нас надо считать железные дороги, некоторые южные земства (Екатеринославской губ., Тамбовской и друг.), а также и управления обеих столиц и больших городов. Много примеров применения железо-бетона в России находим теперь при постройке мостов, балочных покрытий в фабричных, заводских и общественных зданиях, — при постройке водопод'емных зданий, резервуаров, отстойных бассейнов, фильтров для больших водоснабжений, — при возведении фундаментов, подпорных стен, лестниц, стропил, всех частей таких зданий, как мукомольные мельницы, элеваторы, холодильники; применяется железо-бетон также и при постройке водопроводных труб (до 1,25 мт. в диам.), дымовых труб, маяков, колонн и свай, оконных рам, всякого рода подводных сооружений и проч.

Длина осуществленных мостовых сооружений из железобетона границею превзошла уже 100 мт.

Помехою дальнейшему, еще более значительному, распространению железо-бетонных сооружений в России служила и служит дороговизна у нас цемента. Цены на этот материал в последние перед войною годы росли у нас из года в год; и очень быстро поднялись они *тогда* с 35—40 коп. за пуд до 70 коп.; в Америке же цены на цемент держались в это время в 4—5 раз меньшие.

107. Технические нормы использования железо-бетона в различных странах Европы далеко не одинаковы. Приведем здесь наиболее характерные цифры.

Состав железо-бетона. По числу килограммов цемента, которое идет на 1 куб. мт. бетона, в Австрии различают три сорта:

I · · · 450 кг.; II · · · 350 кг.; III · · · 280 кг.

Швейцарские нормы · · · 300 кг. цемента; 0,4 куб. мт. песку и 0,8 куб. мт. гравия.

Итальянские нормы · · · 300 кг. цемента; 0,4 куб. мт. песку и 0,4 куб. мт. гравия.

Русские нормы сообщены были в § 27.

Английские нормы · · · 1 : 2 : 4 (цемент, песок, гравий).

Железная арматура. Наиболее экономное расходование железа наблюдается в Швейцарских ж.-б. сооружениях, — не более 0,6%.

Датские нормы — от 0,75 до 2%.

Английские и австрийские нормы — от 0,8 до 2,0%; а всё то, что будет введено сверх 2%, берется в расчет только с коэффициентом 1 : 3.

Русские нормы — от 0,8 до 2%; а всё то, что будет введено сверх 2%, берется в расчет только с коэф. 1 : 4.

Сопротивление сжатию в кубиках $30 \times 30 \times 30$ мм. или $50 \times 50 \times 50$ мм. по итальянским и русским нормам достаточно иметь в 150 кг. на кв. см. спустя 28 дней.

Ангийские нормы — 170 кг. на кв. см. $= D_0$.

Швейцарские нормы — 150—200 кг. на кв. см. $= D_0$.

Немецкие нормы — 180—200 кг. на кв. см. $= D_0$.

Австрийские нормы — 130—150 – 170 кг. на кв. см. для III, II и I сорта.

Раскружаливание сооружения допускается по русским нормам

через 2 недели — для балок и плит с пролетом до 3 мт.
» 4 » — » » » » от 3 до 6 мт.
» 6 недель — » » с пролетом более 6 мт.

Германские, австрийские, швейцарские и датские нормы 6 недель.

Итальянские и английские нормы — 8 недель.

Наименьшее расстояние железной арматуры от кран бетонной массы более всего берется в Англии: от 25 мм. — в плитах, от 38 до 55 мм. — в балках.

Французские нормы — 15—20 мм.

Германские и австрийские нормы: 10 мм. — в плитах. 15 мм. — в балках.

Русские нормы — не менее 15 мм.

Отношение коэффициентов упругости у железа и бетона при растяжении скупо берется в Италии $\cdots n = 10$; в Швейцарии $\cdots n = 10$ для сжатых прутков и $n = 20$ для растянутых.

Французские нормы $\cdots n = 8—15$, смотря по степени надежности, которая требуется от сооружения.

Английские, германские, австрийские, датские и русские нормы $\cdots n = 15$.

Наименьшая толщина плит железо-бетонных считается допустимою в 60 мм. в Австрии, в 75 мм. — в России, в 80 мм. в Германии.

Рабочее напряжение в сжатом слое ж.-б. балки более щедро берется в Швейцарии — от 45 до 70 кг. на кв. см.

Австрийские нормы — 32—37—42 кг. на кв. см.; при малых, средних и больших пролетах:

$25 + 0{,}2 \cdot l$ мт.; $29 + 0{,}2 \cdot l$ мт.; $33 + 0{,}2 \cdot l$ мт.

Германские нормы — $0{,}17 \cdot D_0$, но не более 50 кг. на кв. см.

Итальянские и русские нормы — $0{,}20 \cdot D_0$.

Английские нормы — $0{,}25 \cdot D_0$.

Французские нормы — $0{,}28 \cdot D_0$; но сопротивление сжатию кубика определяется только спустя 90 дней после его заформования.

Венгерские нормы — 45 кг. на кв. *см.* (количество цемента не менее 300 кг. в 1 куб. *мт.* бетона).

Рабочее напряжение в растянутых частях арматуры во Франции берется равным половине того напряжения Z_1, при котором начинается текучесть железа, т. е. металл перестает подчиняться формуле *Гука*.

Швейцарские, венгерские и датские нормы · · · Z = 1 200 кг. на кв. см.

Английские нормы · · · 1055—1195; Z = 1 200 кг. на кв. см.

Германские, австрийские, итальянские и русские нормы · · · Z = 1 000 кг. на кв. см.

Расчетное напряжение бетонной массы на сдвиг берется во Франции равным 0,1 D_0.

Германские и русские нормы — 4,5 кг. на кв. *см.*

Английские нормы — 4.2 кг. на кв. *см.*

Австрийские нормы — 3,5—4—4,5 в гражданских сооруж.

» » — 3—3,5—4 в мостовых сооруж.

Напряжение сцепления арматуры с бетонной массой по английским нормам берется равным 7 кг. на кв. см.

Датские нормы — 0,125 · D_0.

Французские нормы — 0,1 · D_0.

Германские нормы — 4,5—7,5 кг. на кв. см.

Русские нормы — 4,5 кг. на кв. см.

Австрийские нормы — 4,5—5—5,5 в гражданских сооруж.

» » — 4—4,5—5 в мостовых сооруж.

Коэф. линейного расширения железо-бетона при изменении температуры на 1 градус Цельсия считается равным

$$0{,}0000135 \quad \text{или} \quad 1:74\,074\,.$$

Напряжения бетона в области растяжения или не берутся во внимание вовсе, или же определяется величина их и вводится условие, чтобы наивысшее напряжение в области растяжения получалось при расчете не больше коэф. крепости бетона на растяжение; а эту последнюю величину считают не более одной десятой доли коэф. крепости бетонного кубика на сжатие (раздробление).

108. Техническая литература по железо-бетону. Теоретическая и практическая часть, касающаяся расчета и выполнения железобетонных балок и колонн, разработана в целом ряде сочинений, имеющихся не только на иностранных языках, но также и на русском. Кроме основных сочинений, здесь приведены также и названия журналов, в которых помещены интересные статьи принципиального характера, разъясняющие сущность вопроса, дающие интересное развитие теоретических изысканий.

Абрамов, проф. Его работы за № 5, 6, 7, 10, 11, 13, 14. 15, 16.
Акимов. Железо-бетон в практике. 1908.
Астафьев. Бетонно-строительный календарь, VI-е издание.
Бобровский. Расчет основных железо-бетонных конструкций. 1913.
Диамандиди. Земские железо-бетонные мосты. 1909.
Каппкаров. Применение условия экономии к расчету изгибаемых железо-бетонных конструкций.
«Инженерное дело», журнал, издаваемый кавказским отделением Русск. Техн. Общества, — статьи, начиная с № 1 за 1901 г.
Керстен. Железо-бетонные сооружения, 1911 г.; перевод с немецкого.
Кривошейн. Расчет железо-бетонных конструкций. 1912.
Кристоф. Железо-бетон и его применения, 1905; перевод с французского.
Лебедев. Основы расчета, проектирование и возведение сооружений из железо-бетона, 1911 г.
Летуновский. Таблицы для расчета и подбора сечений железо-бетонных конструкций.
Летуновский. Расчет стенок цилиндрических железо-бетонных резервуаров. 1913 г.
Нетыкса. Упрощенная справочная книга, ч. II, 1914 г.
Передерий. Курс железо-бетонных мостов. 1912 г.
Подольский. Железо-бетонные мосты и виадуки. 1906 г.
Его же — перевод работы Буатель (Boitel) — Бетон в обойме, его расчет и конструкция — с французского.
«Труды Русского Общества Испытания Материалов в Москве», томы I, II, III и IV, — 1912—18 гг.
«Цемент, камень и железо», журнал.
«Hütte», справочная книга перевод с немецкого, издание Зандберга.
«Зодчий», журнал.
Бутенко. Таблицы и диаграммы для быстрого расчета железо-бетонных сооружений. Издание II. Киев. 1915.
F. Ast. Die Herstellung der Zementrohre. 1905.
Berger et Guillerme. La construction en ciment armé. Theorie et systèms divers.
Boitel. Eisenarmiertes Beton, seine Berechnung und Konstruktion.
Christophe, P. Der Eisenbeton und seine Anwendung. Перевод с французского на немецкий с дополнениями.

Considère. Resistance à la compession du beton armé et beton fretté. 1902.
Emperger. Über die Berechnung von beiderseits armierten Betonbalken. 1903.
Finkelstein. Armierter Beton und armierte Betonbauten.
Büsing und Schumann. Der Portlandzement. 1912.
Foelzer. Betoneisenkonstruktionen. 1908.
Foerster. Balkenbrücken in Eisenbeton. 1908.
Его же. Das Material und die statische Berechnung der Eisenbetonbauten. 1907.
Grohmann. Betonierungen unter Wasser.
Kaufmann. Tabellen für Eisenbeton-Konstruktionen. 1907.
Kersten. Der Eisenbetonbau. 1913.
Teil I — Ausführung und Berechnung von Grundformen. — 10-е издание. 1915.
Teil II — Anwendung im Hoch- und Tiefbau. — 7-е издание. 1913.
Kleinlogel. Veranschlagen von Eisenbetonbauten. 1913.
Mörsch. Der Eisenbetonbau. 1912.
Mitteilungen der eidgenoss. Materialprüfungsanstalt am schweizerischen Polytechnikum zu Zürich.
Heft X. Resultate der Untersuchung von armiertem Beton auf reine Zugfestigkeit und auf Biegung.
Heft XII. Prof. Schüle. Resultate der Untersuchung von Eisenbetonbalken.
Saliger. Festigkeit veränderlich elastischer Konstruktionen, insbesondere von Eisenbetonbauten.
Schellenberger. Eisenbetontabellen für Platten und Unterzüge. 1905.
Tedesco et Maurel. Traité théorique et pratique de la resistance des matériaux appliquée au beton et au ciment armé.
Turley. Eisenbeton.
Его же. Beziehungen zwischen Spannungen und Abmessungen von Eisenbetonquerschnitten. 1905.
Walter und Weiske. Statische Berechnung der Träger und Stützen aus Beton mit Eiseneinlagen im stabilen Spannungszustande.
Wayß und Freitag. Der Betoneisenbau, seine Anwendung und Theorie.
Weiske, P. Graphostatische Untersuchung der Betoneisenträger. 1904.
«Journal de ciment», начиная с 1897 г.

«Zement und Beton», начиная с № 15 за 1906 г. и далее.
«Beton und Eisen», начиная с 1902 г. и далее.
«Cement and Engineering News» (Chicago).
«Concrete and Constructional Engineering» (London).
F. Ast. Der Beton und seine Verwendung. 1907.
Bach, Prof. Druckversuche mit Eisenbetonkörpern. 1905.
Его же. Versuche mit Eisenbetonbalken. 1907.
Barkhausen. Theorie der Verbundbauten in Eisenbeton und ihre Anwendung. 1907.
Bazali. Tabellen zur Berechnung von Säulen aus Eisenbeton. 1906.
Его же. Tabellen zur schnellen Bestimmung der Querschnitte, Momente und Spannungen von Eisenbetonplatten. 1907.
Brown. Handbook for cement users. 1904.
Candlot. Ciments et chaux hydrauliques. 1906.
Eckel. Cements, limes and plasters. 1905.
Forscherarbeiten auf dem Gebiete des Eisenbetons. 9 тетрадей по разработке самых разнообразных практических вопросов:
H. 1. Kleinlogel. Die Dehnungsfestigkeit nicht armierter und armierter Betons. 1904.
H. 2. Weiske. Graphostatische Untersuchung der Beton- und Betoneisenträger. 1904.
H. 3. Emperger. Die Rolle der Haftfestigkeit in den Verbundbalken. 1905.
H. 4. Grabowski. Formänderungsarbeit der Eisenbetonbauten bei Biegung. 1906.
H. 5. Emperger. Abhängigkeit der Bruchlast vom Verbunde. 1906.
H. 6. Probst. Zusammenwirken von Beton und Eisen. 1906.
H. 7. Shitkewitsch. Monolit der Betonbauten. 1906.
H. 8. Emperger. Versuche mit Säulen aus Eisenbeton und mit einbetonierten Säulen. 1908.
H. 9. Bosch. Berechnung der gekreuzt armierten Eisenbetonplatte und deren Aufnahmeträger unter Berücksichtigung der Kraftwirkungen nach zwei Richtungen. 1908.
Emperger. Handbuch für Eisenbetonbau. 1907. Четыре тома, из них III и IV — в двух частях каждый. Эта фундаментальная работа выполнена в сотрудничестве более двух десятков немецких специалистов по железобетону.

Marsh. Reinforced concrete. 1904.
Marsh and Dunn. Manual of reinforced concrete and concrete block construction. 1908.
Möller. Untersuchungen an Plattenträgern aus Eisenbeton. 1907.
Nivet. Methode de calcul du béton armé avec barèmes. 1908.
Probst. Einfluß der Armatur und der Risse im Beton auf die Tragfähigkeit. 1908.
Ramisch und Göldel. Bestimmung der Stärken, Eisenquerschnitte und Gewichte von Eisenbetonplatten. 1906.
Rice & Torrance. The Manufacture of Concrete Blocks and their Use in Building Construction. 1906.
Schüle. Resultate der Untersuchung von Eisenbetonbalken.
Scriba. Moderne Decken und Gewölbe. 1906.
Séguéla. Elements de resistance des matériaux appliques au béton armé. 1908.
Tayler & Thompson. A treatise on concrete-plain and reinforced.
Tedesco et Forestier. Recueil de Types de Ponts pour Routes en Ciment armé. 1907; с атласом.
Warren. A Handbook on Reinforced Concrete. 1906.
Weese. Zahlentafeln für Platten, Balken- und Plattenbalken aus Eisenbeton. 1908.
Zimmermann. Rechentafel nebst Sammlung häufig gebrauchter Zahlenwerte. 6-е издание.
Kommerell. 1) Tafeln für Eisenbahnbrücken aus eisenbetonierten Walzträgern. 1911.
2) Tabellen für Straßenbrücken aus eisenbetonierten Walzträgern. 1912.
Gehler. Der Rahmen. Einfaches Verfahren zur Berechnung von Rahmen aus Eisen und Eisenbeton mit ausgeführten Beispielen. 1915, 2-е издание.
Bronneck. Einführung in die Berechnung der im Eisenbetonbau gebräuchlichen biegungsfesten Rahmen. 1913.
Schächterle. Beiträge zur Berechnung der im Eisenbetonbau üblichen elastischen Bogen und Rahmen. 1914. 2-е издание.
Kersten. Brücken in Eisenbeton.
1) Platten- und Balkenbrücken, 1912, 3-е издание.
2) Bogenbrücken, 1913, 3-е издание.
Hartmann. Statisch unbestimmte Systeme des Eisen- und Eisenbetonbaues. 1913.

Kleinlogel. Rahmenformeln. Gebrauchsfertige Formeln für einhüftige, zweistielige, dreieckförmige und geschlossene Rahmen aus Eisen- oder Eisenbetonkonstruktion nebst Anhang mit Sonderfällen teilweise und ganz eingespannter Träger. 1914.

109. Применения общей теории сгибания к расчету железо-бетонных балок. На растяжение бетон работает много хуже чем на сжатие. Но в виде балки в присутствии железных прутьев, помогающих ему сопротивляться на растяжение, бетон работает совершенно своеобразно: без образования трещин на поверхности растянутого слоя балки, бетон вытягивается раз в 9—10 сильнее чем в том случае, когда он работает один, без соучастия арматуры. Появление тонких трещин в растянутой области ж.-б. балки не есть еще признак разрушения балки, а только признак передачи бо́льшей части растягивающего усилия к железной арматуре. Учѐсть же, *какую долю* от всего усилия, вызываемого в растянутом поясе, возьмет на себя арматура и какую-бетон, не представляется совершенно возможным; во всяком случае величина этой доли не может считаться постоянною для данного сооружения за всё время его существования. А раз это так, надежнее всего будет вести статический расчет железо-бетонной балки таким образом, чтобы вовсё не рассчитывать на какую бы то ни было помощь бетона в области растяжения в смысле его сопротивляемости, т. е. надо будет вести расчет, допуская, что железная арматура, заформованная в растянутой области балки, должна будет взять на себя полную величину растягивающего усилия. Это предположение и делается обыкновенно при производстве подсчетов с железо-бетонными балками.

А если железо-бетонное сооружение особого типа, и образование трещин в растянутом слое считается в нем не желательным, в таком случае при подсчете балок следят лишь за тем, чтобы на растяжение наивысшее напряжение у бетона не превосходило величины разрушающего напряжения при растяжении; а эту последнюю величину считают не более 1:10 разрушающего напряжения при сжатии кубика из бетона. Эти особые требования к подсчету железо-бетонных балок на крепость их пред'являют к ним тогда, когда эти балки входят в состав сооружения, подверженного воздействию различных вредных влияний, напр., сырости, горячего дыма, едких газов и т. п.

Как при опытах *Дюгамеля* над сгибанием деревянных балок, у которых были перерезаны сжатые волокна, можно было не обращать внимание на эти перерезанные волокна, так же точно и в железо-бетонной балке мало отражается на ее крепости появление волосных трещин в растянутой области бетонной массы, потому что крепость растянутого пояса балки зависит здесь от крепости ее арматуры.

Какой бы способ нагружения балки ни был, и какую бы форму поперечного сечения мы ей ни дали, осуществив ее с железной арматурой в одном только растянутом слое, или же — в растянутом и сжатом, это безразлично, расчет железобетонной балки на крепость ведется всегда по одной и той же общей схеме.

С применениями общей теории сгибания балок к расчету крепости балок, выполненных из железо-бетона, лучше всего будет познакомиться прямо на реальном примере.

Основные положения, которым подчиняют ныне теорию сгибания ж.-б. балок, таковы:

1) в пределах практического применения согнутой железобетонной балки предполагается, что каждое из ее поперечных сечений сохраняет свою плоскую форму;

2) на активную помощь бетона в области растяжения не рассчитывают вовсе, считая, что полную величину растягивающего усилия должны взять на себя прутья арматуры.

Во всем остальном должны быть применены общие начала теории сгибания, т. е.

а) сумма сил растяжения в каждом поперечном сечении должна быть равна сумме сил сжатия;

б) момент действующей силы должен быть равен моменту всех сил сопротивления, вызываемых в опасном сечении ж.-б. балки.

Пример 117. Железо-бетонная плита AB (*фиг. 189*) длиною $l = 1{,}6$ мт. положена свободно на две опоры и нагружена равномерно по всей своей площади. Ширина плиты $d = 1$ мт., высота ее $h = 16$ см. Каркас ее состоит из восьми железных круглых прутьев с диам. $d = 13$ мм. Взявши для бетона $H = 30$ кг. на кв. см. и $n = E_1 : E_2 = 15$, надо найти:

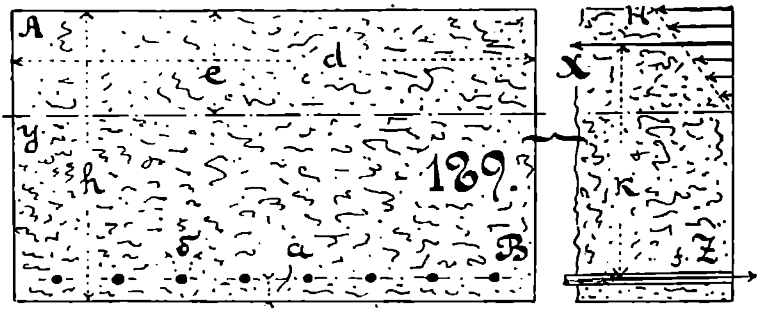
1) безопасную нагрузку на плиту, отнесенную к 1 кв. мт. площади ее, если принимать во внимание собственный вес плиты, а сопротивлением бетона растяжению пренебрегать;

2) напряжение сдвига в плите.

$$\text{Об'ем. плиты} \cdots 1{,}6 \times 1{,}0 \times 0{,}16 = 0{,}256 \text{ куб. мт.}$$

$$\text{Собственный вес плиты} \cdots B = 0{,}256 \cdot 2\,400 = 614 \text{ кг.}$$

Назовем через b_1 — вытяжку прутьев каркаса, b_2 — усадку сжатых ребер плиты, f — площадь сечения всех прутков каркаса, Z — рабочее напряжение их, H — напряжение сжатых ребер плиты, e — расстояние крайних сжатых элементов от нейтрального слоя, a — расстояние осей прутков каркаса



от нижней поверхности плиты, k — плечо внутренних сил, уравновешивающих собою действие внешнего сгибающего момента.

Выразим формулою ту мысль, что поперечные сечения плиты остаются плоскими, пока плита дает упругие стрелы прогиба (см. формулы *164* и *165*):

$$\frac{b_1}{h-a-e} = \frac{b_2}{e}\,. \quad \text{или} \quad \frac{Z}{E_1\cdot(h-a-e)} = \frac{H}{E_2\cdot e} \qquad \textbf{300.}$$

На основании форм. *169* пишем:

$$f\cdot Z = d\cdot e\cdot\frac{H}{2}\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot \qquad \textbf{301.}$$

Соединяя две последних формулы в одну, получим

$$n\cdot f\cdot(h-a-e) = \frac{d\cdot e_2}{2}\,, \quad \text{откуда}$$

$$e = \frac{n\cdot f}{d}\cdot\left(1+\sqrt{1+\frac{2d\cdot(h-a)}{n\cdot f}}\right)\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot \qquad \textbf{302.}$$

Внося в эту формулу $a = 2$ см., $n = 15$ и $f = 10{,}62$ кв.см., найдем:

$$e = 5{,}27 \text{ см.}; \quad k = h-a-\frac{e}{3} = 12.24 \text{ см.}$$

Из форм. *301*: $f\cdot Z = 100\cdot 5{,}27\cdot\frac{30}{2} = 7\,905$ кг.,

$$\text{откуда} \quad Z = \frac{7\,905}{f} = 744 \text{ кг. на кв. см.}$$

По форм. *218* пишем:

$$\frac{Q \cdot l}{8} = f \cdot Z \cdot k; \quad Q = \frac{8 \cdot 7\,905 \cdot 12{,}24}{160} \quad 4\,836 \text{ кг.}$$

Вычитая отсюда собственный вес плиты, внешнюю нагрузку получим равной

$$4\,836 - 614 = 4\,222 \text{ кг.}$$

Эта нагрузка распределена по площади в 1,6 кв. мт., а для площади в 1 кв. мт. она будет:

$$4\,222 : 1{,}6 = 2\,639 \text{ кг.}$$

Величина наибольшей силы сдвига над опорою будет $V = 2\,418$ кг.

Напряжение сдвига будет вычисляться по форм. *270*:

$$t = \frac{V}{k \cdot d} = \frac{2\,418}{12{,}24 \cdot 100} = 1{,}97 \text{ кг. на кв. см.}$$

Определим напряжение скольжения у прутьев каркаса под действием силы $f \cdot Z$. Поверхность скольжения надо высчитывать на длине $0{,}5 \cdot l$; для восьми прутьев она будет.

$$8 \cdot \pi \cdot d \cdot \frac{l}{2} = 4 \cdot 3{,}14 \cdot 1{,}3 \cdot 160 = 2\,612 \text{ кв. см.}$$

Напряжение скольжения $\cdots t_1 = \dfrac{7\,905}{2\,612} = 3{,}03$ кг. на кв. см.

Подсчитаем теперь несколько точнее собственный вес плиты и безопасную для нее нагрузку:

Вес 8 прутков с диам. 1,3 см....	$1{,}034 \cdot 1{,}6 \cdot 8 =$	13 кг.
» бетонной массы	$0{,}256 \cdot 2\,000 =$	512 »
Собственный вес плиты	=	525 кг.

Безопасная для нее нагрузка получится окончательно

$$4\,836 - 525 = 4\,311 \text{ кг.}$$

110. Готовые таблицы для расчета железо-бетонных плит прямоугольного сечения. Такого рода таблицы были разработаны прежде всего немецкими инженерами *Демені* *), *Кауфманом*, *Турлеем*, *Шелленбергером* и другими. Эти таблицы были помещены сначала в специальных технических журналах по железо-бетону, а затем они вышли и отдельными изданиями. Для заданного сгибающего момента в них бывают даны все главные размеры конструкции; но так как прихо-

---

*) Таблицы *Демені* (*Dömeny*) на русском языке были помещены в журнале «*Известия Южно-Русского О-ва Технологов*» за 1913 год в № 5. Другие таблицы появились гораздо раньше. — *П. Х.*

дится учитывать и собственный вес плиты, а он заранее бывает неизвестен, то самый подсчет размеров по таким таблицам делается с 2—3 приемов; а отнимают времени эти пересчеты каких-нибудь 3—5 минут.

После того, как мы разобрали пример 117, основные формулы для составления счетных таблиц выводятся легко.

Введем обозначения:

$h_1 = h - a \cdots$ расчетная высота плиты, отличающаяся от исполнительной h на одну и ту же постоянную величину a (см. фиг. 189);

$x = \dfrac{e}{h_1} \cdots$ отношение высоты сжатого слоя бетонной массы к расчетной высоте плиты;

$m = \dfrac{Z}{H} \cdots$ отношение рабочих напряжений в железной арматуре на растяжение и в бетонной массе на сжатие.

После этого $\cdots e = x \cdot h_1$; $\quad h - a - e = h_1 \cdot (1 - x)$.

Внося эти величины в форм. *300*, получим:

$$m = 15 \cdot \frac{1-x}{x}\ ; \quad \text{откуда} \quad x = \frac{15}{m+15}$$

$$e = \frac{15}{m+15} \cdot h_1\ ; \qquad k = h_1 \cdot (1-x) + \frac{2}{3} \cdot x \cdot h_1 = \frac{m+10}{m+15} \cdot h_1 .$$

Величина внутренней силы растяжения и сжатия, входящей в состав пары сил, которая отвечает на действие сгибающего момента M, напишется по форм. *301*:

$$X = f \cdot Z = d \cdot e \cdot \frac{H}{2} = d \cdot \frac{H}{2} \cdot \frac{15}{m+15} \cdot h_1 .$$

Величина же самого сгибающего момента M получится, умножая величину этой силы на подсчитанную выше величину плеча k у внутренней пары сил:

$$M = X \cdot k = \left(d \cdot \frac{H}{2} \cdot \frac{15}{m+15} \cdot h_1\right) \cdot \frac{m+10}{m+15} \cdot h_1 , \quad \text{откуда}$$

$$h_1 = A \cdot \sqrt{M}\ , \quad \text{где} \cdots A = (m+15) : \sqrt{7{,}5 \cdot d \cdot H \cdot (m+10)} .$$

Вот первая величина, которая войдет в состав табличных данных. По ней сейчас же легко найдутся и все остальные величины, которые тоже надо иметь в таблице. Например:

$$e = B \cdot \sqrt{M}\ , \quad \text{где} \cdots B = \sqrt{\frac{30}{d \cdot H \cdot (m+10)}}$$

$$k = C \cdot \sqrt{M}\ , \quad \text{где} \cdots C = \sqrt{\frac{m+10}{7{,}5 \cdot d \cdot H}} .$$

Площадь поперечного сечения арматуры найдется тоже довольно просто:

$$f \cdot Z \cdot k = M\,; \quad \text{или} \quad f \cdot Z \cdot C \cdot \sqrt{M} = M\,, \quad \text{откуда}$$

$$f = D \cdot \sqrt{M}\,, \quad \text{где} \quad D = \frac{1}{Z \cdot C} = \sqrt{\frac{7{,}5 \cdot d}{m \cdot Z \cdot (m+10)}}$$

Вот и все основные данныя для составления таблиц. Дальнейшая работа будет заключаться только в аккуратном подсчете величины коэффициентов A, B, C и D по заданным величинам H, Z и d. Таблицы составляются обыкновенно для ширины плиты в 1 мт., т. е. во все формулы вносится $d = 100$ см.

Различают два типа характерных начальных данных:

1) бетон — лучшего качества и арматура из лучшего литого железа, подвергнутого лабораторному испытанию

$$H = 40\,, \quad Z = 1\,200 \text{ кг. на кв. } \mathit{см.}$$

2) бетон — среднего качества и арматура из сварочного железа или же из литого средних качеств

$$H = 30\,, \quad Z = 1\,000 \text{ кг. на кв. } \mathit{см.}$$

Подсчитывая величины коэффициентов для этих двух типов данных, найдем следующее:

		$H = 40$; $Z = 1\,200$	$H = 30$; $Z = 1\,000$
Коэффициент	A	0,0411	0,0496
»	B	0,0137	0,0154
»	C	0,0365	0,0439
»	D	0,0228	0,0228

При составлении таблиц далее идет уже только простой арифметический подсчет по тем формулам, которые мы вывели выше. В случае сомнения относительно какой-либо табличной величины, ее поверяют с помощью данных выше формул и коэффициентов.

Мы приводим здесь прежде всего табличные данныя, подсчитанные инженером *Турлей* (*Turley*); в его таблице обозначают:

M — расчетный сгибающий момент для плиты, выраженный в *кг.-мт.*;

$h = h_1 + a = h_1 + 15$ *мм.* — исполнительная высота плиты в *мм.* (см. фиг. 189);

e — высота сжатого слоя бетонной массы плиты в *мм.* (см. фиг. 189);

k — плечо внутренней пары сил, отвечающей на действие внешнего сгибающего момента, — в *мм.* (см. фиг. 189);

f — площадь поперечного сечения железной арматуры — в *кв. мм.*

q — вес погонного мт. плиты в *кг.*

При расчете этой таблицы были сделаны следующие предположения:

а) ширина плиты d = 1 мт. = 100 см.;

б) расстояние a центров железных прутков от нижней кромки балки было выбрано равным 15 *мм.* (см. фиг. 189);

в) расчетное напряжение в бетоне H = 40 кг. на кв. *см.*

г) расчетное напряжение в прутках из литого железа было взято Z = 1 200 кг. на кв. *см.*

Таблица 19. Данныя инж. *Турлей* для расчета железобетонных плит (H = 40; Z = 1 200).

M	h	e	k	f	q	M	h	e	k	f	q
210	75	19,8	52,9	330	179	800	131	38,8	103,1	645	315
220	76	20,3	54,1	338	182	820	133	39.2	104,4	653	319
230	77	20.7	55.3	346	186	840	134	39,7	105,7	661	322
240	79	21.2	56.5	353	189	860	136	40,2	107.0	669	325
260	81	22.1	58.8	368	195	880	137	40.6	108,2	677	329
280	84	22,9	61.0	382	201	900	138	41.1	109.4	684	332
300	86	23.7	63.2	395	207	920	140	41,6	110,7	692	335
320	89	24.5	65.3	408	212	940	141	42,0	111.9	699	339
340	91	25,2	67,3	420	218	960	142	42.5	113,0	707	342
360	93	26.0	69.2	432	223	980	144	42,9	114,2	714	345
380	95	26,7	71,1	444	228	1 000	145	43,3	115,4	721	348
400	97	27,4	73.0	456	233	1 050	148	44,4	118,2	739	356
420	99	28.1	74.8	467	238	1 100	151	45,4	121.0	756	363
440	101	28.7	76.5	478	243	1 150	154	46,5	123,8	773	371
460	103	29.4	78.2	489	247	1 200	157	47,5	126.4	790	378
480	105	30.0	80.0	499	252	1 250	160	48,5	129,0	806	385
500	107	30.6	82,6	510	256	1 300	163	49,4	131,6	822	392
520	109	31,2	83,2	520	261	1 350	166	50,3	134.1	838	398
540	111	31.8	84.8	530	265	1 400	169	51,3	136.6	853	405
560	112	32,4	86.4	539	269	1 450	172	52.2	139,0	869	412
580	114	33.0	87,9	549	273	1 500	174	53,1	141,3	884	418
600	116	33,5	89,4	558	277	1 550	177	53,9	143,7	898	424
620	117	34.1	90.8	568	282	1 600	179	54,8	146,0	912	431
640	119	34,6	92.3	577	285	1 650	182	55,7	148.2	926	437
660	121	35.2	93.8	586	289	1 700	185	56.5	150.5	940	443
680	122	35,7	95.2	595	293	1 750	187	57.3	152.7	954	449
700	124	36,2	96.5	604	297	1 800	189	58.1	154,9	968	455
720	125	36.7	97.9	612	301	1 850	192	58.9	157,0	981	460
740	127	37,2	99.2	620	304	1 900	194	59.7	159,0	994	466
760	128	37,7	100,6	628	308	1 950	196	60.5	161,1	1 006	471
780	130	38,3	102,9	637	312	2 000	199	61,2	163,2	1 019	477

Если бы надо было произвести расчет плиты по такой величине сгибающего момента M, которой нет в таблице 19, или для ширины плиты d, равной не 100 см., а другой какой-либо величине, тогда надо вернуться к основным формулам, приведенным выше, и по ним сделать вычисление. Примеры таких пересчетов будут показаны далее.

Заложение концов железо-бетонной плиты в стены (или на полки двутавровых балок) делается с каждой стороны на величину не меньшую расчетной (или исполнительной) высоты плиты; а потому из большей осторожности и за расчетную длину плиты берут часто не длину ее пролета l в свету, а $l+h$.

Надо сделать еще одно замечание относительно табличной величины q, собственного веса плиты на длине в 1 мт. Эта величина была вычислена в таблице инж. *Турлей*, считая вес 1 куб. мт. железо-бетона в 2 400 кг. Фактический же вес плиты будет всегда меньше, как это сейчас же можно будет и проверить.

Возьмем, напр., плиту, рассчитанную по моменту в 960 кг.-мт. Для нее даны в таблице такие величины:

строительная высота .... 142 см.
площадь поперечного сечения арматуры 707 кв. мм.

Такую арматуру можно выполнить в виде девяти железных прутков с диам. по 10 мм.

Вес	одного такого прутка на длине 1 мт.	0,617 кг.
»	всех 9 прутков на длине 1 мт......	5,55 кг.
	бетонной массы $0{,}142\times1{,}0\times2\,000$	284 кг.
»	всей плиты на длине 1 мт.	289,55 кг.

Круглым счетом получился вес плиты равным 290 кг., а в таблице он показан равным 342 кг., как это и должно быть, если считать вес 1 куб. мт. железо-бетона в 2 400 кг.

Отношение $342:290 = 1{,}18$.

Это и есть коэф. запаса при подсчете веса.

В дополнение к данным *Турлея* мы приводим здесь еще две таблицы (20 и 21) данных, подсчитанных нами.

Таблица 20 была составлена, предполагая

$$H = 40 \quad \text{и} \quad Z = 1\,000 \text{ кг. на кв. } см.$$

т. е. предполагая наличие бетона высоких качеств и арматуры из сварочного железа или же из литого железа средних качеств. По этим начальным данным получатся:

$$m = \frac{1\,000}{40} = 25\,; \quad x = \frac{15}{40} = \frac{3}{8} = 0{,}375\,; \quad e = \frac{3}{8}\cdot h_1$$

$$k = \frac{35}{40}\cdot h_1 = \frac{7}{8}\cdot h_1 = \left(\frac{1}{2}+\frac{3}{8}\right)\cdot h_1\,; \quad f = \frac{3}{4}\cdot h_1 \text{ кв. } см.$$

Для подсчета таблицы 21 были взяты следующие начальные данныя:

$$H = 30 \quad \text{и} \quad Z = 1\,000 \text{ кг. на кв. } см.,$$

соответствующие бетону средних качеств. По этим данным вспомогательные величины получатся такими:

$$m = \frac{1\,000}{30} = \frac{100}{3}; \quad x = \frac{45}{145} = \frac{9}{29} = 0{,}3103;$$

$$k = \frac{130}{145} \cdot h_1 = 0{,}8965 \cdot h_1$$

$$f = \frac{100 \cdot h_1}{1\,000} \cdot \frac{9}{29} \cdot 15 = \frac{13{,}5}{29} \cdot h_1 = 1{,}5 \cdot x \cdot h_1 \text{ кв. } см.$$

Составление таблиц 20 и 21 происходило таким образом, что для исполнительной высоты плиты h, выбранной равною целому числу пятков *мм.*, находилась величина расчетного момента в *кг.-мт.* и все вспомогательные величины e, k, f, причем также, как и в данных *Турлея* считалось, что

$$h = h_1 + 1{,}5 \ см.$$

А если бы разница между исполнительной высотой плиты h и расчетною h_1 была не 1,5 см., а какая нибудь другая, напр., 2 см., тогда все табличные данныя останутся без изменения, а только при выполнении плиты оси прутков арматуры должны будут отстоять от нижней кромки плиты на расстояние не 1,5 см., а 2 см.

Таблица 20. Данныя проф. П. К. Худякова для расчета железо-бетонных плит ($H = 40$; $Z = 1\,000$).

M	h	e	k	f	M	h	e	k	f
кг.-мт.	мм.	мм.	мм.	мм.²	кг.-мт.	мм.	мм.	мм.	мм.²
236	75	22,5	52,5	450	1 109	145	48.8	113,8	975
277	80	24,4	56,9	487,5	1 196	150	50,6	118,1	1 012,5
321,6	85	26,3	61,3	525	1 286	155	52,5	122,5	1 050
369	90	28,1	65,6	562,5	1 380	160	54.5	127,0	1 087,5
420	95	30,0	70,0	600	1 476,6	165	56,3	131,3	1 125
474	100	31,9	74,4	637,5	1 576,6	170	58,1	135,6	1 162.5
531,6	105	33,8	78,8	675	1 680	175	60,0	140.0	1 200
592	110	35,6	83,1	712,5	1 786,6	180	61,9	144,4	1 237,5
656	115	37.5	87,5	750	1 896,6	185	63,8	148,8	1 275
723,5	120	39,4	91,9	787,5	2 009	190	65,6	153,1	1 312,5
794,1	125	41,3	96,3	825	2 126	195	67,5	157,5	1 350
867,9	130	43,1	100,6	862,5	2 246	200	69,4	161,9	1 387,5
945	135	45,0	105,0	900	2 369	205	71,3	166,3	1 425
1 025	140	46,9	109.4	937,5	2 495,4	210	73,1	170,4	1 462,5

Таблица 21. Данныя проф. П. К. Худякова для расчета железо-бетонных плит ($H = 30$; $Z = 1\,000$).

M	h	e	k	f	M	h	e	k	f
кг.-мт.	мм.	мм.	мм.	мм.²	кг.-мт.	мм.	мм.	мм.	мм.²
150,2	75	18,6	53,8	279,3	705,3	145	40,3	116,5	605,1
176,3	80	20,2	58,3	302,5	760,6	150	41,9	121,0	628,3
204,5	85	21,7	62,8	325,8	818,0	155	43,4	125,5	651,6
234,8	90	23,3	67,2	349,1	877,5	160	45,0	130,0	674,9
267,1	95	24,8	71,7	372,4	939,1	165	46,5	134,5	698,2
301,5	100	26,4	76,2	395,6	1 002,7	170	48,1	138,9	721,4
338,1	105	27,9	80,7	418,9	1 068,4	175	49,6	143,4	744,6
376,7	110	29,5	85,2	442,2	1 136,3	180	51,2	147,9	768,0
417,4	115	31,0	89,7	465,5	1 206,2	185	52,8	152,4	791,3
460,1	120	32,6	94,1	488,7	1 278,2	190	54,3	156,9	814,5
505,0	125	34,1	98,6	512,0	1 352,2	195	55,9	161,4	837,8
551,9	130	35,7	103,1	535,3	1 428,4	200	57,4	165,9	861,1
601,0	135	37,2	107,6	558,5	1 506,7	205	59,0	170,3	884,4
652,1	140	38,8	112,1	581,8	1 587,0	210	60,5	174,8	907,3

Собственный вес плит не приводится в таблицах 20 и 21, т. к. его можно брать из таблицы 19 для плит соответственной высоты.

В чем же заключается разница в данных, которые можно взять из таблиц 19, 20 и 21, чем она обусловливается, и на чём она отразится при выполнении плит?

Обусловливается разница в данных только начальными допущениями, касающимися выбора напряжений H и Z.

Результатом этих разнообразных типов допущений будет разница в об'еме и весе арматур, а также разница в об'еме и весе и самых плит.

Самую легкую арматуру предусматривают данныя таблицы 21; там она составляет от 0,37 до 0,43 % от об'ема плиты. Средняя в процентном отношении арматура (от 0,44 до 0,51 %) соответствует данным *Турлея* (табл. 19).

Наиболее тяжелой арматуры (от 0,6 до 0,7 %) требуют плиты, рассчитанные при условиях, разработанных в таблице 20.

В соответствии с развитием об'ема арматуры растет также и величина расчетного момента для плит.

	Данныя из таблиц		
	21	19	20
а) *Плита* с высотою $h = 75$ мм.			
Площади арматур	279,3	330	450
Отношение их	*1 : 1,182 : 1,611*		
Расчетные моменты	150,2	210	236
Отношение их	*1 : 1,332 : 1,571*		

	Данныя из таблиц		
	21	19	20
б) *Плита* с высотою h = 160 мм.			
Площади арматур	674,9	806	1087,5
Отношение их	*1 : 1,194 : 1,597*		
Расчетные моменты	877,5	1 250	1380
Отношение их	*1 : 1,424 : 1,573*		

Обзор данных этой небольшой сравнительной таблички знакомит нас с тем, что, действительно, условия, при которых разработана таблица инженера *Турлей*, являются одними из наиболее благоприятных, т. к., повышая об'ем арматуры всего только на 18—19% и переходя к литому железу, есть возможность повысить расчетный момент на 33—42%.

Таблица 22. Данныя для круглых стержней арматуры ж.-б. плит и балок.

d =	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Число стержней	Площадь поперечного сечения в кв. *мм.*								
1	20	28	38	50	64	79	95	113	133
2	39	57	77	101	127	157	190	226	266
3	59	85	116	151	191	236	285	340	398
4	79	113	154	201	254	314	380	452	531
5	98	141	192	251	318	393	475	565	664
6	118	170	231	302	382	471	570	679	796
7	137	198	269	352	445	550	665	792	929
8	157	226	308	402	509	628	760	905	1 060
9	177	254	346	452	573	707	855	1 020	1 190
10	196	283	385	503	636	785	950	1 130	1 330
11	216	311	423	553	700	864	1 050	1 240	1 460
12	236	339	462	603	763	942	1 140	1 360	1 590
13	255	368	500	653	827	1 020	1 240	1 470	1 730
14	275	396	539	704	891	1 100	1 330	1 580	1 860
15	295	424	577	753	954	1 180	1 430	1 700	1 990
$\pi \cdot d$	15,7	18,9	22,0	25,1	28,3	31,4	34,6	37,7	40,8
q	0,154	0,222	0,302	0,395	0.499	0,617	0,746	0,888	1.042

Для облегчения расчетов по железо-бетону здесь приводится еще таблица для подбора круглых стержней, которые входят в состав ж.-б. плит и балок. В этой таблице даются:

а) площади поперечного сечения круглых стержней в кв. *мм.* для ходовых диаметров

d = 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 и 13 мм. при числе стержней от 1 до 15;

б) длина окружности $\pi \cdot d$, выраженная в *мм.*;
в) вес q погонного *мт.* длины стержня в *кг.*

Расстановка g центров стержней одного от другого при ширине плиты в 1 мт. будет определяться числом стержней i следующим образом:

Число стержней $i =$	2	3	4	5	6	7	8
Шаг $g =$	500	330	250	200	167	143	125 мм.
Число стержней $i =$	9	10	11	12	13	14	15
Шаг $g =$	111	100	91	83	77	71	67 мм.

При подборе числа стержней, из которых может быть составлена арматура, имеющая данную площадь сечения f, надо учитывать также и величину поверхности, по которой бетон соприкасается с арматурою и схватывает ее. Величина этой поверхности будет тем больше, чем больше будет суммарная длина дуги s обхвата у всех стержней; а эта длина дуги всегда будет больше в том случае, когда для получения данной площади сечения f мы останавливаемся на большем числе более тонких стержней. Пусть, напр., суммарная площадь стержней арматуры должна быть не менее 750 кв. мм. По таблице 22 в ответ на эту площадь можно дать 3 следующих решения:

а) 8 прутков с диаметром $d = 11$ мм. дадут
$f = 760$ кв. мм.; $s = 34{,}6 \times 8 = 276{,}8$ мм.
$$q = 0{,}746 \times 8 = 5{,}968 \text{ кг.}$$

б) 12 прутков с диаметром $d = 9$ мм. дадут
$f = 763$ кв. мм.; $s = 28{,}3 \times 12 = 339{,}6$ мм.
$$q = 0{,}499 \times 12 = 5{,}988 \text{ кг.}$$

в) 15 прутков с диаметром $d = 8$ мм. дадут
$f = 753$ кв. мм.; $s = 25{,}1 \times 15 = 376{,}5$ мм.
$$q = 0{,}395 \times 15 = 5{,}925 \text{ кг.}$$

Сравнение всех данных, относящихся ко всем этим трем сериям брусков, ясно говорит нам, что последняя серия (с наиболее тонкими прутками) будет выгоднее всех: при наименьшем весе у нее дуга обхвата будет наибольшею из всех, а стало быть и сила сцепления бетона с этими 15-ю прутками будет больше чем в других двух комбинациях.

Среди других работ, дающих готовый материал для быстрого расчета железо-бетонных балок, надо отметить имеющуюся на русском языке весьма содержательную брошюру инженера И. Э. Бутенко, выдержавшую уже 2 издания. В ней подробно разработан вопрос о подборе сечений балок и проверочном расчете их не только в случае прямоугольного сечения, но и таврового, — с одинарной арматурой (только в растянутом поясе балки) и с двойной арматурой, расположенной частью в растянутом поясе балки, частью в сжатом. Обследован вопрос и о наивыгоднейшем распределении арматуры по поясам. Брошюра содержит в себе и расчетные таблицы, и расчетные диаграммы. Материал, собранный в этой брошюре, очень ценный; но для распространения его в более широких кругах следовало бы переработать его в более популярную, в более доступную для понимания и для использования форму.

Пример 118. Не изменяя об'ема плиты, рассчитанной в предыдущей задаче, при проектировании новой плиты желают увеличить безопасную нагрузку на 25%. Для этого были сделаны два предложения. Первое предложение сводилось к тому, чтобы оставить ту же самую арматуру и поднять в ней напряжение на 25%. Второе предложение заключалось в том, чтобы заменить восемь прежних прутков другими с диам. $d = 15$ мм. и пересчитать плиту снова. Надо исследовать и сравнить между собою оба эти предложения.

По первому из них получим новые величины напряжений:

$$Z = 1{,}25 \cdot 744 = 930\ ; \qquad H = 1{,}25 \cdot 30 = 37{,}5\ .$$

Обе эти величины возможны.

По второму предложению, оставляя $H = 30$, надо пересчитать величины e, k, Z и Q. Для 8 прутков с диам. 15 мм., получим:

$$f = 14{,}14 \text{ кв. см.}; \qquad e = 5{,}87 \text{ см.}; \qquad k = 12{,}06 \text{ см.}$$

$$f \cdot Z = 100 \cdot 5{,}87 \cdot \frac{30}{2} = 8\,805 \text{ кг.}; \qquad Z = \frac{8\,805}{14.14} \qquad 623$$

$$Q = \frac{8 \cdot 8\,805 \cdot 12{,}06}{160} = 5\,309 \text{ кг.}$$

Вес 8 прутков с диам. 15 мм. $\cdots$ $1{,}377 \cdot 1{,}6 \cdot 8 =$ 18 кг.

» бетонной массы берем прежний $\cdots\cdots$ $= 512$ »

Новый вес плиты — 530 кг. Безопасная нагрузка для нее:

$$5\,309 - 530 = 4\,779 \text{ кг.}$$

Отношение $\cdots$ $4\,779 : 4\,311 = 1{,}109$; $\quad 18 : 13 = 1{,}38$,

т. е. второе предложение повышает стоимость каркаса на 38%, а безопасную нагрузку позволяет повысить не на 25%, а только на 11%.

Если бы не было поставлено требование о неизменяемости об'ема плиты, вопрос об усилении ее крепости решался бы много проще. Предположим теперь, что это требование отменено, и пересчитаем размеры этой новой плиты, пользуясь таблицей 19 инженера *Турлей*, при составлении которой было допущено:

$$H = 40 \text{ кг. на кв. см.}$$
$$Z = 1\,200 \text{ » » » »}$$

Величина расчетного момента в примере 17 была такая:

$$M = \frac{Q \cdot l}{8} = \frac{4\,836 \cdot 160}{8} = 96\,720 \text{ кг.-см.}$$

$$1{,}25 \cdot M = \frac{5 \cdot 96\,720}{4} = 120\,900 \text{ кг.-см.}$$

За окончательную расчетную величину момента берем 1250 кг.-мтр. По таблице инж. *Турлей* находим для этих данных

$$h = 160 \text{ мм.}; \qquad e = 48{,}5 \text{ мм.}; \qquad k = 129 \text{ мм.};$$
$$f = 806 \text{ мм.}^2$$

Сопротивление сжатой части бетона будет вычисляться так:

$$\frac{e \cdot d \cdot H}{2} = \frac{4{,}85 \cdot 100 \cdot 40}{2} = 9\,700 \text{ кг.}$$

Сопротивление прутков растяжению будет

$$f \cdot Z = 8{,}06 \cdot 1\,200 = 9\,672 \text{ кг.}$$

Неодинаковость этих двух последних цифр является результатом некоторой неточности табличных цифр. Ошибочность цифр можно оценить так:

$$\frac{9\,700 - 9\,672}{9\,672} = \frac{28}{9\,672} = 0{,}0029,$$

т. е. она менее трех десятых процента.

Величину внутренней силы сопротивления плиты возьмем равной средней арифметической величине из обеих вышеотмеченных цифр

$$\frac{9\,700 + 9\,672}{2} = 9\,686 \text{ кг.} = f \cdot Z.$$

Безопасную величину сгибающего момента подсчитаем так:

$$f \cdot Z \cdot k = 9\,686 \cdot 12{,}9 = 124\,949 \text{ кг.-см.} = \frac{Q \cdot l}{8}$$

$$Q = \frac{124\,949 \cdot 8}{160} = 6\,247 \text{ кг.}$$

Собственный вес плиты в таблице 19 дан равным 385 кг. на 1 мт. длины, поэтому

$$B = 385 \cdot 1{,}6 = 616 \text{ кг.}$$

Полезная нагрузка, воспринимаемая плитою, будет равна

$$6\,244 - 616 = 5\,628 \text{ кг.}$$

Повышение полезной нагрузки выразится отношением новой ее величины к прежней

$$5\,628 : 4\,331 = 1{,}3\ ,$$

т. е. нагрузка может быть повышена *на 30*%.

Об'ем плиты, считаемый по внешнему очертанию, не изменился при этом новом решении вопроса; а изменения произошли вот в чём:

a) напряжение в бетоне повышено с 30 до 40 кг. на кв. *см.*;

b) сварочное железо прутков заменено литым, и напряжение в арматуре повышено до 1200 кг. на кв. см.;

c) расстояние центров продольных прутьев арматуры от нижней кромки балки уменьшено с 20 мм. на 15 мм.;

d) площадь сечения арматуры уменьшена с 10,62 кв. см. до 8,06 кв. см. в отношении $8{,}06 : 10{,}62 = 0{,}75$;

e) плечо внутренней пары сил получило небольшое приращение; вместо 122,4 мм. оно стало теперь равным 129 мм.

Кроме всего разобранного, можно еще использовать данныя таблицы 21, которая не требует повышения напряжения H с 30 кг. на кв. см., а предполагает только более полное использование крепости железа ($H = 1\,000$ вместо 744, как это было в примере 117). Увеличивая сгибающий момент до

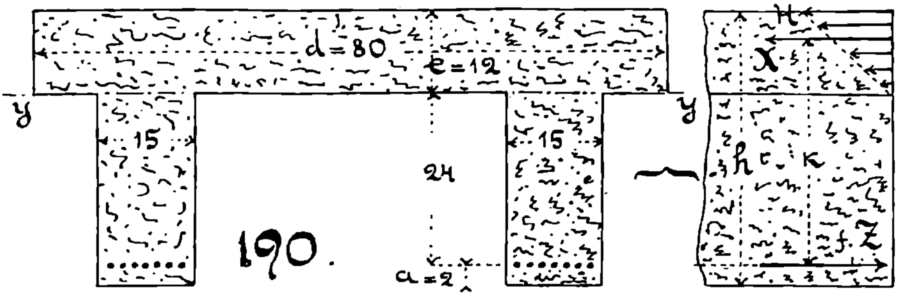
$$120\,900 \text{ кг.-см.}, \quad \text{или} \quad 1\,209 \text{ кг.-мт.},$$

находим в таблице 21 величины

$$M = 1\,206{,}2 \text{ кг.-мт.}, \quad h = 185 \text{ мм.}, \quad f = 791{,}3 \text{ кв. мм.}$$

Тут вопрос разрешается повышением высоты плиты с 16 см. до 18,5 см. и уменьшением площади арматуры с 1 062 кв. мм. до 791,3, т. е. на 25,5%. Возможно, что эта именно комбинация будет одною из наиболее выгодных, т. к. она требует еще более легкой арматуры и к тому же умеренно напряженной.

Пример 119. На *фиг. 190* показано поперечное сечение ж.-б. балки в виде буквы П. Все размеры его на чертеже даны в *см.* Расчет балки надо выполнить, не принимая во внимание сопротивление бетона растяжению и считая, что нижняя кромка полки yy будет лежать в нейтральном слое. Пролет балки $l = 3$ мт. Считая балку положенной свободно на две опоры и нагруженной равномерно, надо найти: 1) число



190.

и диам. прутков каркаса; 2) рабочее в нем напряжение; 3) безопасную нагрузку для балки, если принять $n = 15$ и $H = 32$ кг. на кв. см.

Форм. *300* дает нам:

$$Z = n \cdot H \cdot \frac{h - a - e}{e} = \frac{15 \cdot 32 \cdot 24}{12} = 960 \text{ кг. на кв. см.}$$

По форм. *301* получим:

$$f \cdot Z = 80 \cdot 12 \cdot \frac{32}{2} = 15\,360 \text{ кг.}; \qquad f = \frac{15\,360}{960} = 16 \text{ кв. см.}$$

Если каркас будет выполнен из 8 прутков с диам. по 16 мм., то:

$$f = 16{,}08 \text{ кв. см.}; \quad \text{пересчитываем} \cdots d = \frac{80 \cdot 16{,}08}{16} = 80{,}4 \text{ см.}$$

$$k = 24 + 8 = 32 \text{ см.};$$

$$Q = \frac{8 \cdot f \cdot Z \cdot k}{l} = \frac{8 \cdot 15\,360 \cdot 32}{300} = 13\,107 \text{ кг.}$$

Вес балки на ее пролете $l = 3$ мт. получится так:

Вес	бетона . .	$(0{,}804 \cdot 0{,}12 + 0{,}26 \cdot 0{,}3) \cdot 3 \cdot 2\,000 =$	1 046,9 кг.
»	8 железн. прутков	$8 \cdot 1{,}568 \cdot 3 =$	37,6 »
		Сумма . . . . =	1 084,5 кг.

Безопасная нагрузка на балку будет

13 107 — 1 085 = 12 022 кг., берем 12 000 кг.

При определении напряжения сдвига по форм. *270* надо вносить в нее здесь вместо d величину $d_1 = 2 \cdot 15 = 30$ см.; тогда

$$t = \frac{V}{d_1 \cdot k} = \frac{13\,107}{2 \cdot 30 \cdot 32} = 6{,}83 \text{ кг. на кв. см.}$$

Это напряжение чрезмерно велико и недопустимо. Можно было бы взять только 5 кг. на кв. см.; а в таком случае ширина балки d_1 должна быть пересчитана так:

$$d_1 = \frac{30 \cdot 6{,}83}{5} = 40{,}98\,; \quad \text{берем} \quad 41 \text{ см.},$$

т. е. каждая из вертикальных стенок должна иметь ширину не 15 см., а по 20,5 см.

Благодаря этому изменятся и собственный вес балки и безопасная нагрузка для нее.

Приращение собственного веса подсчитается так:

$$0{,}26 \cdot (0{,}41 - 0{,}30) \cdot 3 \cdot 2\,000 = 171{,}6 \text{ кг.}$$

Новый вес балки будет таким:

$$B = 1\,086{,}5 + 171{,}6 = 1\,258 \text{ кг.}$$

Безопасная нагрузка . . . . . . 13 107 — 1 258 = 11 849 кг.

Берем ее равной . . . . 11 850 кг.

Попробуем еще рассчитать такую балку по формулам, подготовленным нами для подсчета таблицы инж. *Турлей*.

Возьмем за основные данныя такие величины:

$$d = 80 \text{ см.}; \qquad H = 30 \quad \text{и} \quad Z = 1\,000 \text{ кг. на кв. см.}$$

Найдем размеры поперечного сечения, которое своей крепостью отвечало бы на тот же самый сгибающий момент, что и прежде, т. е.

$$M = f \cdot Z \cdot k = 15\,360 \cdot 32 = 491\,520 \text{ кг.-см.}$$

Коэффициенты A, B, C и D во всех формулах даны для ширины плиты в 100 см., а в нашем случае $d = 80$ см.; поэтому пересчет коэффициентов совершится следующим образом:

$$A = 0{,}0496 \cdot \sqrt{\frac{100}{80}} = 0{,}0496 \cdot 1{,}118 = 0{,}05575\,.$$

$$h = 2 + A \cdot \sqrt{M} = 2 + 0{,}05575 \cdot 701 = 41{,}08 \text{ см.}$$

$$D = 0{,}0228 \cdot \sqrt{\frac{80}{100}} = \frac{0{,}0228}{1{,}118} = 0{,}02039\,.$$

$$f = D \cdot \sqrt{M} = 0{,}02039 \cdot 701 = 14{,}29 \text{ кв. см.}$$

$$C = 0{,}0439 \cdot \sqrt{\frac{100}{80}} = 0{,}0439 \cdot 1{,}118 = 0{,}04908$$

$$k = C \cdot \sqrt{M} = 0{,}04908 \cdot 701 = 34{,}4 \text{ см.}$$

Толщину сжатого слоя бетонной массы балки найдем по форм. *301*:

$$e = \frac{2f \cdot Z}{d \cdot H} = \frac{2 \cdot 14{,}29 \cdot 1\,000}{80 \cdot 30} = 11{,}91 \text{ см.}$$

Отличие этой новой балки от прежней будет только в следующем:

а) общая высота ее будет теперь равна 411 мм. вместо 380;

б) арматура ее будет легче прежней в отношении 14,29 : 16 0,893, т. е на 11%;

в) напряжение в арматуре будет не выше допускаемого (1000 кг. на кв. см.), а напряжение в бетонной массе будет понижено с 32 до 30 кг. на кв. см.

Что же касается до толщины горизонтальной плиты и толщины ее вертикальных стенок, то они могут остаться прежними, как не трудно проверить это.

Величина e была получена выше равной 11,83 см. вместо прежних 12 см.

При толщине каждой из вертикальных стенок в 20,5 см. напряжение сдвига получится у балки таким:

$$t = \frac{V}{d_1 \cdot k} = \frac{13\,107}{2 \cdot 41 \cdot 34{,}4} = 4{,}64 \text{ кг. на кв. см.}$$

Получилась удовлетворительная величина.

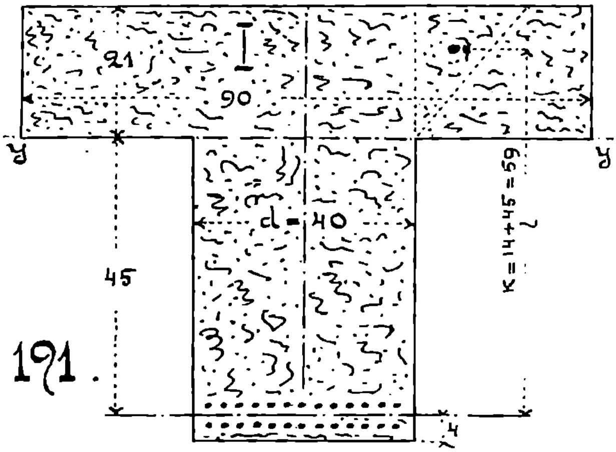
Здесь мы обнаружили, что выведенные выше основные формулы с коэф. A, B, C и D могут быть применяемы не только для ж.-б. плит с прямоугольным сечением, но и для тавровых балок.

Остается проверить величины подсчитанных выше коэффициентов. Для этого возьмем выражение:

$$f \cdot Z \cdot k = 14{,}29 \cdot 1\,000 \cdot 34{,}4 = 491\,576 \text{ кг.-см.}$$

Пришли к величине расчетного момента, который был задан, т. е. подсчет сделан верно.

Пример 120. Надо выяснить степень выгодности применения ж.-б. балок с более высоким сечением. Для этого рассчитаем две тавровых балки для перекрытия ими одного и того же пролета $l = 6$ мт., предполагая, что на них будет передаваться равномерно-распределенная нагрузка, и что они должны работать с напряжением $H = 30$ кг. на кв. см. Отношение коэф. упругости у железа и бетона будем считать $n = 15$. Сечение первой балки (высокой) изображено на *фиг. 191*: у него полка взята с размерами 90×21 см., высота стенки — 49 см.; ширину d у стенки возьмем такую, чтобы удовлетворены были условия крепости на сдвиг; нейтральным слоем считаем нижнюю кромку полки. Имеем в виду, что железные прутки в растянутом поясе балки придется расположить в два ряда, среднюю линию между ними будем считать расположенной от нижней кромки балки на расстоянии 4 см..



191.

тогда плечо внутренней пары сил, отвечающей на внешний сгибающий момент будет:

$$k = 45 + \frac{2}{3} \cdot 21 = 59 \text{ см.}$$

$$\text{По форм. } 300 \cdots Z = \frac{15 \cdot 30 \cdot 45}{21} = 964 \text{ кг. на кв. см.}$$

$$\text{» » } 301 \cdots f \cdot Z = 90 \cdot 21 \cdot \frac{30}{2} = 28\,350 \text{ кг.}$$

$$f = \frac{28\,350}{964} = 29{,}4 \text{ кв. см.}$$

$$Q = \frac{8 \cdot f \cdot Z \cdot k}{l} = \frac{8 \cdot 28\,350 \cdot 59}{600} = 22\,302\,, \quad \text{берем } 22\,300 \text{ кг.}$$

$$\text{Сила сдвига над опорами} \cdots V = \frac{Q}{2} = 11\,150 \text{ кг.}$$

$$\text{По форм. } 270 \cdots d = \frac{V}{k \cdot t} = \frac{11\,500}{59 \cdot 5} = 39{,}5\,; \quad \text{берем } 40 \text{ см.}$$

Подбираем размеры прутков постепенными пробами. Останавливаемся на 26 прутках с диам. по 12 мм.; они будут иметь площадь как раз 29,4 кв. см.; 1 мт. длины такого прутка весит 0,888 кг.

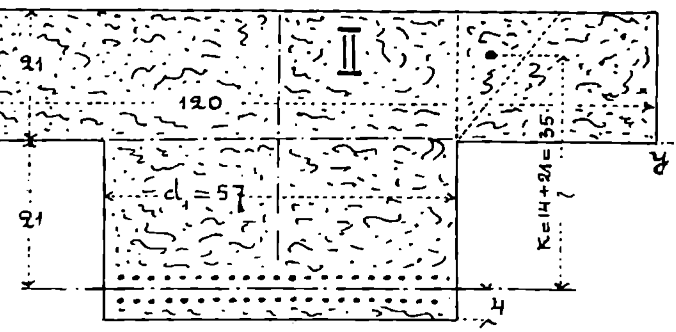
Находим собственный вес балки. Он будет состоять из двух частей:

бетон . . . $(0{,}9 \cdot 0{,}21 + 0{,}49 \cdot 0{,}4) \cdot 6 \cdot 2\,000 = 4\,620$ кг.

железо . . . $26 \cdot 0{,}888 \cdot 6 = 139$ кг.; сумма . . . $4\,759$ кг.

Полезная нагрузка . . $22\,300 - 4\,759 = 17\,541$; берем $17\,500$ кг.

Вторую балку (более низкую) изображает *фиг. 192*: на ней отмечены размеры полки 120×21 см.: высота стенки 25 см.;



192.

нейтральный слой и здесь также берем на нижней кромке у полки. Толщину же d_1 у вертикальной стенки возьмем так. обр., чтобы на эту балку тратилось бетона столько же. сколько и на первую балку, или чуть больше. Сравнение площадей сечения у обеих балок дает нам равенство:

$$90 \cdot 21 + 40 \cdot 59 = 120 \cdot 21 + 25 \cdot d_1, \quad \text{откуда}$$
$$d_1 = 69 \text{ см.}; \quad \text{берем } 75 \text{ см.}$$

Эту прибавку здесь делаем, имея в виду предстоящую трудность в размещении железных прутков растянутого пояса; их будет в этой балке много более, чем в предыдущей, т. к. плечо k_1 для внутренней пары назначено здесь менее; это плечо будет:

$$k_1 = 21 + \frac{2}{3} \cdot 21 = 35 \text{ см.}$$

По форм. *300* . . . . . $Z = \dfrac{15 \cdot 30 \cdot 21}{21} = 450$ кг. на кв. мм.

» » *301* . . . $f \cdot Z = 120 \cdot 21 \cdot \dfrac{30}{2} = 37\,800$ кг.

$$f = \frac{37\,800}{450} = 84 \text{ кв. см.}$$

$$Q = \frac{8 \cdot f \cdot Z \cdot k}{l} = \frac{8 \cdot 37\,800 \cdot 35}{600} = 17\,640 \text{ кг.}$$

Подбираем число и размеры прутков к площади f. Прутки с диам. 16 мм. имеют площадь сечения 2,01 кв. см. и вес погонного мт. длины 1,578 кг. Расположенные в 2 ряда 42 шт. таких прутков дают площадь $f = 84,4$ кв. см.

Поверим размер $d_1 = 57$ см. на сдвиг, пользуясь форм. *270*:

$$t = \frac{V}{k \cdot d_1} = \frac{17\,640}{2 \cdot 35 \cdot 57} = 4,42 \text{ кг. на кв. см.}$$

Напряжение оказалось допустимым, но более узкою вертикальную стенку сделать нельзя, т. к. иначе слишком тесно будут расположены прутки растянутого пояса.

Собственный вес балки II составится из двух частей:

бетон . . . $(1,2 \cdot 0,21 + 0,25 \cdot 0,57) \cdot 6 \cdot 2\,000 = 4\,740$ кг.

железо . . . . $42 \cdot 1,578 \cdot 6 = 398$ кг.; сумма . . . 5 138 кг.

Полезная нагрузка . . 17 640 — 5 138 = 12 502, берем 12 500 кг.

Сравнивая полученные результаты, видим, что полезная нагрузка

у высокой балки . . . . . 17 500 кг.

у низкой » 12 500 » меньше 1-й на 28,5 %.

Вес железного каркаса получается, наоборот,

у высокой балки . . . . . 139 кг.

у низкой » 398 » , больше 1-го в 2,9 раза.

Остается проверить у обеих балок напряжение скольжения прутков каркаса. У первой балки

поверхность скольжения . . . . $26 \cdot \pi \cdot 1,2 \cdot 300 = 29\,390$ кв. см.

сила сдвига . . . . 11 150; напряжение . . . . 0,38 кг. на см.^{2}.

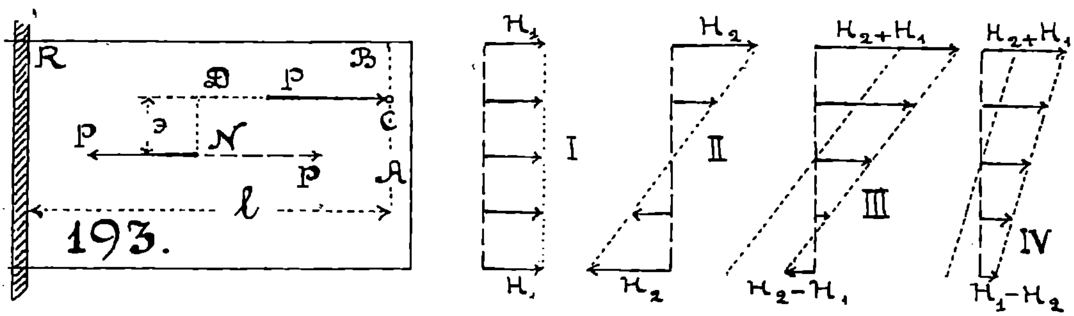
У второй балки таким же образом поверхность скольжения . . . . $42 \cdot \pi \cdot 1,6 \cdot 300 = 63\,302$ кв. см.

сила сдвига . . . . 8 820; напряжение . . . . 0,18 кг. на см.^{2}.

д) Сопротивление тел совместному действию сил растягивающих и сгибающих, сжимающих и сгибающих, крутящих и сгибающих.

111. Эксцентричное растяжение призматического тела. На *фиг. 193* изображено призматическое тело, имеющее плоскость симметрии. Она совпадает с плоскостью чертежа. В этой плоскости призма нагружена растягивающею силою P, которая, однако, не совпадает с осью бруса AN, а находится от нее на расстоянии $э$ и ей параллельна. Если к центру тяжести N

произвольного сечения приложим вдоль оси бруса две равные между собою силы P, но взаимно противоположные по направлению, тогда сейчас же выясняется, что на призму нашу действуют: 1) растягивающая сила P, изображенная на чертеже пунктиром и 2) пара сил PP, которая будет сгибать призму. Стало быть, данный способ действия силы сводится как бы к совместному растяжению и сгибанию. Их порождает одна и та же внешняя сила P потому только, что она действует не вдоль самой оси тела, а вдоль некоторой линии CD, ей параллельной. Расстояние $э$ между линией действия силы и осью призмы называют *эксцентриситетом*, а самое явление — *эксцентричным растяжением* в отличие от того, которое мы знали



193.

до сих пор. К нему мы пришли бы опять, если бы сделали $э = 0$, т. е., если бы уничтожили плечо сгибающей пары. То простейшее явление растяжения, без эксцентриситета, называют *центральным*. Следовательно, мы можем сказать, что эксцентричное растяжение есть явление сложное, состоящее из центрального растяжения и сгибания. С каждым из них в отдельности мы уже знакомы, и знаем, что растягивающая сила P даст нам во всех точках сечения одно и то же напряжение H_1, равномерно-распределенное между всеми элементами площади сечения, а сгибающая призму пара сил даст во всех точках сечения различные напряжения, подчиняющиеся форм. *166*.

Диаграмма напряжений, которые получаются от растягивающей силы P, изображена чертежом I на фиг. 193; распределение напряжений в том же самом поперечном сечении, которое вызывает пара сил, дает чертеж II на той же фигуре, отмечающий наибольшее из всех напряжение H_2; а на чертеже III сделано сложение всех этих напряжений. И мы видим, что в наиболее напряженном состоянии очутятся здесь те крайние продольные линии балки, которые располагаются на выпуклой стороне при совершившемся сгибании ее. Для них напряжение будет равно сумме из H_1 и H_2, которая и не должна превосходить допускаемой при сгибании величины; а еще лучше, если эта сумма не будет превосходить допускаемой при растяжении величины.

$$H_1 = \frac{P}{F}; \qquad H_2 = \frac{P \cdot э}{W};$$

$$H = H_1 + H_2 = \frac{P}{F} \cdot \left(1 + \frac{э \cdot F}{W}\right) \cdots\cdots \qquad \textbf{303.}$$

При различных условиях нагружения может преобладать или напряжение H_2, или же H_1.

В зависимости от этого на вогнутой стороне бруса может остаться у крайних элементов или напряжение сжатия $H_2 - H_1$ (черт. III на фиг. 193), или же напряжение растяжения $H_1 - H_2$ (черт. IV).

Если величина эксцентриситета $э$ значительна в сравнении со стрелою прогиба, тогда можно считать, что сгибающий момент здесь будет постоянен во всех поперечных сечениях. Форм. *192* говорит нам, что в таком случае этот брус будет гнуться по дуге окружности. Стрелку прогиба найдем тем же приемом, с помощью которого выводилась форм. *221*: только здесь полухордою будет вся длина l балки, считаемая от точки приложения нагрузки P до стены: поэтому мы должны будем иметь, что:

$$l^2 = 2f \cdot r = 2f \cdot \frac{E \cdot J}{M}, \quad \text{откуда} \quad f = \frac{P \cdot э \cdot l^2}{2E \cdot J} \qquad \textbf{304.}$$

Как увидим далее на числовых примерах, эксцентричное растяжение представляет собою один из весьма опасных способов нагружения, которого следует всячески избегать, где только это возможно, т. к. напряжение H растет весьма быстро вместе с возрастанием эксцентриситета $э$. Если у эксцентрично растянутого тела сечение будет круглое, то

$$F = \frac{\pi \cdot d^2}{4}; \quad W = \frac{\pi \cdot d^3}{32}; \quad H = \frac{P}{F} \cdot \left(1 + \frac{8 \cdot э}{d}\right) \cdots \qquad \textbf{305.}$$

При $э = \frac{d}{8}$ ··· напряжение H более центрального на 100%.

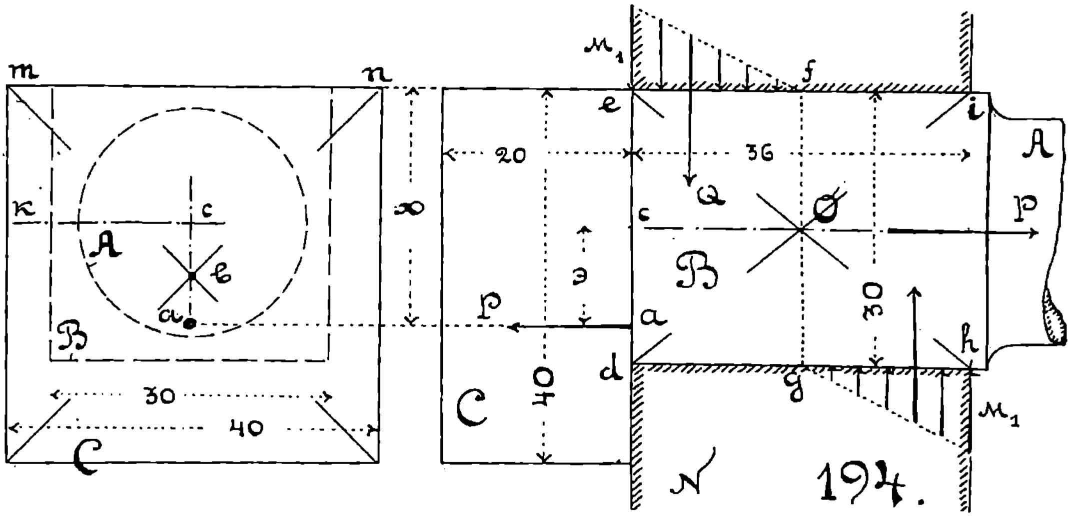
$э = \frac{d}{4}$ » H » » 200%.

$э = \frac{d}{2}$ » H » » 300%.

Если сечение у призмы будет прямоугольное с размерами $d \times h$, то:

$$F = d \cdot h\,; \quad W = \frac{d \cdot h^2}{6} \qquad H = \frac{P}{F} \cdot \left(1 + \frac{6 \cdot э}{h}\right) \cdots \quad \mathbf{306.}$$

Пример 121. Дюймовый болт A (*фиг. 194*) имеет однобокую квадратную головку C (40×40 мм.). Между стержнем болта A ($d = 25$ мм.) и головкою C откована призматическая часть B в виде квадратной призмы (30×30 мм.). Этот промежуточный стержень B плотно пригнан верхней и нижней



194.

своими сторонами к гнезду во фланце N, имеющем толщину 36 мм. Болт A получает осевую центральную нагрузку P. Она вызывает в опасном сечении его винтовой резьбы напряжение в 5 кг. на кв. мм. Надо проверить крепость всех частей этого болта и найти для него безопасную величину нагрузки.

Площадь живого сечения в резьбе дюймового болта можно принимать равною 357 кв. мм. Это сечение выдержит нагрузку

$$P = 5 \cdot 357 = 1785 \text{ кг.}$$

По этой нагрузке и будем проверять все остальные части болта. Передадим это давление на стык между опорной поверхностью головки и плоскостью de у фланца.

Напряжение смятия на этом стыке вычислится по формуле:

$$\text{м} \quad 1785 : (40^2 - 30^2) = 1785 : 700 = 2{,}55 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Давление на этом стыке передается в центр тяжести a рассматриваемой опорной поверхности, т. е. появится эксцентриситет $э = \overline{ac}$ между направлением действующей силы P

(слева направо) и направлением сопротивления P (справа налево). На плане этой однобокой головки C отмечены 3 точки: c — центр сечения у промежуточного стержня B, т. е. точка приложения действующей силы; b — центр внешнего очертания головки; a — центр тяжести опорного стыка головки болта, т. е. точка приложения сопротивления. Напишем равенство статических моментов относительно линии mn для всех трех площадей, имеющих своими центрами тяжести отмеченные точки a, b и c:

$$40^2 \cdot 20 = 30^2 \cdot 15 + (40^2 - 30^2) \cdot x, \quad \text{откуда}$$

$$x = 26{,}5 \text{ мм.}; \quad \overline{ac} = э = 26{,}5 - 15 = 11{,}5 \text{ мм.}$$

Момент пары сил $\cdots M = P \cdot э = 1\,785 \cdot 11{,}5 = 20\,528$ кг.-мм.

Действием этого момента будет вызвано в корневом сечении de напряжение H от эксцентричного растяжения. Оно будет вычисляться по форм. *306*:

$$H = \frac{1\,785}{30^2} \cdot \left(1 + \frac{6 \cdot 11{,}5}{30}\right) = 1{,}98 \cdot (1 + 2{,}3) = 6{,}5 \text{ кг. на мм.}^2$$

Такое напряжение допустимо при сгибании. Получение его из предыдущей формулы показало нам, что образование эксцентриситета $э$ повысило, однако, то напряжение, которое получилось бы от центрального действия силы, на 230%.

Тот же самый вращательный момент M вызовет на верхней и нижней гранях стержня B напряжения смятия; они появятся вверху на длине ef, а внизу — на длине gh; обе эти длины должны быть равны между собою. Это необходимо для того, чтобы верхняя сила Q сопротивления смятия была равна нижней силе. Тогда они образуют пару сил, которая и ответит на действие пары PP. Следовательно осью вращения призмы B будет ось O, проходящая чрез точку пересечения диагоналей he и ai. Величина силы Q напишется по форм. *77*:

$$Q = 18 \cdot 30 \cdot \frac{м_1}{2}; \quad \text{плечо пары } QQ \cdots \frac{2}{3} \cdot 36 = 24 \text{ мм.}$$

Равенство моментов у обеих пар даст нам формулу

$$20\,528 = 18 \cdot 30 \cdot \frac{м_1}{2} \cdot 24; \quad \text{откуда} \quad м_1 = 3 \text{ кг. на мм.}^2$$

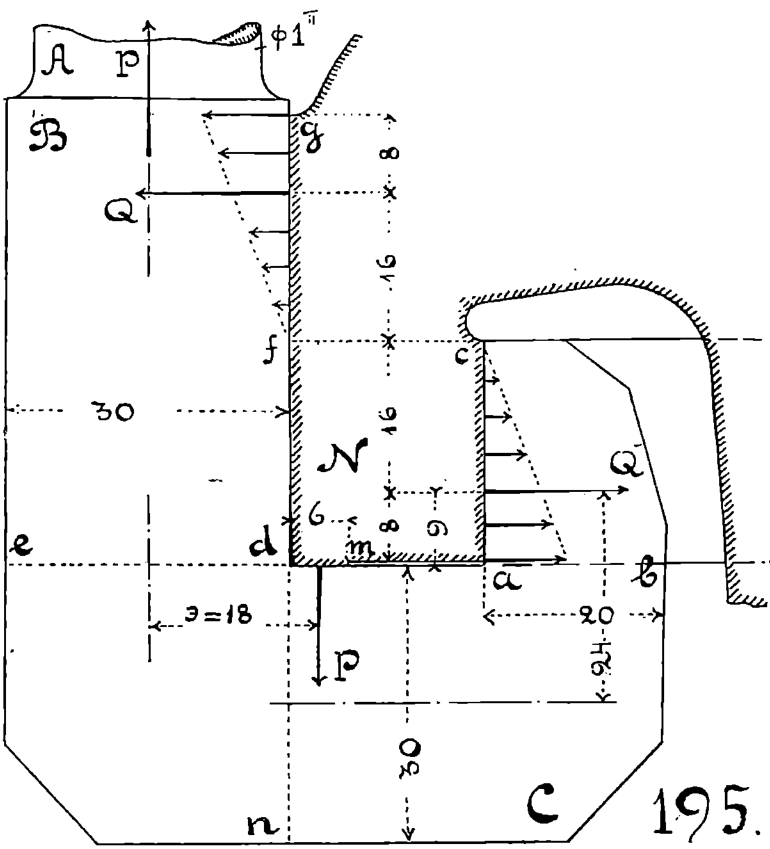
Остается проверить напряжение сдвига в головке болта. Сдвиг может произойти по трем площадкам, составляющим продолжение граней призмы B:

$$t = \frac{1\,785}{3 \cdot 20 \cdot 30} = \frac{1\,785}{1\,800}, \quad \text{менее} \quad 1 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Эксцентричное растяжение можно было бы здесь уничтожить вовсе, если бы головка C была сделана не однобокой, а якорной, т. е. стержень B и головка C имели бы вид буквы T. Верхняя и нижняя грань якоря и его стержня B были бы плоскими с шириною 30 мм., а длина опорных полок якоря определялась бы из формулы, которая должна выразить, что величина опорной поверхности у однобокой головки и у якорной одинаковы:

$$30 \cdot (y - 30) = 40^2 - 30^2 ; \quad \text{откуда} \quad y = 53 \text{ мм.}$$

Якорная головка имела бы в плане размеры 30×53 мм.; она не требовала бы пригонки боков стержня B к его гнезду; и самый стержень B мог бы тогда отсутствовать, т. е. под якорной головкой сразу мог бы начинаться круглый болтовой стержень A.



195.

Пример 122. На *фиг. 195* изображена однобокая якорная головка дюймового болта с теми же самыми размерами 30×30 мм. у стержня B, что и в предыдущей задаче. Вертикальное давление здесь воспринято на площадку dm с размерами 6×30 мм., а горизонтальный распор Q — на площади fg и ac с размерами 24×30 мм. Допуская напряжение при сгибании не более 7 кг. на кв. мм., надо найти безопасную нагрузку для этого болта и проверить все его размеры.

Установим сначала зависимость между парами сил Q и P, выразивши, что их моменты равны между собою.

$$P \cdot 18 = Q \cdot 23 : \quad Q = \frac{9}{16} \cdot P = 0{,}5625 \cdot P .$$

Проверим сначала крепость сечения de. В нем будет вызвано:

1) напряжение растяжения H_1 от силы P,

2) напряжение сгибания H_2 от двух сил, и от Q (с моментом $Q \cdot 9$) и от P (с моментом $P \cdot 18$):

$$P \cdot 18 + 0{,}5625 \cdot P \cdot 9 = 23{,}06 \cdot P = H_2 \cdot \frac{30^3}{6} \qquad H_2 = \frac{4{,}61 \cdot P}{30^2}$$

$$H_1 = \frac{P}{30^2}, \quad \text{откуда} \quad H = 7 = H_1 + H_2 = \frac{5{,}61 \cdot P}{30^2} \quad \text{или}$$

$$P = \frac{7 \cdot 900}{5{,}61} = 1\,123 : \quad \text{берем} \quad 1\,120 \text{ кг.}$$

$$Q = 0{,}5625 \cdot 1\,120 = 630 \text{ кг.}$$

Для вертикального сечения dn сила Q будет растягивающею, она вызовет в нем напряжение H_3; но, кроме этого, в том же сечении будет вызвано еще напряжение H_4; оно появится от действия силы Q (с моментом $Q \cdot 24$) и от действия силы P (с моментом $P \cdot 3$):

$$H_3 = \frac{Q}{30^2}; \qquad H_4 \cdot \frac{30^3}{6} = Q \cdot 24 + P \cdot 3 = 29{,}3 \cdot Q :$$

$$H_4 = \frac{5{,}86 \cdot Q}{30^2}$$

$$H = H_3 + H_4 = \frac{6{,}86 \cdot 630}{900} = 4{,}8 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Сечение ab с размерами 20×30 мм. дает напряжение сгибанию:

$$630 \cdot 9 : 30 \cdot \frac{20^2}{6} = 2{,}83 \text{ кг. на мм.}^2$$

Наибольшие величины напряжения смятия в точках a и y получатся такими:

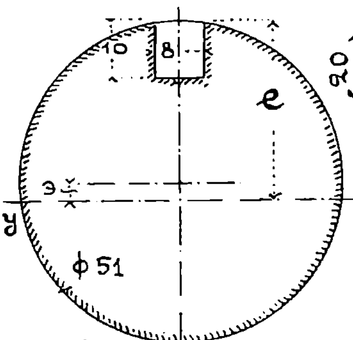
$$м_2 = \frac{2 \cdot 630}{24 \cdot 30} = 1{,}8 \text{ кг. на мм.}^2$$

Напряжение смятия на поверхности dm:

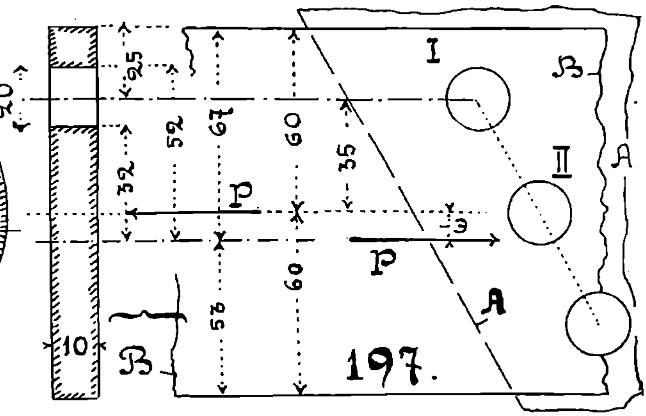
$$m_3 = \frac{1\,120}{6\cdot 30} = 6{,}2 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Следовательно, безопасная нагрузка для этого болта будет $P = 1\,120$ кг.

Пример 123. На фиг. 86 был изображен стальной двухдюймовый болт головки шатуна. Расчет его был проведен в примере 36, и там, в конце расчета, было упомянуто о том, что вращение болта при завинчивании гайки предупреждают с помощью радиальной шпильки. На *фиг. 196* показано поперечное сечение болта, проходящее через ось шпильки; ее диаметр — 8 мм., глубина сверления для нее 10 мм. Благодаря этому, центр тяжести в этом сечении



196



197.

сдвинется вниз на величину $э$, которая и будет эксцентриситетом, с которым будет происходить здесь эксцентричное растяжение. Надо найти повышение напряжения в сечении болта, которое будет вызвано такой однобокой шпилькой.

$$\text{Полное сечение болта} \cdots \frac{\pi\cdot 51^2}{4} = 2\,042 \text{ кв. мм.}$$

Теорема о центре тяжести всего сечения и его отдельных частей дает нам равенство:

$$(2\,042 - 80)\cdot э = 80\cdot(25{,}5 - 5)\,; \qquad э = 0{,}84 \text{ мм.}$$

Нейтральная линия данного сечения будет теперь yy, и момент инерции рассчитываемого сечения напишется по форм. *184*:

$$J = \frac{\pi\cdot 51^4}{64} + \frac{\pi\cdot 51^2}{4}\cdot э^2 - \left[\frac{8\cdot 10^3}{12} + 8\cdot 10\cdot\left(\frac{d}{2} + э - 5\right)^2\right]$$

$$= 296\,574 \text{ мм.}^4$$

$$e = \frac{d}{2} + э = 26{,}34 \text{ мм.}; \qquad W = \frac{j}{e} = 11\,277 \text{ мм.}^3$$

$$H = \frac{P}{F} + \frac{P \cdot э}{W} = \frac{P}{F} \cdot \left(1 + \frac{F \cdot э}{W}\right);$$

$$\frac{F \cdot э}{W} = \frac{(2\,042 - 80) \cdot 0{,}84}{11\,277} = 0{,}147,$$

т. е. однобокое сверление повышает здесь напряжение почти на 15%. Если бы сделать два таких сверления, диаметрально-противоположных, они сделали бы сечение симметричным, и растяжение болта было бы всюду центральным; а уменьшение площади живого сечения это дало бы такое:

$$\frac{2 \cdot 8 \cdot 10}{2\,042} = \frac{160}{2\,042} = 0{,}078, \quad \text{т. е.} \quad 7{,}8\%.$$

Использовать эти сверления для загонки в них шпилек можно, по желанию, или оба, или же одно, а делать самые сверления надо обязательно с обеих сторон.

Пример 124. На фиг. 95, сопровождающей пример 45, была изображена железная лапа DSN, за которую цеплялся хомут L стропильной тяги B. Часть SN этой лапы была там не вполне рассчитана. Не был закончен расчет на эксцентричное растяжение лапы SN от той силы давления Q_3 (см. пример 45), которую берет на себя зуб N. Надо закончить это вычисление, начатое там.

Давление Q_3 было найдено равным 1 800 кг. Опасным сечением у лапы SN будет то, которое проходит через ось болта E_1; оно ослаблено отверстием в 24 мм. диаметром. Эксцентриситет $э$ для него будет равен 30 мм. Рабочее напряжение в сечении E_1 найдем по формуле:

$$H = \frac{1\,800}{(150 - 24) \cdot 30} \cdot \left(1 + \frac{6 \cdot 30}{30}\right) = 3{,}33 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Пример 125. Тяга B мостовой фермы (*фиг. 197*) будет скреплена с растянутым (или сжатым) поясом A посредством ряда заклепок I, II .... На чертеже ось тяги поставлена условно в горизонтальное положение. Нагружение тяги происходит силою P вдоль ее оси; но заклепка I расположена не центрально, а на расстоянии 25 мм. от верхней кромки тяги. Надо выяснить влияние такого расположения заклепки I на крепость тяги. Диаметр заклепочного отверстия — 20 мм.

В поперечном сечении I появится эксцентриситет $э$, величина которого найдется по формуле статических моментов: возьмем их относительно линии, проходящей через ось полосы:

$$10 \cdot (120 - 20) \cdot э = 10 \cdot 20 \cdot 35\,; \qquad э = 7 \text{ мм.}:$$

$$e = 60 + 7 = 67 \text{ мм.}$$

Нейтральною линиею сечения I будет теперь yy; момент инерции сечения, написанный относительно этой оси будет:

$$J = \frac{1}{3} \cdot (53^3 + 67^3 + 52^3 - 32^3) \cdot 10 = 1\,858\,266 \text{ мм.}^4$$

Рабочее напряжение в сечении I определится по формуле:

$$H = \frac{P}{F} \cdot \left(1 + \frac{F \cdot э}{W}\right) = \frac{P}{F} \cdot \left(1 + \frac{7 \cdot 67}{1\,139{,}3}\right) = 1{,}41 \cdot \frac{P}{F}\,.$$

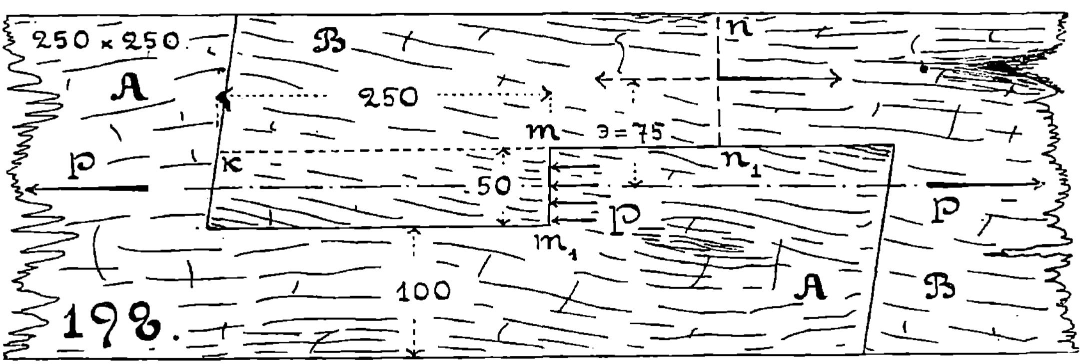
Эксцентричность в передаче усилия повысила здесь напряжение на 41%.

Если бы для уничтожения эксцентриситета в сечении I было просверлено второе отверстие, расположенное у нижней кромки симметрично с первым, оба они дали бы такое ослабление сечения

$$\frac{2 \cdot 20 \cdot 10}{120 \cdot 10} = \frac{40}{120} = 0{,}33\,,$$

т. е. ослабление крепости было бы меньше, чем при одном отверстии в сечении I, и передача нагрузки была бы тогда центральной.

Пример 126. На *фиг. 198* изображено устройство скрепления двух деревянных брусьев A и B в длину. Брусья должны



работать на растяжение с некоторой нагрузкой P. Врубка брусьев сделана «в зуб», как говорят. Сращиваемые брусья имеют размеры поперечного сечения 250×250 мм. Осевое давление должно передаваться на стык mm_1, имеющий опорную площадь 50×250 мм. Надо найти безопасную нагрузку для этого скрепления.

Допуская на стыке mm_1 напряжение смятия не более 0,4 кг. на кв. мм. для торца сосны, получим величину нагрузки, которую мог бы взять на себя опорный торец:

$$P = 50 \cdot 250 \cdot 0{,}4 = 5\,000 \text{ кг.}$$

От действия силы P возникнет в сечении nn_1, произвольно взятом на самой тонкой части бруса, напряжение эксцентричного растяжения с эксцентриситетом $э = 75$ мм. Оно вычислится по форм. *306*:

$$H = \frac{5\,000}{100 \cdot 250} \cdot \left(1 + \frac{6 \cdot 75}{100}\right) = 0{,}2 \cdot (1 + 4{,}5) = 1{,}1 \text{ кг. на мм.}^2$$

Эта величина близка к допускаемой, и будем считать ее возможной.

Если бы с этим же самым напряжением работало всё, неослабленное ничем, поперечное сечение бруса, оно выносило бы на себе силу P_1. Отношение этих двух нагрузок даст нам коэф. использования бруса:

$$\frac{P}{P_1} = \frac{5\,000}{250 \cdot 250 \cdot 1{,}1} = 0.073\,,$$

т. е., благодаря эксцентричности нагружения, использование материала здесь достигает всего лишь $7{,}3\,\%$.

Найдем теперь безопасную длину зуба $km = x$, допуская напряжение на сдвиг в сосне вдоль ее волокон равным 0,08. Сравнивая крепость двух сечений — km и mm_1, получим:

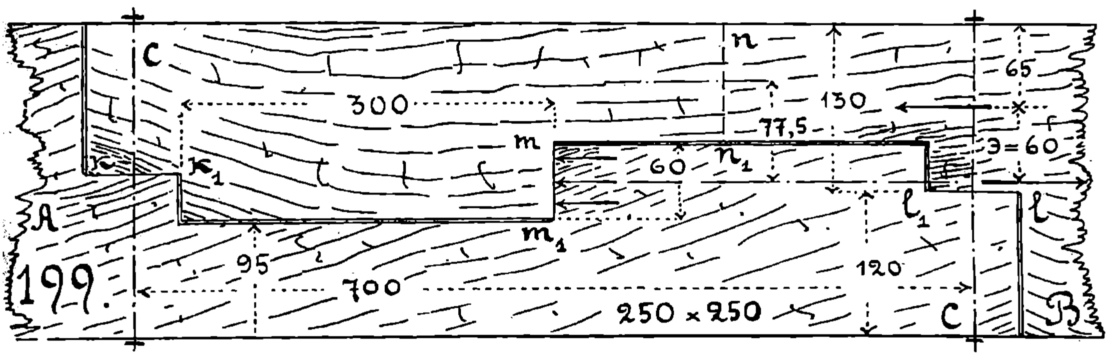
$$P = 50 \cdot 250 \cdot 0{,}4 = x \cdot 250 \cdot 0{,}08\,, \quad \text{откуда} \quad x = 250 \text{ мм.}$$

Пример 127. На *фиг. 199* дано изображение предложенного мною конструктивного изменения той врубки брусьев, которая была рассмотрена в предыдущей задаче. Изменение формы врубки было вызвано желанием: 1) увеличить безопасную нагрузку, которую можно передать на скрепление, 2) разгрузить самое тонкое место врубки и перенести из него опасное сечение в другое место с понижением рабочего напряжения, 3) упростить пригладку всех частей врубки. Размеры всех частей показаны на чертеже; пригладка делается только по трем коротким плоскостям mm_1, kk_1 и ll_1. Соединение стянуто двумя дюймовыми болтами C, которые и берут на себя моменты, стремящиеся отгибать зубья.

При тех же размерах брусьев, что и в примере 126, здесь увеличена высота врубки до 60 мм., поэтому на плоскость стыка mm_1 может быть передано давление:

$$P_1 = 60 \cdot 250 \cdot 0{,}4 = 6\,000 \text{ кг.}$$

Толщина в сечении nn_1 уменьшилась теперь до 95 мм., а эксцентриситет при передаче давления в это сечение повышен до $э_1 = 77{,}5$ мм.; но стремление брусьев расходиться под действием сгибающего момента $P_1 \cdot э_1$ будет парализовано тою парою сил, которую дадут затянутые болты. Если Y



будет величина растягивающего болты усилия, которую вызовет действие пары $P_1 \cdot э_1$, то мы ее определим из равенства:

$$6\,000 \cdot 77{,}5 = Y \cdot 700\,; \qquad \text{откуда} \quad Y = 665 \text{ кг.}$$

Площадь живого сечения дюймового болта = 357 кв. мм. От силы в 665 кг. возникнет в этом сечении напряжение равное

$$665 : 357 = 1{,}87 \text{ кг. на кв. мм.}\,;$$

между тем такой болт может работать с напряжением до 7,5 кг. на кв. мм. Это дает возможность иметь у болта предварительную затяжку, равной

$$7{,}5 - 1{,}87 = 5{,}63 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Когда брусья будут нагружены, это последнее напряжение, повышаясь на 1,87, дойдет до 7,5; а нажатие на стыках ll_1 и kk_1 будет соответствовать остаточному напряжению

$$5{,}63 - 1{,}87\,, \text{ т. е. } 3{,}76 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Соответственно этому, на стыках ll_1 и kk_1 будет существовать давление, равное

$$2 \cdot 357 \cdot 3{,}76 = 2\,685 \text{ кг.}$$

Принимая величину коэф. трения дерева по дереву равной 0,3, получим в помощь к силе P_1 еще силу

$$P_2 = 0.3 \cdot 2\,685 = 806 \text{ кг.}; \qquad P = P_1 + P_2 = 6\,806 \text{ кг.}$$

Опасным сечением теперь будет то поперечное сечение, которое проходит через ось болта C. Эксцентриситет при передаче давления с оси бруса в центр тяжести этого сечения будет $э = 60$ мм. Поэтому напряжение материала в сечении C будет вычисляться по форм. *306*, применяя которую будем иметь в виду, что отверстие для болта C сделано будет в 30 мм. диаметром:

$$H = \frac{6\,806}{130 \cdot 220} \cdot \left(1 + \frac{6 \cdot 60}{130}\right) = 0,89 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Это напряжение получилось гораздо более умеренным, чем то, которое имели в предыдущей задаче.

Следовательно, за безопасную нагрузку здесь можно будет взять $P = 6\,806$ кг. Это дает увеличение нагрузки сравнительно с предыдущим примером на 36% и делает всё соединение более простым по пригонке и более надежным в смысле развития в нем умеренных напряжений материала.

Длину зубьев в соответствии с повышенной высотой стыка mm_1 здесь придется взять не менее 300 мм.

Напряжение в сечении nn_1 будет получаться от силы P_1, как центрально растягивающей ножку зуба; оно будет

$$\frac{6\,000}{95 \cdot 250} = 0,29 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Если бы полное сечение бруса можно было заставить работать на центральное растяжение с напряжением 0,9 кг. на кв. мм., оно вынесло бы на себе усилие P_3. Коэффициент использования материала при этом скреплении будет:

$$\frac{P}{P_3} = \frac{6\,806}{250 \cdot 250 \cdot 0,9} = 0,121\,, \quad \text{т. е.} \quad 12.1\%.$$

Пример 128. На *фиг. 200* показано устройство скрепления по системе, которую неоднократно применял профессор Л. В. Кузнецов для двух деревянных штанг A и B, работающих на растяжение*). Скрепление сделано двумя продольными железными накладками C, к которым накрепко приклепаны поперечные планки или «зубья» $D_1 D_2 D_3 \cdots$, помещаемые в гне-

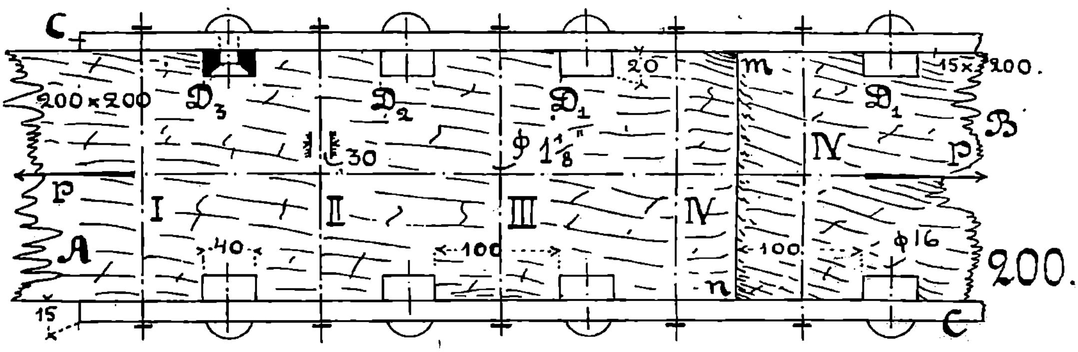
*) Схема этого скрепления изображена в справочнике «*Hütte*», XXII-е немецкое издание, том III, стр. 318. — *П. Х.*

зда, вырезанные для них в дереве. Кроме этого, накладки скреплены еще и болтами. Сосновые брусья имеют размеры сечения 200×200 мм. Сечение железных накладок 15×200 мм. Сечение зубьев 40×20 мм., их длина — во всю ширину накладок и деревянных брусьев. Расстояние между зубьями — по 100 мм. Болты — по $1^1/_8$ дюйма, отверстия для них имеют диам. по 30 мм. Надо рассчитать это скрепление, допуская те же напряжения, что и в двух предшествовавших примерах.

Стыки всех шести зубьев на каждой стороне могут взять на себя давление:

$$P_1 = 6 \cdot 20 \cdot 200 \cdot 0{,}4 = 9\,600 \text{ кг.}$$

Чтобы принять на себя действие моментов, стремящихся отогнуть наружу пластины C, эксцентрично нагруженные, введены здесь болты. Их по 4 штуки на каждой стороне. Мы



делаем предположение, что эту роль в состоянии выполнить крайние болты I и IV; а два средних болта II и III мы используем для возбуждения трения между накладками и деревом.

Найдем напряжение, с которым придется работать крайним болтам I и IV, когда на них будут переданы шесть моментов, отгибающих накладки и натягивающих болты. Живое сечение болта с диам. $1^1/_8$ дм. имеет площадь 450 кв. мм. Расстояние между осями крайних болтов 420 мм. Равенство моментов дает нам:

$$6 \cdot \left(\frac{P_1}{6}\right) \cdot \frac{20+15}{2} = H \cdot 450 \cdot 420\,; \quad \text{откуда} \quad H = 0{,}9 \text{ кг. на мм.}^2$$

Следовательно, два крайних болта своею затяжкою с избытком покроют воздействие на них тех моментов, которые стремятся отогнуть накладки C.

Принимая коэф. трения между железной накладкой и деревянным брусом равным 0,5, величину силы трения, получаемой от затяжки средних болтов с напряжением 7,5 кг. на кв. мм., напишем так:

$$P_2 \quad 2 \cdot 2 \cdot 450 \cdot 7{,}5 \cdot 0{,}5 = 6\,750 \text{ кг.}$$

Нагрузка скрепления $\cdots P = P_1 + P_2 = 16\,350$ кг.

Опасными сечениями у накладок будут сечения IV, работающие с напряжением

$$H \quad \frac{16\,350}{2 \cdot (200 - 30) \cdot 15} = 3{,}2 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Опасными сечениями у деревянных штанг будут сечения I: в них будет вызываться напряжение

$$H_1 = \frac{16\,350}{200 \cdot 170} = 0{,}48 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Заклепки, которыми приклёпываются планки D к накладкам C, имеют диаметр тела по 15 мм. Площадь сдвига у них 177 кв. мм. Рабочее напряжение

$$t = \frac{1\,600}{2 \cdot 177} = 4{,}5 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Это напряжение несколько высоко. Если вместо двух будут поставлены три заклепки по 15 мм. в диаметре, напряжение сдвига понизится до 3 кг.; но тогда опасное сечение у накладок будет проходить через ось заклепок D_1, и напряжение в накладках надо будет пересчитать так:

$$H_2 = \frac{16\,350}{2 \cdot (200 - 45) \cdot 15} \quad 3{,}5 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Напряжение сдвига у дерева между смежными планками D и на краю бруса, обращенном к средине скрепления, будет:

$$t_1 = \frac{1\,600}{100 \cdot 200} = 0{,}08 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Целый брус A или B мог бы работать с напряжением в 1 кг. на кв. мм. и выносить на себе растягивающее усилие P_3. Отношение безопасной нагрузки P к этому усилию покажет нам коэф. использования материала в этом скреплении:

$$\frac{P}{P_3} = \frac{16\,350}{200 \cdot 200 \cdot 1{,}0} = 0{,}41\,, \quad \text{т. е.} \quad 41\%\,.$$

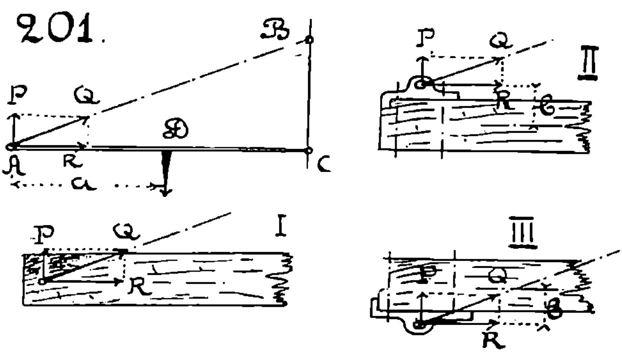
Если напряжение в целом брусе принять равным 0,9 кг., то

$$\frac{P}{P_3} = \frac{16\,350}{200 \cdot 200 \cdot 0{,}9} = 0{,}45\,, \quad \text{т. е.} \quad 45\%\,.$$

На фиг. 200 линия *mn* есть след плоскости стыка между левым брусом A и правым B.

112. Нагружение балки силами, наклонными к ее оси. Один из примеров подобного нагружения имеем на *фиг. 201*: AC — балка, у которой правый конец связан шарнирно со стеною, а левый подвешен на тяге AB к той же стене. Натяжение тяги обозначим через Q, а его слагающие — через P и R. Если груз будет подвешен к балке в сечении D, на расстоянии a от шарнирного узла A, то здесь возможны будут три различных способа отдачи усилия Q к балке AC:

1) *Способ I* (фиг. 201) — ось шарнира A лежит в одной плоскости с осью балки, и слагающая R направлена по оси



балки; в таком случае в расчетном сечении D у балки появятся два напряжения, а именно:

$$\text{напряжение сгибания} \ldots\ldots\ H_1 = P \cdot a : W$$
$$\text{» \quad сжатия} \ldots\ldots\ H_2 = R : F.$$

Суммарное напряжение в области сжатия достигнет наибольшей величины $H_1 + H_2$, и надо, чтобы она была не более допускаемой.

2) *Способ II* (фиг. 201) — ось шарнира A расположена выше оси балки на расстоянии b от нее; к тем напряжениям H_1 и H_2 которые указаны выше, здесь добавится еще

$$\text{напряжение сгибания} \ldots\ldots\ H_3 = R \cdot b : W.$$

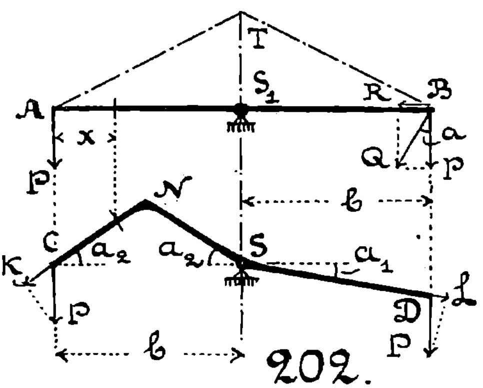
Наибольшее суммарное напряжение сжатия здесь получится равным $H_1 + H_2 + H_3$.

3) *Способ III* (фиг. 201) — ось шарнира A расположена ниже оси балки на расстоянии b; этот случай будет наиболее благоприятным по сравнению с обоими предыдущими, т. к. здесь сила R разгибает балку, и наибольшее суммарное напряжение сжатия будет достигать только величины $H_1 + H_2 - H_3$.

Все эти данные показывают, насколько бывает важно точно установить способ передачи давления на балку.

Здесь мы предполагали, что ось балки горизонтальна, а натяжение тяги наклонно к ней: но возможны и другие комбинации нагружения, когда сама нагрузка будет передаваться вертикально, а ось балки будет наклонной. Получение наибольшего суммарного напряжения возможно и в области сжатых волокон балки и в области растянутых.

Пример 129. На *фиг. 202* изображены равноплечая балка AB и равноплечий ломаный рычаг CD, выкованный из железа с двумя жесткими углами в N и S. На правом и левом плече (длиною b) нагрузка передается вертикально, и по своей величине она одинакова и равна P. На этом примере надо убедиться в том, что во всех поперечных сечениях, взятых на горизонтальном расстоянии x от точки приложения любой из сил P, величина сгибающего момента будет одна и та же, а именно $P \cdot x$, и что линия моментов для обеих балок, — прямой и ломаной, будет одна и та же, а именно ATB — с наибольшим моментом $P \cdot b$ в опорном сечении S (или S_1). Дальнейшее различие в расчете плеч будет заключаться вот в чем:



202.

Плечо AS_1 будет рассчитываться только по сгибающему моменту $P \cdot b$, дающему напряжение H_1.

На плече BS_1 к этому напряжению будет добавляться еще напряжение H_2 от сжимающей силы R.

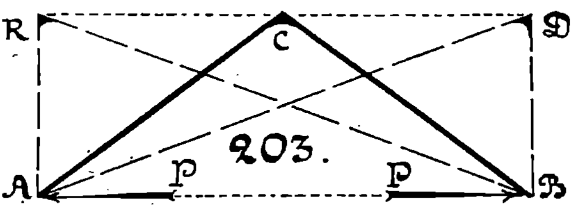
На плече DS в области растяжения к напряжению H_1 надо будет добавить еще напряжение H_3 от растягивающей силы L, которая будет проекцией силы P на направление DS.

На плече CNS дело будет обстоять сложнее. Пусть обе оси, — и CN и NS, у этого ломаного рычага будут одинаково наклонены к горизонтали CS. Проекцию силы P на ось CN называем через K. Идя от C к N, мы будем иметь непрерывное увеличение плеча x сгибающей силы P; идя от N к S, плечо сгибающей силы мы будем продолжать увеличивать далее: в сечении N момент будет вполовину меньше против S. Каждое из поперечных сечений, находящихся между C и N, будет испытывать дополнительное напряжение H_4 от силы растяжения K; каждое из поперечных сечений, лежащих между N и S будет выносить на себе еще дополнительное напряжение H_4, но оно будет здесь напряжением сжатия, как это легко понять. Расчетным сечением будет S у ветви NS; в области сжатия здесь будут складываться напряжения H_1 и H_4. Если H_1 будет более H_2, то нижний рычаг потребует больших размеров чем верхний; а если H_2 будет больше, чем H_1, то, наоборот, верхний рычаг надо сделать с бо́льшими размерами сечения.

Для уменьшения сгибающего момента есть одно только конструктивное средство, это — сделать плечо b как можно короче.

Для уменьшения добавочных напряжений H_2, H_3, H_4 имеется свое средство, и — только одно, это — делать углы a, a_1, a_2 как можно меньше.

Пример 130. Между узлами A и B (*фиг. 203*) надо ввести железный ломаный рычаг, способный воспринять на себя растягивающее усилие P. Угловая точка C может занимать любое положение на линии CD, отстоящей от AB на расстоянии b. Надо запроектировать рычаг с наименьшими возможными размерами поперечного сечения. Обе лопасти рычага, — и левая, и правая, должны иметь одинаковые размеры.



Отв. Из наиболее легкой полосы может быть выкован равнобедренный рычаг ACB, а самыми тяжелыми рычагами будут или ADB, или ARB.

113. Расчет вала на совместное действие сгибающей и крутящей нагрузки. Пусть обозначают: M_0 — крутящий момент, t — вызываемое им напряжение, M_1 — сгибающий момент, h — получаемое от него напряжение, d — диаметр расчетного сечения, W_0 — модуль сечения при кручении, W_1 — модуль сечения при сгибании; φ_0 — степень надежности, с которой рассчитывали бы вал на действие момента M_0; φ_1 — степень надежности при расчете на действие момента M_1. По этим данным напишем:

$$W_0 = \frac{\pi \cdot d^3}{16}; \qquad W_1 = \frac{\pi \cdot d^3}{32}; \qquad W_0 = 2W_1.$$

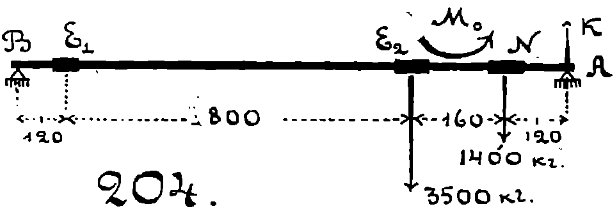
$$h = \frac{M_1}{W_1}; \qquad t = \frac{M_0}{W_0} = \frac{M_0}{2W_1}; \qquad \frac{t}{h} = \frac{M_0}{2M_1}$$

По формулам *127*, *128* и *129* получим:

$$H = \frac{(\Gamma \cdot M_1)}{W_1}\;; \qquad \Gamma = \frac{3}{8} + \frac{5}{8} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{\varPhi_2}{\varPhi_1} \cdot \frac{M_0}{M_1}\right)^2} \qquad \textbf{307.}$$

т. е. расчет вала на совместное действие крутящей и сгибающей нагрузки сводится к расчету по формуле на сгибание, но только по моменту, который всегда более заданного. Исправление расчетного момента делается коэффициентом Γ; его величина зависит и от способа действия сил и от величины обоих заданных моментов, крутящего и сгибающего.

Пример 131. На фиг. 107 была изображена передача вращательного момента от зубчатого колеса N к барабану лебедки. Надо рассчитать для нее барабанный вал. Линейные размеры его дает нам *фиг. 204.* При расчете вала надо принять во внимание наиболее опасные комбинации в его нагружении. Поднимаемый груз — 3 500 кг., радиус барабана лебедки — 180 мм.; давление между зубцами колеса N — 1 400 кг.



Крутящий момент . . . $M_0 = 3\,500 \cdot 180 \quad 630\,000$ кг.-мм.

Наиболее опасный случай будет такой, когда канат, поднимающий груз, будет прилегать непосредственно ко втулке E_2 (фиг. 204) и на нее отдаст всё давление 3 500 кг. Самой опасной комбинацией будет такая, когда в одной плоскости на вал будут передаваться оба давления, — и от барабана, и от колеса N, в одну сторону.

Принимая эти условия за расчетные, найдем сопротивление опоры A по правилам статики:

$$K \cdot 1\,200 = 1\,400 \cdot (120 + 800 + 160) + 3\,500 \cdot (800 + 120)\,.$$

откуда $$K = 3\,943 \text{ кг.}$$

Наибольший сгибающий момент напишется для сечения E_2 у вала:

$$M_1 = 3\,943 \cdot (120 + 160) - 1\,400 \cdot 160 = 880\,040 \text{ кг. мм.}$$

Отношение $\cdots M_0 : M_1 = 630 : 880 \quad 0.72\,.$

Сгибание и кручение производят в данном случае одни и те же силы, поэтому $\mathcal{J}_1 = \mathcal{J}_2$.

$$\Gamma = \frac{3 + 5 \cdot \sqrt{1 + (0{,}72)^2}}{8} = 1{,}15\,.$$

Принимая расчетное напряжение на сгибание равным 4 кг. на кв. мм., получим по форм. *307*:

$$W = \frac{880\,040 \cdot 1{,}15}{4} = 253\,012 \text{ мм.}^3\,; \quad d = 138 \text{ мм.}$$

114. По каким формулам делают расчет длинных сжатых призм и колонн. На *фиг. 205, I* изображена вертикально поставленная длинная призма, или, короче, «стойка», «колонна», на верхний конец которой передается сжимающая нагрузка P. Если направим сжимающую силу вдоль оси стойки, то получим центральное сжатие ее; и казалось бы, нет причины для искривления оси у этой стойки, нет сил, сгибающих ее. Так и было бы, если бы соблюдены были следующие условия:

1) если бы тело стойки было идеально однородным и безусловно точно выполненным,

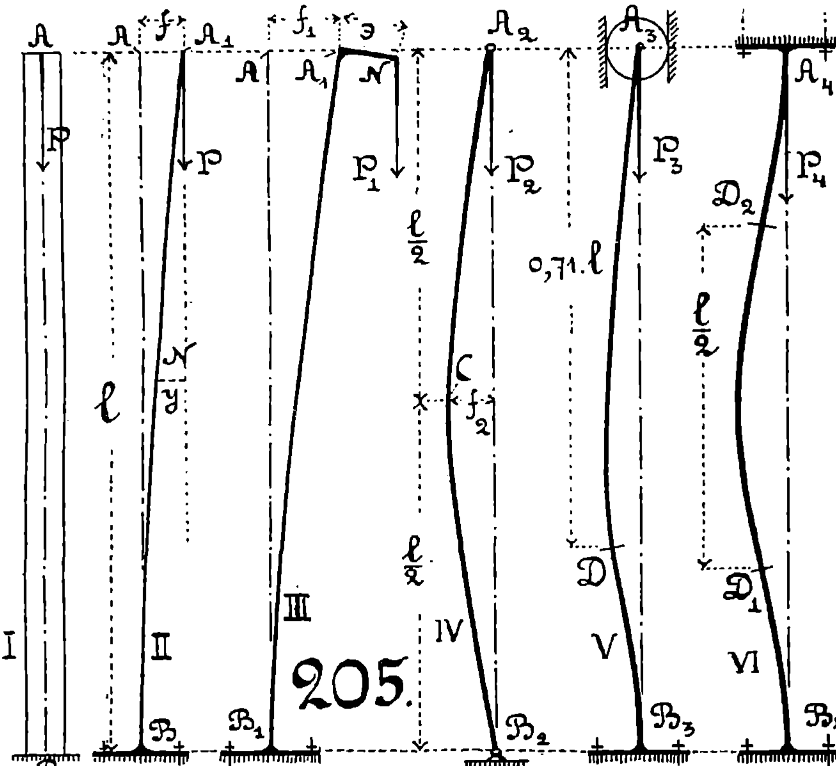
2) если бы существовала у нас полная уверенность в том, что нагрузка передана строго по направлению вертикальной оси стойки, и не имеет она относительно этой оси никакого эксцентриситета, хотя бы в виде малых долей *мм.*,

3) если бы не могла произойти разверка в установке оси стойки в смысле отклонения ее от вертикального направления,

4) если бы не могло существовать никаких побочных причин, стремящихся сдвинуть центр тяжести A верхнего сечения стойки с вертикали AB.

На самом деле каждое из этих четырех условий легко может быть нарушено, — особенно последнее из них. Сжимающая нагрузка P будет передаваться на стойку от балок: при установке будут стараться поставить их оси по направлению, перпендикулярному к оси стойки. Нечего и говорить, что правую и левую верхние балки, а также переднюю и заднюю балки, расположенные под прямым углом к первым, будут стараться выполнить строго одинаковой длины, будут стараться одинаково нагрузить их, чтобы они сами давали одинаковый прогиб и одинаковые девиации на конце A. Но каждая из этих подробностей вносит в дело нагружения новые условия, которые могут помешать выполнить центральность нагружения стойки. А дальше может случиться появление не вполне одинаковых девиаций у правой и левой балки (или же у передней и задней), от изменения температуры балки могут получить неодинаковое изменение своей длины и т. д. Одним словом, в рабочей обстановке всегда может явиться побочная причина, вследствие которой центр тяжести верхнего конца стойки будет уведен с вертикали AB в сторону и поставлен в положение A_1 (фиг. 205, II).

Приходится считаться с этим обстоятельством и его предвидеть. Но как только появится смещение AA_1 у верхнего



205.

конца стойки вбок, оно будет обозначать, что ось стойки обратилась в пологую кривую BA_1 (фиг. 205, II); и нагрузка P, продолжающая действовать вертикально, очутится теперь в положении нагрузки, могущей стойку сгибать и по прежнему сжимать. Таким образом от побочных причин стойка всегда может обратиться в согнутую балку с весьма небольшой стрелой прогиба f; но когда причина появления стрелки исчезнет, согнутая ось стойки стремится притти опять в свое начальное, вертикальное положение. Подобное искривление оси у стойки и распрямление ее могут не вредить крепости стойки в таком только случае, когда величина стрелки f будет достаточно мала.

Итак, мы видим, что и в этом случае приходится проверять крепость стойки, как согнутой балки, по двум типам формул. Мы их еще не вывели, но уже понимаем, что одна из формул будет учитывать допускаемую величину стрелки прогиба, а по другой мы будем проверять напряжение материала, которое здесь будет слагаться из напряжения сжатия и напряжения сгибания.

Если мы будем делать проверку крепости колонны то по формуле одного типа, то по формуле другото типа, это не значит, что какой-либо одной из них мы не доверяем, сомневаясь в ее верности. Каждая формула учитывает то, что ей свойственно: одна — величину стрелки прогиба, другая — величину напряжения. Так же обстояло дело и ранее. Всегда мы учитывали в согнутых балках и напряжение и стрелку (или провес балки).

115. Расчетные формулы для колонн, учитывающие величину стрелки прогиба. Здесь придется привести одни только окончательные результаты теории и остановиться на раз'яснении практических приложений их, и вот — по какой причине.

Определение стрелки f (фиг. 205, II), как наибольшей из всех абсцисс упругой линии BA_1, получившейся в балке от действия продольной нагрузки, а не поперечной, делается много труднее, чем это мы видели на простейших, рассмотренных выше, примерах сгибания балок поперечными силами. Причина этой трудности заключается в том, что здесь для произвольного сечения N сгибающий момент будет писаться в виде произведения $P \cdot y$, где y есть неизвестная пока абсцисса произвольной точки N, взятой на упругой линии. Точное разрешение этого вопроса доступно только лицам, знающим высшую математику (интегрирование дифференциальных уравнений). Французский ученый *Эйлер* (Euler) был первым, который в 1757 году вывел уравнение упругой линии BNA_1 для стойки, которая сгибается продольной, сжимающей ее, нагрузкой. Его формула имеет такой вид:

$$P = \frac{\pi^2}{4} \cdot \frac{E \cdot J}{l^2} \qquad \textbf{308.}$$

В эту формулу входят: $l = AB$ — длина стойки, E — коэф. упругости при сжатии, J — *наименьший* из экваториальных моментов инерции сечения.

Если, например, сечение стойки прямоугольное с размерами $d \times h$, и ширина d сечения меньше высоты его h, тогда

$$\text{наименьшее } J = \frac{h \cdot d^3}{12} \quad \text{а не} \quad \frac{d \cdot h^3}{12}$$

То самое обстоятельство, что в формулу *Эйлера* входит $A = E \cdot J$, т. е. жесткость балки, говорит нам, что его формула произошла из выражения стрелы прогиба. Вывод своей формулы *Эйлер* поставил таким образом: он, определяя *наибольшую* возможную величину стрелки f, при которой сохраняется *устойчивость* стойки, и которая в то же время является *упругою* стрелкою, исчезающею по удалении причины, вызвавшей искривление оси AB. Следовательно, величина f, которую породила нагрузка P, определяемая форм. *308*, есть *предельная*, совершенно нежелательная при практическом использовании стойки. Точно также и величину нагрузки P можно назвать в этом смысле *предельною*, ни в каком случае недопустимою при практическом использовании стойки. Если безопасную для нее нагрузку назовем через Q, то

$$P : Q = \varphi : \quad Q = \frac{\pi^2}{4} \cdot \frac{E \cdot J}{\varphi \cdot l^2} \; \ldots\ldots \qquad \mathbf{309.}$$

Входящая в эту формулу величина φ будет степень надежности.

При центральном нагружении стойки величину φ берут так: для дерева $\cdots \varphi = 10$, для чугуна $\cdots \varphi = 8$, для литого железа, для сварочного железа $\cdots \varphi = 5$—6: а если существует эксцентриситет при передаче нагрузки, то увеличивают эти цифры процентов на 30—50 и выясняют как можно точнее величину самого эксцентриситета, чтобы можно было проверить еще у стойки величину напряжения сжатия.

Чтобы лучше понять смысл формулы *Эйлера*, попробуем приближенно вычислить стрелу прогиба для сжатой стойки, которая «работает на продольный изгиб».

Фактически упругая линия A_1NB (фиг. 205, II) будет кривою (типа синусоид), которая представляется довольно сложным уравнением; но дело в том, что стрелка f имеет всетаки весьма малую величину, и сама кривая является настолько пологою, что в первом приближении ее можно счесть за окружность. Сделаем это допущение. Но изгибаться по окружности круга, как мы знаем, может только такая призма, у которой сгибающие моменты во всех поперечных сечениях будут одинаковы (см. форм. *192*). У нас они все различны, потому что каждый из них равен $P \cdot y$. Это будет, следовательно, преувеличением, если мы предположим, что все моменты будут равны $P \cdot f$. Такая призма даст, несомненно, бо́льшую стрелу прогиба, чем рассматриваемая нами стойка, но тип расчетного уравнения у нее будет такой же, какой был дан и *Эйлером*. А если так, то стрела прогиба здесь может быть вычислена по той форм. *304*, которую мы имели для эксцентрично растянутого тела. В этой формуле надо сделать только плечо $э$ сгибающей силы постоянным и равным f, тогда:

$$\text{при } э = f \cdots \text{по форм. } 304 \cdots P = 2 \cdot \frac{E \cdot J}{l^2} \qquad \textbf{310.}$$

Мы видим, что эта формула отличается от формулы *Эйлера* только одним коэфициентом во второй части равенства:

в форм. *308* коэффициент $= \dfrac{\pi^2}{4} = 2{,}467$

в » *310* » $= 2.0$, т. е. на $19^0/_0$ меньше.

Итак, форм. *310* дает предельную нагрузку для стойки на $19^0/_0$ меньше, чем формула *Эйлера*, т. е. практически она вполне допустима, т. к. получаемый из нее результат является еще более надежным. Попутно форм. *310* раз'ясняет нам смысл формулы *Эйлера*, ее происхождение и ее тип.

Приведем здесь и другие результаты той основной теории, которая будет продолжением вывода формулы *Эйлера*, т. е. делается на основании приложений высшей математики.

На фиг. 205, III показан изгиб стойки $A_1 B_1$, который вызван сжимающей силой P_1, работающей относительно центра тяжести верхнего сечения с эксцентриситетом $э = A_1 N$. Для определения величины стрелки f_1 выведена следующая формула:

$$f_1 + э = э : \cos l \cdot \sqrt{\frac{P}{E \cdot J \cdot (1 - P : E \cdot F)}} \qquad \textbf{311.}$$

При выводе этой формулы было принято во внимание также и то обстоятельство, что от действия сжимающей силы стойка даст не только стрелу прогиба f, но и укоротится в длину.

Для колонны, работающей с эксцентриситетом $э$ (фиг. 205, III), инженер *Шнейдер*, вместо формулы *Эйлера 309*, дает следующую:

$$P_1 = \varphi \cdot Q_1 = \frac{\pi^2}{4} \cdot \frac{E \cdot J}{l^2} \cdot \left[1 + 0.31 \cdot \left(\frac{f_1 + э}{l}\right)^2\right] \cdots\cdots \textbf{312.}$$

Если оба конца стойки A_2B_2 (фиг. 205, IV) могут свободно вращаться как бы на шарнирах, формула *Эйлера* вместо *309* примет такой вид:

$$P_2 = \mathfrak{H} \cdot Q_2 = \pi^2 \cdot \frac{E \cdot J}{l^2} \qquad \textbf{313.}$$

Для такой колонны A_3B_3 (фиг. 205, V), у которой нижний конец B_3 свободно вращаться не может, а для верхнего конца A_3 обеспечено свободное перемещение вниз только по вертикали A_3B_3, предельная нагрузка P_3 имеет следующее выражение:

$$P_3 = \mathfrak{H} \cdot Q_3 = 2\pi^2 \cdot \frac{E \cdot J}{l^2} \qquad \textbf{314.}$$

В этом случае на упругой линии A_3DB_3 будет существовать одна точка перегиба, т. е. кривая DA_3 будет обращена к вертикали своей вогнутостью, а кривая DB_3 — выпуклостью. Это — один из наиболее выгодных способов нагружения колонны и наиболее удобовыполнимых практически. Поворот нижнего конца B_3 у колонны предупреждают здесь чаще всего тем, что этот конец накрепко соединяют с весьма широкой *подколонной плитой*, которая закрепляется на месте фундаментными болтами.

Для такой колонны A_4B_4 (фиг. 205, VI), у которой оба конца можно считать надежно закрепленными и не позволяющими этим концам колонны вращаться, для предельной нагрузки P_4 дается следующая формула:

$$P_4 = \mathfrak{H} \cdot Q_4 = 4\pi^2 \cdot \frac{E \cdot J}{l^2} \qquad \textbf{315.}$$

Надежное выполнение условий, требуемых этим способом нагружения колонны, представляет большие трудности. На упругой линии A_4B_4 расположатся две точки перегиба — D_1 и D_2, отстоящие от конечных сечений колонны A_4 и B_4 на четверть длины ее.

По смыслу постановки вопроса не трудно понять, что кривая A_2B_2 это как бы два раза повторенная кривая A_1B, у которой масштаб ординат сокращен в два раза. Если в форм. *308* вместо длины l внесем $\frac{l}{2}$, то она обращается в форм. *313*. Точно также для получения форм. *315* достаточно внести: $\frac{l}{4}$ вместо $l \cdots$ в форм. *308*, или же $\frac{l}{2}$ вместо $l \cdots$ в форм. *313*. Эти данные имеют в виду при пересчете величины безопасной нагрузки, если переходить от одного способа нагружения колонны к другому.

Получили в конце концов 4 расчетных формулы *Эйлера*

309, *313*, *314* и *315*.

Для каждой из них — *свои* условия применения, отступать от которых нельзя.

Легче всего осуществляются условия нагружения, соответствующие расчетной форм. *313* (фиг. 205, IV), когда *оба конца стойки свободны*, т. е. сколько-нибудь жесткая связь у нее на концах необязательна.

Самый нескладный и невыгодный способ нагружения стойки это — тот, который требует расчета ее по форм. *309* (фиг. 205, II). Тут надо заботиться о прочной заделке у стойки ее нижнего конца; а когда эта заделка будет произведена, стойка может взять на себя нагрузку, в 4 раза меньшую, чем при обоих концах свободных. Ясно, что этого способа нагружения следует избегать; но иногда неизбежно и с ним иметь дело, если перемещения верхнего конца стойки ничем нельзя сдержать.

Как понимать, какой конец стойки надо считать заделанным прочно, и какой незаделанным? — Тот конец стойки будет заделанным прочно, который не может вывертываться, т. е. который не допускает поворота своего поперечного сечения относительно начального его направления (до нагружения).

Вся жесткая связь заделанного конца с окружающей его средой должна быть рассчитана на величину того сгибающего момента, который соответствует заделанному сечению, т. е. на величину $H \cdot W$, где W — наименьший из модулей сечения стойки и H — допускаемое напряжение при сгибании. На величину этого момента должны быть рассчитаны все скрепы и стыки при передаче момента от стойки к опорной плите и от плиты к тем частям, которые сдерживают ее поворот.

Внизу стойки нижнего этажа это будет, напр., кладка фундамента, которая должна взять на себя действие вращательного момента $H \cdot W$ и переработать его в напряжения смятия между плитой и фундаментом и в напряжения у фундаментных болтов. И те и другие должны быть неодинаковы у симметрично расположенных частей, чтобы явилась возможность образовать из них пары сил, отвечающие на воздействие момента $H \cdot W$.

Еще труднее осуществить заделанный конец стойки там, где она получает связь с потолочными балками; выполняя эту связь жесткою, приходится положиться на незыблемость самых потолочных балок, т. е. потребовать, чтобы концы их, скрепляемые со стойкою, не имели девиаций. Для всех понятно, что это условие трудно выполнимо. А потому применение форм. *315* надо делать с большой осторожностью во всех металлических колоннах. Той же осторожности требует и применение форм. *314* во всех тех случаях, когда заделанный конец должен получить свою жесткую связь от потолочных балок.

В некоторых справочных книжках даются готовые таблицы, из которых, при данных условиях нагружения, можно заимствовать величину безопасной нагрузки, соответствующей форм. *315*; а в заголовке таблиц сделаны краткие указания такого рода, «предполагается, что верх и низ колонны заделаны очень прочно». В об'яснительном тексте, окружающем эти таблицы, ни одним словом не раз'яснено, как надо понимать это выражение «очень прочно»: и в конце концов каждый будет понимать его, конечно, по своему, т. е. прочная заделка концов иногда и не будет выполнена.

116. Расчетные формулы для колонн, учитывающие величину напряжения материала. У сжатой стойки $A_2 B_2$ (фиг. 205, IV) с обоими свободными концами наибольшее напряжение разовьется в сечении C на средине высоты ее, где стойка получит свою наибольшую стрелку f_2. Она будет плечом для нагрузки P_2, дающей для сечения C наибольший сгибающий момент, равный $P_2 \cdot f_2$.

Полное напряжение сжатия H составится здесь из двух частей:

1) из напряжения сжатия H_1, вызванного равномерным распределением нагрузки P_2 по всей площади F сечения колонны,

2) из напряжения H_2, которое появится в сжатой области согнутой призмы от действия наибольшего сгибающего момента.

Другими словами, расчетная формула будет здесь того же типа, как и формула *303*, которую мы писали при эксцентричном растяжении призмы, только тут мы учитываем сумму напряжений сжатия, а не растяжения, и затем плечом сгибающей силы здесь будет стрела f_2, а не эксцентриситет $э$, который отсутствует вовсе. Поэтому:

$$H = H_1 + H_2 = \frac{P_2}{F} \cdot \left(1 + \frac{f_2 \cdot e \cdot F}{j}\right) \ldots\ldots \quad \textbf{316.}$$

Для практического применения этой формулы надо сделать в ней некоторые преобразования.

$$\text{Отношение} \cdots \frac{J}{F} = u^2 \cdots\cdots \qquad \textbf{317.}$$

Величину u в механике называют *радиусом инерции* для поперечного сечения, имеющего площадь F и момент инерции J. Числитель форм. *317* выражен в миллиметрах четвертой степени, знаменатель — в миллиметрах второй степени, вот почему во второй части равенства и поставлен квадрат радиуса инерции.

Делая вывод формул *276* и *277*, мы видели, что какой бы ни был способ нагружения согнутой балки, тип формулы, связывающей в одно равенство допускаемую стрелу прогиба и допускаемое напряжение при сгибании, остается один и тот же, а именно:

$$f_2 \cdot e = c \cdot \frac{H_2 \cdot l^2}{E} = ж \cdot l^2 \cdots\cdots \qquad \textbf{318.}$$

Величины коэффициентов $ж$ и c, входящих в эту формулу зависят от рода материала балки и от способа нагружения ее сгибающими силами. После этого форм. *316* перепишется так:

$$P_2 = F \cdot \frac{H}{1 + ж \cdot \left(\frac{l}{u}\right)^2} \qquad \textbf{319.}$$

Если в этой формуле будем считать H за безопасное напряжение, тогда P_2 будет безопасная нагрузка для колонны типа $A_2 C B_2$ (фиг. 205, IV).

$$\text{Обозначим} \cdots \frac{1}{1 + ж \cdot \left(\frac{l}{u}\right)^2} = k \cdots\cdots \qquad \textbf{320.}$$

$$\text{Тогда} \cdots P_2 = F \cdot (k \cdot H) \cdots\cdots \qquad \textbf{321.}$$

т. е. поверку крепости колонны на сгибание и сжатие надо делать по форм. *321*; а она имеет вид совершенно такой же, как и основная формула для расчета на одно сжатие, только здесь расчет ведется по напряжению $(k \cdot H)$; другими словами, обычно допускаемое напряжение сжатия здесь исправляется «колонным коэффициентом» k. Величина его всегда меньше единицы, и выясняют ее путем непосредственного опыта, как об этом будет итти речь ниже.

Расчетную формулу типа *319* вывели независимо один от другого несколько ученых, во Франции — проф. *Навье*, в Германии — проф. *Шварц* и в Англии — инж. *Ранкин*, поэтому в различных сочинениях и справочниках эта формула называется именем то одного ученого, то другого, а иногда еще именами и тех исследователей, которые практически определяли величину коэф. *ж* в форм. *320*, основываясь на форм. *318*; в нее входит напряжение H_2, допускаемое при сгибании. Испытывая колонны из различного по качествам материала и различные конструкции колонн, исследователи брали в основу своих вычислений различные величины H_2, благодаря чему и народилось в литературе довольно большое число опытных формул типа *319*. Практическое применение их требует поэтому большой осторожности и точных указаний на те условия, при которых формулу можно применять. Эти условия и неполно и неверно бывают переданы во многих справочниках переводного характера, — это надо иметь в виду.

Повторяем еще раз, что нельзя ожидать и требовать чтобы формулы типа *Эйлера* давали один и тот же результат с формулами типа *Навье*. *Они дадут непременно разные результаты*, и. ч. каждая отвечает на свой вопрос; одна не допускает, чтобы напряжение материала превзошло расчетную величину, другая —, чтобы стрела прогиба получилась у колонны не больше допускаемой в практических применениях. За безопасную нагрузку берется та из этих двух величин, которая меньше.

В дальнейшем мы передадим здесь результаты опытов с колоннами из разного материала и покажем практическое использование всех формул на примерах; но предварительно подсчитаем величины радиуса инерции по форм. *316*.

Если сечение круглое с диам. d, то:

$$F = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \qquad J = \frac{\pi \cdot d^4}{64}; \qquad u^2 = \frac{d^2}{16}; \qquad u = \frac{d}{4} \qquad \mathbf{322.}$$

Для прямоугольного сечения с размерами $d \times h$

$$F = d \cdot h; \quad J \min = \frac{h \cdot d^3}{12}; \quad u^2 = \frac{d^2}{12}; \ u = \frac{d}{\sqrt{12}} \ldots \mathbf{323.}$$

Отсюда ясно, что устанавливать большую разницу между d и h в прямоугольном сечении колонны не следует, иначе, затрачивая материал, мы будем слишком много терять в ее крепости. Лучше всего, если $d = h$.

То же самое замечание относится и к колоннам, сращенным из частей, склепанным из частей и т. п. Наиболее благоприятные условия для сопротивления колонны сжатию и сгибанию можно выразить равенством моментов инерции сечения относительно двух взаимно-перпендикулярных осей:

$$J_y = J_z \cdots\cdots \qquad \textbf{324.}$$

117. Результаты опытов с деревянными стойками. Проверялась опытным путем и формула *Эйлера* и формула *Навье*. Эту большую работу выполнили, главным образом, проф. *Баушингер* в Германии и проф. *Тетмайер* в Швейцарии.

Отношение длины колонны l к радиусу инерции u обозначим через s:

$$l : u = s \cdots\cdots \qquad \textbf{325.}$$

При выполнении деревянных стоек нечего и думать о прочной заделке у них концов, так как это потребовало бы сложного и во всяком случае не особенно надежного устройства. Поэтому будем говорить только о колоннах типа $A_2\ B_2$ (фиг. 205, IV), у которых концы свободны. Для этого случая дана *Эйлером* расчетная форм. *313*. Внесем в нее для дерева:

$$\phi = 10\ ;\quad E \quad 100\,000 \text{ кг. на кв. см.}\ ;\quad \pi^2 = 10$$

$$Q_2 \text{ кг.} = 10 \cdot (J \text{ см.}^4) : (l \text{ мт.})^2 \cdots\cdots \qquad \textbf{326.}$$

Если степень надежности пожелаем взять не 10, а другую, легко сделать пересчет Q_2.

При испытании деревянных стоек высоких, когда $s = l : u$ получается *более 110*, форм. *326* подтвердилась вполне точно; в колоннах же более низких, когда s *менее 110*, пришлось установить зависимость предельной нагрузки от величины s:

$$s \text{ менее } 110\ ;\quad \phi \cdot Q_2 \text{ кг.} = (F \text{ см.}^2) \cdot (H_0 - 1{,}94 \cdot s) \cdots \qquad \textbf{327.}$$

где H_0 (в кг. на кв. см.) есть разрушающее напряжение для сжатой короткой деревянной призмы, не испытывающей изгиба.

При расчетах деревянных колонн конструкторы весьма часто делают ошибку, обязательно рассчитывая их по формуле *Эйлера*, хотя бы s было и менее 110. Результатами таких ошибок являлись катастрофы с колоннами u, накоплялись нарекания на формулу *Эйлера*, но вызваны они были только неправильным применением ее при тех именно условиях, при которых она вовсе неприменима и не должна была бы применяться.

Чтобы подчеркнуть это обстоятельство, будем называть *Эйлеровской длиной* стойки такую длину ее l_0, которая равна для дерева стодесяти-кратной величине наименьшего радиуса инерции сечения:

$$l_0 = 110 \times u \min \cdots\cdots \qquad \textbf{325 a.}$$

Для сечения круглого мы имели выше (см. форм. *322*)

$$u = 0.25 \cdot d.$$

а для прямоугольного $\cdots u = \frac{d}{\sqrt{12}} = 0{,}2886 \cdot d$.

Поэтому и Эйлеровская длина деревянных стоек будет:

для сечения круглого $l_0 = \frac{110}{4} \cdot d = 27.5 \cdot d$

» » прямоугольного. . $l_0 = 0.2886 \cdot 110 \cdot d = 31.7 \cdot d$.

Проверялась опытом также и формула типа *Навье* (см. форм. *319*) для отыскания в ней коэф. *ж*. Получились такие данные:

1) для колонны с обоими свободными концами (фиг. 205, IV) *ж* = 0.00023:

2) для колонны с одним концом заделанным, а другим остающимся на первоначальном направлении вертикальной оси (фиг. 205. V). . . . *ж* = 0.00015.

Напряжение *Н* при расчете по формуле *Навье* берется не больше 0,6 кг. на кв. мм. для сосновых колонн, не больше 0,5 — для еловых и не больше 0.8 для дубовых колонн: а если ожидают эксцентричного нагружения, то понижают эти цифры на 30—50 %.

В таблице 23 приведены по *Тетмайеру* величины колонного коэф. k (см. форм. *320*), увеличенные в 1 000 раз для упрощения набора; даны они в зависимости от величины отношения длины колонны к радиусу инерции ее.

Таблица 23. Величины колонного коэффициента k для деревянных колонн.

$l:u$	$1\,000 \cdot k$	$l:u$	$1\,000 \cdot k$	$l:u$	$1\,000 \cdot k$	$l:u$	$1\,000 \cdot k$
15	901	65	570	115	255	165	124
20	868	70	537	120	234	170	117
25	834	75	503	125	216	175	110
30	801	80	470	130	199	180	104
35	768	85	437	135	185	185	98
40	735	90	404	140	172	190	93
45	702	95	371	145	160	195	89
50	669	100	338	150	150	200	84
55	636	105	306	155	140	205	79
60	603	110	278	160	132	210	76

Рассматриваются и проверяются на крепость, как длинные деревянные стойки, также и длинные деревянные сваи. По техническим соображениям средний диаметр деревянных свай берется часто по нижеследующей практической формуле:

$$d = 15 \text{ см.} + \frac{l \text{ см.}}{50}$$

А дальнейший подсчет крепости поперечного сечения сваи делается или по формуле *Эйлера*, или по формуле *Навье*.

Пример 132. Две сосновые стойки длиною $l = 3{,}2$ мт. нагружены поровну от общей сжимающей их нагрузки $Q = 16{,}5$ *tn*. Поперечное сечение стоек 150×180 мм. Концы их свободны. Надо проверить, с каким напряжением были рассчитаны эти стойки.

$$F = d \cdot h = 150 \cdot 180 = 27\,000 \text{ кв. мм.}$$

$$u^2 = \frac{d^2}{12} = \frac{150 \cdot 150}{12} = 1\,875 \text{ кв. мм.}; \qquad u = 43{,}3 \text{ мм.}$$

$$s = l : u = 3\,200 : 43{,}3 = 74.$$

Для нахождения колонного коэф. k надо обратиться к таблице 23; но в ней величины $s = 74$ нет, а есть 70 и 75. Выписываем для них значения k:

$$\text{Если } s = l : u = 70 \cdots 1\,000 \cdot k = 537$$
$$\text{» } s = l : u = 75 \cdots 1\,000 \cdot k = 503$$
$$\text{Разность} \cdots 1\,000 \cdot k = 34$$

Разделив эту разность на 5 равных частей, получим 6,8. Это число надо прибавить к 503, чтобы получить величину искомого коэф.:

$$\text{если } s = 74 \cdots 1\,000 \cdot k = 503 + 6{,}8 = 509{,}8, \text{ или } 510.$$

$$\text{откуда} \qquad k = 510 : 1\,000 = 0{,}51.$$

$$\text{По форм. } 321 \cdots H = \frac{Q}{2F \cdot k} = \frac{16\,500}{2 \cdot 27\,000 \cdot 0{,}51} = 0{,}6 \text{ кг. на мм.}^2$$

Пример 133. Сосновая стойка длиною $l = 3{,}2$ мт. должна иметь квадратное сечение и принимать на себя нагрузку в 16,5 *tn*. Концы стойки свободны. При испытании короткой призмы на сдавливание было найдено разрушающее напряжение $H_0 = 560$ кг. на кв. см. Поэтому при расчете по формуле *Навье* надо взять H не более 0,6 кг. на кв. мм. Надо найти сторону x квадратного сечения и проверить степень надежности стойки по форм. *327*, данной *Тетмайером*.

Для предварительного расчета берем пониженное напряжение 0,35 кг. на кв. мм.

$F = x^2 = 16\,500 : 0{,}35 = 47\,143$ мм.^{2}; берем $x = 215$ мм.

$$u^2 = \frac{x^2}{12} = \frac{47\,143}{12} = 3\,929\,; \qquad u = 62{,}7 \text{ мм.};$$

$$\frac{l}{u} = \frac{3\,200}{62{,}7} = 51 = s\,.$$

Из таблицы 23 берем:

$$\begin{array}{rl} \text{если } s = 50 \cdots & 1\,000 \cdot k = 669 \\ \text{» } \quad s = 55 \cdots & 1\,000 \cdot k = 636 \\ \hline \text{Разность} \cdots & 1\,000 \cdot k = \ \ 33 \end{array}$$

Разделив эту разность на 5 частей, получим 6,6. Это число, четыре раза повторенное, надо прибавить к 636, тогда:

$$\text{если } s = 51 \cdots 1\,000 \cdot k = 636 + 26{,}4 = 662{,}4$$

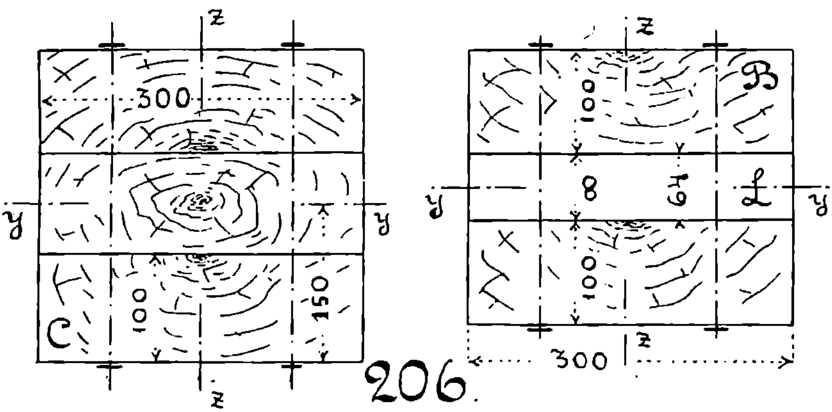
откуда $k = 0{,}662\,.$

По форм. *321* $\cdots H = \dfrac{16\,500}{210 \cdot 210 \cdot 0{,}662} = 0{,}57$ кг. на кв. мм.

По форм. *327* $\cdots ф \cdot 16\,500 = 21^2 \cdot (560 - 1{,}94 \cdot 53)\,,$

откуда $ф = 12\,.$

Пример 134. Сосновая колонна C длиною $l = 6$ мт. срощена из трех одинаковых брусьев 100×300 мм. (*фиг. 206*).



206

Надо найти для нее: 1) безопасную нагрузку по формуле *Навье* с напряжением $H = 0{,}6$ кг. на кв. мм., 2) число скрепляющих болтов, имеющих диам. $1\,^3/_8$ д., 3) степень надежности при расчете колонны по формуле *Тетмайера* (или *Эйлера*). Концы колонны свободны.

$$F = 30 \cdot 30 = 900 \text{ см.}^2; \qquad j = \frac{30^4}{12} = 67\,500 \text{ см.}^4$$

$$u^2 = j : F = 67\,500 : 900 = 75 \text{ см.}^2; \quad u = 8{,}66 \text{ см.}$$

$$s = l : u = 6\,000 : 86{,}6 = 69\,.$$

По таблице 23 находим:

$$1\,000 \cdot k = 537 + \frac{570 - 537}{5} = 544\,; \quad k = 0{,}544\,.$$

$$Q = F \cdot k \cdot H = 900 \cdot 0{,}544 \cdot 60 = 29\,376 \text{ кг.};$$

$$\text{берем} \quad Q = 29 \; tn.$$

По формуле *Тетмайера* (см. форм. *327*):

$$\mathfrak{s} \cdot 29\,000 = 900 \cdot (60 - 1{,}94 \cdot 69)\,; \quad \mathfrak{s} = 4{,}2\,.$$

Такая степень надежности относительно стрелы прогиба недостаточна; если довести ее до $\mathfrak{s} = 8$, тогда безопасную нагрузку надо будет определить так:

$$Q = \frac{4{,}2 \cdot 29\,000}{8} = 15\,200 \text{ кг.};$$

$$H = \frac{4{,}2 \cdot 60}{8} = 31{,}5 \text{ кг. на см.}^2$$

Если нейтральной линией сечения при сгибании колонны будет ось yy, то статический момент площади обреза внешнего бруса, стремящегося скользить по среднему брусу, будет:

$$O = (300 \cdot 100) \cdot 100 = 3\,000\,000 \text{ мм.}^3 = 3\,000 \text{ см.}^3$$

$$\text{По форм. } \mathit{263} \cdots X = \frac{31{,}5 \cdot 3\,000}{15} = 6\,300 \text{ кг.}$$

Для получения силы трения между брусьями повышаем эту силу скольжения, которая получилась на половине длины колонны, на $50\,\%$.

Живое сечение у болта с диам. $1\,{}^3/_8$ дюйма считаем равным 684 кв. мм. Рабочее напряжение у болта берем в 5 кг. на кв. мм.; коэф. трения между брусьями берем $= 0{,}3$; число болтов на половине длины колонны — c. Тогда

$$684 \cdot 5 \cdot 0{,}3 \cdot c = 1{,}5 \cdot 6\,300\,, \quad \text{откуда}$$

$$c = 9{,}2\,; \quad \text{берем} \quad 10 \text{ болтов.}$$

На всей длине колонны надо поставить 20 болтов.

Пример 135. Сосновая колонна B (фиг. 206) имеет прорезное сечение. Она срощена из двух брусьев 100×300 мм. посредством прокладок L и стягивающих болтов. Длина колонны $l = 6$ мт.: концы ее свободны. Болты должны работать с напряжением не более 5 кг. на кв. мм. Диаметр их — по $1\,^3/_8$ дюйм. Расстояние между брусьями надо выбрать таким образом, чтобы материал брусьев был использован наиболее совершенно. Надо произвести расчет этой колонны.

На основании равенства *324* пишем:

$$2\cdot\frac{10\cdot 30^3}{12} = 30\cdot\frac{(20+x)^3 - x^3}{12} \quad \text{откуда} \quad x = 6.4 \text{ см.}$$

$$u^2 = \frac{J}{F} = \frac{2\cdot 10\cdot 30^3}{12} : 2\cdot 10\cdot 30 = \frac{900}{12} = 75; \quad u = 8.66 \text{ см.}$$

$$s = l:u = 6\,000:86.6 = 69; \quad k = 0.544$$

$$Q = F\cdot k\cdot H = 2\cdot 10\cdot 30\cdot 0.544\cdot 50 = 16\,320 \text{ кг.}$$

Берем $Q = 17$ *tn* и считаем, что разрушающее напряжение при сжатии $H_0 = 500$ кг. на кв. см.; тогда по форм. *327* будем иметь:

$$\varphi\cdot 17\,000 = 600\cdot(500 - 1.94\cdot 69): \quad \varphi \text{ получается более } 13.$$

По форм. *263* $\cdots X = \dfrac{50\cdot 10\cdot 30\cdot(5+3{,}2)}{13.2} = 9\,318$ кг.

Равенство между силой трения и полуторной силой скольжения дает нам:

$$684\cdot 5\cdot 0.3\cdot c = 1.5\cdot 9\,318: \quad \text{берем} \quad c = 14.$$

На всей длине колонны будет 28 болтов.

Пример 136. Сосновая колонна $ABCD$ (*фиг. 207*) трехэтажного магазинного здания имеет в поперечном сечении в нижнем этаже крестообразную форму. Колонна составлена здесь из четырех брусьев: два бруса C и D — 26×30 см., и два бруса A и B — 17×26 см. Длина колонны в нижнем этаже $l = 4{,}5$ мт. Концы ее надо считать свободными. Требуется произвести расчет этой колонны и всех скреплений между ее брусьями.

Площадь сечения $\cdots F = 26\cdot 60 + 26\cdot 34 = 2\,444$ см.²

Момент инерции $\cdots J = \dfrac{26\cdot 60^3}{12} + \dfrac{2\cdot 17\cdot 26^3}{12} = 517\,660$ см.⁴

$$u^2 = J:F = 211{,}8 \text{ см.}^2; \quad u = 14.5 \text{ см.}$$

$$s = \frac{l}{u} = \frac{4\,500}{145} = 31.$$

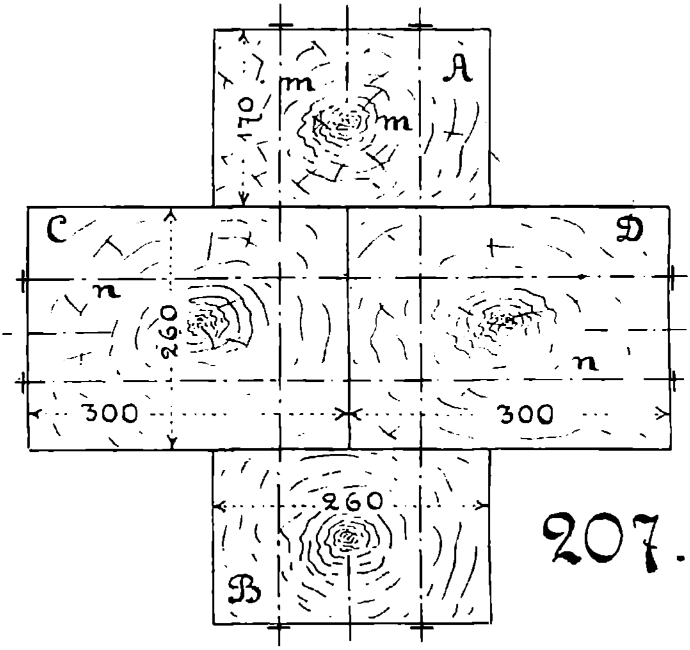
По табл. 23 $\cdots 1\,000\cdot k = 768 + 4\cdot\dfrac{801-768}{5} = 794$

$$k = 0.794; \quad Q = 2\,444\cdot 60\cdot 0.794 = 116\,431 \text{ кг.}$$

Берем $Q = 116$ *tn.* По форм. *327* получаем:

$$\varphi = \frac{2\,440\cdot(600-1{,}94\cdot 31)}{116\,000} = \text{более } 11$$

Брусья C и D придется скрепить шпонками. Подсчет дает: *на половине длины колонны* надо будет разместить шесть шпонок 80×120 мм.; к ним надо присоединить два болта n, скрепляющих балки C и D и не позволяющих им



207.

расходиться, вследствие стремления шпонок повертываться в своих гнездах: кроме этого, на той же половине длины колонны необходимо расположить еще 14 болтов m, взаимно скрепляющих брусья A и B через брусья C и D.

Статический момент площади бруса D.

$$O = 26\cdot 30\cdot 15 = 11\,700 \text{ см.}^3$$

Сила скольжения бруса D по C на половине длины колонны:

$$X = H\cdot O = \frac{11\,700\cdot 60}{30} = 23\,400 \text{ кг.}$$

Бок одной шпонки может взять на себя силу

$$\text{ж} = 40\cdot 260\cdot 0{,}4 = 4\,160 \text{ кг.}$$

Шесть шпонок возьмут на себя усилие

$$4\,160\cdot 6 = 24\,960 \text{ кг.},$$

что с избытком покроет собою силу X. Рабочее давление на боках шпонки будет:

$$ж = \frac{23\,400}{6} = 3\,900 \text{ кг.}$$

Сила q на широкой стороне шпонки (см. фиг. 164) найдется так:

$$ж \cdot k = q \cdot \frac{2b}{3} \qquad q = \frac{3 \cdot 3\,900 \cdot 40}{2 \cdot 120} = 1\,950 \text{ кг.}$$

Двенадцать шпонок дадут распор между балками C и D

$$12 \cdot q = 12 \cdot 1\,950 = 23\,400 \text{ кг.}$$

Его передадим на 4 болта по $1^3/_8$ дм. в диам. (по 2 болта на каждые 6 шпонок); на один болт придется

$$23\,400 : 4 = 5\,850 \text{ кг.}$$

Болт с диам. $1^3/_8$ дм. имеет живое сечение 684 кв. мм. Рабочее напряжение в болтах n будет

$$5\,850 : 684 = 7{,}1 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Статический момент площади обреза у бруса B, имеющего стремление скользить по брусьям C и D будет писаться так:

$$O_1 = 26 \cdot 17 \cdot (13 + 8{,}5) = 9\,503 \text{ см.}^3$$

$$\text{Сила скольжения} \cdots X_1 = H \cdot O_1 = \frac{9\,503 \cdot 60}{30} = 19\,006 \text{ кг.}$$

Примем величину коэф. трения между брусьями равной 0,35, тогда рабочее напряжение в болтах m определится так:

$$1{,}5 \cdot 9\,503 = 0{,}35 \cdot 684 \cdot H \cdot 14,$$

откуда

$$H = 4{,}2 \text{ кг. на мм.}^2$$

118. Результаты опытов с чугунными колоннами. Их строят также или с одним заделанным концом, или же с обоими свободными концами. Формула *Эйлера* была проверена для колонны, у которой концы свободны. Для колонн длинных, у которых $s = l : u$ берется более 80, формула *Эйлера* подтвердилась вполне. Взявши $E = 1\,000\,000$ кг. на кв. см., вместо форм. *326* здесь получим следующую:

$$s = \frac{l}{u} \text{ более } 80\,; \quad \mathscr{P} \cdot Q_2 \text{ кг.} = \frac{9\,870\,000 \cdot F \text{ см.}^2}{s^2} \quad \ldots \mathbf{328.}$$

Если же нагружается колонна более короткая, то и здесь также устанавливается более сложная зависимость между безопасной нагрузкой и размерами колонны, а именно:

$$s = \frac{l}{u} \text{ менее } 80\,; \quad \mathscr{P} \cdot Q_2 = F \cdot (7\,760 - 120 \cdot s + 0{,}53 \cdot s^2) \cdots \mathbf{329.}$$

В эту формулу введена величина $H_0 = 7\,760$, представляющая собою разрушающее напряжение при сжатии чугунной короткой призмы, не испытывающей сгибания.

Проверка формулы *Пасье* дала такие величины для коэф. $ж$:

1) оба конца у колонны свободны (фиг. 205, IV) · · · · · $ж = 0{,}0003$;

2) один конец у колонны заделан, а другой остается на первоначальном направлении вертикальной оси (фиг. 205, V) · · · $ж = 0{,}00016$.

При расчете чугунных колонн по форм. *319* берут напряжение $H = 5$ кг. на кв. мм. при центральном нагружении и не более 3,5 — при эксцентричном.

Наиболее благоприятным поперечным сечением для чугунных колонн является сечение круглое кольцевое.

Наименьшая толщина стенок $б$ в зависимости от внешнего диаметра колонны d может быть такова:

$б =$	10	12	14	16	18	20 мм.
$d =$	80–140	160–190	200–290	300–340	350–410	420–500 мм.

Наибольшая встречающаяся толщина стенок $б_1$ в зависимости от диаметра d бывает такою:

$б_1 =$	14	16	18	20	25	30	35	40	48	60 мм.
$d =$	80	90	100	120	150	200	250	300	360	450 »

Толщина стенок в зависимости от длины колонны регулируется следующими данными:

$l =$ 2—3	3,5—5	более	5 мт.
$б =$ 12—15	15—20	»	20 мм.

Во многих справочных книжках для расчета чугунных полых колонн даются готовые «практические данныя», т. е. указываются размеры поперечного сечения колонны и для каждой данной длины приводится величина «временного сопротивления», т. е. разрушающей колонну нагрузки. Относительно этих таблиц надо предупредить, что данныя, в них приведенные, часто бывают вовсе не согласованы с формулами *328* и *329*, и поэтому использование таких табличных данных без проверки их может повести к серьезным ошибкам.

Пример 137. Чугунная пустотелая круглая колонна имеет длину $l = 5$ мт. Внешний диаметр ее $d = 220$ мм., толщина стенки $б = 20$ мм. Концы колонны свободны. Надо рассчитать такую колонну.

Площадь сечения $\qquad F = \frac{\pi}{4}\cdot(22^2-18^2) = 126$ см.²

Момент инерции $\qquad J = \frac{\pi}{64}\cdot(22^4-18^4) = 6\,343$ см.⁴

$u^2 = J:F = 6\,343:126 = 50{,}3$ см.²; $\quad u = 7{,}1$ см.

$s = l:u = 5\,000:71 = 70{,}5\,; \quad s^2 = 4\,970$

$k = 1:(1+\text{ж}\cdot s^2) = 1:(1+0{,}0003\cdot 4\,970) = 1:2{,}49 = 0{,}402\,.$

По форм. *321* $\cdots Q = 126\cdot 0{,}402\cdot 500 = 25\,325$ кг.

Берем $Q = 23\; tn.$ и проверяем надежность колонны по формуле *Тетмайера* (см. форм. *329*):

$$\varphi = 126\cdot\frac{7\,760-120\cdot 70{,}5+0{,}53\cdot 4\,970}{25\,000} = 9{,}7\,.$$

Пример 138. Выполнены две длинных чугунных колонны. Сечение у них круглое-кольцевое. Одинаковы у них: длина, вес и способ заделки концов. Рассчитывать их придется по формуле *Эйлера*. Первая колонна имеет внешний диам. d_1, внутренний — d_0 и несет на себе нагрузку Q_1; у второй колонны внешний диам. взят равным $m\cdot d_1$, а безопасная нагрузка для нее пусть будет Q_2, вычисленная при той же степени надежности, как и для первой колонны. Надо найти отношение $Q_1:Q_2$ и внутренний диам. y для второй колонны.

Вводим обозначение $\cdots d_0:d_1 = i.$

Равенство весов обеих колонн при одинаковой длине у них дает нам следующее:

$$d_1^2-d_0^2 = m^2\cdot d_1^2-y^2\,; \quad \text{или} \quad y^2 = (m^2-1)\cdot d_1^2+d_0^2\,.$$

Моменты инерции сечений у обеих колонн будут писаться так:

$$J_1 = \frac{\pi}{64}\cdot(d_1^4-d_0^4) = \frac{\pi}{64}\cdot(d_1^2+d_0^2)\cdot(d_1^2-d_0^2)$$

$$J_2 = \frac{\pi}{64}\cdot(m^2\cdot d_1^2+y^2)\cdot(m^2\cdot d_1^2-y^2)\,, \quad \text{или иначе}$$

$$J_2 = \pi\cdot\frac{(2m^2-1)\cdot d_1^2+d_0^2}{64}\cdot(d_1^2-d_0^2)\,.$$

Условие необходимости расчета обеих колонн по формуле *Эйлера* с одинаковой степенью надежности даст нам равенство:

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{J_2}{J_1} = \frac{d_0^2+(2m^2-1)\cdot d_1^2}{d_0^2+d_1^2} = \frac{i^2+2m^2-1}{i^2+1} \qquad \mathbf{330.}$$

Была рассчитана колонна с внешним диам. $d_1 = 250$ мм. и толщиной стенки $b_1 = 30$ мм.; у нее были

$$d_1 = 250 - 60 = 190 \text{ мм.}; \quad i = 19:25 = 0{,}76\,.$$

Ее хотят заменить другой колонной, у которой будет $m \cdot d_1 = 300$ мм., т. е. $m = 1{,}2$. Затрата материала в том же количестве, что и прежде, даст толщину стенки у новой колонны $b_2 = 24$ мм.; а повышение нагрузки подсчитается по форм. *330*:

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{0{,}578 + 2{,}88 - 1}{1{,}578} = 1{,}56\,.$$

Пример 139. Для восприятия безопасной нагрузки Q была рассчитана чугунная полая колонна с кольцевым сечением, наружный диам. — d_1, внутренний — d_0. Надо найти диаметры y и x другой пустотелой чугунной круглой колонны под тем условием, чтобы новая колонна была в n раз легче прежней. Длина у обеих колонн одинакова; концы их имеют одинаковую заделку; коэф. упругости материала у обеих колонн одинаков. Обе они будут рассчитываться по формуле *Эйлера*.

Условие уменьшения веса в n раз дает нам равенство, устанавливающее зависимость между площадями сечений:

$$d_1^2 - d_0^2 = n \cdot (y^2 - x^2) \cdots\cdots \qquad \mathbf{331.}$$

Условие одинаковой прочности обеих колонн требует применения к ним форм. *324*, т. е.

$$d_1^4 - d_0^4 = y^4 - x^4\,, \quad \text{или иначе}$$

$$(d_1^2 + d_0^2) \cdot (d_1^2 - d_0^2) = (y^2 + x^2) \cdot (y^2 - x^2) \cdots \qquad \mathbf{332.}$$

Деля равенство *332* на *331*, получим:

$$n \cdot (d_1^2 + d_0^2) = y^2 + x^2 \cdots\cdots \qquad \mathbf{333.}$$

Для нахождения y и x получили два уравнения. *333* и *331*; решая их, находим:

$$y^2 = \frac{(n^2+1) \cdot (d_1^2 + d_0^2) - 2\,d_0^2}{2n}$$

$$x^2 = \frac{(n^2+1) \cdot (d_1^2 + d_0^2) - 2\,d_1^2}{2n}\,.$$

Если $n = 1$, т. е. новая колонна не должна отличаться по весу от старой, тогда находим $y = d_1$ и $x = d_0$, что и надо было ожидать.

Пусть, напр., имели сначала колонну, у которой были

$$d_1 = 160 \text{ мм.} \quad \text{и} \quad d_0 = 116 \text{ мм.}$$

При пересчете колонны надо будет уменьшить вес колонны на 20%. Это будет однозначуще с тем, что мы возьмем

$$n = 1:0{,}8 = 1{,}25\,; \quad n^2 = 1{,}563$$
$$y^2 = 292 \text{ см.}^2\,; \quad y = 171 \text{ мм.}$$
$$x^2 = 195 \text{ »} \;; \quad x = 139 \text{ »}$$

Пример 140. Для одной и той же нагрузки Q выстроены три высоких колонны, рассчитанные по формуле *Эйлера*: первая — деревянная, со степенью надежности $\mathfrak{f}_1 = 10$, с коэф. упругости $E_1 = 1\,000$ кг. на кв. мм. и с моментом инерции J_1; вторая чугунная, со степенью надежности $\mathfrak{f}_2 = 8$, с коэф. упругости $E_2 = 10\,000$ кг. на кв. мм. и с моментом инерции J_2; третья — железная, со степенью надежности $\mathfrak{f}_3 = 5$, с коэф. упругости $E_3 = 20\,000$ кг. на кв. мм. и с моментом инерции J_3. Надо установить зависимость между размерами поперечных сечений у этих колонн, предполагая, что длина у них у всех одинакова.

Условие одинаковой крепости приводит нас к равенству

$$\frac{E_1 \cdot J_1}{\mathfrak{f}_1} = \frac{E_2 \cdot J_2}{\mathfrak{f}_2} = \frac{E_3 \cdot J_3}{\mathfrak{f}_3}\,, \quad \text{откуда}$$

$$J_1 : J_3 = \frac{E_3}{E_1} \cdot \frac{\mathfrak{f}_1}{\mathfrak{f}_3} = \frac{20\,000}{1\,000} \cdot \frac{10}{5} = 40$$

$$J_2 : J_3 = \frac{E_3}{E_2} \cdot \frac{\mathfrak{f}_2}{\mathfrak{f}_3} = \frac{20\,000}{10\,000} \cdot \frac{8}{5} = 3{,}2\,.$$

Этими цифрами в достаточной мере выясняется малая пригодность дерева, как колонного материала, не говоря уже об опасности применения его в этом случае в пожарном отношении.

119. Результаты опытов с железными стойками из сварочного железа. Такие колонны строят и с заделанными концами и со свободными. Формула *Эйлера* была тщательно проверена профессором *Тетмайером* для стоек *со свободными концами.* При опытах с длинными стойками, когда $s = l : i$ более 112, эта формула подтвердилась вполне. Принимая для железа

$$E = 2\,000\,000 \text{ кг. на кв. см.}, \quad \pi^2 = 10\,.$$

Концы свободны; s более 112; $\quad \mathfrak{f} \cdot Q_2 \text{ кг.} = \dfrac{2\,000 \cdot J \text{ см.}^4}{(l \text{ мт.})^2} \,.\,.$ **334.**

А если внести в формулу величину s и принимать $\pi^2 = 9{,}87$, то:

$$\text{при } s \text{ более } 112 \cdots \textit{ф} \cdot Q_2\, tn = \frac{19\,740 \cdot F \text{ см.}^2}{s^2} \cdots\cdots \mathbf{335.}$$

Надо очень твердо подчеркнуть, что обе эти формулы надежно можно применять только при расчете сравнительно длинных стоек, когда подсчетом обнаружено, что s более 112; а при значениях s менее 112 сопротивляемость колонн резко изменяется, и закон изменения безопасных нагрузок получается совершенно иной. Проф. *Тетмайер* нашел из своих опытов, что для коротких стоек

$$\text{при } s \text{ менее } 112 \cdots \textit{ф} \cdot Q_2 \text{ кг.} = (3\,030 - 12{,}9 \cdot s) \cdot F \text{ см.}^2 \cdots \mathbf{336.}$$

Проверялась с помощью опытов также и формула *Навье*. Величины коэф. *ж* получились такими (по *Лесли*):

1) для колонны с обоими свободными концами (фиг. 205, IV) $ж = 0{,}00015$;

2) для колонны с одним концом заделанным, когда другой конец может перемещаться по вертикали (фиг. 205, V) $ж = 0{,}0000435$.

В таблице 24 приведены величины *колонного коэф.* k (см. форм. *320*). По *Тетмайеру* даны в этой таблице величины *100* $\cdot k$ в зависимости от величины отношения длины стойки к ее радиусу инерции.

Таблица 24. Величины колонного коэффициента k для железных колонн.

$l:u$	$100 \cdot k$	$l:u$	$100 \cdot k$	$l:u$	$100 \cdot k$	$l:u$	$100 \cdot k$
15	77	70	60	125	35	180	17
20	75	75	58	130	33	185	16
25	74	80	56	135	30	190	15
30	72	85	55	140	28	195	15
35	71	90	53	145	26	200	14
40	69	95	52	150	25	205	13
45	68	100	50	155	23	210	13
50	66	105	48	160	22	215	12
55	64	110	46	165	20	220	11
60	63	115	42	170	19	225	10
65	61	120	38	175	18	245	9

Результаты опытов со стойками из железа сварочного и литого одинаково относятся к полосам прокатным и клёпаным. Подготавливая клепаные стойки к испытаниям, наблюдали за соблюдением следующих условий:

1) чтобы заклепочные дыры были по возможности тщательно заполнены металлом тела заклепки,

2) чтобы ослабление поперечного сечения полос заклепками было не более 12%,

3) чтобы расстояние между центрами заклепок вдоль оси стойки не превосходило *семидесяти-кратной* толщины склепываемых полос*).

Опыты с железными колоннами и стойками, склепанными из *швеллеров* и *уголков*, производили *Теттмайер*, *Эмпергер*, *Крон* во множестве и в самых разнообразных комбинациях. Все результаты этих опытов по одному плану обработали и облекли в табличную форму немецкие инженеры братья *Шмидт* (Johann und Walter Schmidt, Diagramme für eiserne Stützen. Leipzig 1912). По составленным ими диаграммам для стоек, склепанных из любого № швеллерных полос или уголков, для данной длины колонны сразу находится величина безопасной нагрузки Q при степени надежности $\mathfrak{S} = 5$; а если бы подсчет нагрузки надо было сделать со степенью надежности $\mathfrak{S}_1$, которая не равна 5, тогда надо было бы только считать табличную ординату, равной $0{,}2 \cdot \mathfrak{S}_1 \cdot Q$ (см. далее пример 173).

Для быстрых и более грубых подсчетов практикуется еще и другой способ подсчета колонного коэф. k, предложенный инженером *Лёве* (*Löwe*). Он определяет величину этого коэф. в зависимости от величины отношения длины стойки l к *наименьшей ширине d поперечного сечения*. Надо представить себе, что поперечное сечение колонны вписано в какой то прямоугольник, стороны которого d и h, причем d менее h. Тогда размер d и будет наименьшей шириной сечения. Форм. *Лёве* имеют следующий вид:

$$\text{при } \frac{l}{d} \text{ менее } 30 \cdots k \qquad 1 : \left(0{,}85 + 0{,}4 \cdot \frac{l}{d}\right)$$

$$\text{при } \frac{l}{d} \text{ более } 30 \cdots k \qquad 1 : \left(1{,}55 + 0{,}0005 \cdot \frac{l^2}{d^2}\right)$$

Чтобы облегчить пользование этими формулами, результаты вычисления по ним переданы в виде таблицы 25.

*) В справочнике «*Hütte*» не новых изданий, — и в немецком оригинале, и в русском переводе, неправильно (не согласно с оригиналом *Теттмайера*) указано в этом случае *семикратное* расстояние. Это — предупреждение для тех, кто соблазнялся бывало покупать устаревшие издания по более дешевой цене.

Таблица 25. Величины колонного коэф. k для железных колонн, вычисленные по формулам *Лёве.*

$l:d$	$100 \cdot k$	$l:d$	$100 \cdot k$	$l:d$	$100 \cdot k$	$l:d$	$100 \cdot k$
5	95	18	63	32—33	48	51	35
6	92	19	62	34	47	52—53	34
7	88	20	61	35	46	54—55	33
8	85	21	59	36—37	45	56	32
9	83	22	57	38—39	44	57—58	31
10	80	23	56	40	43	59—60	30
11	77	24	55	41	42	61—62	29
12	75	25	54	42	41	63—64	28
13	72	26	53	43	40	65	28
14	71	27	52	44—45	39	66—67	27
15	69	28	51	46	38	68	26
16	67	29	50	47—48	37	69	25
17	65	30—31	49	49—50	36	70	25

Пример 141. Железная стойка длиною $l = 3$ мт. будет выполнена из двутавровой прокатной балки № 10 нормального немецкого сортамента. Концы стойки свободны. Надо рассчитать эту стойку со степенью надежности $\mathfrak{S} = 5$.

Наименьший из всех моментов инерции у балки № 10 дается равным 12,2 *см.*^{4}; а площадь поперечного сечения балки равна 10,6 *см.*^{2} По форм. *316.*

$$u^2 = J : F = 12{,}2 : 10{,}6 = 1{,}15 \text{ см.}^2; \quad u = 1{,}07 \text{ см.}$$

$$s = l : u = 300 : 1{,}07 = 280, \text{ более } 112.$$

Следовательно, расчет стойки можно будет вести по форм. *Эйлера.* По *334* найдем:

$$Q \text{ кг.} = \frac{2\,000 \cdot 12{,}2}{5 \cdot 9} = 542 \text{ кг.}; \quad \text{берем} \quad 540 \text{ кг.}$$

Величину колонного коэф. берем по табл. 24 $\cdots k = 0{,}09$. Рабочее напряжение в колонне найдется по форм. *321*:

$$H = \frac{540}{0{,}09 \cdot 10{,}6} = 5{,}60 \text{ кг. на кв. см.}$$

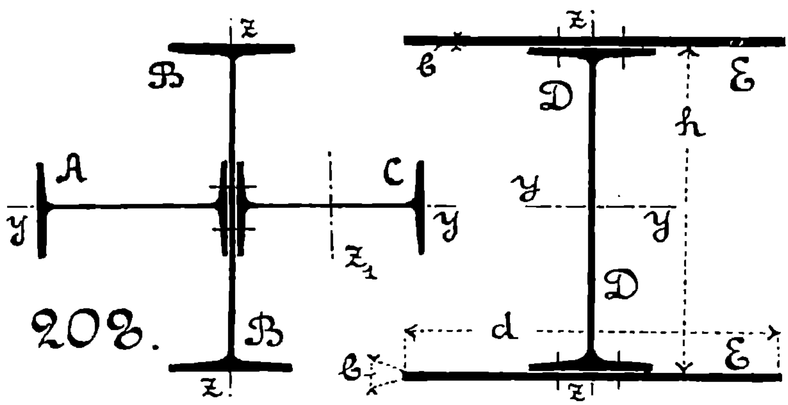
Получилась величина допустимая.

Пример 142. На фиг. *208* слева показано поперечное сечение колонны, склепанной из трех двутавровых прокатных балок A, B и C двумя продольными швами. Балка B должна быть выполнена из полосы № 30 русского нормального сортамента, а для балок A и C надо подобрать по тому же сортаменту такие размеры, чтобы явилась возможность использовать у балки B ее наибольшую крепость в смысле прогиба. Расчет колонны будет вестись по форм. *Эйлера.*

Для балки № 30 выписываем все данныя по русскому сортаменту:

$$\dot{J}_y = 8\,881 \text{ см.}^4; \qquad \dot{J}_z = 366 \text{ см.}^4; \qquad F = 63{,}6 \text{ см.}^2$$

Подбирая размеры сечения для этой колонны, надо использовать наибольший из ее моментов инерции. А для этого надо к балке B присоединить две такие балки A и C, чтобы



208.

в идеальном случае комбинация трех балок удовлетворяла условию, выражаемому форм. *324*. Но этот идеальный случай бывает недостижим; а в практическом приближении к нему надо сделать так, чтобы $\dot{J}_z$ было не меньше $\dot{J}_y$ для всей комбинации трех клепаных балок ABC.

Попробуем взять балки A и C из № 18; для него имеем;

моменты инерции........ 1 381 и 75,9 см.^{4}

площадь сечения .... 26,87 см.^{2}

После этого составляем выражения моментов инерции относительно осей yy и zz, пользуясь, где нужно, формулой перехода *184* от оси z_1 к оси z; расстояние между ними будет

$$u = \frac{10{,}5 + 180}{2} = 95{,}25 \text{ мм.}; \quad \text{или} \quad 9{,}53 \text{ см.}$$

Для комбинации ABC из №№ 30 и 18:

$$\dot{J}_y = 8\,881 + 2 \cdot 75{,}9 = 9\,033 \text{ см.}^4$$

$$\dot{J}_z = 366 + 2 \cdot (1\,381 + 26{,}9 \cdot 9{,}5^2) = 7\,983 \text{ см.}^4$$

Оказалось, что балки № 18 не дают еще возможности использовать всю крепость балки B. Для этого лучше будет при выборе полос A и C перейти к следующему нумеру балок, т. е. взять их из № 20. Для них данныя будут такие:

моменты инерции... 2 014 и 103,4 см.^{4}

площадь сечения ... 31,9 см.^{2}

расстояние между осями z и $z_1 \cdots u_1 = 10{,}5$ см.

Для комбинации балок ABC из №№ 30 и 20:

$$J_y = 8\,881 + 2 \cdot 103{,}4 = 9\,088 \text{ см.}^4$$

$$J_z = 366 + 2 \cdot (2\,014 + 31{,}9 \cdot 10{,}5^2) = 11\,428 \text{ см.}^4$$

Эта комбинация оказалась удовлетворительной в том смысле, что момент инерции относительно оси zz у нее *не меньше*, чем относительно оси yy.

Итак, расчетными величинами для колонны ABC (фиг. 280 слева) будут:

площадь всего поперечного сечения... $F = 127{,}4$ см.^{2}

момент инерции » » $J = 9\,088$ см.^{4}

Характеристику большей или меньшей выгодности использования материала при образовании колонны дает отношение второй из этих величин к первой, потому что, при всех прочих одинаковых условиях, момент инерции пропорционален безопасной нагрузке, а площадь сечения пропорциональна весу израсходованного материала:

$$J : F = u^2 = 9\,088 : 127{,}4 = 71 \text{ см.}^2$$

Вспомним при этом, что в предыдущей задаче, где мы использовали только min крепости балки, величина этого отношения была равна 1,15 см.^{2}, т. е. в 61 раз меньше.

Пример 143. На фиг. 208 справа дано поперечное сечение колонны, склепанной из двутавровой балки D и двух полос E балочного железа четырьмя продольными заклепочными швами. Балка D взята из № 12 по немецкому нормальному сортаменту. Ширину d и толщину b полос E надо найти под тем условием, чтобы у балки D можно было использовать всю ее крепость.

Для немецкого сортамента № 12 выписываем необходимые нам данныя:

моменты инерции... 327 и 21,4 см.^{4}

площадь сечения ... 14,2 см.^{2}

Применение формул *324* и *184* даст нам:

$$327 + 2 \cdot \frac{d \cdot b^3}{12} + 2 \cdot b \cdot d \cdot \left(\frac{h+b}{2}\right)^2 = 21{,}4 + 2 \cdot \frac{b \cdot d^3}{12} \quad \ldots \mathbf{337.}$$

Получилось уравнение третьей степени, — решать ли его относительно неизвестного b, или же d, безразлично. Предыдущий пример, однако, научил нас тому, что из-за практических соображений все равно нельзя выравнять оба момента инерции у клепаной колонны. Так же точно будет и здесь. Ради достижения этого равенства моментов инерции не будут выполнять размеров у полосы E, высчитывая их с точностью до десятых и сотых долей миллиметра. Практически этот вопрос ставится так: надо упростить форм. *337*, выбросив из нее то, что в ней менее существенно, и привести ее по возможности к уравнению первой степени. Не трудно понять, что второе слагаемое первой части равенства можно выбросить вовсе, так как в общей сумме оно играет малую роль; а третье слагаемое первой части равенства можно будет упростить, на время принявши в формуле перехода *184* расстояние между осями yy и y_1y_1

$$\text{вместо } \frac{h+b}{2} \text{ равным просто } \frac{h}{2}$$

Тогда форм. *337* примет неверный, но сильно упрощенный вид, и она даст нам уравнение первой степени относительно неизвестного b:

$$327 + 2b \cdot d \cdot \left(\frac{h}{2}\right)^2 = 21{,}4 + \frac{b \cdot d^3}{6}, \qquad \text{откуда}$$

$$b = \frac{327 - 21{,}4}{d} \cdot \frac{6}{d^2 - 3h^2}.$$

Если взять $d = 24$ см., найдем $b = 0{,}53$ см.

Придется b округлить до 5 мм., а тогда возьмем $d = 25$ см. Для колонны DE (фиг. 208 справа), составленной из балки D, имеющей № 12, и полос E балочного железа 250×5 мм., получим:

$$J_y = 327 + 25 \cdot \frac{13^3 - 12^3}{12} = 327 + 977 = 1\,304 \text{ см.}^4$$

$$J_z = 21{,}4 + 2 \cdot 0{,}5 \cdot \frac{25^3}{12} = 21{,}4 + 1\,302 = 1\,323 \text{ см.}^4$$

Результат получился вполне удовлетворительный. Расчетными величинами будут:

площадь всего сечения колонны ... $39{,}2$ см.$^2 = F$

момент инерции » » $1\,304$ см.$^4 = J$

характеристика $J : F = 33{,}2$ см.^{2}

Не надо думать, что, судя по характеристике, это сечение менее выгодно, чем то, которое было рассмотрено в предыдущей задаче. Меньшая величина характеристики получилась здесь потому, что сечение полосы D взято малым.

Пример 144. Повторить то вычисление, которое было произведено в предыдущей задаче, для полосы D, имеющей № 30 по немецкому нормальному сортаменту, т. е. сравнить характеристики колонн с сечениями ABC и DE на фиг. 208.

Ответ. Взять d менее 53 см. здесь нельзя, иначе b получится в виде отрицательной величины. Назначив $d = 60$ см., получим $b = 0{,}95$ см.: берем $b = 1$ см. Тогда

$$J_y = 37\,721 \text{ см.}^4; \quad J_z = 36\,366 \text{ см.}^4; \quad F = 183{,}6 \text{ см.}^2$$

Характеристика ... $J : F = 36\,366 : 183{,}6 = 198$,

т. е. использование материала здесь более удачное, чем в колонне ABC (фиг. 208), но форма самой колонны выходит неуклюжей, и выполнение ее требует четырех заклепочных швов вместо двух.

Пример 145. В колонне с сечением DE (фиг. 208 справа) надо взять размеры полос E равными $38 \times 1{,}2$ см. и подсчитать характеристику для этой новой колонны, считая, что балка D останется по прежнему с № 30.

$$J_y = 8\,881 + 38 \cdot \frac{32{,}4^3 - 30^3}{12} = 31\,085 \text{ см.}^4$$

$$J_z = 366 + 2 \cdot 1{,}2 \cdot \frac{38^3}{12} = 11\,340 \text{ см.}^4$$

Расчетными величинами будут:

площадь всего поперечного сечения ... $F = 154{,}8$ см.^{2}

момент инерции » » ... $J = 11\,340$ см.^{4}

характеристика » » $J : F = 73{,}2$ см.^{2}

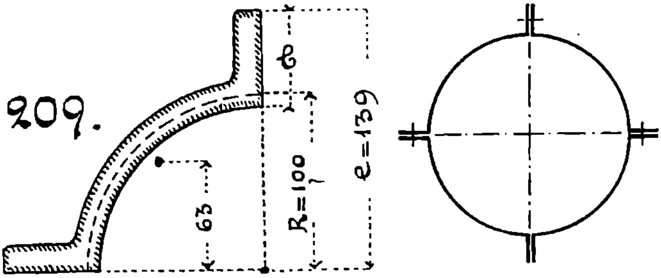
Так. обр. видим, что даже и при неполном использовании крепости двутавровой балки сечение DE колонны (фиг. 208) не уступает сечению BAC (фиг. 208).

Пример 146. На *фиг. 209* слева изображено поперечное сечение так называемой «*квадрантной*» полосы железа. Если сложить четыре таких полосы вместе и фланцы у них склепать, то получится колонна из квадрантного железа. Ее сечение показано на фиг. 209 справа. Даны размеры полосы, а именно:

$$100 \times 45 \times 12 \times 12 \text{ мм.}$$

Первый множитель — это средний радиус R трубчатой части, второй множитель — это ширина фланца b, а два

209.



остальных — это толщина трубчатой части и фланца. Если бы два последних множителя были не одинаковы, то бо́льший из них всегда представляет собою толщину фланца. Для колонны с таким сечением надо найти ту наименьшую длину, начиная с которой возможен будет расчет колонны по формуле *Эйлера* типа *334*.

Момент инерции сечения 4-х полос..... $J = 7\,478$ см.^{4}
Площадь поперечного сечения 4-х полос.. $F = 120$ см.^{2}
Характеристика сечения 4-х .... $u^2 = J : F = 62{,}3$ см.^{2}
Радиус инерции.............. $u = 3{,}97$ см.
Искомая длина колонны.. $l_0 = 112 \cdot u = 4{,}45$ мт.

Пример 147. Для колонны, склепанной из четырех полос квадрантного железа с теми размерами сечения, о которых говорилось в предыдущей задаче, дана длина $l = 6$ мт. Оба конца ее свободны. Надо найти для нее: 1) безопасную нагрузку Q, соответствующую степени надежности $\mathfrak{S} = 6$, 2) рабочее напряжение (по формуле *Навье*), 3) число и размеры заклепок, которые надо поставить на всех четырех продольных швах.

Так как заданная длина l колонны более длины l_0, подсчитанной в предыдущей задаче, поэтому расчет колонны можно будет вести по форм. *334*:

$$Q = \frac{2\,000 \cdot 7\,478}{6 \cdot 36} = 69\,200\,; \quad \text{берем} \quad 69\ tn.$$

Проверим крепость этой колонны по формуле *Навье*. По таблице 24 будем искать величину колонного коэф. k. Радиус инерции сечения колонны был найден в предыдущей задаче $u = 3{,}97$ см.

$$s = l : u = 600 : 3{,}97 = 151\,; \quad k = 0{,}244\,.$$

По форм. *321* $\cdots$ $H = \dfrac{Q}{k \cdot F} = \dfrac{69\,000}{0{,}244 \cdot 120} = 2\,355$ кг. на кв. см.

Благодаря малой площади сечения колонны, получилось в ней чрезмерное напряжение, совершенно недопустимое, а стало быть и подсчитанная выше нагрузка также недопустима. Для стрелы прогиба она пригодна, а напряжение материала дает эта нагрузка выше допускаемого. Тогда придется поступить так: для напряжения материала надо взять наивысшую допускаемую величину $H = 750$ кг. на кв. см. и определить безопасную для колонны нагрузку по форм. *321*:

$$Q_1 = 750 \cdot 0{,}244 \cdot 120 = 21\,960 \text{ кг.}; \quad \text{берем} \quad 22\ tn.$$

Расстояние центра тяжести сечения одного квадранта, равное 63 мм., дано на фиг. 209 слева.

Силу скольжения в нейтральном слое найдем по форм. *263*:

$$X = H \cdot O = \frac{750}{13{,}9} \cdot \frac{120 \cdot 6{,}3}{2} = \text{около } 20\,400 \text{ кг.}$$

Считаясь с возможностью иметь невполне аккуратную склепку полос, увеличим эту силу скольжения на 20% и примем ее круглым счетом равной 24 500 кг.

Если будут поставлены на флянцах заклепки с диам. стержня у них по 18 мм., тогда площадь сдвига у одной заклепки будет равна 254 кв. мм. Заставляя работать заклепки с напряжением сдвига не более 3 кг. на кв. мм., *на половине длины колонны*, число заклепок в диаметральной плоскости найдем равным

$$n = \frac{24\,500}{254 \cdot 3} = 32{,}2\,; \quad \text{берем 32 заклепки.}$$

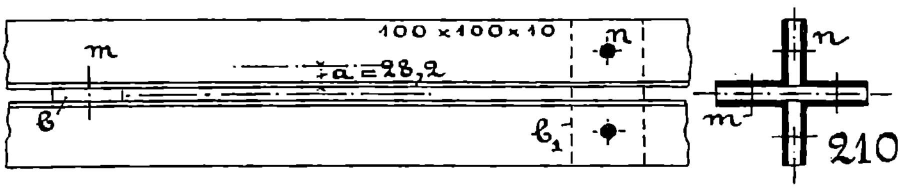
На всей длине колонны надо будет поставить 4.32, т. е. 128 заклепок. В среднем сечении колонны заклепок не должно быть. Шаг заклепочного шва будет $t = 3\,000 : 17 = 177$ мм.

Пример 148. Железная колонна образована из четырех полос углового железа $100 \times 100 \times 10$ мм. (*фиг. 210*), между которыми в местах сшивки полос введены прокладки b толщиною в 10 мм. Длина колонны $l = 5{,}4$ мт., концы ее свободны. Надо рассчитать такую колонну.

Из немецкого сортамента выписываем данныя для углового железа:

Площадь сечения одного уголка	F_1	19,2 см.^{2}
» » четырех уголков	F	76,8 »
Расстояние его центра тяжести от кромки . . .	a	2,82 см.
Момент инерции сечения уголка относительно горизонтали, проходящей через центр тяжести его	J_1	177 см.^{4}
Вес погонного мт.	q	14,9 кг.

Для того же нумера уголка русской выделки вес 1 мт. . . . 15,05 кг., а момент инерции . . . 176,3 см.^{4}, т. е. ма-



210.

териал здесь распределен по площади сечения менее удачно, хотя уголок и тяжелее; поэтому остановимся на данных немецкого сортамента.

Момент инерции всего сечения колонны напишется по форм. *184*:

$$J = 4\cdot J_1 + 4\cdot F_1\cdot(2,82+0,5)^2 = 4\cdot(177+19,2\cdot 3,32^2) = 1\,554,4\ \text{см.}^4$$

$$u^2 = \frac{J}{F} = \frac{1\,554,4}{76,8} = 20,24\ \text{см.}^2;\qquad u = 4,5\ \text{см.}$$

$$s = l:u = 5\,400:45 = 120\ ;\qquad s^2 = 14\,400\ .$$

Так как s оказалось более 112, поэтому расчет колонны на стрелу прогиба можно будет делать по формуле *Эйлера* (см. форм. *335*); проведем его с пятикратной надежностью.

$$Q = \frac{19\,740\,000\cdot 76,8}{5\cdot 14\,400} = 20\,930\ \text{кг.}$$

Величину колонного коэф. k берем из табл. 24

$$100\cdot k = 38\ ,\qquad k = 0,38\ .$$

Рабочее напряжение берем 7,5 кг. на кв. мм., тогда по форм. *321*:

$$Q = 76,8\cdot 750\cdot 0,38 = 21\,890\ \text{кг.}$$

Просчитаем еще величину самого коэф. k по данным *Лесли*:

$$k = 1:(1+\text{ж}\cdot s^2) = 1:(1+0,00015\cdot 14\,400) = 0,32\ .$$

Эта формула дает величину k, следовательно, с запасом.

Берем $Q = 21$ *tn.* и определим число c заклепок на половине длины колонны. Диаметр заклепок берем $d = 20$ мм.: площадь сдвига у одной заклепки будет 314 кв. мм., а у двух заклепок m — 628 кв. мм. Напряжение сдвига берем 3 кг. на кв. мм. Тогда каждая пара заклепок m поглотит силу сдвига

$$628 \cdot 3 = 1\,884 \text{ кг.}$$

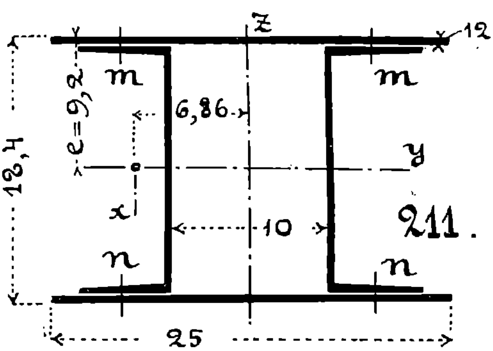
Силу скольжения пишем по форм. *263*:

$$X = H \cdot O = \frac{750 \cdot 2 \cdot 19{,}2 \cdot (2{,}82 + 0{,}5)}{10 + 0{,}5} = 9\,106 \text{ кг.}$$

Число прокладок b . . . 9 106 : 1 884 . т. е. 5 штук.

Число прокладок b_1 с заклепками n должно быть такое же. Ставить заклепок в опасном сечении не будем, поэтому для получения шага для расстановки прокладок b надо разделить всю длину l на 10 равных частей, т. е. шаг будет 540 мм.; а предельное расстояние между центрами заклепок не должно быть более 70-кратной толщины полос. Это условие будет выполнено у нас.

Пример 149. На *фиг. 211* изображено поперечное сечение железной клепаной колонны нижнего этажа здания. Колонна склепана из двух швеллеров № 16 русского сортамента и двух полос прямоугольного сечения 250 × 12 мм. Нижний конец колонны накрепко заделан, а верхний — свободен (фиг. 205, V). Длина колонны в нижнем этаже $l = 5{,}35$ мт. Отдельные колонны перекрыты двутавровыми прокатными балками № 40 из литого железа. Расстояние между колоннами $l_1 = 6{,}8$ мт. является пролетом для балок. Нагрузка на 1 кв. мт. пола по 400 кг. Надо проверить крепость балок и колонн.



Нагрузка на балку . . . . $6{,}8 \cdot 6{,}8 \cdot 400 = 18\,496$ кг.

Округляем ее до 18 500 кг. Концы у балок считаем свободными. Расчетный момент будем брать по форм. *218*. Для балки № 40 по русскому нормальному метрическому сортаменту:

$W = 1\,304$ см.^{4}; собственный вес . . . $6{,}8 \cdot 83{,}3 = 566$ кг.

Нагрузка и вес балки составят вместе 19 066 кг., берем 19 100 кг. Уравнение крепости балок будет иметь вид:

$$\frac{19\,100 \cdot 680}{8} = H \cdot 1\,304\,, \quad \text{откуда} \quad H = 1\,240 \text{ кг. на кв. см.}$$

Для литого железа эту величину можно считать допустимою. Колонны должны выдерживать на себе ту же самую нагрузку, что и балки, соединяющие их верхние концы.

Находим площадь сечения колонны и оба момента инерции ее, взятые относительно осей yy и zz.

Для коробчатого железа № 16 по русскому сортаменту выписываем:

$$\text{№}\,16 \cdots F_1 = 24{,}92 \text{ см.}^2; \quad J_x = 89 \text{ см.}^4; \quad J_y = 954 \text{ см.}^4$$

Площадь сечения колонны составится так:

$$F = 2 \cdot (24{,}92 + 25 \cdot 1{,}2) = 109{,}8 \text{ кв. см.}$$

Момент инерции всего поперечного сечения относительно оси zz, а затем yy составится по форм. *184* (см. фиг. 211):

$$\text{ось } zz \cdots J_1 = 2 \cdot \left(89 + 24{,}9 \cdot 6{,}86^2 + \frac{1{,}2 \cdot 25^3}{12}\right) = 5\,690 \text{ см.}^4$$

$$\text{ось } yy \cdots J_2 = 2 \cdot \left(954 + \frac{25 \cdot 1{,}2^3}{12} + 25 \cdot 1{,}2 \cdot 8{,}6^2\right) = 6\,354 \text{ см.}^4$$

Из двух главных моментов инерции оказался меньшим первый, взятый относительно оси zz; следовательно прогиб колонны будет происходить в плоскости yy, и расчетным моментом инерции будет J_1.

Подсчитываем радиус инерции:

$$u^2 = J_1 : F = 5\,690 : 109{,}8 = 51{,}8 \text{ см.}^2; \quad u = 7{,}2 \text{ см.}$$

Нам надо рассчитывать колонну с заделанным нижним концом, а опыты были произведены с колоннами, у которых концы свободны. Сравнение формул *313* и *309* показывает нам, что колонна с концами свободными при той же самой нагрузке может иметь безопасную длину вдвое больше. Удвоим поэтому заданную длину и перейдем к расчету колонны, имеющей свободные концы:

$$l_2 = 2l = 10{,}7 \text{ мт.}; \quad s = l_2 : u = 1\,070 : 7{,}2 = 150\,.$$

Это отношение больше 112; следовательно, можно будет здесь применять формулу *Эйлера* (см. форм. *335*). Сделаем в ней $\mathfrak{F} = 5$:

$$Q = \frac{19\,740\,000 \cdot 109{,}8}{5 \cdot 22\,500} = 19\,300 \text{ кг.}$$

Для проверки берем колонный коэф. из табл. 24

$$100 \cdot k = 25\,; \qquad k = 0{,}25\,.$$

Форм. *321* даст нам, при напряжении $H = 7{,}5$ кг. на кв. мм., следующее:

$$Q = 109{,}8 \cdot 0{,}25 \cdot 750 = 20\,587 \text{ кг.}$$

По обеим формулам выходит, что колонна безопасно выдержит ту нагрузку, которая на нее должна передаваться.

Рассчитаем теперь заклепочные швы. Силу скольжения высчитываем по форм. *263*:

$$X = \frac{750 \cdot 24{,}92 \cdot 6{,}86}{12{,}5} = 10\,257 \text{ кг.}$$

Считаясь с несовершенством склепки увеличиваем эту силу на 20% и доводим ее до 12 300 кг. Заклепки будут поставлены с диам. 20 мм. Площадь сечения у них 314 кв. мм. Рабочее напряжение сдвига берем 3 кг. на кв. мм.; тогда число заклепок c определится так:

$$12\,300 = c \cdot 314 \cdot 3\,, \quad \text{откуда} \quad c = 13\,.$$

Но т. к. это число c должно быть четным, то берем $c = 14$, т. е. хотим поставить семь заклепок m и семь заклепок $\bar{n}$ (фиг. 211). Шаг в расстановке заклепок будет

$$5\,350 : 7 = 764 \text{ мм.}$$

Толщина полки у швеллера № 16 равна 11 мм. Если повторить ее 70 раз, получится 770 мм., т. е. величину шага мы получили близкую к предельной, но еще возможную. Всех заклепок на колонне надо поставить 28 штук, а лучше — 32 штуки.

120. Результаты опытов с железными стойками из литого железа. При опытах *Тетмайера* различалось *мягкое* литое железо и *более* жесткое. Характеристика их такова:

а) для стоек из *мягкого* литого железа, у которых были $E = 2\,150\,000$ кг. на кв. см., разрушающее напряжение при растяжении $H_0 = 4\,500$ кг. на кв. мм. или менее:

$$s = \frac{l}{u} \text{ более } 105 \cdots \phi \cdot Q_2 \text{ кг.} = 21\,220\,000 \cdot \frac{F \text{см.}^2}{s^2} \qquad \mathbf{338.}$$

$$s \text{ менее } 105 \cdots \phi \cdot Q_2 \text{ кг.} = (3\,100 - 11{,}4 \cdot s) \cdot F \text{см.}^2 \qquad \mathbf{339.}$$

б) для стоек из более *жесткого* литого железа . . .
$E = 2\,240\,000$, H_0 или более 4 500 кг. на кв. мм.

$$s \text{ более } 105 \cdots \phi \cdot Q_2 \text{ кг.} = 22\,200\,000 \cdot \frac{F \text{см.}^2}{s^2} \qquad \mathbf{340.}$$

$$s \text{ менее } 105 \cdots \phi \cdot Q_2 \text{ кг.} = (3\,210 - 11{,}6 \cdot s) \cdot F \text{см.}^2 \qquad \mathbf{341.}$$

Проверка формулы *Навье* дала такие результаты:

1) оба конца у колонны свободны (фиг. 205, IV) $ж = 0,00015$;

2) один конец накрепко заделан, а другой остается на первоначальном направлении вертикальной оси (фиг. 205, V) $ж = 0,0000769$.

Упрощенно берут величину этого коэф. . . . $ж = 0,00008$.

Величина этого последнего коэф. была найдена из опытов *Лесли и Шюблера* еще в то время, когда заводское производство литого железа недостаточно установилось, и когда по своей сопротивляемости оно мало отличалось от сварочного железа. Новейшими опытами, сделанными в Америке, установлено, что величину этого коэф.

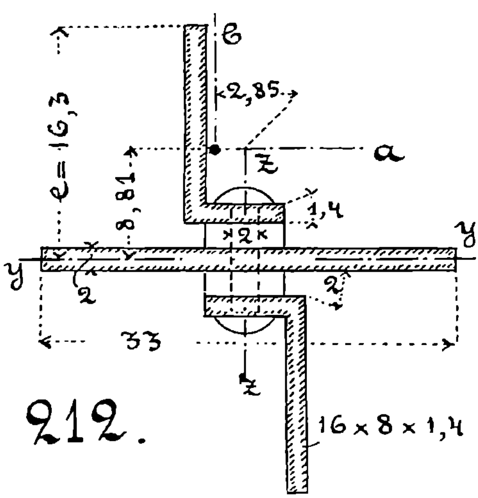
вместо 0,00008 можно брать 0,000056.

Это позволило американцам с достаточной надежностью выполнять стойки из литого железа более легкими, чем это делается в европейских расчетах.

Для коротких стоек из литой стали формула *Тетмайера* имеет вид:

$$\phi \cdot Q_2 \text{ кг.} = K\cdot(1 - 0,00185 \cdot s)\cdot F \cdots\cdots \quad \textbf{341 a.}$$

Эту формулу следует применять при s менее 90, и вместо k надо вносить в нее ту величину напряжения, которая лежит на границе применения формулы *Гука* при чистом сжатии; вся вторая часть этого равенства выражается в *кг.* и *см.*, величина же $s = l : u$ — отвлеченное число.



212.

Пример 150. На *фиг. 212* дано со всеми размерами поперечное сечение клепаной колонны системы инж. *В. Г. Шухова с одним продольным заклепочным швом.* Колонна составлена из двух неравнобоких уголков 160×80×14 мм. и прямоугольной полосы 330×20 мм. Между полосою и уголками в местах склепки заложены прокладки 65×65×20 мм. Длина колонны $l = 8$ мт. Концы ее свободны. Материал — литое железо, для которого можно брать $H = 10$ кг. на кв. мм. Надо рассчитать эту колонну.

Уголки — немецкого нормального сортамента:

$$F_1 = 31,8\ \text{см.}^2;\quad J_a = 822\ \text{см.}^4;\quad J_b = 139\ \text{см.}^4$$

Площадь всего сечения колонны

$$F = 2\cdot 31,8 + 2\cdot 33 = 129,6\ \text{см.}^2$$

Момент инерции сечения относительно осей yy и zz напишется по форм. *184*:

$$J_y = 2\cdot 822 + 2\cdot 31,8\cdot 8,81^2 + \frac{33\cdot 2^3}{12} = 6\,601\ \text{см.}^4$$

$$J_z = 2\cdot 139 + 2\cdot 31,8\cdot 2,85^2 + \frac{2\cdot 33^3}{12} = 6\,776\ \text{см.}^4$$

Расчетным будет первый из этих моментов, как наименьший; прогиб — в плоскости zz.

Радиус инерции . . . . . $u = \sqrt{J_y : F} = \sqrt{6\,601 : 129,6} = 7,1$ см.

$$s = l : u = 8\,000 : 71 = 113\ .$$

Расчет будем вести по форм. *338*:

в тоннах . . . $Q = \dfrac{21\,220\cdot 129,6}{5\cdot 113^2} = 43$ tn.

Колонный коэф. . . $k = 1 : (1 + 0,00015\cdot 113^2) = \dfrac{1}{2,92} = 0,342$

По форм. *321* . . . $Q = 0,342\cdot 129,6\cdot 1\,000 = 44,3$ tn.

По форм. *263* . . . $X = \dfrac{1\,000\cdot 31,8\cdot 8,81}{16,3} = 17\,187$ кг.

Для расчета заклепок здесь, как и ранее всюду, будем писать формулу (диам. заклепок $d = 20$ мм.):

$$1,2\cdot 17\,187 = c\cdot 314\cdot 3\ ;\quad c = 22\ .$$

Разбивка шага — по 180 мм. На всей длине колонны — 44 заклёпки.

121. Стойки из никкелевой стали. Они находят себе применение главным образом в мостовых сооружениях, где особенно большую ценность приобретают их высокая сопротивляемость и пониженный вес; в сооружениях же гражданских применение их ограничено главным образом вследствие дороговизны этого материала.

Чтобы выяснить преимущества стоек, склепанных из полос никкелевой стали и литого железа, неоднократно производились параллельные опыты со стойками совершенно одинаковых размеров, выделанными из того и другого материала.

Такие параллельные опыты производил между прочим немецкий завод „*Gutehoffnungshütte*“, известный в Германии своими крупными работами инженерного характера. Для этих опытов заготовлены были 2 пары стоек, склепанных из швеллеров № 16 и две пары из № 26; длина всех стоек была одна и та же — $l = 4$ мт.; в одних стойках швеллера были из литого железа, а в других — из никкелевой стали (с содержанием никкеля около 2,5%). Результаты опытов оказались следующими:

№ опыта	№ профиля швеллеров	Разрушающая нагрузка для стоек: из литого железа	Разрушающая нагрузка для стоек: из никкелевой стали	Отношение $Q_2 : Q_1$
1	№ 16	$Q_1 = 119.4$ tn.	$Q_2 = 169.1$ tn.	1,416
2		$Q_1 = 119,5$ »	$Q_2 = 179.1$	1,515
3	№ 26	$Q_1 = 259,9$	$Q_2 = 370,1$	1,424
4	»	$Q_1 = 252.6$	$Q_2 = 375.7$	1.487

Подобные же параллельные опыты производил инженер *Ведэль* с колоннами, имевшими более значительные размеры площади поперечного сечения и бо́льшее разнообразие в длине испытуемых стоек. Стальной материал в его опытах содержал до 3.5% никкеля. Результаты опытов были такими:

при длине колонн $l = 3,05$ мт. $\cdots Q_2 : Q_1 = 1.75$

» » » $l = 9.14$ мт. $\cdots Q_2 : Q_1 = 1.46$.

Никкелевая сталь для постройки из нее сжатых частей мостовых сооружений нашла себе особенно многочисленные применения в американской практике. Этому предшествовала, однако, большая серия лабораторных испытаний, с помощью которых предварительно была выяснена полная пригодность и надежность этого пластичного материала для выделки из него наиболее ответственных частей мостовых сооружений. Длина стоек при этих лабораторных испытаниях доводилась до 11 мт. (36 фут.), а площадь поперечного сечения стоек — до 367 кв. см. (57 кв. дюйм.).

122. Результаты опытов с короткими бетонными и железо-бетонными стойками. Состав бетона бывает слишком разнообразен; а в зависимости от состава находится и сопротивляемость бетонных стоек сжатию. Прочно установлено, однако, то положение, что чем богаче бетон цементом, тем больше для него и разрушающее напряжение сжатию D_0. Если определять величину последнего спустя 4 недели после изготовления стойки, то найдем

для смеси из 1 ч. цемента и 3 ч. песку . . . D_0 140 кг. на $см.^2$
» » » 1 ч. » и 2 ч. » D_0 180 »

Добавление к смеси гравия, оказывается, не только не понижает величины D_0, а наоборот повышает ее:

1 ч. цемента : 3 ч. песку : 3 ч. гравия . . . . D_0 165 кг. на $см.^2$
1 ч. » : 2 ч. » : 2 ч. » D_0 = 200 » » »

Избытка воды в заформованной смеси не должно быть, иначе это влечет за собою понижение величины D_0.

Вместе с возрастом бетонного изделия повышается и его крепость, как показывают следующие цифры, полученные при оффициальных опытах городского управления в Берлине:

Возраст . . .	28 дней	3 месяца	1 год	3 года
Смесь 1 : 3 . . .	$D_0 = 219$	264	293	308 кг. на $см.^2$
1 : 4 . . .	$D_0 = 164$	226	283	320 »
1 : 5 . . .	$D_0 = 101$	140	180	205 »

Три года не есть еще предельный возраст, в течение которого повышается крепость бетонного изделия. Был случай, что опыт был продлен на срок до 9 лет, и что в период с 3 до 9 лет крепость изделия более чем удвоилась.

Опыты, сделанные профессором *Бахом* с железо-бетонными стойками, показали, что сопротивляемость их сжатию зависит не столько от толщины продольных стержней, сколько от частоты повторения железных поперечных обвязок между продольными стержнями.

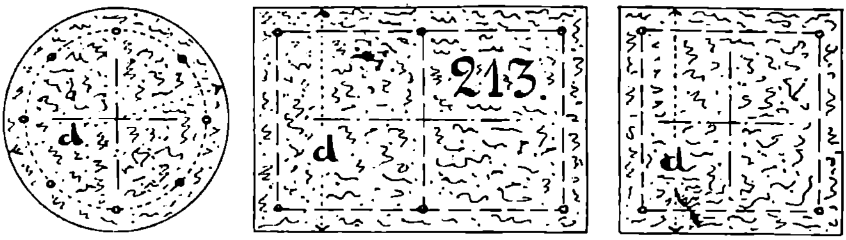
Квадратные бетонные стойки 25 × 25 см. были отформованы с продольной «арматурой», состоявшей из 4 прутков с диам. 15 мм., 20 мм. и 30 мм., что соответствует содержанию железа в стойке 1,1%, 2% и $4\frac{1}{2}$%. Обвязка этих продольных прутков в поперечном направлении была сделана прутковым железом с диам. 7 мм.; но величина шага между поперечными перевязками колебалась в отдельных опытных экземплярах стоек в довольно значительных пределах, — от d до $\frac{d}{4}$. И вот оказалось, что переход от одной продольной арматуры к другой, более богатой железом, влияет на повышение крепости сжатия весьма не существенно; тогда как при одной и той же продольной арматуре уменьшение шага поперечной перевязки с величины d на $^3/_4 d$, на $\frac{d}{2}$ и на $\frac{d}{4}$ отражается более заметно.

По опытам *Гари* над железо-бетонными стойками $25 \times 25 \times 322$ см., выполненными из бетона $1:4$ с $4^1/_2\%$ продольной арматурой, в трехмесячном возрасте величина разрушающего напряжения была получена около 256 кг. на кв. см.

123. Длинные железо-бетонные стойки и колонны, типы выполнения их и основные расчетные формулы для них.

Исторические справки о возникновении и развитии вопроса о новейших применениях железо-бетона к постройке из него стоек и колонн собраны и переданы в русской литературе профессором Н. М. Абрамовым в его работе — «*Современные теории и формулы сопротивления сжатию бетона в обойме*» (см. *Известия* станции испытания материалов при Алексеевском Донском Политехническом Институте в Новочеркасске, 1912, № 1). Там же помещен и подробный хронологический указатель технической литературы по этому вопросу. Собраны им и все существующие расчетные формулы, сделана критическая оценка их с теоретической и практической стороны, дана сводка правительственных норм, регулирующих вопрос о крепости железо-бетонных частей, работающих на сжатие. Так как специальная литература по этому вопросу состоит в значительной мере из большого числа отдельных статей, разбросанных по специальным журналам и занимающих собою более 80 весьма длинных названий, поэтому перечня этой литературы мы здесь не приводим, отсылая лиц, специально интересующихся этим вопросом к вышеназванной работе проф. Абрамова. Что же касается до общих сведений по железобетонным стойкам, то они помещены в большинстве работ по железо-бетону, поименованных выше в главе о железо-бетонных балках.

Поперечное сечение дается железо-бетонным стойкам и колоннам или круглое, или квадратное, или прямоугольное (*фиг. 213*). Призматические колонны часто выполняют с притупленными ребрами. Наименьшее измерение (толщина) стойки d бывает от 150 мм. Внутри колонны заформован бывает железный каркас, или «арматура». Она состоит, как упомянуто было выше, из продольных железных прутков, взаимно перевязанных между собою тонким *круглым* железом или *полосовым*. Диаметр продольных прутков арматуры назначается, начиная от 12 мм., с таким расчетом, чтобы площадь сечения прутков составляла от 0,8 до 2% от площади сечения колонны. Наибольший диаметр прутков берут редко более 40 мм. Продольные прутки размещаются *по периферии* очертания колонны в количестве 4, 6, 9, 12 штук; связь между



213.

соседними прутками устанавливается *по периферии* же, и только в колоннах большой толщины устанавливаются также и диагональные связи между прутками.

Назначение арматуры в колонне двоякое:

1) продольные прутки повышают крепость колонны на сдавливание,

2) продольные прутки и поперечные связи между ними имеют целью сдерживать сдвиги всей бетонной массы, заключенной в каркас, вследствие чего является возможность повышения рабочего напряжения на сдавливанье.

Типы образования арматуры показаны на *фиг. 214*:

I — обыкновенное устройство каркаса с поперечными связующими стержнями между продольными прутками *a*, *a*.

II — обмотка инженера *Консидэра*; *b*, *b* — продольные прутки в колонне с круглым сечением; *m* — винтовая обмотка с шагом *t*, величина которого назначается (независимо от толщины колонны) в пределах от 20 до 60 мм.

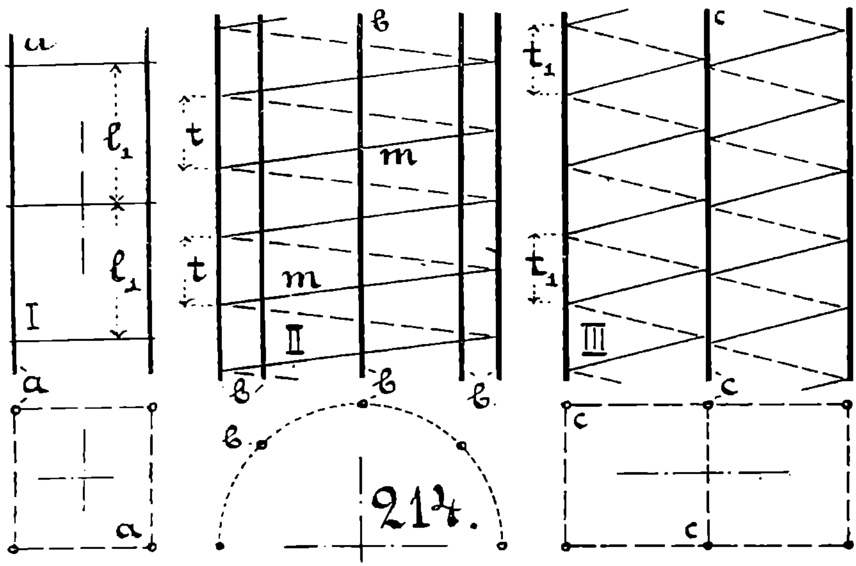
III — зигзагообразная обмотка профессора Н. М. Абрамова; *c*, *c* — продольные прутки колонны с квадратным или прямоугольным сечением; шаг t_1 берется от половины до одной трети толщины охватываемого каркасом бетонного ядра.

Наилучшие результаты в смысле сопротивляемости колонны сдавливанию дали арматуры *Консидэра* и *Абрамова*, позволяющие безопасно повысить рабочее напряжение в 2—$2\frac{1}{2}$ раза против обыкновенной арматуры (тип I).

Степень надежности, с которою ведется расчет ж.-б. колонн берется от 5 до 10 и более при отношении коэф. упругости у железа и бетона $n = 15$.

Большим удобством и преимуществом ж.-б. колонн перед другими является их огнестойкость и возможность просто и удобно соединять их в одно неизменяемое целое с балочными конструкциями по этажам, причем весьма просто и надежно могут быть выполнены у колонны и заделанные концы.

Так как толщина ж.-б. колонны получается обыкновенно сравнительно большою по отношению к ее длине, то для ее



расчета более пригоден тип форм. *Навье*, в которой надо выразить, что сечение колонны включает в свой состав разнородные материалы.

Введем обозначения:

F — площадь поперечного сечения колонны по внешнему ее обводу (в кв. см.),

f — площадь поперечного сечения вертикальных прутков арматуры (в кв. см.),

$(F - f)$ — рабочая площадь бетонной массы колонны.

l — длина колонны,

H_1 — рабочее напряжение у бетона (в кг. на кв. см.),

H_2 — » » у железа » » » » »

$n = 15$ — отношение коэф. упругости у железа и бетона.

Совместная работа железа и бетона при сжатии колонны подчиняет их напряжения равенству *58*:

$$\frac{H_1}{E_1} = \frac{H_2}{E_2}, \quad \text{откуда} \quad H_2 = \frac{E_2}{E_1} \cdot H_1 = 15 \cdot H_1 \cdots\cdots \qquad \mathbf{342.}$$

Если бы шла речь о сжатии короткой железо-бетонной призмы, безопасная нагрузка для нее определялась бы так:

$$Q_1 = (F - f) \cdot H_1 + f \cdot H_2 \cdots\cdots \qquad \mathbf{343.}$$

Соединяя формулы *342* и *343* в одну, получили бы:

$$Q_1 = H_1 \cdot (F + 14 \cdot f) \cdots\cdots \qquad \mathbf{344.}$$

А в данном случае, рассчитывая длинную железо-бетонную стойку, надо исправить форм. *344* колонным коэффициентом k, величина которого будет приведена ниже.

Безопасная нагрузка для ж.-б. колонны будет

$$Q = k \cdot H_1 \cdot (F + 14 \cdot f) = k \cdot H_1 \cdot F_2 \cdots\cdots \qquad \mathbf{345.}$$

$$k = 1 : \left[1 + \frac{3}{100\,000} \cdot \left(\frac{l_0}{u}\right)^2\right] \cdots\cdots \qquad \mathbf{346.}$$

В форм. *346* надо вносить

$l_0 = l$ — когда у колонны оба конца свободны,

$l_0 = 0{,}5 \cdot l$ — когда у колонны оба конца не свободны,

$l_0 = 0{,}75 \cdot l$ — когда у колонны один конец свободен, а другой закреплен,

$u^2 = J_2 : F_2$ — где F_2 — «приведенная» площадь сечения колонны (см. форм. *345*), а J_2 — «приведенный» момент инерции сечения ее, т. е. изображая J_2 и F_2 надо выразить, что железо участвует в общей напряженности с коэффициентом $n = 15$.

Что же касается до величины напряжения H_1, то ее берут от 20 до 40 кг. на кв. см.

Форм. *346* пользуются тогда, когда содержание продольной арматуры колеблется в пределах от 0,8 до 2% от всей площади поперечного сечения колонны, причем последняя цифра берется для колонн более легкого типа, а первая встречается в колоннах и стойках сильно нагруженных. Если же арматура будет более богата железом, то избыток ее сверх 2% учитывается не полностью, а лишь в четвертой доле, примерно, и величину колонного коэф. k определяют по формуле профессора Риттера (*W. Ritter*) так:

$$k = 1 : \left[1 + \frac{1}{10\,000} \cdot \left(\frac{l_0}{u}\right)^2\right] \cdots\cdots \qquad \mathbf{347.}$$

Применение формул *346* и *347* происходит, однако, лишь в тех пределах, когда l менее $18 \cdot d$, подразумевая под d — толщину ж.-б. колонны (см. фиг. 213).

Если же колонна будет более высокою, т. е. l будет для нее более $18 \cdot d$, тогда ее надо рассчитывать по форм. *Эйлера*. Взявши для бетона $\phi = 10$, $n = 15$, $E_1 = 140\,000$ кг. на кв. см. и считая $\pi^2 = 10$, получим:

$$Q \text{ кг.} = \frac{14 \cdot J_2 \text{ (приведенный м. и. в см.}^4)}{(l \text{ мт.})^2} \quad \ldots\ldots \quad \mathbf{348.}$$

Если степень надежности будет взята при расчете равной не 10, а другой величине, форм. *348* легко переделывается.

С колоннами пустотелыми (кольцевого сечения) были получены результаты неудовлетворительные, даже и в случае обмотки колонны снаружи по системе *Консидэра*; препятствуя сдвигам материала наружу, эта обмотка не может оказать никакого сопротивления сдвигам по направлению от периферии к центру. Единственная возможность выполнять ж.-б. колонны пустотелыми—это строить их в комбинации с центральным полым ядром, выполненным из чугуна или железа. Тогда получается колонна системы *Эмпергера*. Его опытами выяснено было, что лучше всего, однако, делать центральное полое ядро чугунным, а не железным. Чугунное ядро рассчитывают с напряжением до 750 кг. на кв. см., а на железное можно передать напряжение, только в половину меньшее. Снаружи и в том и в другом случае делается обмотка *Консидэра*. Практическое применение колонн этого типа (с чугунной сердцевиной) обследовано далее (см. пример 175).

Опыты с железо-бетонными стойками и колоннами продолжаются и поныне.

Наиболее сильными машинами и лабораторными приспособлениями для испытания железо-бетонных колонн и стоек располагали перед войною Сев.-Американские технические школы. Размеры поперечного сечения пробных колонн из железо-бетона доводились там до 90×90 см., а из кирпичной кладки — до $1{,}2 \times 1{,}2$ мт., — при длине стоек до 3,6 — 3,7 мт. Сокрушающая сила машин была там доведена уже до 4 500 *tn*.

Рассматриваются и проверяются на крепость, как длинные железо-бетонные стойки, так и длинные железо-бетонные сваи. Длина и размеры поперечного сечения их в сущности ничем не ограничены, если производство свай будет организовано на месте выполнения свайных работ. Но чаще приходится *подвозить* их к месту работ; а в таком случае получают большое значение и собственный вес сваи, и ее длина, и необходимость считаться с крепостью сваи, как балки, нагружаемой собственным весом ее во время перевозки, переноски и лежания на временных опорах вблизи места забивки свай. Считаясь со всеми этими обстоятельствами, редко назначают длину перевозимой железо-бетонной сваи более 12—15 мт.; но в деле приходилось выполнять такие сваи с длиною и в 22 мт. и более. В таком случае паращивание сваи без особых затруднений происходит, по мере надобности, на месте забивки.

Форма поперечного сечения железо-бетонных свай встречается самая разнообразная: треугольная с закругленными ребрами, квадратная, пяти-угольная, 6- и 8-угольная. Толщина отдельных свай редко делается менее 30—32 см. Наибольшие величины применявшегося поперечника отдельных свай — от 60 до 68 см.

Арматура в железо-бетонных сваях применяется и продольная (из круглых стержней с диам. от 10 до 30 мм.), и спиральная.

Продольная арматура при сваях средней длины (около 10 мт.) выполняется с площадью сечения от 1 до 1,8% от площади сечения бетонной массы; а в спиральной и поперечной арматуре эти цифры колеблются от 0,6 до 1,0%.

Спиральная арматура в головной части железо-бетонной сваи выполняется гуще, чем на остальной ее части. В исполненных наиболее удачных примерах встречалась величина шага у спиральной арматуры

в головной части свай . . .	от 30 до 70 мм.
в остальной » »	от $\frac{d}{4}$ до $\frac{d}{3}$.

Арматура заводится также и в конический наконечник сваи. Длинные сваи, погружаемые в трудно-проницаемые грунты, снабжаются чугунным наконечником; а при более легких условиях работы обходятся и с железо-бетонным наконечником. Если свая должна будет задержаться в слое глины, наконечник делается более притупленным; и его длина l_1 берется равною d, поперечнику сваи; а при прорезании песчаных грунтов берут $l_1 = 1{,}5 \cdot d$.

Большая будущность обеспечена, несомненно, за типом свай, более универсальных, составляемых из отдельных заранее приготовленных звеньев, которые могут быть выработаны из того или другого материала, с той или другой подходящей длиной, а затем быстро и удобно могут быть сращиваемы простейшими способами на месте забивки.

Нижнее звено сваи при этом есть возможность выполнить из более дешевого материала, — из дерева, которое будет работать ниже уровня грунтовых вод, а остальные звенья, — одно или два, могут быть приготовлены из железо-бетона.

Такое комбинирование многозвенных свай облегчает и упрощает процесс самой забивки их, дает возможность пользоваться для этого сравнительно легкими и портативными копрами, а вместе с тем позволяет в случае надобности доходить до такой глубины, которая при других системах свай была недостижима.

Заграницею эта система многозвенных свайных оснований была разработана и проведена в жизнь баварскими инженерами *Хеймбах* и *Шнейдер*, а в России — инженером *В. Ф. Якоби*.

124. Технические нормы использования железо-бетонных колонн в различных странах Европы так же не совсем одинаковы, как это мы видели и при использовании балок. Всё, что сообщено было о балках из ж.-б., одинаково относится и к колоннам и стойкам; но есть еще и дополнительные условия, которые относятся только к колоннам.

По отношению к сроку раскружаливания те сооружения, в состав которых входят железо-бетонные колонны, приравниваются с балками больших пролетов, т. е. самое раскружаливание не должно иметь места ранее 6 недель.

Расстояние l_1 между ярусами поперечной перевязки берется или в зависимости от наименьшей толщины колонны d, или же в зависимости от толщины d_1 железных вертикальных прутков.

Германские, австрийские и швейцарские нормы $\cdots$ $l_1 = d$, но не более $20 \cdot d_1$.

Датские нормы ..... l_1 $15 \cdot d_1$.
Английские нормы l_1 $24 \cdot d_1$.
Русские нормы ..... l_1 d, но не более $30 \cdot d_1$.

Отношение длины колонны l к наименьшей толщине ее d, начиная с которого стойку рассматривают, как «длинную», подлежащую расчету не только на сжатие, но и на сгибание, считается также по разному.

Германские нормы	$l:d$	14—18.
Английские »	$l:d$	17—21.
Французские и швейцарские ...	$l:d =$	20.
Итальянские »	$l:d =$	15.
Русские нормы	$l:d =$	18.

По австрийским нормам для этого требуется иметь $s = l : u$ = или более 60.

Рабочее напряжение H_1 *у бетонной массы стойки* или берется в виде определенного числа кг. на кв. *см.*, или же оно определяется по степени надежности $\mathfrak{H}$, относящейся к напряжению D_0 чистого сдавливания пробного кубика.

Швейцарские нормы . . H_1 35 .

Французские нормы . . H_1 0,28 D_0 при обыкновенной арматуре и до 0,6 D_0 при спиральной арматуре.

Венгерские нормы H_1 36—45 .

Английские нормы . . . H_1 35 , $\mathfrak{H}$ = или более 5 .

Германские нормы . . . H_1 35 , $\mathfrak{H}$ = » » 10 .

Русские нормы . . . . . $\mathfrak{H}$ = или более 7,5 .

Австрийские нормы . . H_1 22—25—28 в гражданск. сооруж.

Австрийские нормы . . H_1 19,5—21—25 в мостовых сооруж.

Расчетные формулы для стоек, по которым надо проверять величину расчетного напряжения в бетонной массе стойки, также несколько различны. По швейцарским нормам величина колонного коэф. с большим запасом дается в виде форм. *347*.

По австрийским нормам установлена такая формула:

$$Q = F_2 \cdot H_1 \cdot \left(1{,}72 - 0{,}012 \cdot \frac{l}{u}\right) = F_2 \cdot H_1 \cdot k \,,$$

причем в этой формуле, как упомянуто было выше, предполагается, что $l : u$ более 60. Наиболее характерные цифры величины колонного коэф. k даны в нижеследующей табличке.

Величины колонного коэф. k по австрийским нормам.

$\frac{l}{u}$	$100 \cdot k$	$\frac{l}{u}$	$100 \cdot k$	$\frac{l}{u}$	$100 \cdot k$	$\frac{l}{u}$	$100 \cdot k$
65	94	80	76	95	58	110	40
70	88	85	70	100	52	115	34
75	82	90	64	105	46	120	28

По русским нормам установлена формула другого типа:

$$Q_2 = F_2 \cdot H_1 \cdot \left(1.108 - 0.006 \cdot \frac{l}{d}\right) = F_2 \cdot H_1 \cdot k \,,$$

причем в этой формуле $l : d$ предполагается более 18.

Величины колонного коэф. k по русским нормам.

$\frac{l}{d}$	$1\,000 \cdot k$	$\frac{l}{d}$	$1\,000 \cdot k$	$\frac{l}{d}$	$1\,000 \cdot k$	$\frac{l}{d}$	$1\,000 \cdot k$
30	928	60	748	90	568	120	388
40	868	70	688	100	508	130	328
50	808	80	628	110	448	140	268

Пример 151. Железо-бетонная квадратная колонна длиною $l = 4{,}2$ мт. имеет внешнее очертание площади в виде квадрата со стороною в 30 см. Арматура состоит из 4 вертикальных прутьев с диаметром по 22 мм. Колонна выстроена для работы со свободными концами при нагрузке в 30 *tn*. Надо найти напряжения, с которыми будет работать бетон и железо.

Площадь поперечного сечения арматуры $f = 4 \cdot 3{,}8 = 15{,}2$ см.^{2}

» » » колонны $30 \times 30 = 900$ см.^{2}

Отношение их ...... $15{,}2 : 900 = 0{,}017$, т. е. $1{,}7\%$

Приведенная площадь $F_2 = 900 + 14 \cdot 15{,}2 = 1\,113$ см.^{2}

Если расстояние между центрами прутков по диагонали счесть за $250 \cdot \sqrt{2}$, т. е. 350 мм., тогда полярный момент инерции поперечного сечения прутков арматуры будет:

$$4 \cdot \left(\frac{\pi}{32} \cdot 2{,}2^4 + \frac{\pi \cdot 2{,}2^2}{4} \cdot 17{,}5^2\right) = 4 \cdot (2{,}3 + 1\,163{,}9) = 4\,664 \text{ см.}^4$$

Экваториальный момент инерции поперечного сечения прутков надо взять вдвое менее этого, т. е. 2 332 см.^{4}

«Приведенный» момент инерции поперечного сечения колонны высчитается так:

$$J_2 = \frac{30^4}{12} + 14 \cdot 2\,332 = 100\,148 \text{ см.}^4$$

$$u^2 = J_2 : F_2 = 100\,148 : 1\,112 = 90\,; \quad u = 9{,}49 \text{ см.}$$

$$l : u = 420 : 9{,}49 = 44{,}3\,; \quad l_0 = l$$

$$\text{По форм. } 346 \cdots k = 1 : \left[1 + \frac{3 \cdot 44{,}3^2}{100\,000}\right] = \frac{1}{1{,}06} = 0{,}943$$

$$\text{» » } 345 \cdot\cdot H_1 = \frac{30\,000}{0{,}943 \cdot 1\,112} = 28{,}6 \text{ кг. на кв. см.}$$

Другие примеры с железо-бетонными стойками разобраны далее.

125. Как рассчитывают части машин и сооружений, которые нагружаются последовательно то растягивающей нагрузкой, то сжимающей. Это—наиболее тяжелые условия нагружения. Осложняются они еще и тем иногда, что нагружаемые части сами находятся в движении, — или всё время, или же с перерывами, — движение совершается или по одному определенному закону, или этой определенности вовсе нет. Опытные исследования над сопротивляемостью призматических тел, работающих в этих условиях, всё еще недостаточно многочисленны. Установлено, однако, с несомненностью, что опасность быстрого разрушения тела от такой смены напряжений в нем тем меньше, чем больше сама по себе та постоянная величина напряжения, к которой делаются положительные и отрицательные прибавки. Точно также долговременным практическим опытом доказано, что переход от напряжений растяжения к напряжениям сжатия приносит с собою тем меньше вреда для тела, чем быстрее он совершается при последовательных сменах.

Примером *деревянных* машинных частей, работающих попеременно то на сжатие, то на растяжение, могут служить длинные насосные штанги. Их рассчитывают обыкновенно по формуле *Эйлера* с повышенной степенью надежности. Принимая для дерева $E = 100\,000$ кг. на кв. см. и считая $\pi^2 = 10$, форм. *326*, определяющую безопасную нагрузку, напишем в таком виде:

$$J \text{ см.}^4 = 10 \cdot \mathfrak{S} \cdot (Q \text{ tn.}) \cdot (l \text{ мт.})^2 \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot \qquad \textbf{349.}$$

Степень надежности берут не менее $\mathfrak{S} = 15$, отношение сторон в прямоугольном сечении устанавливают так:

$$\frac{h}{d} = 1{,}5 \cdot\cdot\cdot J = \frac{d^4}{8} \cdot\cdot\cdot d^4 \text{ см.} = 1\,200 \cdot (Q \text{ tn.}) \cdot (l \text{ мт.})^2 .$$

Если представляется возможность сделать более точные подсчеты, учитывая напряжения сгибания и сжатия, то суммарную допускаемую величину напряжения в дереве берут $30 - 40$ кг. на кв. см.

Находящиеся в попеременном возвратном движении длинные *железные* и *стальные штанги*, работающие то на сжатие, то на растяжение, рассчитываются часто также по формуле *Эйлера* для стоек со свободными концами. Приняв $E = 2\,000\,000$ кг. на кв. см., получим из форм. *313* следующее:

$$J \text{ см.}^4 = \frac{\mathfrak{S}}{2} \cdot (Q \text{ tn.}) \cdot (l \text{ мт.})^2 \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot \qquad \textbf{350.}$$

Для круглых штанг $\cdot\cdot\cdot J = \frac{d^4}{20}$

Круглое сечение дается штангам, работающим на медленном ходу (скорость поршня не выше c 1 мт. в сек.); тогда берется

$$\varphi \quad 25 \cdots d^4 \text{ см.} \quad 250 \cdot (Q \text{ tn.}) \cdot (l \text{ мт.})^2 .$$

Если насос работает с ударами, повышают φ до 40—60.

Расчетные размеры относятся к сечению, взятому на средине длины: у кривошипа диам. штанги, медленно движущейся, понижается до $0.8 \cdot d$, а у ползуна — до $0{,}7 \cdot d$. Круглые штанги с более быстрым движением получают у кривошипа диаметр $1.2 \cdot d - 1.3 \cdot d$, а у ползуна — $0{,}8 \cdot d - 0{,}7 \cdot d$.

Шатуны более быстроходных машин предпочитают выполнять с прямоугольным сечением $d \times h$, которое более стойко сопротивляется действию центробежных сил, развивающихся в плоскости движения. Общий вид расчетной формулы тогда будет такой:

$$(\text{Наименьшая из сторон сечения в см.})^4 \quad A \cdot (Q \text{ tn.}) \cdot (l \text{ мт.})^2 .$$

Для умеренных скоростей $\cdots c$ 1 мт. в сек.

$$h \quad 1.5 \cdot d; \quad \varphi \quad 20; \quad A \quad 80 .$$

Для средних скоростей $\cdots c$ 2 мт. в сек.

$$h \quad 1.75 \cdot d; \quad \varphi \quad 15; \quad A \quad 50 .$$

Для больших скоростей $\cdots c$ 3 мт. в сек.

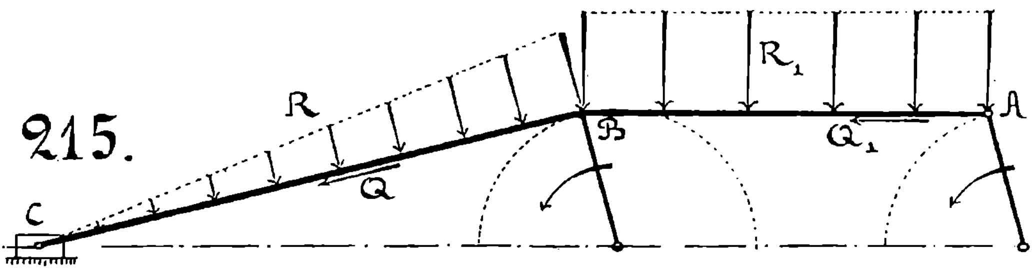
$$h \quad 2 \cdot d; \quad \varphi \quad 7; \quad A \quad 20 .$$

Для самых больших скоростей $\cdots c$ 4 мт. в сек. и более

$$h \quad 2 \cdot d; \quad \varphi = 3.5; \quad A \quad 10 .$$

При расчете шатунов и спарников паровозной машины, имеющих большую длину и работающих с большой скоростью,

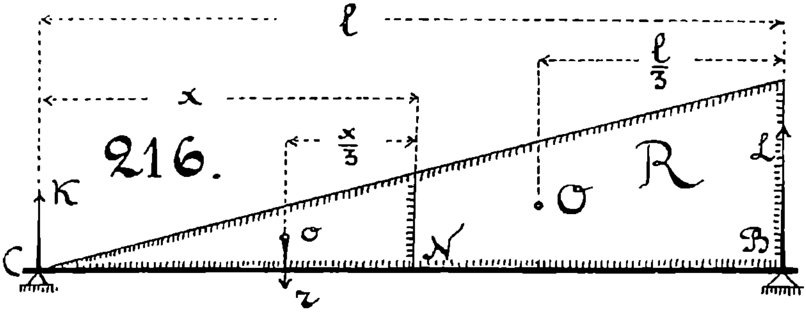
215.



учитывают также и действие центробежной силы. Для упрощения вычислений принимают, что и спарник AB (*фиг. 215*) и шатун BC имеют форму призматических тел с величиною поперечного сечения F и длиною l.

На спарнике AB центробежная сила будет представлять собою равномерно-распределенную по всей длине нагрузку R_1, при которой опасным сечением будет лежащее на средине между A и B, а расчетный момент будет писаться по форм. 218.

На шатуне BC — это будет нагрузка R (*фиг. 216*), равномерно убывающая, если перемещаться от B к C. Найдем, *где* будет опасное сечение у такой балки BC, и *как велика* будет для нее величина расчетного момента. Представляем себе нагрузку R в виде весомого слоя с постоянной толщиною. Вводить ее в вычисление мы не будем, считая, что нагрузки



будут прямо пропорциональны площадям треугольников, а площади треугольников прямо пропорциональны квадратам сходственных сторон. Всю нагрузку R, занимающую треугольник с основанием BC, сосредоточим в ц. т. O для всего треугольника, т. е. на расстоянии $\frac{l}{3}$ от правой опоры. Частичную же нагрузку r, занимающую треугольник с основанием CN, сосредоточим в ц. т. o у этого именно треугольника, т. е. на расстоянии $\frac{x}{3}$ от сечения N.

Давления на опоры раздадутся здесь таким образом:

$$K = \frac{R}{3} \qquad L = \frac{2}{3} \cdot R$$

Подсчет нагрузки r даст нам:

$$\frac{r}{x^2} = \frac{R}{l^2}; \qquad r = R \cdot \frac{x^2}{l^2} \qquad \textbf{351.}$$

Сгибающий балку момент будет писаться в сечении N от двух нагрузок, — от сосредоточенного груза K и от клиновидной нагрузки r:

$$M = K \cdot x - r \cdot \frac{x}{3} = \frac{R}{3\,l^2} \cdot (l^2 \cdot x - x^3) \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad \textbf{352.}$$

Это есть уравнение кубической параболы. Мы уже имели с ним дело при выводе форм. *281*. Там найдена была и наибольшая величина этой функции, которая получается

$$\text{при } x^2 = \frac{l^2}{3} \cdots x = \frac{l}{\sqrt{3}} = 0{,}577 \cdot l, \quad \text{откуда}$$

$$M \max = \frac{2R \cdot l}{9 \cdot \sqrt{3}} = 0{,}128 \cdot R \cdot l \cdots\cdots \qquad \textbf{353.}$$

А по форм. *218* для спарника имели бы

$$M_1 \max = \frac{R_1 \cdot l}{8} = 0{,}125 \cdot R_1 \cdot l \cdots\cdots \qquad \textbf{354.}$$

Обе последние формулы дают весьма близкие между собою результаты. Считают, что присутствие осевой силы Q или Q_1 (см. фиг. 215), вызывая продольное сжатие призмы, может увеличить вычисленную выше величину сгибающего момента процентов на 8—10; тогда величину расчетного момента, учитывающего влияние центробежной силы, и для спарника и для шатуна можно будет принимать так:

$$\text{Расчетный момент } M_0 = 0{,}138 \cdot (\text{Центробежная нагрузка}) \cdot (\text{Длина}) \cdots\cdots \qquad \textbf{355.}$$

Введем обозначения:

B — вес шатуна (в кг.).

B_1 — вес спарника (в кг.).

$g = 980{,}8$ см. — ускорение тяжести.

n — число оборотов вала (в минуту).

$\omega = \frac{\pi \cdot n}{30}$ — угловая скорость вращения.

r — радиус кривошипа (в см.)

m — масса спарника.

y — получаемое им ускорение (в см.).

Величина центробежной силы для спарника будет писаться так:

$$R_1 = m \cdot y = \frac{B_1}{g} \cdot (r \cdot \omega^2) = \frac{B_1 \cdot r}{g} \cdot \frac{\pi^2 \cdot n^2}{900} = \frac{B_1}{g} \cdot \frac{r \cdot n^2}{90} \cdots \textbf{356.}$$

А для шатуна величина центробежной силы будет писаться вполовину меньше против этой, т. к. здесь ускорение убывает от наибольшей своей величины до нуля, изменяясь по закону прямой линии, если итти от шарнира B к шарниру C:

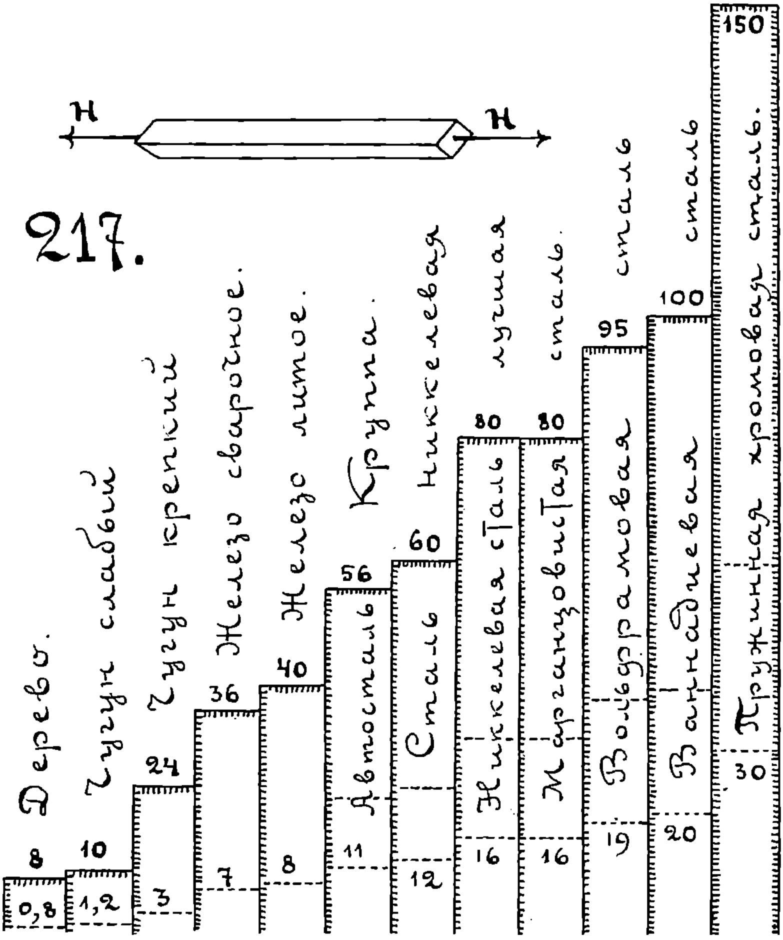
$$R = \frac{B}{g} \cdot \frac{r \cdot n^2}{180} \qquad \textbf{357.}$$

Получив все эти предварительные данные, ведут окончательный проверочный расчет спарника или шатуна по формулам типа *305* и *306*. Ни в одном из сечений суммарное напряжение не должно превосходить 3—4 кг. на кв. мм. для железа, или же 4—5 для стали.

Шатуны паровозных машин и моторов автомобильных и аэропланных часто получают вместо прямоугольной формы поперечного сечения двутавровую, как еще более легкую и прочную. Из стали получается такая форма сечения путем обточки и двустороннего фрезования. Для этого берется мартэновская сталь с разрушающим напряжением при растяжении не менее $H_0 = 60$ кг. на кв. мм. и с вытяжкой при разрыве $b_0 = 20 - 18$ процентов. Шатуны аэро-машин готовятся из хромо-никкелевой стали, у которой не менее $H_0 = 80$ и $b_0 = 12 - 8\,\%$.

Дополнительные примеры на все рассмотренные ранее способы нагружения тел.

В дополнение к ранее рассмотренным примерам здесь разработано несколько таких тем, которые позволяют осветить предмет с еще большей полнотою. Это будет началом того



отдела курса, который с течением времени надо будет непрерывно пополнять на упражнениях и далее, затрагивая всё новые и новые темы, имеющие практический интерес.

Вместе с тем в этот же отдел вошли и такие примеры, на которых раз'яснена *неправильность некоторых расчетов*, помещенных в различного рода изданиях (старых и новых), получивших распространение.

Пример 152. Остановимся еще раз на общей характеристике главнейших строительных материалов по отношению к растяжению и закрепим ее в памяти при помощи графических таблиц. Для этого сделано следующее:

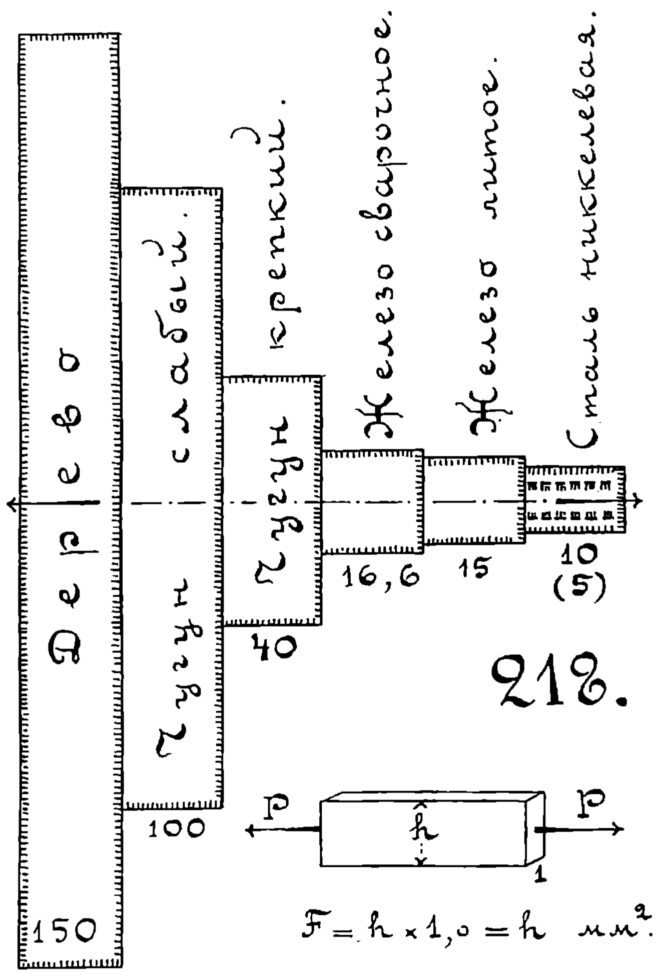
На *фиг. 217* по верхней ломаной линии в масштабе нанесены на чертеж величины разрушающих напряжений, а по нижней пунктированной линии — тоже в масштабе величины допускаемых напряжений. Степень надежности взята: для железа и стали $\mathfrak{H} = 5$, для чугуна $\mathfrak{H} = 8$ и для дерева $\mathfrak{H} = 10$. В числе стальных материалов отмечены здесь и новейшие сорта стали — с примесями редких металлов (никкеля, марганца, вольфрама, ванадия и хрома); в последнем столбце, наиболее высоком, даны цифры сопротивляемости для пружинной хромо-кремниевой стали, а в предпоследнем — для хромо-никкелево-ванадиевой стали.

Для новых стальных материалов (автостали, никкелевой стали и т. д.) из осторожности здесь отмечены те величины допускаемых напряжений, которые получатся при степени надежности $\mathfrak{H} = 5$; но во многих практических применениях для них безопасно берут степень надежности равной и 4, и 3, и даже 2,5, так как этим материалам, как это об'яснено было выше (см. § 99), свойственна исключительно большая упругая податливость.

На *фиг. 218* дана другого рода характеристика дерева и главнейших металлов. Тут подсчитана величина площади тяги; ее рассчитали на растяжение по данной силе P и будут выполнять или из дерева, или из металлов. Чтобы яснее видеть разницу в величине площади на чертеже, употреблен такой прием: площадь поперечного сечения тяги условно предположена имеющею прямоугольное поперечное сечение, одна из сторон этого прямоугольника условно взята равной 1 мм.; тогда очевидно, что число *мм.*, содержащихся в высоте сечения h, будет такое же, как и число *кв. мм.*, которое заключает в себе площадь F. Цифры, подписанные под каждым из стержней, выражают величину высоты его сечения, а ст. б. и величину его площади в кв. мм., а самая высота сечения отложена в масштабе на этом чертеже. Обе эти диаграммы (фиг. 217 и 218) являются весьма выразительными и отлично закрепляют в памяти суть дела.

Пример 153. Надо выяснить, в каких двутавровых балках материал использован лучше, — по русскому сортаменту или же по немецкому.

Чтобы ответить на этот вопрос, надо составить таблицу и в ней сопоставить рядом данныя из того и другого сортамента. Для оценки профилей русских и немецких обращаем



218.

внимание на величину модуля сечения при одной и той же высоте у них и затем на ту величину модуля, которую дает данный профиль при затрате на его выделку 1 кг. материала. Это будет величина $W:q$, где q — вес погонного метра балки в кг., а W — модуль сечения в кубических *см.* Величины этих отношений подсчитаны нами и переданы таблицей 26.

Таблица 26. Сравнение русских и немецких профилей двутавровых прокатных балок.

№	Русские профили			Немецкие профили		
	q	W	$W:q$	q	W	$W:q$
8	6,406	21,6	3,37	5,9	19,4	3,29
10	8,659	36,1	4,17	8,3	34,1	4,11
12	11,257	55,7	4,95	11,1	54,5	4,91
14	14,193	81,3	5,73	14,2	81,7	5,75
16	17,474	113,6	6,50	17,8	117,0	6,59
18	21,093	153,4	7,22	21,7	161,0	7,42
20	25,049	201,4	8,05	26,1	214,0	8,24
30	49,934	592,0	11,86	53,8	652,0	12,12
40	83,312	1 304,0	15,65	91,8	1 459,0	15,89

На основании данных, сгруппированных в таблице 26, можно сделать следующие заключения:

1) Использование материала на единицу веса металла и в русских и в немецких профилях весьма близко между собою; для самых низких нумеров (8,10 и 12) оно лучше в русских профилях, а во всех остальных оно лучше в немецких.

2) При одной и той же высоте сечения, начиная с № 14, немецкие профили имеют бо́льший модуль, чем русские; для № 40 разница в пользу немецких профилей достигает уже 11%.

3) Низкие немецкие профили (до № 14) легче русских, а все остальные (с № 14 и выше) тяжелее русских при одной и той же высоте сечения; для № 40 разница в весе в пользу русских профилей получается в 12%.

4) Немецкий сортамент более разнообразен: там есть нечетные нумера

11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29,

и затем там есть исключительно высокие нумера

$42^1/_2$, 45, $47^1/_2$, 50, 55,

которых русские прокатные заводы не выпускали на рынок.

Русские *швеллеры* чуть тяжелее немецких, но и модуль сечения у них чуть больше, чем у немецких, при той же высоте сечения; но зато в немецком сортаменте есть целая серия облегченных профилей корыто-образного сечения, применяемых для постройки вагонов; в русском сортаменте их нет.

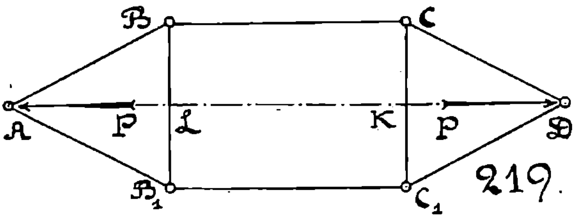
Пример 154. Между шарнирными узлами A и D (*фиг. 219*) протянут сетчатый стержень, состоящий из восьми отдельных прутков железа: четырех наклонных AB, AB_1, CD и C_1D — одинаковой длины, двух горизонтальных BC и B_1C_1 — одинаковой длины c и двух вертикальных BB_1 и CC_1 одинаковой длины $2b$. Вся эта система стержней предназначена для того, чтобы передать нагрузку P из узла A в узел D. Некоторые из этих стержней будут растянуты, другие сжаты; и те и другие будем рассчитывать с одинаковым напряжением. Каждый стержень получит свои размеры поперечного сечения, — те самые, которые отвечают его крепости. Даны: 1) нагрузка P, 2) расстояние $AD = l$. Надо выбрать длину всех стержней таким образом, чтобы вес всей этой системы стержней получился наименьшим.

Ответ. Пусть $AL = KD = a$; $BC = KL = B_1C_1 = c$;

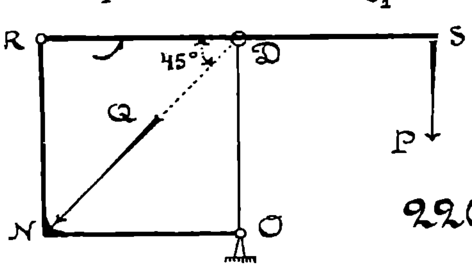
$$BL = B_1L = KC = KC_1 = b; \quad AD = c + 2a = l.$$

Если даны длина l и длина b, а изменять можно длины a и c, тогда наименьший вес получится при $c = 0$ и $a = \frac{l}{2}$.

Если длиной l можно в известных пределах не стесняться и даны длины b и c, тогда наименьший вес получится, сделавши $a = b \cdot \sqrt{2}$, или $a = 1.41 \cdot b$, т. е. длина b должна быть длиною диагонали квадрата, у которого длина стороны взята равной b.



219.



220.

При всех других комбинациях, когда будут выбираться или задаваться размеры a, c и l, чем меньше будет взята длина b, тем лучше, тем легче получится от этого вся система стержней.

Пример 155. На *фиг. 220* показана схема уравновешивания вертикальной силы P наклонною силою Q, делающею угол $45°$ с горизонтом и передаваемою на жесткий угол N железного кованого рычага. Даны линейные размеры всех частей

$$DS = DR = DO = NO = RN = b.$$

Надо написать расчетные уравнения для всех трех частей: стойки OD, балки RS и ломаного рычага RNO.

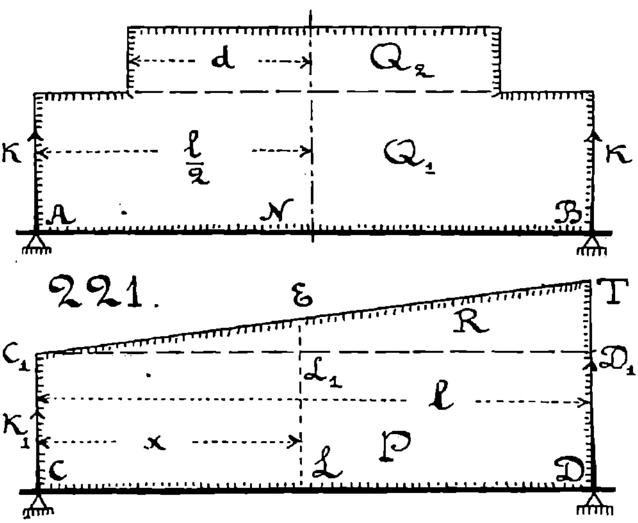
Ответ. Балку AB надо рассчитывать на одно только сгибание с моментом $P \cdot b$.

Стойка OD будет испытывать сжатие силою $2P$.

Ломаный рычаг RNO сгибания испытывать не будет. Его лопасти NR и NO надо рассчитывать на растяжение силою P.

Шарнирный болт O будет испытывать на себе вертикальное давление $2P$ сверху вниз и горизонтальное давление P справа налево.

Пример 156. На *фиг. 221* вверху показана схема равномерного нагружения балки AB в два слоя. Нижний слой имеет вес Q_1 и распределен равномерно *по всей длине*, а у верхнего



221.

слоя — вес Q_2, и он рассыпан только *на длине* $2d$ симметрично относительно средней вертикали. Опасным сечением балки будет ее среднее сечение N. Расчетный момент для него был написан сразу по форм. *218*, как для балки, равномерно нагруженной по всей длине (см. § 76), а за величину нагрузки Q была принята сумма обеих заданных нагрузок Q_1 и Q_2. Надо выяснить как велика будет сделанная при этом ошибка.

Сопротивления обеих опор у балки AB (фиг. 221) будут одинаковы и равны

$$K = \frac{Q_1 + Q_2}{2}$$

Точное выражение сгибающего момента для сечения N, будет писаться так:

$$M_0 = K\cdot\frac{l}{2}-\frac{Q_1}{2}\cdot\frac{l}{4}-\frac{Q_2}{2}\cdot\frac{d}{2} = \frac{Q_1\cdot l}{8}+\frac{Q_2\cdot l}{4}\cdot\left(1-\frac{d}{l}\right).$$

Приближенное выражение расчетного момента, которое мы напишем по форм. *218*, будет таким:

$$M_1 = \frac{Q_1+Q_2}{8}\cdot l.$$

$$\text{Отношение } \frac{M_0}{M_1} = \frac{Q_1}{Q}+\frac{2Q_2}{Q}\cdot\left(1-\frac{d}{l}\right).$$

$$\text{Пусть, напр.,} \quad \frac{Q_1}{Q} = 0{,}9\,; \quad \frac{Q_2}{Q} = 0{,}1\,; \quad \frac{d}{l} = \frac{3}{8}\,,$$

$$\text{тогда } \frac{M_0}{M_1} = 0{,}9+2\cdot 0{,}1\cdot\frac{5}{8} = 1{,}025\,,$$

т. е. разница между точным выражением расчетного момента и приближенным получилась только в $2{,}5\,\%$.

Пример 157. На фиг. 221 внизу дана схема нагружения балки CD трапецевидной нагрузкой CT, которую можно представлять себе состоящей как бы из двух слоев, — равномерно распределенного слоя P, ограниченного площадью прямоугольника CD_1, и клиновидного слоя R, имеющего своим обращенным к нам основанием площадь треугольника TC_1D_1. Надо найти положение опасного сечения для этой балки и величину расчетного момента; а затем надо выяснить, велика ли будет ошибка, если и здесь мы поступим совершенно так же, как и в предыдущем примере, т. е. если за расчетный момент мы возьмем тот, который получился бы у балки

при ее равномерном нагружении суммою сил $\cdots P+\dfrac{R}{2}=Q$.

Сопротивление левой опоры K_1 мы найдем по правилам статики:

$$K_1 = \frac{P}{2}+\frac{R}{3}.$$

Пусть то искомое поперечное сечение, в котором сгибающий момент будет наибольшим, есть L, отстоящее от левой опоры на расстоянии x. По теореме *Шведлера* (см. § 86) в этом поперечном сечении L сила сдвига должна быть равна нулю; а для нахождения этой силы сдвига надо по общему правилу взять *сумму всех действующих сил, расположенных* *на балке по одну сторону от рассматриваемого сечения.* Возьмем сумму всех сил, расположенных левее сечения L. Таких сил — три, а именно:

1) сопротивление опоры $\cdots\cdots\cdots\cdots K_1 \quad \frac{P}{2}+\frac{R}{3}$

2) равномерная нагрузка $C_1L \cdots\cdots \frac{P\cdot x}{l}$

3) клиновидная » $C_1L_1E \cdots \frac{R\cdot x^2}{l^2}$

Первая из этих сил направлена снизу вверх, а две другие — сверху вниз; ст. б., первая сила должна равняться сумме второй и третьей силы:

$$\frac{P}{2}+\frac{R}{3} \quad P\cdot\frac{x}{l}+R\cdot\frac{x^2}{l^2}\,.$$

Введем обозначение $\cdots P:R = n$.

Тогда предыдущее квадратное уравнение примет следующий вид:

$$x^2+n\cdot l\cdot x-\left(\frac{n}{2}+\frac{1}{3}\right)\cdot l^2 = 0\,, \quad \text{откуда}$$

$$\frac{x}{l} \quad \sqrt{\frac{n^2}{4}+\frac{n}{2}+\frac{1}{3}}-\frac{n}{2}$$

А когда будет найдена величина x, не трудно будет написать и расчетный момент для сечения LL_1; он будет составляться из трех моментов от тех самых сил, которые мы суммировали выше. Напишем здесь величины сил и величины их плеч:

1) сила K_1 имеет плечо $\cdots x$

2) » $\frac{P\cdot x}{l}$ » » $\cdots \frac{x}{2}$

3) » $\frac{R\cdot x^2}{l^2}$ » » $\cdots \frac{x}{3}$.

Поэтому $M_0 = \left(\frac{P}{2}+\frac{R}{3}\right)\cdot x-\frac{P\cdot x^2}{2l}-R\cdot\frac{x^3}{3l^2}$, или

$$M_0 = x\cdot\left[\frac{P}{2}\cdot\left(1-\frac{x}{l}\right)+\frac{R}{3}\cdot\left(1-\frac{x^2}{l^2}\right)\right].$$

Пусть, напр., $n = \frac{P}{R} = 6$;

$$\frac{x}{l} \quad \sqrt{9+3+\frac{1}{3}}-3 = 0{,}52\,.$$

т. е. расчетное сечение расположится у этой балки CD почти на самой средине ее длины.

$$M_0 = 0{,}52 \cdot l \cdot \left[6R \cdot \frac{1-0{,}52}{2} + R \cdot \frac{1-0{,}27}{2}\right] = 0{,}875 \cdot R \cdot l\,.$$

По условию, в задании выраженному, имеем

$$P + \frac{R}{2} = Q = 6R + \frac{R}{2} = 6{,}5 \cdot R\,; \qquad R = \frac{Q}{6{,}5}$$

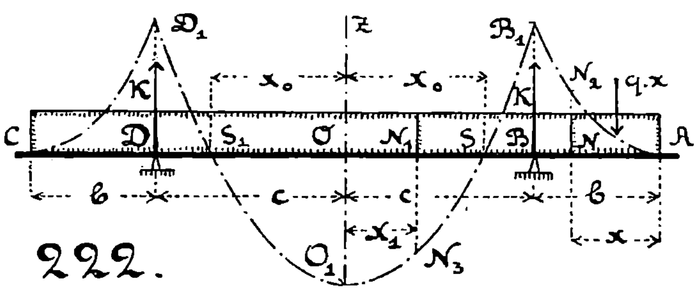
$$M_0 = \frac{0{,}875}{6{,}5} \cdot Q \cdot l = 0{,}1345 \cdot Q \cdot l\,.$$

А по форм. 218 $\cdots$ $M_1 = \dfrac{Q \cdot l}{8} = 0{,}125 \cdot Q \cdot l\,.$

$$\frac{M_0 - M_1}{M_1} = \frac{0{,}1345 - 0{,}1250}{0{,}1345} = 0{,}07\,,$$

т. е. ошибка будет в 7%.

Пример 158. Балка AC (*фиг. 222*) положена свободно на две опоры B и D таким образом, что у нее образуются одинаковой длины свешивающиеся концы. Нагрузка Q равномерно



222.

распределена по всей длине балки l. Расстояние между опорами $\overline{BD} = 2c$, длина свешивающихся за опоры концов $\overline{AB} = \overline{CD} = b$. Длину частей b и c можно изменять. Надо расположить опоры B и D так, чтобы при данной длине балки и данном способе ее нагружения у балки была наименьшая возможная величина расчетного момента.

Обозначим ту величину равномерной нагрузки, которая приходится на единицу длины балки, через q, т. е.

$$q \cdot l = Q\,; \quad q = Q : l\,.$$

На свешивающемся конце AB возьмем произвольное поперечное сечение N и напишем для него выражение сгибающего момента M. Правее этого сечения на длине $AN = x$ расположена равномерная нагрузка $q \cdot x$. Она сосредоточена в своем центре тяжести на расстоянии $\frac{x}{2}$ от сечения N, поэтому сгибающий момент для сечения N напишется так:

$$M = (q \cdot x) \cdot \frac{x}{2} = \frac{q \cdot x^2}{2} \qquad \textbf{358.}$$

Эта формула показывает, что сгибающий момент для сечения N есть величина переменная, и что наибольшей своей величины он достигнет в сечении B над правой опорою, когда x получит наибольшее свое значение, равное b. Больше этой величины вместо x вносить в форм. *358* нельзя, т. к. тогда мы перейдем через опору B, которая с своей стороны будет воздействовать на балку с новой сгибающей силой K в виде сопротивления опоры B и, следовательно, левее опоры B выражение сгибающего момента будет писаться уже не по форм. *358*, а по другой, к составлению которой мы сейчас и перейдем. А пока заметим, что уравнение *358* представляет собою параболу AB_1, у которой вершина расположена в точке A, на правом конце балки. Начертив эту параболу, мы и видим, что ее ординаты, т. е. сгибающие балку моменты, будут всё время возрастать, если итти от A к B.

Наибольшее значение сгибающего момента на правом плече AB будет над опорою B:

$$\text{при наибольшем } x = b; \quad M \max = m_0 = \frac{q \cdot b^2}{2} \qquad \textbf{359.}$$

Возьмем теперь другое поперечное сечение N_1, расположив его левее опоры B и правее средины длины балки O на расстоянии $ON_1 = x_1$ от средины и напишем сгибающий момент M_1 для этого сечения. Правее него расположатся две силы:

равномерная нагрузка на длине $AN_1 \cdots q \cdot \frac{(b + c - x_1)}{2}$

ее плечо относительно сечения $N_1 \cdots\cdots \frac{b + c - x_1}{2}$

сопротивление опоры $B \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots K$

его плечо относительно сечения $N_1 \cdots\cdots c - x_1$

$$M_1 = \frac{q \cdot (b + c - x_1)^2}{2} - K \cdot (c - x_1) \cdots\cdots \qquad \textbf{360.}$$

Это будет уравнение линии моментов для всех поперечных сечений между опорами B и D.

Сделаем преобразования в уравнении *360*, заметивши, что сопротивления опор

$$K = \frac{q \cdot l}{2} = q \cdot (b + c) \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad \textbf{361.}$$

$$M_1 = \frac{q}{2} \cdot (b + c)^2 - q \cdot (b + c) \cdot x_1 + \frac{q \cdot x_1^2}{2} - K \cdot (c - x_1) =$$

$$= \frac{q}{2} \cdot (b^2 + 2\,b \cdot c + c^2) + \frac{q \cdot x_1^2}{2} - K \cdot c = q \cdot \frac{b^2 - c^2 + x_1^2}{2} \cdot \cdot \cdot \qquad \textbf{362.}$$

Это уравнение показывает нам, что средняя вертикаль Oz будет осью параболы моментов, потому что, изменяя $(+x)$ на $(-x)$ в уравнении *362*, мы не будем изменять величины M_1, т. е. линия Oz будет осью симметрии для кривой. Далее из форм. *362* видно, что, перенося наше сечение N_1 или в B, или в C, мы одинаково будем получать величину момента M_1, равную m_0. Из уравнения *362* ясно также, что, отходя от сечения B к средине балки, мы будем уменьшать положительную величину момента M_1, т. е. вершина параболы будет лежать *всегда* ниже точки B_1.

Видно далее, что если плечо b сделаем более C, то все моменты M_1 будут положительными, и наибольшие из них будут BB_1 и DD_1, оба равные m_0; а вершина параболы будет лежать выше точки O.

Если сделаем $b = c$, вершина параболы спустится в точку O, все ординаты будут положительными, и расчетными сечениями попрежнему будут и B и D, одинаково опасные.

Но если сделаем c больше b, тогда вершина параболы спустится ниже точки O, т. е. кривая моментов будет пересекать ось бруса в точках S и S_1. При таких условиях на длине BS и DS_1 сгибающие моменты будут положительными, а на длине SS_1 они будут отрицательными. Это значит, что в сечениях S и S_1 на упругой линии балки будут лежать *точки перегиба*, т. е. на всей длине AS (а также и CS_1) растянутые волокна балки будут прилегать к ее верхней грани, и на длине SOS_1 они будут прилегать уже к нижней грани.

Как найти эти сечения S и S_1? — Для этого надо сделать ординату $M_1 = o$.

Из уравнения *362* находим:

$$\text{если } M_1 = 0 \cdot \cdot \cdot \qquad x_0^2 = c^2 - b^2 \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad \textbf{363.}$$

т. е. абсцисса x_0 есть катет такого прямоугольного треугольника, у которого длина c есть гипотенуза, а длина b — другой катет его.

Этот последний способ нагружения балки с двумя точками перегиба на ее согнутой оси представляет наибольший практический интерес в том смысле, что всегда можно подыскать такое соотношение между отрезками b и c, при котором у балки будет расчетных сечений не одно, т. е. сечение O, и не два, т. е. сечения B и D, а все три сечения — и O, и B, и D. Для этого надо, чтобы *абсолютная величина* моментов в сечениях B и O была одинакова, знаки же у них будут разные.

При $x_1 = 0 \cdots$ наибольшее $M_1 = M_0 = -q \cdot \frac{c^2 - b^2}{2}$ **364.**

Приравнивая одна другой абсолютные величины моментов m_0 и M_0, получаем:

$$c^2 - b^2 = b^2 ; \quad c^2 = 2b^2 ; \quad c = b \cdot \sqrt{2} \cdots\cdots \qquad \textbf{365.}$$

$$\text{Но} \cdots b + c = \frac{l}{2} = b \cdot (\sqrt{2} + 1) , \quad \text{откуда}$$

$$b = \frac{l}{2 \cdot (\sqrt{2} + 1)} = l \cdot \frac{\sqrt{2} - 1}{2} = 0{,}2071 \cdot l \cdots\cdots \qquad \textbf{366.}$$

Расчетные моменты для трех сечений балки (B, O и D) будут такими:

$$m_0 = M_0 = Q \cdot \frac{b^2}{2l} = Q \cdot l \cdot \frac{3 - 2\sqrt{2}}{8} \quad \text{или}$$

$$m_0 = M_0 = 0{,}02145 \cdot Q \cdot l = \frac{Q \cdot l}{46{,}6} \cdots\cdots \qquad \textbf{367.}$$

Этот способ нагружения балок находит себе применение во многих практических случаях в инженерной и строительной практике. Им пользуются между прочим при перевозке длинных железо-бетонных свай; побочною нагрузкою является в этом случае не малый иногда собственный вес сваи; на действие его свая и должна быть рассчитана.

Дадим теперь для момента m_0 еще более простое выражение. Упростить его можно, только вводя новое обозначение

$$l_1 = 2 \cdot c \cdots \text{расстояние между опорами,}$$

и делая замену

$$l^2 = (2b + 2c)^2 = 4 \cdot \left(\frac{c}{\sqrt{2}} + c\right)^2 = 4 \cdot c^2 \cdot \frac{(1 + \sqrt{2})^2}{2} = 2c^2 \cdot (3 + 2\sqrt{2}) .$$

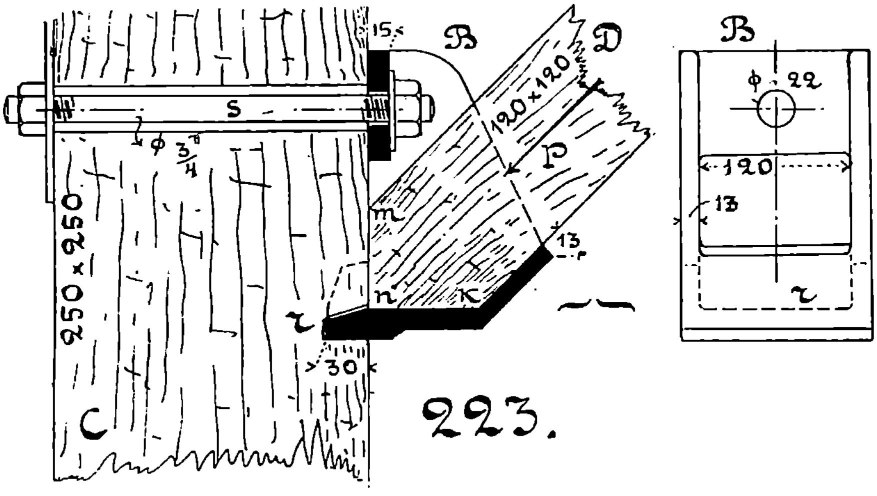
После этого форм. *367* получит такой вид:

$$m_0 = q \cdot l^2 \cdot \frac{3 - 2 \cdot \sqrt{2}}{8} = \frac{q \cdot c^2}{4} \cdot (3 - 2 \cdot \sqrt{2}) \cdot (3 + 2 \cdot \sqrt{2})$$

$$= q \cdot c^2 \cdot \frac{9 - 8}{4}$$

$$m_0 = \frac{q \cdot c^2}{4} = \frac{q \cdot l_1^2}{16} \; \ldots\ldots \qquad \mathbf{367\,a.}$$

Пример 159. На *фиг. 223* показан один из способов передачи косого давления от подкоса D на стойку C. И подкос и стойка деревянные с размерами, показанными на чертеже.



223.

Нижний конец подкоса D заведен в чугунный карман B, который привернут к стойке болтом s и врезан в стойку зубом r. Угол наклона между подкосом и стойкой 45°. Длина ребер mn и nk на нижних обрезанных торцах подкоса одинакова. Надо найти безопасную нагрузку P для этого скрепления.

Сила P может быть разложена на две слагающие, горизонтальную и вертикальную.

Обе они будет одинаковы и равны .... $P : \sqrt{2}$.

Горизонтальная слагающая будет воспринята стыком mn и передастся непосредственно стойке; а вертикальную слагающую возьмет на себя стык nk, т. е. дно кармана B. Отсюда это последнее давление будет отчасти отдано на зуб r, отчасти же оно будет поглощено силою трения, которую вызовет затяжка болта s на вертикальной поверхности соприкосновения кармана со стойкой.

Зуб r, имея размеры площади стыка 30×146 мм., упирается в торец дерева, на котором можно допустить напряжение не более 0,4 кг. на кв. мм. Взявши коэф. использования площади у рабочего стыка на зубе r равным 0,8, получим силу P_1, с которой можно нагрузить гнездо зуба r:

$$P_1 = 30 \cdot 146 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}4 = 1\,402 \text{ кг.}$$

Живое сечение болта s, имеющего $^3/_4$ дюйма в диам., можно считать в 196 кв. мм. Для определения затяжки болта предположим, что болт будет работать с напряжением не более 6 кг. на кв. мм.; а коэф. трения на вертикальном стыке между стенкой кармана и стойкой примем равным 0,3, тогда величина силы трения P_2 найдется из равенства

$$P_2 = 196 \cdot 6 \cdot 0{,}3 = 353 \text{ кг.}$$

Складывая между собою обе эти вертикальные силы P_1 и P_2 получим наибольшую возможную величину давления, которое можно передать на дно кармана:

$$\frac{P}{\sqrt{2}} = P_1 + P_2 = 1\,402 + 353 = 1\,755 \text{ кг., откуда}$$

$$P = 1\,755 \cdot 1{,}41 = 2\,475 \text{ кг.}$$

На опорной поверхности стыков mn и nk имеется величина площади

$$120 \cdot 60 \cdot 1{,}41 = 10\,152 \text{ кв. мм.}$$

Допуская использование этой площади с коэффициентом 0,8, получим величину рабочего напряжения смятия на стыке mn равной

$$_{м} = \frac{1\,755}{0{,}8 \cdot 10\,152} = 0{,}22 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Для упора в стойку C по направлению, перпендикулярному к ее волокнам, эту величину напряжения смятия можно считать за допускаемую (см. § 27).

Безопасную нагрузку для подкоса D можно принять равной 2 475 кг.

Пример 160. На *фиг. 224* изображены два способа передачи давления на двутавровые поперечные балки D от продольных балок A или C. Левое изображение передает тот случай, когда верхняя кромка у балки A должна быть много выше, чем у балки D; а на правом изображении показан другой случай, когда кромки всех балок (и продольных, и поперечных) должны лежать в одной плоскости. Вырезка на концах продольных балок в обоих случаях сделана по разному:

у балок A вырезана часть вертикальной стенки, а у балок C пришлось вырезать и часть верхней полки и часть вертикальной стенки. Надо будет проверить крепость этих скреплений.

Балки A — из литого железа. Сечение двутавровое № 13, у которого

высота ... $h = 13$ см. и модуль сечения ... $W = 67{,}1$ см.^{3}

Рассчитывать балки A будут с напряжением $H = 1\,000$ кг. на кв. см., а провес их будут допускать не более $1:50$.

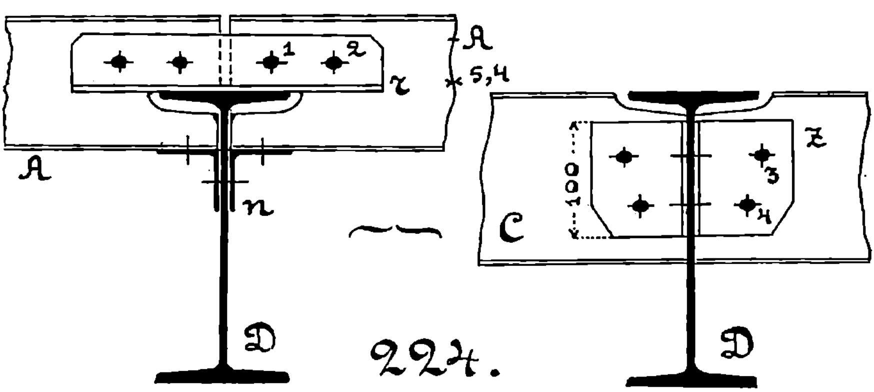
По таблице 16 (см. § 100) получаем указания, что наибольшая длина пролета при заданных условиях может быть взята в *девятнадцать* раз более высоты балки A:

$$l = 19\cdot h = 19\cdot 13 = 247 \text{ см.}; \quad \text{берем } l = 2{,}5 \text{ мт.}$$

Крепость балок A будет проверяться по форм. *218*:

$$\frac{Q\cdot l}{8} = H\cdot W; \quad \text{откуда} \quad Q = \frac{8\cdot 1\,000\cdot 67{,}1}{250} = 2\,147 \text{ кг.}$$

Принимаем $Q = 2\,150$ кг. Тогда конец балки A должен будет передавать на балку D давление, равное 1 075 кг. Передача этого давления будет происходить двумя заклёпками,



224.

скрепляющими конец балки A с двумя уголками r. Берем диам. заклёпок по 16 мм., с площадью сечения по 201 кв. мм. Заклёпки будут двусрезные, и на каждую площадь сечения будет передана четвертая доля всего давления 1 075 кг., т. е. по 269 кг. Напряжение сдвига в заклёпках получится равным

$$\frac{269}{201} = 1{,}3 \text{ кг. на кв. мм.}.$$

а напряжение смятия в гнезде у вертикальной стенки балки

$$\frac{4}{\pi} \cdot \frac{2 \cdot 269}{16 \cdot 5{,}4} = 7{,}9 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Уголки r взяты с размерами $50 \times 50 \times 9$ мм.

Смятие заклепки в уголках проверять не надо. Но следует проверить крепость уголков на сгибание. Для них имеем такие данныя:

расстояние центра тяжести сечения от верхней кромки уголка	3,44 см.
момент инерции сечения каждого уголка относительно горизонтали, проходящей через центр тяжести его	17,9 см.^{4}

Принимая, что расстояние центра первой заклёпки от оси балки D равно 3,5 см., а центра второй заклёпки 8,5 см., расчетную формулу для уголков r напишем по типу форм. *197*:

$$2 \cdot 269 \cdot 3{,}5 + 2 \cdot 269 \cdot 8{,}5 = H \cdot \frac{2 \cdot 17{,}9}{3{,}44}, \quad \text{откуда}$$

$$H = 6{,}2 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Таким образом оказалось, что все напряжения получились допустимыми, и нижние уголки n этого скрепления можно рассматривать только, как предохранительное средство, придающее всем частям этого скрепления лишь бо́льшую устойчивость.

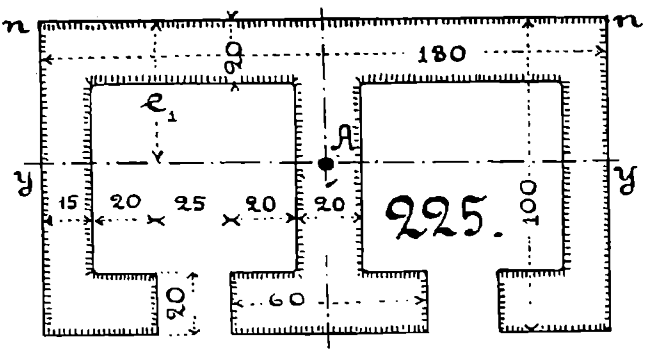
Прикрепление концов балок C к поперечной балке D (фиг. 224 справа) произведено посредством пары уголков z с каждой стороны. Уголки взяты $80 \times 40 \times 8$ мм. От них отрезаны куски по 100 мм. высотою. Заклёпок поставлено также по две. Проверять их крепость не надо, если считать, что конец балки C передает на балку D то же самое давление 1 075 кг., что и в предыдущем случае. Проверим только крепость самих уголков z.

Предполагая в расчете, что обе заклепки (*3* и *4* на чертеже) поставлены на расстоянии не более 6 см. от стенки у балки D, напряжение сгибания в опасном сечении уголков z вычислим по формуле

$$1\,075 \cdot 6 = H \cdot 2 \cdot \frac{0{,}8 \cdot 10^2}{6}, \quad \text{откуда}$$

$$H = 242 \text{ кг. на кв. см.}$$

Пример 161. На *фиг. 225* даны размеры в мм. и форма поперечного сечения чугунной балки, применяемой некоторыми английскими заводами для укрепления к ней подшипников, подвесок и т. п. Надо найти положение нейтральной линии yy для этого сечения.



Равенство статических моментов, написанных для всей площади и для всех ее отдельных частей относительно оси nn. даст нам. (в *см.*) следующее:

$$2 \cdot 1{,}5 \cdot 10 \cdot 5 + 2 \cdot 10 \cdot 5 + (18 - 5) \cdot 2 + 4 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 9$$
$$(2 \cdot 1{,}5 \cdot 10 + 2 \cdot 10 + 13 \cdot 2 + 4 \cdot 2 \cdot 2) \cdot e_1$$

откуда $e_1 = 4{,}56$ см. $= 45{,}6$ мм.

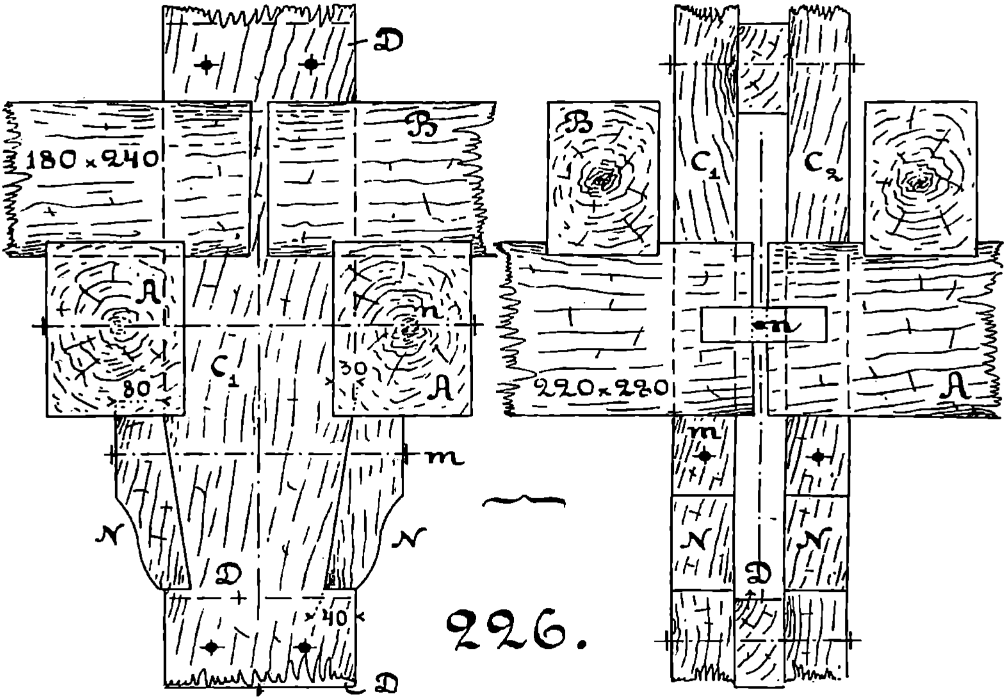
Пример 162. На *фиг. 226* изображена верхняя часть деревянной колонны, той самой, о которой шла речь в примере 135. Колонна состоит из двух сосновых брусьев C_1 и C_2, имеющих размеры поперечного сечения 100×300 мм. каждый. Между брусьями заведены прокладки D (фиг. 226), при помощи которых образовано у колонны прорезное сечение, равноопасное в двух взаимноперпендикулярных направлениях. На фиг. 226 ясно видно, каким образом происходит передача давления на колонну от продольных балок A (220×280 мм.), и как эти последние сами берут на себя давление от поперечных балок B (180×240 мм.). Расчет всей системы балок желают провести с напряжением $H = 1$ кг. на кв. мм. и с провесом $p = 1:200$. Надо найти возможную длину для балок A и B и допускаемую высоту для деревянной колонны, если расчет ее будет проведен с напряжением $H_1 = 0{,}6$ кг. на кв. мм.

Пусть l_1 будет расчетная длина продольных балок A, l_2 — то же самое для балок B, l — длина колонны, концы которой считаем свободными.

В табл. 13 имеем данныя, по которым при $H = 1{,}0$ и $p = 1:200$, отношение длины пролета балки к ее высоте возможно иметь равным 24. Следовательно,

$$l_1 = 24 \cdot 280 = 6\,720 \text{ мм.}; \qquad l_2 = 24 \cdot 240 = 5\,760 \text{ мм.}$$

В задаче 135 было найдено расстояние между брусьями C_1 и C_2 (фиг. 226) равным 64 мм. Сообразуясь с чертежем,



226.

намечаем расстояние между центрами колони, считая его по длине здания, так:

$$L_1 = 6\,720 + 2 \cdot (32 + 50) = 6\,884 \text{ мм.}$$

А по ширине здания оно будет по чертежу (фиг. 226) таким

$$L_2 = 5\,760 + 2 \cdot (150 + 60) = 6\,180 \text{ мм.}$$

При установке колони было выполнено

$$L_1 = 6{,}75 \text{ мт.}; \quad L_2 = 6 \text{ мт.}$$

Площадь пола, с которой нагрузка будет передаваться на колонну, будет

$$L_1 \times L_2 = 6{,}75 \times 6 = 40{,}5 \text{ кв. мт.}$$

Расчетная нагрузка на 1 кв. мт. пола была принята: во II этаже — 300 кг., а в III этаже — 200 кг. Суммируя обе эти нагрузки для расчета колонн нижнего этажа, получим сдавливающую силу для колонны $C_1 C_2$ (фиг. 226) равною

$$Q = 40{,}5 \cdot 500 = 20\,250 \text{ кг.} = 20{,}25\ tn.$$

Называя величину колонного коэф. через k, расчетную формулу для колонны напишем так:

$$Q = k \cdot H_1 \cdot F\,, \quad \text{откуда} \quad k = \frac{20\,250}{0{,}6 \cdot 2 \cdot 100 \cdot 300} = 0{,}562\,.$$

В табл. 23 (см. § 116) такого коэф. нет, а есть величины больше этой и меньше ее, а именно:

$$l:u = 65 \;\ldots\; 1\,000 \cdot k = 570$$

$$l:u = 70 \;\ldots\; 1\,000 \cdot k = 537$$

$$l:u = y \;\ldots\; 1\,000 \cdot k = 562\,, \text{ откуда}$$

$$y = 65 + \frac{570 - 562}{570 - 537} \cdot 5 = 66{,}2\,.$$

Получили для нашей колонны возможную величину отношения длины колонны к ее радиусу инерции. Она оказалась менее 110 (см. § 111), следовательно, расчет колонны по формуле *Эйлера* делать было нельзя. Это обстоятельство и было уже нами учтено заранее.

В примере 135 была определена величина u радиуса инерции для данного сечения колонны; и оказалось, что

$$u = 8{,}66 \text{ см.}\,, \quad \text{поэтому } l = u \cdot \left(\frac{l}{u}\right) = 8{,}66 \cdot 66{,}2 = 573{,}3 \text{ см.}$$

Это будет наибольшая возможная расчетная длина колонны в нижнем этаже. Исполнительная длина ее ни в каком случае не должна быть более вычисленной.

Как видно по чертежу (фиг. 226), каждый из концов балки A передает на колонну одну четверть всей приходящейся на нее нагрузки, т. е. для нижнего этажа это будет

$$\frac{40{,}5 \cdot 300}{4} = 3\,037{,}5 \text{ кг.}\,; \quad \text{примем } 3\,040 \text{ кг.}$$

Эта сила вызовет напряжение смятия на стыке между зубом N и уступом колонны:

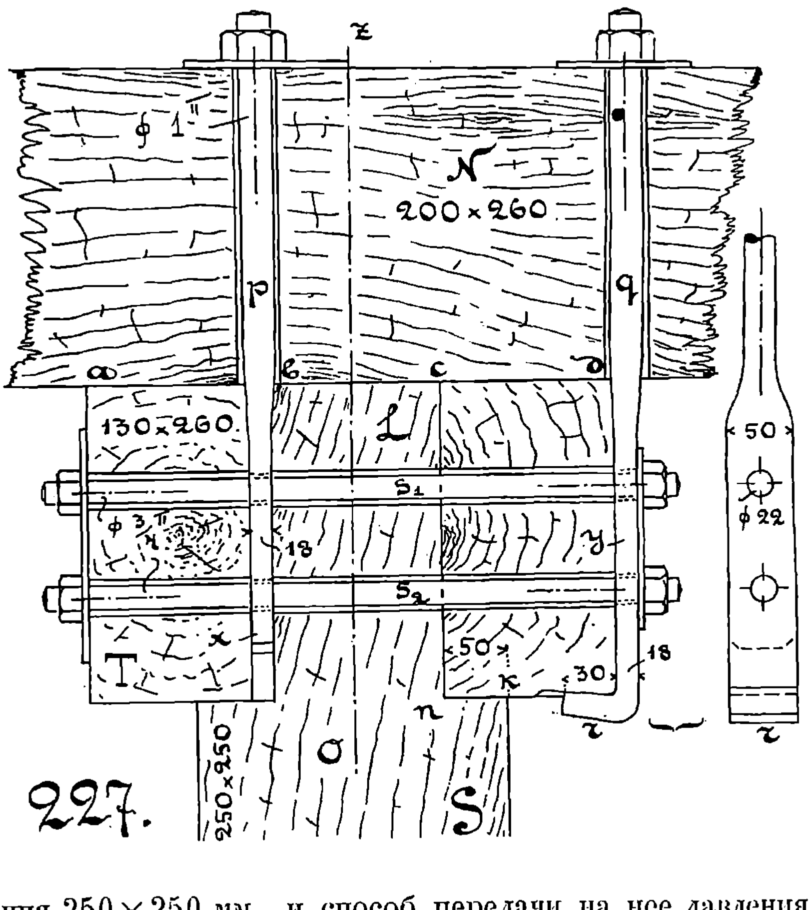
$$м = \frac{3\,040}{40 \cdot 100} = 0{,}76 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Это — величина недопустимая. Она, примерно, вдвое более того, что мог бы взять на себя этот торец. Вот почему и введены болты m и n, которыми пришиты к колонне и концы балок A, и зубья N. Вот почему сделана еще и подрезка вверху у колонны на глубину в 30 мм. Если предположить, что оба зубчатые уступа колонны будут работать сообща, тогда напряжение смятия на обоих торцах (между балкой A и колонной, между зубом N и колонной) подсчитается так:

$$м_1 = \frac{3\,040}{(40+30)\cdot 100} = 0{,}43 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Это — величина допускаемая; а затем остается еще в резерве помощь от болтов m и n.

Пример 163. На *фиг. 227* показано устройство головной части деревянной колонны S, имеющей размеры поперечного



227.

сечения 250×250 мм., и способ передачи на нее давления от продольных балок T (2×130×260 мм.) и поперечных балок N (200×260 мм.). На чертеже показаны две конструктивные разработки скрепления между собою балок N и T, — слева от центральной линии Oz посредством болта p, нижняя часть которого обращена в плоскую лапу x, зажатую между балкой T и головкой L колонны, — а справа от вертикальной линии посредством болта q, нижняя часть которого обращена в лапу y с отогнутым в бок пальцем r на нижнем конце ее. Надо установить предельное междуколонное расстояние, затем рассчитать колонну и установить способ передачи на нее давления от балок. Нагрузка на 1 кв. мт. пола предположена не свыше 400 кг. Провес балок может быть допущен не свыше 1 : 200, а рабочее напряжение в балках 1 кг. на кв. мм. и в колонне — 0,6.

Так как высота балок N и T дана одна и та же, то и междуколонные расстояния (или пролет балок) должны быть одинаковы в обоих перпендикулярных направлениях. По данным таблицы 13 (см. § 91) находим

$$l_1 = l_2 = 24 \cdot h = 24 \cdot 260 = 6\,240 \text{ мм.} = 6,24 \text{ мт.}$$

За исполняемую величину примем 6,2 мт.; тогда площадь пола, собирающая нагрузку на 1 колонну будет

$$6,2 \times 6,2 = 38,44 \text{ кв. мт.};$$

а величина самой нагрузки для колонны подсчитается так:

$$38,44 \cdot 400 = 15\,376 \text{ кг.}; \quad \text{принимаем } 15\,350 \text{ кг.}$$

Посмотрим, возможно ли будет передать такую значительную нагрузку от балок на колонну; и если возможно, то каким именно способом, через какие именно стыки.

Предположим сначала, что на торец bc головки давление от балки N не будет передано к колонне, а передача давления пойдет через стыки ab и cd от балки N к балкам T, а от них — через уступы nk на колонну.

На торцах ab и cd будем иметь опорную площадь

$$2 \cdot 130 \cdot 200 = 52\,000 \text{ кв. мм.}$$

Напряжение смятия на этом торце, при коэффициенте использования его, равном 0,8, получилось бы таким:

$$м = \frac{15\,350}{0,8 \cdot 52\,000} = 0,37 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Для напряжения смятия дерева по направлению, перпендикулярному к волокнам, эта величина чрезмерно велика. Как наибольшую величину напряжения смятия в этом случае можно было бы взять равной только 0,25 кг. на кв. мм. Сообразно с этим потребовалась бы следующая площадь стыка (при полном его использовании):

$$F = \frac{15\,350}{0{,}25} = 61\,400 \text{ кв. мм.}$$

Если мы заставим принять участие в работе все три верхних стыка, т. е. ab, bc и cd, тогда получим у них суммарную площадь смятия

$$F_1 = 2 \cdot 130 \cdot 200 + 150 \cdot 200 = 82\,000 \text{ кв. мм.}$$

Следовательно, эта площадь допускает коэф. использования ее иметь равным

$$F : F_1 = 61\,400 : 82\,000 = 0{,}75\,.$$

Итак, неизбежно передавать давление на колонну через весь торец ее, т. е. через центральную площадку bc и через оба уступа kn. Принимая коэф. использования опорных торцов равным 0,8, получим:

1) давление, которое может взять на себя стык bc

$$150 \cdot 200 \cdot 0{,}25 \cdot 0{,}8 = 6\,000 \text{ кг.}$$

2) давление на оба торца nk

$$2 \cdot 50 \cdot 250 \cdot 0{,}25 \cdot 0{,}8 = 5\,000 \text{ кг.}$$

В сумме получается только 11 000 кг. Остальное надо восполнить силами трения, которые возбудятся от затяжки болтов s_1 и s_2 на боковых сторонах головы L.

Болты s_1 и s_2 взяты по $^3/_4$ дюйма в диаметре. Площадь живого сечения у такого болта можно считать равной 196 кв. мм. Предполагая затяжку их сделанной с напряжением в 6 кг. на кв. мм., получим величину затяжки равной

$$196 \cdot 6 = 1\,176 \text{ кг.}$$

Принимая коэф. трения дерева по дереву равным 0,5, найдем величину силы трения, вызываемую этой затяжкой, не более

$$1\,176 \cdot 0{,}5 = 588 \text{ кг.}$$

От затяжки двух болтов эта сила трения возбудится на двух боках (правом и левом) у головки L четыре раза; и величина силы трения будет

$$4 \cdot 588 = 2\,352 \text{ кг.}$$

Вся величина давления, которую можно передать на колонну через данное устройство, будет

$$6\,000 + 5\,000 + 2\,352 = 13\,352 \text{ кг.}$$

Берем 13 350 кг. и пересчитываем величину площади пола, с которой можно собирать давление и передавать его на колонну, так:

$$\frac{13\,350}{15\,350}\cdot 38{,}44 = 33{,}4 \text{ кв. мт.} = l_1^2, \quad \text{откуда}$$

$$\text{между-колонное расстояние} \cdots l_1 = 5{,}78 \text{ мт.}$$

Расчет колонны теперь поведем для нагрузки в 13,35 *tn*. Найдем возможную длину для колонны.

$$\text{Площадь ее сечения} \cdots 25\cdot 25 = 625 \text{ кв. см.}$$

Квадрат радиуса инерции сечения получится так:

$$u^2 = J^2 : F^2 = \frac{25^4}{12} : 25^2 = \frac{625}{12} = 52{,}09 \text{ см.}^2; \qquad u = 7{,}22 \text{ см.}$$

Величина колонного коэффициента будет вычисляться так:

$$k = \frac{Q}{H\cdot F} = \frac{13\,350}{60\cdot 625} = 0{,}356\,.$$

Из табл. 23 (см. § 116) берем данныя:

$$\begin{array}{llll} \text{при} & l:u = 95 \ldots & 1\,000\cdot k = 371 & \\ \text{»} & l:u = 100 \ldots & 1\,000\cdot k = 338 & \\ \text{»} & l:u = y & 1\,000\cdot k = 356\,, & \text{откуда} \end{array}$$

$$\frac{100-95}{371-338} = \frac{100-y}{356-338}, \quad \text{или} \quad \frac{5}{33} = \frac{100-y}{18}, \quad \text{или}$$

$$y = 100 - 5\cdot\frac{18}{33} = 97{,}3 = \frac{l}{u}\,.$$

Наибольшая возможная длина колонны

$$l = 97{,}3\cdot 7{,}22 = 702{,}5 \text{ см.}$$

Принимаем $l = 7$ мт.

Произведем здесь кстати сравнение обоих болтовых скреплений — p и q на фиг. 227.

Лапа болта p удерживается на месте четырьмя силами трения между деревом и железом, — в двух местах на левой стороне лапы и в двух местах на правой стороне. Затяжка болта была найдена равной 1 176 кг. Коэф. трения железа по дереву берем равным 0,3. Сила трения от одного нажатия лапы на дерево будет

$$0{,}3\cdot 1\,176 = 353 \text{ кг.}$$

От четырех нажатий получим всю величину силы трения, удерживающую лапу на месте, равной

$$353 \cdot 4 = 1\,412 \text{ кг.}$$

Палец r у правого болта q может взять на себя давление

$$30 \cdot 50 \cdot 0{,}25 \cdot 0{,}8 = 300 \text{ кг.}$$

К этому давлению прибавятся еще две силы трения у лапы y о правый бок балки, т. е.

$$2 \cdot 353 = 706 \text{ кг.}$$

Вся величина силы, которую может взять на себя правый болт q получится, как сумма

$$706 + 300 = 1\,006 \text{ кг.}$$

А на левый болт была передана сила 1 412 кг. Отношение $1\,412 : 1\,006 = 1{,}4$, т. е. конструкция болта p с «ущемленной лапой» имеет за собою преимущество перед болтом q, у которого лапа только прижата к балке; а поддевающий балку палец r помогает лапе y весьма немного. Но и при этих условиях он вызывает в сечении лапы y эксцентричное растяжение. Величина эксцентриситета здесь будет равна

$$\frac{30 + 18}{2} = 24 \text{ мм.}$$

Наибольшая величина напряжения при этой эксцентричной передаче возбудится в ослабленном сечении лапы y, проходящем через ось болта s_2; она будет вычисляться по форм. *306*:

$$H = \frac{300}{18 \cdot (50 - 22)} \cdot \left(1 + \frac{6 \cdot 24}{18}\right) = 5{,}4 \text{ кг. на мм.}^2$$

Желая использовать всю крепость лапы y, можно довести величину этого напряжения до 7 кг. на кв. мм. Для этого надо сделать палец r несколько длиннее. Пусть искомая длина его будет u вместо теперешней 30 мм. Тогда форм. *306* примет такой вид:

$$\frac{u \cdot 50 \cdot 0{,}25 \cdot 0{,}8}{18 \cdot 28} \cdot \left(1 + \frac{6 \cdot (0{,}5 \cdot u + 9)}{18}\right) = 7, \quad \text{или}$$

$$\frac{4 \cdot u}{1{,}8 \cdot 28} + \frac{u^2}{1{,}8 \cdot 28 \cdot 6} = 7; \qquad \text{или} \qquad u^2 + 24 \cdot u - 2\,116{,}8 = 0$$

$$\text{откуда} \quad u = -12 + \sqrt{144 + 2\,117} = 35{,}5 \text{ мм.}$$

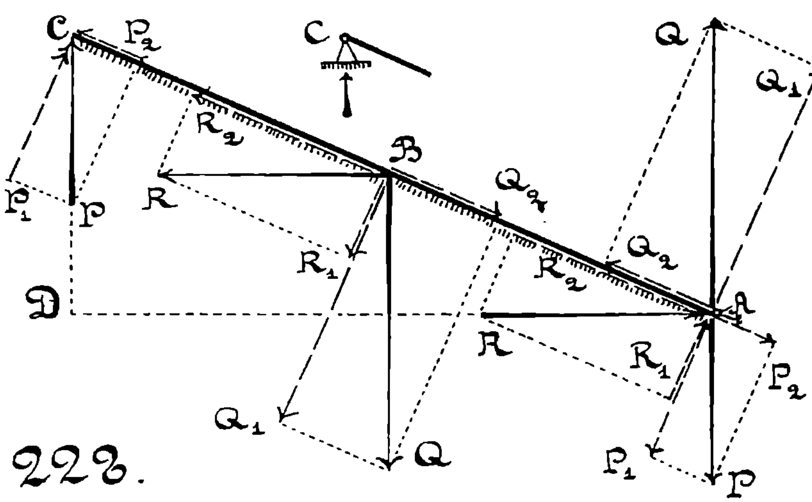
Взявши $u = 36$ мм., получим наибольшее возможное давление на палец r равным

$$36 \cdot 50 \cdot 0{,}25 \cdot 0{,}8 = 360 \text{ кг.}$$

А вся сила для болта q, как наибольшая, не может превзойти суммы

$$360 + 706 = 1\,066 \text{ кг.}$$

Пример 164. Надо проверить крепость частей, входящих в состав покрытия одного из крыльев вагонного сарая. Схему этого покрытия изображает *фиг. 228*, а некоторые из его де-



228.

талей передает *фиг. 229*. Крыло сарая перекрыто поперечными двутавровыми балками AC (фиг. 228) № 26 из литого железа. Нижний конец A у этих балок получает жесткую связь со своей опорой, а на верхнем конце балок давление на стену передается в вертикальном направлении посредством уголков E (фиг. 229) и чугунных подушек s, снабженных зубьями r. Балки AC расставлены одна от другой с расстоянием $c = 2{,}17$ мт. от центральной линии одной балки до таковой же линии у другой балки. Поверх балок AC положены деревянные пластины Π, привернутые к верхним по́лкам балок. Пластины перекрыты двойным деревянным настилом из дюймовых досок; один настил идет вдоль здания, а другой поперек. Между ними проложен слой войлока. Внешнее покрытие сделано из кровельного железа. Разность уровней

между опорами A и C в вертикальном направлении

$$\overline{CD} = a = 1{,}4 \text{ мт.},$$

горизонтальный пролет покрытия . . . $\overline{AD} = b = 8{,}8$ мт.

Длина балок .... $AC = l = \sqrt{a^2+b^2} = 8{,}91$ мт.

Уклон навеса $a:b = 1{,}4:8{,}8 = 0{,}16$.

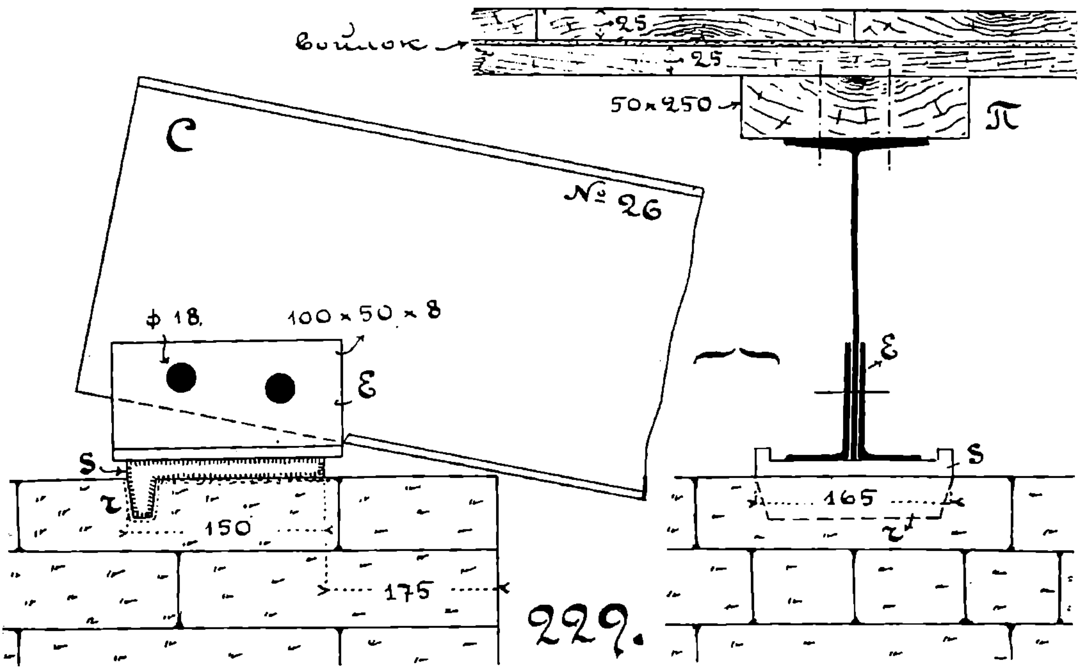
Угол наклона балок к горизонту — около 9 градусов.

За нагрузку покрытия считаем:

1) собственный вес его — B.

2) нагрузку от снега — N.

3) нагрузку от ветра — R.



229.

Собственный вес покрытия в кг. на 1 кв. мт. составится из следующих частей:

Вес двойного досчатого настила	32	кг.
» лежня II — 50×250 мм.	2,7	»
» войлочной прокладки	2	»
» кровельного железа («10-фунтового»)	4,1	»
» балок № 26	19,3	»
На 1 кв. мт. ...	60,1	кг.

На всю площадь покрытия будет передаваться давление

$B = 2{,}17 \cdot 8{,}91 \cdot 60{,}1$; принимаем $B = 1\,162$ кг.

По строительным нормам Московского Городского Управления вес нагрузки от снега высчитывался так: при уклонах менее 10° — до 150 кг. на 1 кв. мт. горизонтальной проекции покрытия, а при уклонах более 10° — до 100 кг. Наш случай лежит как раз на границе между теми и другими данными; возьмем поэтому среднюю величину между высшей и низшей цифрой, т. е. 125 кг.; тогда

$$N = 2{,}17 \cdot 8{,}8 \cdot 125 = 2\,387 \text{ кг.}$$

Вся величина вертикальной нагрузки на покрытие будет

$$Q = B + N = 1\,168 + 2\,387 = 3\,555 \text{ кг.}$$

По тем же нормам М. Г. У. нагрузка от ветра бралась максимальной, соответствующей почти урагану, — в 150 кг. на 1 кв. мт. вертикальной проекции покрытия; поэтому

$$R = 1{,}4 \cdot 2{,}17 \cdot 150 = 456 \text{ кг.}$$

Все эти нагрузки нанесены на чертеж (фиг. 228) с тою целью, чтобы выяснить величины сопротивлений опоры у балки AC.

Сопротивление верхней (подвижной) опоры может быть только вертикальным. Оно обозначено буквою P. А неподвижная (жесткая) опора A должна будет взять на себя и часть вертикальной нагрузки и всю горизонтальную.

При опорном узле A приложены 3 силы:

1) противодействие R давлению ветра: направление его слева направо;
2) противодействие нагрузке Q (давлению от снега и от собственного веса крыши); направление — снизу вверх;
3) противодействие сопротивлению опоры C: эта сила P при опоре A приложена сверху вниз.

Образовались 3 пары сил — RR, QQ и PP.

Под действием их балка должна быть в равновесии. Проверка его приведет нас к одному только равенству моментов от всех трех пар; а оба равенства проекций всех сил, входящих в состав этих пар сил, уже удовлетворены сами собою, т. к. никакая пара сил не порождает стремлений — перемещать тело вдоль какой-либо оси.

Равенство моментов дает нам

$$P \cdot b = Q \cdot \frac{b}{2} + R \cdot \frac{a}{2}, \qquad \text{откуда} \quad P = \frac{Q \cdot b + R \cdot a}{2 \cdot b}$$

$$P = \frac{3\,555 \cdot 8{,}8 + 456 \cdot 1{,}4}{2 \cdot 8{,}8} = 1\,814 \text{ кг.}$$

Найдем теперь расчетный сгибающий момент для балки AC. Наибольшая величина его будет относиться к среднему поперечному сечению B. При подсчете этого момента надо иметь в виду, что, и сила Q и сила R, обе они распределены равномерно по всей длине балки AC.

Для сечения B загибающий момент получим от силы P, работающей с плечом $\frac{b}{2}$; а разгибающих балку моментов будет два:

от силы $\frac{R}{2}$, работающей с плечом $\frac{a}{4}$,

» » $\frac{Q}{2}$, » » » $\frac{b}{4}$.

Поэтому для сечения B выражение сгибающего момента составится так:

$$M = P\cdot\frac{b}{2} - \frac{R\cdot a}{4} - \frac{Q\cdot b}{4} = \frac{Q\cdot b + R\cdot a}{8}$$

$$M \text{ кг.-см.} = \frac{3\,555\cdot 880 + 456\cdot 140}{8} = 391\,050 + 63\,840$$

$$M = 454\,890 \text{ кг.-см.}$$

Модуль сечения балки № 26 ... $W = 442$ см.^{3}

Напряжение сгибания, вызываемое в балке AC, действием сил, нормальных к ее оси, будет

$$H_1 = \frac{M}{W} = \frac{454\,890}{442} = 1\,029 \text{ кг. на кв. см.}$$

В образовании этого напряжения приняли участие: нагрузка от собственного веса покрытия, — от давления снега и от напора ветра, приложенного по горизонтальному направлению. Участие ветровой нагрузки в общей работе выражается довольно незначительной долею, а именно:

$$\frac{63\,840}{454\,890} = 0{,}14\,, \quad \text{т. е. 14-ю процентами.}$$

Остается учесть еще ту величину дополнительного напряжения, которое будет вызвано в поперечном сечении балки от действия продольных сил, ее нагружающих, т. е. от действия сил P_2, Q_2 и R_2. Они комбинируются таким образом (фиг. 228):

а) на верхнее плечо балки действует растягивающая его сила P_2, б) на нижнее плечо балки действует осевая сила, равная разности $(P_2+R_2)-Q_2$; эта разность может быть и положительной и отрицательной, смотря по величине уклона крыши и по величине нагрузок; если эта разность оказалась бы положительной, то плечо AB будет также растянуто, но другой только силой, чем плечо BC; а иначе оно будет этою силою сжато.

Определяем величины осевых сил из подобия треугольников, которые легко разыскать на чертеже (фиг. 228):

$$\frac{P_2}{P}=\frac{a}{l}; \quad P_2 \quad P\cdot\frac{a}{l} \quad \frac{1\,803\cdot 1{,}4}{8{,}91} \quad 284 \text{ кг.}$$

$$\frac{R_2}{R}=\frac{b}{l}; \quad R_2 \quad R\cdot\frac{b}{l} \quad \frac{456\cdot 8{,}8}{8{,}91} \quad 451 \text{ кг.}$$

$$\frac{Q_2}{Q} \quad \frac{a}{l}; \quad Q_2 \quad Q\cdot\frac{a}{l} \quad \frac{3\,555\cdot 1{,}4}{8{,}91} \quad 559 \text{ кг.}$$

Разность ... $P_2+R_2-Q_2 \quad 284+451-559=176$ кг.

Видим, что оба плеча у балки, и верхнее и нижнее, будут у балки растянуты еще осевою нагрузкою; но верхнее плечо растянуто большей силой, чем нижнее. Величина площади поперечного сечения у балки AC дается по сортаменту равной 53,4 см.^{2} Следовательно, в области растянутых волокон балки будет вызываться еще добавочное напряжение

$$H_2=\frac{P_2}{F}=\frac{284}{53{,}4} \qquad 5 \text{ кг. на кв. см.}$$

И суммарное напряжение у наиболее растянутых волокон балки получится таким:

$$H=H_1+H_2 \qquad 1\,034 \text{ кг. на кв. см.}$$

Для литого железа это величина допустимая.

Проверим теперь крепость деталей покрытия.

Давление P на левую опору передается от балки к уголкам E посредством двух заклепок с диам. по 18 мм. Площадь сечения у каждой из заклепок можно считать равной 254 кв. мм. Заклепки — двусрезные, поэтому напряжение сдвига будет здесь таким:

$$t=\frac{1\,803}{2\cdot 2\cdot 254}=1{,}77 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Для нахождения напряжения смятия в заклепках надо знать толщину вертикальной стенки у балки № 26. По сортаменту эта толщина равна 9,4 мм.; поэтому, согласно с форм. 85, напряжение смятия на поверхности заклепок подсчитается так:

$$м = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{1\,803}{9{,}4 \cdot 18 \cdot 2} = 6{,}8 \text{ кг. на кв. мм.}$$

При определении напряжения смятия на стыке между уголками E и плитой s введем коэф. использования опорной поверхности, и примем его равным только 0,6. Такую малую величину этого коэф. назначаем потому, что уголков два, и нижние грани их могут не оказаться лежащими строго в одной плоскости; а затем при изменении величины нагрузки на балку AC может произойти некоторая разверка в относительном положении соприкасающихся частей.

Напряжение смятия на стыке между уголками E и подушкой s получится равным

$$м_1 = \frac{1\,803}{0{,}6 \cdot 2 \cdot 50 \cdot 150} = \frac{1\,803}{9\,000} = 0{,}2 \text{ кг. на кв. мм.}$$

При постановке на место подушки s под нее кладется слой цементного раствора, чтобы иметь возможность установить верхнюю опорную поверхность плиты в горизонтальной плоскости с одной стороны, а с другой — чтобы использовать всю величину нижней опорной поверхности плиты для восприятия давления P. Напряжение смятия на стыке между плитой s и кирпичною кладкою стены будет таким:

$$м_2 = \frac{1\,803}{165 \cdot 150} = 0{,}073 \text{ кг. на кв. мм.}$$

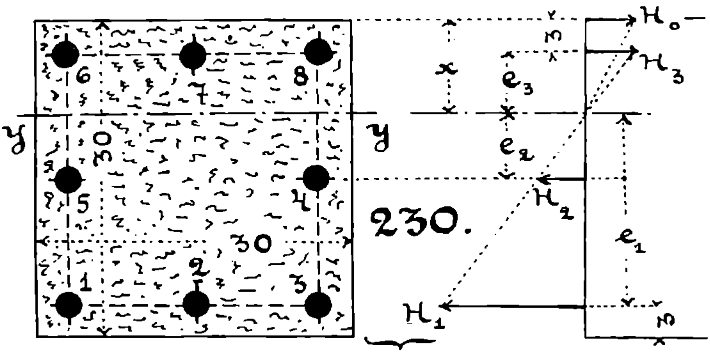
Эта величина сминающего напряжения вполне допустима при передаче давления на кирпичную кладку, выложенную на цементе, — хотя бы и романском.

При выполнении кирпичной кладки обязательно соблюсти перевязку швов. Упоминаем об этом потому, что «при спешке», когда заканчивают кладку последних рядов стены, *бывали случаи*, что эта работа попадала в руки неопытных рабочих, и глаза контролеров над этими работами *не усматривали* отсутствие этой перевязки, лишающей стену ее прочности.

На фиг. 229 изображен свободный конец балки, который при переменах температуры в помещении и при всяких переменах в нагрузке может перемещаться; а на другом конце балки, на нижнем, уголки E и плита s должны быть скреплены между собою двумя болтами; концы их запущены в кладку на длину не менее 12 дюйм. (30 см.), а при больших стропилах — на длину до 18 дюйм. (46 см.).

Обязательным считается также, чтобы под стропильными подбалочными плитами по крайней мере 6 рядов кирпичной кладки были выведены *на цементе*, соблюдая при этом, как упомянуто было выше, перевязку швов.

Пример 165. На *фиг. 230* изображено поперечное сечение длинной железо-бетонной сваи в 12 мт. длины. Надо выяснить ее крепость, а затем и ее «носность», принимая во внимание сопротивление грунтов, которые придется ей проходить. Арматура сваи состоит из 8 продольных железных



230.

прутков с диам. по 12 мм. Напряжение в бетонной массе не должно превышать 30 кг. на кв. см. Отношение коэф. упругости железа и бетона n можно принимать равным 15.

В примере 24 мы уже имели указания, что железная арматура сваи будет работать с напряжением

$$30 \cdot 15 = 450 \text{ кг. на кв. см.}$$

Площадь поперечного сечения сваи по ее внешнему обводу будет

$$30 \cdot 30 = 900 \text{ кв. см.}$$

Площадь поперечного сечения всех 8 железных прутков с диам. по 12 мм. будет 9,05 кв. см.

Рабочую площадь бетонной массы берем		891 см.^{2}
Ее сопротивление сжатию будет	$891 \cdot 30$	26 730 кг.
Арматура возьмет на себя	$9.05 \cdot 450$	4 073
Вся величина сопротивления сваи будет		30 803 »

Примем ее за 30 *tn* и посмотрим, какова будет та сила сопротивления, которую окажут свае те грунты, которые она проходит.

Сделаем такие допущения:

Верхний слой грунта пусть состоит из ила и занимает собою 2,15 мт. Сопротивление от трения сваи об этот грунт вовсе не берется в расчет.

Под илом на глубине 4,38 мт. пусть расположилась мягкая глина. На 1 кв. мт. поверхности железо-бетонной сваи мягкая глина дает силу сопротивления трения до 1,2 *tn*. Периметр нашей сваи будет 1.2 мт. В слое глины она встретит сопротивление трения

$$(1{,}2 \cdot 4{,}38) \cdot 1{,}2 = 6{,}307\ tn.$$

Под мягкой глиной — слой песку-плывуна в 2,17 мт.: трение в нем ж.-б. сваи оценивается 2,5 *tn* на 1 кв. мт. поверхности. Это дает нам сдерживающую силу

$$(1{,}2 \cdot 2{,}17) \cdot 2{,}5 = 6{,}51\ tn.$$

Наконец, под песком-плывуном пусть был пройден слой гравия в 3,1 мт., и тогда только свая дала «отказ». Сила трения ж.-б. сваи в гравие получается до 4 *tn* на 1 кв. мт. поверхности обхвата сваи: в нашем случае мы получим

$$(1{,}2 \cdot 3{,}1) \cdot 4 = 14.88\ tn.$$

Остается подсчитать еще силу упора самого наконечника сваи в толщу гравия. Эту силу оценивают в 5 кг. на 1 кв. см. площади упора. Это прибавит нам к общей силе сопротивления еще

$$5 \cdot 900 = 4500 \text{ кг.} = 4{,}5\ tn.$$

Суммируя все четыре силы сопротивления, перечисленные выше, получим

$$6{,}307 + 6.51 + 14{,}88 + 4{,}5 = 32{,}197\ tn.$$

т. е. более того, что нам нужно; и, следовательно, вся крепость ж.-б. сваи, в случае надобности, могла бы быть использована.

Отметим кстати, что при подобных же расчетах, которые приходится вести для деревянных свай, силы трения сваи о грунты назначаются на 25—30% менее.

Как велик должен быть вес бабы, которая нужна будет для забивания этой железо-бетонной сваи, и какую высоту падения надо будет назначить для бабы? — При забивке железо-бетонных свай высоту падения бабы выбирают не более 1 мт., а вес бабы делают не менее веса самой сваи.

Подсчитаем поэтому вес самой сваи.

Площадь поперечного сечения бетонной массы была определена выше

$$891 \text{ кв. см.} = 0{,}0891 \text{ кв. мт.}$$

Об'ем затрачиваемого бетона будет

$$0{,}0891 \cdot 12 = 1{,}0692 \text{ куб. мт.}$$

Вес бетона $\cdots$ $1{,}0692 \cdot 2\,000 = 2\,138{,}4$ кг.

Вес погонного мт. железного прутка в 12 мм. диам. 0,888 кг.

Вес 8 прутков на длине 12 мт. $\cdots$ $0{,}888 \cdot 12 \cdot 8 = 85{,}25$ кг.

Прибавляя на обвязку прутков в поперечном направлении $10^0/_0$ их веса, получим вес арматуры

$$1{,}1 \cdot 85{,}25 = 93{,}8 \text{ кг.}$$

Вес бетона и железа в свае — 2 232 кг.

Вес бабы надо будет взять около 2 250 кг., или около 140 пуд. В практических применениях доходил вес бабы до 8 000 кг. (до 500 пуд.).

Пример 166. При использовании железо-бетонной сваи, которая была уже рассчитана в предыдущем примере (фиг. 230) надо будет указать наивыгоднейшее размещение опорных брусьев при ее перевозке, при ее укладке на месте работ перед забивкою в грунт. а также надо вообще поверить и крепость сваи, как балки.

Этот случай расчета существенно будет отличаться от того, который был рассмотрен в примере 117. Там железная арматура была расположена только в растянутой области, а здесь — и в растянутой и в сжатой.

Пусть нейтральной линией сечения будет линия yy, отстоящая на расстояние x от верхней грани сваи. Тогда в области растяжения будут лежать прутки арматуры 1, 2, 3, 4, 5, а в области сжатия — прутки 6, 7, 8.

Назовем величины рабочих напряжений так:

H_0 — наибольшее напряжение сжатия в бетонной массе (в кг. на кв. *см.*),

H_1 — напряжение растяжения (в кг. на кв. см.) у железных прутков *1*, *2*, *3*, центры которых отстоят от нейтральной линии сечения на расстояние e_1;

H_2 — напряжение растяжения (в кг. на кв. см.) у железных прутков *4* и *5*; их центры удалены на расстояние e_2 от нейтральной линии сечения:

H_3 — напряжение растяжения (в кг. на кв. см.) у железных прутков *6*, *7* и *8*; их центры удалены на расстояние e_3 от нейтральной линии сечения, а от верхней грани сваи — на 3 см.

Пусть будут далее обозначать:

E_0 — коэф. упругости бетонной массы,

E_1 — » » железных прутков;

b_0, b_1, b_2 и b_3 — вытяжки продольных линий на расстояниях x, e_1, e_2 и e_3 от нейтрального слоя,

$f = 1{,}13$ кв. см. — площадь поперечного сечения каждого из железных прутков.

$n = E_1 : E_0 = 15$ — заданная величина отношения обоих коэф. упругости.

Подобно форм. *300*, выразим, что поперечное сечение согнутой сваи останется плоским, пока свая будет получать упругие прогибы:

$$\frac{b_0}{x} = \frac{b_1}{e_1} = \frac{b_2}{e_2} = \frac{b_3}{e_3}, \quad \text{или иначе}$$

$$\frac{H_0}{E_0 \cdot x} = \frac{H_1}{E_1 \cdot e_1} = \frac{H_2}{E_1 \cdot e_2} = \frac{H_3}{E_1 \cdot e_3}, \quad \text{откуда}$$

$$H_1 = H_0 \cdot \frac{n \cdot e_1}{x}; \quad H_2 = H_0 \cdot \frac{n \cdot e_2}{x}; \quad H_3 = H_0 \cdot \frac{n \cdot e_3}{x} \cdots \quad \mathbf{368.}$$

Далее, подобно форм. *301*, напишем первое из условий равновесия каждой согнутой балки, по которому сумма всех сил растяжения, развивающихся в поперечном сечении, должна равняться сумме всех сил сжатия:

$$30 \cdot x \cdot \frac{H_0}{2} + 3f \cdot H_3 = 3f \cdot H_1 + 2f \cdot H_2 \cdots\cdots \quad \mathbf{369.}$$

Соединяя формулы *368* и *369* в одну, получим:

$$15 \cdot x \cdot H_0 + 3f \cdot H_0 \cdot \frac{n \cdot e_3}{x} = 3f \cdot H_0 \cdot \frac{n \cdot e_1}{x} + 2f \cdot H_0 \cdot \frac{n \cdot e_2}{x} \quad \mathbf{370.}$$

По чертежу (фиг. 230) имеем:

$$e_1 = 27 - x; \quad e_2 = 15 - x; \quad e_3 = x - 3 \cdots\cdots \quad \mathbf{371.}$$

Соединяя формулы *370* и *371* в одну и делая в ней приведения, придем к следующему квадратному уравнению:

$$x^2 + 8f \cdot x - 120 \cdot f = 0, \quad \text{откуда} \quad x = 7{,}98 \text{ см.}$$

$$e_1 = 27 - 7{,}98 = 19{,}02 \text{ см.}; \quad e_2 = 7{,}02 \text{ см.}; \quad e_3 = 4{,}98 \text{ см.}$$

Зададимся величиною напряжения H_1, как *max*, 1 000 кг. на кв. см., тогда по форм. *368* получим:

$$H_0 \quad \frac{1\,000 \cdot 7{,}98}{15 \cdot 19{,}02} \quad 28 \text{ кг. на кв. см.}$$

$$H_2 \quad \frac{1\,000 \cdot 7{,}02}{19{,}02} \quad 370 \text{ » » » »}$$

$$H_3 \quad \frac{1\,000 \cdot 4{,}98}{19{,}02} \quad 263 \text{ » » »}$$

Составим теперь выражение суммы моментов сопротивления всех отдельных частей, составляющих согнутую бетонную сваю. Перечислим здесь по порядку все слагаемыя этой суммы:

сила сжатия бетонной массы . . . . . $\frac{30 \cdot 7{,}98 \cdot 28}{2}$ кг.

плечо сопротивления для этой силы . . . $\frac{2}{3} \cdot 7{,}98$ см.

момент сопротивления бетонной массы *17 830* кг.-см.

сила растяжения прутков *1, 2, 3* . . . $3 \cdot 1{,}13 \cdot 1\,000$ 3 390 кг.

ее плечо . . . . e_1 19,02 см.

ее момент сопротивления . . . . *64 478* кг.-см.

сила растяжения прутков *4, 5* $2 \cdot 1{,}13 \cdot 370 = 836$ кг.

ее плечо . . . . e_2 7,02 см.

ее момент сопротивления . . . . *5 869* кг.-см.

сила сжатия прутков *6, 7, 8* . . . . . . $3 \cdot 1{,}13 \cdot 263$ 892 кг.

ее плечо . . . . e_3 4,98 см.

ее момент сопротивления . . . . *4 442* кг.-см.

Складывая все перечисленные выше четыре момента сопротивления, получим величину его для всего поперечного сечения железо-бетонной сваи:

$$M \quad 17\,830 + 64\,478 + 5\,869 + 4\,442 \quad 92\,619 \text{ кг.-см.}$$

Делая расстановку опор под сваей во время ее перевозки и укладки на землю на месте работ согласно указаниям, полученным в примере 158, надо чтобы крепость сваи, отвечала расчетному моменту, выражаемому форм. *367*. Собственный вес сваи длиною 12 мт. мы нашли в примере 165 равным

2 232 кг., поэтому форм. *367* требует, чтобы у сваи был на лицо момент сопротивления не менее

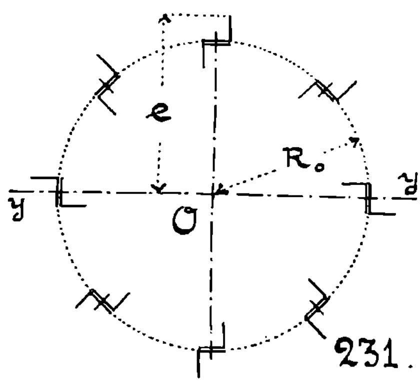
$$\frac{Q \cdot l}{46,6} = \frac{2\,232 \cdot 1\,200}{46,6} = 57\,476 \text{ кг.-см.}$$

Видим, что в сечении сваи имеется достаточный запас крепости. Форм. *366* требует, чтобы свешивающиеся за опоры концы свай были не длиннее

$$b = 0{,}2071 \cdot 12 = 2{,}485 \text{ мт., круглым числом } 2{,}5 \text{ мт.}$$

Пример 167. Надо составить выражение модуля поперечного сечения для круглой сетчатой балки типа инженера В. Г. Шухова (см. § 98).

На *фиг. 231* дана схема поперечного сечения этой балки. Всё сечение составлено из большого числа уголков, склепанных между собою попарно и расположенных в пространстве каждый по направлению своей прямолинейной образующей гиперболоида вращения. На чертеже (фиг. 231) представлено то поперечное сечение, из которого исходят эти парные уголки вверх, т. е. дано на чертеже расчетное сечение. Но сам чертеж составлен не в масштабе, это — лишь схема сечения; в действительности же и число уголков бывает много больше, а главное — сравнительно много больше бывает величина среднего радиуса R_0 у балки.



231.

Благодаря этому такое сечение можно рассматривать, как часть тонкого кольцевого.

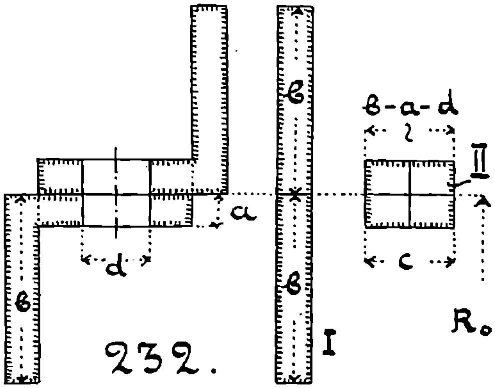
На *фиг. 232* переданы подробности склёпки между собою каждой пары уголков, расположенных на среднем радиусе R_0.

Размеры уголков $b \times b \times a$, диаметр заклёпок — d.

Нам нужно написать выражение экваториального момента инерции для поперечного сечения; а мы напишем сначала выражение полярного момента инерции кольца с весьма небольшой радиальной шириной δ. Оно было получено нами в § 55 в виде форм. *156*:

$$J_0 = 2\pi \cdot R_0^3 \cdot \delta \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad \textbf{156.}$$

В образовании этого выражения принимали совершенно одинаковое участие все элементы сечения, прилегающие к окружности среднего радиуса R_0; но ничуть не обязательно, чтобы при практическом выполнении сечения, все элементы его оставались на лицо; из них может быть оставлена половина только, или треть, или вообще какая угодно другая доля, — лишь бы каждый из остающихся элементов имел для себя другой, с ним парный, т. е. диаметрально противоположный. А при такой постановке вопроса можно будет говорить о той величине момента инерции i_0, которая зародится на единице длины, считая по средней окружности радиуса R_0, т. е.



232.

$$i_0 = \frac{J_0}{2\pi \cdot R_0} = R_0^2 \cdot \text{б} \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot \qquad \textbf{372.}$$

Пользуясь этой формулой для определения *удельной величины полярного момента инерции*, легко будет получить всё, что нам нужно.

Всё поперечное сечение каждой пары уголков (фиг. 232) можно будет представить себе в виде двух частей, входящих в состав двух совершенно различных колец, — типа I и типа II. Пусть число всех парных уголков в поперечном сечении балки будет n, тогда:

1) в поперечном сечении балки мы будем иметь n элементов типа I с радиальной высотою $\text{б} = 2b$ и с шириною, считаемою по окружности среднего радиуса R_0, равною a, т. е. толщине уголков; для них полярный момент инерции напишется так:

$$n \cdot a \cdot i_0 = n \cdot a \cdot R_0^2 \cdot 2b\ ;$$

2) далее в том же самом поперечном сечении балки мы будем иметь n элементов типа II с радиальной высотою $\text{б} = 2a$ и с шириною, равною $c = b - a - d$; для них полярный момент инерции будет таким:

$$n \cdot c \cdot i_0 = n \cdot c \cdot R_0^2 \cdot 2a\ .$$

Полное выражение полярного момента инерции данного сечения балки получится, складывая между собою оба эти последние выражения. Оно будет

$$J_1 = 2n \cdot a \cdot R_0^2 \cdot (b + c) \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad \textbf{373.}$$

Что же касается до экваториального момента инерции всего кругового сечения или его части, то в § 68 при выводе форм. *185* было доказано, что экваториальный момент инерции составляет ровно половину от полярного. Следовательно,

$$J_y = \frac{J_1}{2} = n \cdot a \cdot R_0^2 \cdot (b + c) = n \cdot a \cdot R_0^2 \cdot (2b - a - d) \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad \textbf{374.}$$

Для получения модуля сечения сетчатой балки надо будет это выражение момента инерции разделить на величину e (фиг. 231), расстояние крайних элементов сечения от нейтральной линии:

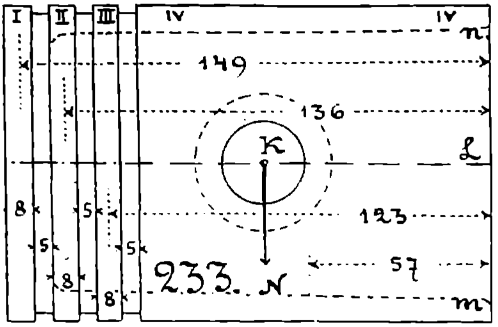
$$e = R_0 + b \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad \textbf{375.}$$

Пример 168. На *фиг. 233* дан боковой вид поршня автомобильного двигателя. Чугунный поршень выполнен в виде стакана, дно которого на чертеже расположено слева; в правый, открытый конец стакана заводится головка шатуна, которая хватается за палец, получающий опору во втулках, прилитых внутри стакана. Так. обр. поршень этого двигателя является в то же время и ползуном шатунного механизма. Движение всех частей этого механизма предполагаем происходящим в плоскости чертежа. Пусть центр пальца будет занимать на оси поршня положение K; его нельзя брать как попало. Выбирают место для точки K так. обр., чтобы вертикальное давление N, получаемое от шатуна ползуном, распределялось равномерно между всеми элементами трущейся рабочей поверхности поршня. Диаметр поршня равен 100 мм., его длина 153 мм. На левой части поршня сделаны 3 проточки для заведения в них поршневых колец. Все размеры выточек даны на чертеже. Надо найти правильное место для точки K и все другие рабочие условия для поршня.

Подобный подсчет делают в 2 приема: сначала делают подсчет *предварительный*, не принимая во внимание собственного веса поршня; а когда выяснится величина веса поршня с его кольцами в окончательном виде, тогда можно будет сделать и *точный* расчет.

Итак, предположим, что давление от ползуна-поршня раздается равномерно на всей трущейся поверхности его.

На единице длины (напр., на 1 мм.), отсчитанной по образующей цилиндра, пусть отдается давление q. Всю рабочую поверхность поршня можно рассматривать как сумму четырех отдельных колец I, II, III, IV. Каждое из них возьмет на себя свою силу давления. Всё это будут параллельные силы. Надо будет найти их слагающую силу и ее точку приложения. Чрез эту точку приложения слагающей силы и должно проходить направление давления N. Напишем сначала, что сама сила N должна быть равна сумме всех тех отдельных сил давления, которые она вызывает на рабочей цилиндрической поверхности поршня:



каждое из колец I, II, III берет на себя силу давления . . .		$8 \cdot q$
все три кольца I, II, III берут	» »	$24 \cdot q$
кольцо IV берет на себя силу давления		$114 \cdot q$
вся рабочая поверхность поршня нагружена давлением		$138 \cdot q$.

Обозначим $\overline{KL} = x$ и возьмем моменты *всех* параллельных сил относительно точки m, т. е. слагающей N, и всех сил, входящих в ее состав. Величины плеч отдельных составляющих отмечены на чертеже цифрами 149, 136, 123 и 57 мм.

$$8 \cdot q \cdot 149 + 8 \cdot q \cdot 136 + 8 \cdot q \cdot 123 + 114 \cdot q \cdot 57 = 138 \cdot q \cdot x;$$

откуда $x = 71$ мм.

Этот расчет показывает, что положение точки K, определяемое этим предварительным подсчетом, совсем не зависит от величины того давления q, которым будет нагружен ползун в поперечном направлении.

Как велико то давление N, которое может взять на себя рабочая поверхность ползуна-поршня? — Напряжение изнашивания на этой поверхности допускается не более $k = 1{,}5$ кг. на кв. *см.*; а вычисление этого напряжения надо делать по форм. *85*:

$$k = 1{,}5 = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{N}{10 \cdot 15{,}3}; \quad \text{откуда} \quad N = 180{,}3 \text{ кг.}$$

Вес поршня и его трех колец получается здесь всего около 2,26 кг. По сравнению с величиною силы N вес поршня оказался такою малою величиною, что говорить о дальнейшем смещении точки *K вправо*, как этого требовал бы точный подсчет сил, здесь почти не приходится. Но т. к. подобный расчет мы встречаем здесь в первый раз, то лучше всего убедиться в этом на самом деле.

Центр тяжести поршня пусть отстоит от крайней правой кромки его на расстояние 74 мм. Вертикальных давлений на рабочую поверхность поршня теперь будет три. Выпишем величины этих давлений и плечи их относительно точки m:

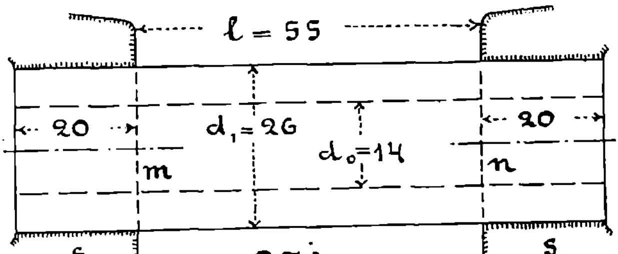
вес тела поршня с его тремя кольцами		2,26 кг.
плечо их относительно точки m		74 мм.
всё рабочее давление на поршень-ползун ...		180,3 кг.
его плечо		$x = 71$ мм.
возможное давление N	$180{,}3 - 2{,}26$	178,04 кг.
его *новое* плечо		x_1.

Равенство моментов всех трех параллельных сил даст нам следующее уравнение:

$$180{,}3 \cdot 71 = 2{,}26 \cdot 74 + 178{,}04 \cdot x_1; \quad \text{откуда} \quad x_1 = 37{,}1 \text{ мм.}$$

Так мала выходит здесь разница в результатах между подсчетом точным и предварительным.

Пример 169. На *фиг. 234* даны все размеры пальца, который вложен во втулки ползуна-поршня автомобильного



234.

мотора, имеющего диаметр цилиндра $D = 10$ см. и работающего под давлением $p = 20$ атм., т. е. 20 кг. на кв. см. Поршень чугунный, а палец — из никкелевой стали; он выполнен пустотелым, чтобы облегчить его вес и дать возможность смазке циркулировать сквозь его полость и способствовать охлаждению рабочей поверхности пальца.

Главным напряжением здесь является напряжение изнашивания на трущейся поверхности пальца. Оно вычислится по форм. *85*:

$$k = \frac{4}{\pi} \cdot \left(20 \cdot \frac{\pi \cdot 10^2}{4}\right) : 5.5 \cdot 2,6 \cdot 0,9 = 155 \text{ кг. на кв. } см.$$

В знаменатель введен в эту формулу коэф. 0,9, вследствие уменьшения рабочей поверхности пальца смазывающими канавками.

На неподвижной опорной поверхности концов пальца втулки *s* напряжение смятия вычислится так:

$$м = k \cdot \frac{55 \cdot 0,9}{40} = 192 \text{ кг. на кв. } см.$$

Давление на поршень вдоль его оси будет

$$Q = 20 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 10^2 = 1\,570 \text{ кг.}$$

При расчете пальца на сгибание считаем его как балку, свободно положенную на опоры *s* и равномерно-нагруженную нагрузкой Q. Пролет балки считаем 75 мм. $= l_1$.

Опасным сечением пальца будет его среднее поперечное сечение.

Загибающий момент для среднего сечения . . . $\frac{Q}{2} \cdot \frac{l_1}{2}$

Разгибающий » » » » $\frac{Q}{2} \cdot \frac{l}{4}$.

Расчетный момент для пальца ползуна-поршня

$$M = \frac{Q}{4} \cdot \left(l_1 - \frac{l}{2}\right) = \frac{Q}{4} \cdot \left(75 - \frac{55}{2}\right) = \frac{Q \cdot 95}{8} = 1\,864 \text{ кг.-мм.}$$

Моменты инерции, выраженные в мм.^{4}, для внешнего и внутреннего очертания сечения будут такими:

для $d_1 = 26$ мм. . . . 22 432 мм.^{4}

» $d_0 = 14$ » 1 886 »

» полого сечения 20 546 »

Модуль сечения . . . $20\,546 : 13 = 1\,580,5$ мм.^{3}

Рабочее напряжение сгибания получится таким

$$1\,864 : 1\,580,5 = 1,2 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Получилось напряжение весьма умеренное.

Для никкелевой стали можно было бы допустить на сгибание напряжение до 25 кг. на кв. *мм.* (до 2 500 кг. на кв. *см.*). Препятствием к уменьшению диаметра пальца является, однако, необходимость иметь у него достаточную величину поверхности снашивания; а она пропорциональна произведению $d_1 \cdot l$; но второй из этих двух множителей имеет в авто-моторе весьма ограниченную величину, так что развитие поверхности снашивания здесь может происходить, главным образом, за счет увеличения диаметра d_1 у пальца.

Остается проверить еще сечения m и n (фиг. 234) у пальца на сдвиг. Сделаем это по форм. *272*:

$$t = \frac{4}{3} \cdot \frac{Q}{2} : F = \frac{4}{3} \cdot \frac{785}{377} = 2{,}8 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Пример 170. Надо проверить крепость *шатуна автомобильного мотора.* Диаметр цилиндра у мотора $D = 75$ мм., ход поршня $2r = 88$ мм. Длина шатуна $L = 200$ мм. Шатун выполнен из никкелевой стали. Его штанга офрезована с поперечным сечением вроде двутаврового.

Наименьшая площадь сечения штанги шатуна	$F_0 = 1{,}08$ см.^{2}
Средняя » » » »	$F = 1{,}42$ »
Диам. и длина пальца у ползуна	18×35 мм.
» » » » у коленчатого вала . .	32×50 »
Рабочее давление в цилиндре мотора	20 атм.

Выписываем эти данныя из недавно вышедшего перевода сочинения *Геллера–Постройка автомобиля* и останавливаемся на этом расчете потому, что он проведен у автора неправильно и без должной осторожности.

Величина площади у рабочего торца поршня . . . . 42,2 см.^{2}

Осевое давление на поршень . . . . . $42{,}2 \cdot 20 = 884$ кг. $= Q$.

Напряжение изнашивания пальца у ползуна-поршня *Геллер* определяет по формуле

$$\frac{884}{1{,}8 \cdot 3{,}5} = 140 \text{ кг. на кв. см.};$$

а следует произвести расчет по форм. *85*, вводя в нее также и коэф. использования опорной поверхности, равный хотя бы 0,9; тогда напряжение изнашивания у пальца ползуна получится таким:

$$\frac{4}{\pi} \cdot \frac{884}{1{,}8 \cdot 3{,}5 \cdot 0{,}9} = 198 \text{ кг. на кв. см.};$$

Отношение · · · 198 : 140   1,42, т. е. подсчитанная величина у напряжения изнашивания приуменьшена более чем на 40%.

Совершенно то же самое относится и к напряжению изнашивания у шейки коленчатого вала; но там эта величина еще не превосходит допускаемых норм (150 кг. на кв. *см.*), а здесь они уже перейдены.

Расчет штанги шатуна у этого мотора *Геллер* производит по форм. *Эйлера*, и приходит к заключению, что шатун будет работать со степенью надежности $\mathfrak{S}$ 30.

Любопытно, что *Геллер* вносит при этом в форм. *Эйлера* момент инерции *наименьшего поперечного сечения* *) у шатуна, а не среднего, как бы следовало это делать по смыслу вывода форм. *Эйлера*.

На самом деле, если отнести расчет и к среднему сечению шатуна, ни о какой тридцати-кратной надежности в расчете здесь не может быть и речи.

Подсчитаем сначала величину отношения длины шатуна L к радиусу инерции расчетного поперечного сечения u.

Для среднего поперечного сечения шатуна:

момент инерции J 1.2625 см.[4]

квадрат радиуса инерции u^2 $\dfrac{J}{F}$ $\dfrac{1.2625}{1.42}$ 0.889 см.^{2}

радиус инерции рабочего сечения . . . u 0.943 см.

отношение . . . . $L : u$ s $\dfrac{20}{0.943}$ 21,2 .

При таком отношении $L : u$ форм. *Эйлера* неприменима, как показали опыты проф. *Тетмайера* (см. § 119); здесь можно будет применить только его опытную форм. *341a*:

$$\mathfrak{S} \cdot Q \quad K \cdot F \cdot (1 - 0{,}00185 \cdot s) \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad \textbf{341a.}$$

где всё выражено в кг. и см. Напряжение K, которое надо вносить сюда, это будет то самое, которое получается на границе применения форм. *Гука* при чистом сжатии. Для никкелевой стали примем K 6 000 кг. на кв. см., тогда

$$\mathfrak{S} \cdot Q \quad 6\,000 \cdot 1{,}42 \cdot (1 - 0{,}00185 \cdot 21{,}2) \quad 6\,000 \cdot 1{,}42 \cdot 0{,}961$$

$$\mathfrak{S} \cdot Q \quad 8\,188 \text{ кг.} \cdot \cdot \cdot \mathfrak{S}_1 \quad \frac{8\,188}{884} - 9{,}3\ .$$

Полученная цифра весьма далека от $\mathfrak{S} = 30$.

*) См. *доктор-инж. Геллер, Постройка автомобиля и его двигателя*, стр. 219.

Найдем далее приблизительный вес штанги шатуна и учтем влияние центробежной нагрузки (см. § 124) на развитие дополнительных напряжений в поперечном сечении штанги шатуна.

При определении веса штанги сочтем ее за призму с длиною L и площадью среднего сечения F:

$$B = F \cdot L \cdot w = 1{,}42 \cdot 20 \cdot 0{,}008 = 0{,}227 \text{ кг.}$$

Наибольшее число оборотов в минуту у вала машины, когда она «понесет», примем $n = 1\,800$ обор. в мин.

Величину центробежной нагрузки R подсчитаем по формуле *357*:

$$R = \frac{B}{g} \cdot \frac{r \cdot n^2}{180} = \frac{0{,}227 \cdot 4{,}4 \cdot 1\,800^2}{981 \cdot 180} = 20 \text{ кг.}$$

Расчетный сгибающий момент от центробежной нагрузки подсчитается по форм. *355*:

$$M_0 = 0{,}138 \cdot 20 \cdot 200 = 552 \text{ кг.-см.}$$

Величина модуля для среднего сечения у этого шатуна дается равной $\cdots W = 1{,}01$ см.^{3}

Напряжение материала от сгибания штанги центробежной нагрузкой получится так:

$$H_1 = M_0 : W = \frac{552}{1{,}01} = 546{,}5 \text{ кг. на кв. см.}$$

К этому напряжению прибавится еще другое напряжение H_2, которое вызовет в среднем сечении штанги наибольшая сила P, растягивающая ее:

$$P = Q \cdot \frac{L}{\sqrt{L^2 - r^2}} = \frac{884 \cdot 20}{\sqrt{400 - 19{,}36}} = 907 \text{ кг.}$$

$$H_2 = \frac{P}{F} = \frac{907}{1{,}42} = 638{,}7 \text{ кг. на кв. см.}$$

Суммарное напряжение

$$H = 546{,}5 + 638{,}7 = 1\,185 \text{ кг. на см.}^2$$

Если примем, что разрушающее напряжение при растяжении никкелевой стали будет $H_0 = 8\,000$, то

$$\mathfrak{F}_2 = \frac{8\,000}{1\,185} = 6{,}8\,.$$

И эта цифра также весьма далека от $\mathfrak{F} = 30$.

Подсчитаем, наконец, напряжение растяжения штанги в самом тонком ее месте:

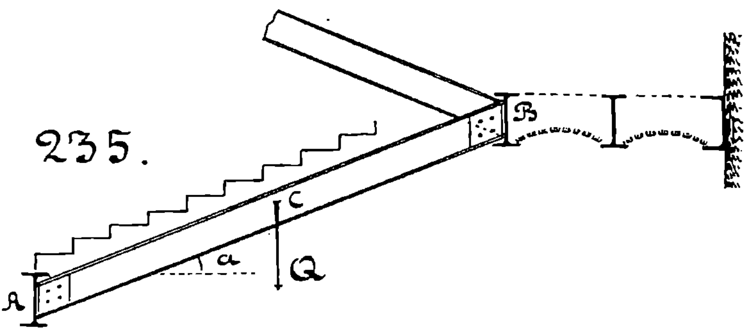
$$H_3 = \frac{907}{1{,}08} = 840 \text{ кг. на кв. см.}$$

$$\phi_3 = \frac{8\,000}{830} = 9{,}6\,.$$

Допустим даже, что возникло сомнение о возможности применения сюда форм. *341a*; допустим, что и форм. *357* не даст нам убедительно надежного результата; но против правильности подсчета величин H_3 и ϕ_3 никак уже не приходится спорить; а раз у штанги есть хотя бы *одно* только сечение, в котором $\phi_3 = 9{,}6$, не может быть и речи о какой-либо другой степени надежности больше этой и для всей штанги.

Пример 171. На *фиг. 235* обозначают: *B*, *A* — балки, расположенные поперек лестничной клетки; *B*, *D*, *E* — балки, поддерживающие площадку лестницы; *ACB* — наклонные балки, берущие на себя нагрузку *Q* от ступенек лестницы. Эти наклонные балки *ACB* называют *косоурами*. Концы их скре-

235.



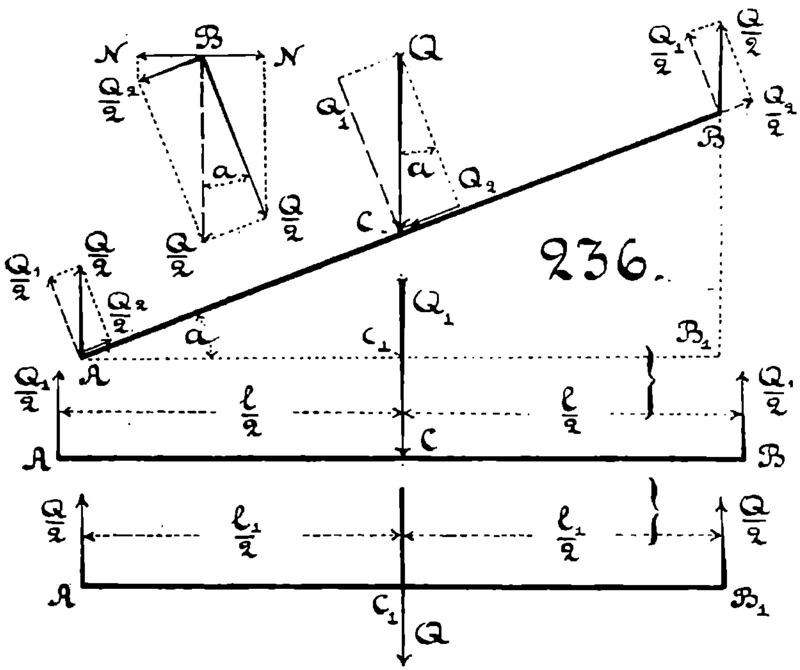
пляются с балками *A* и *B*. Надо разобрать все практически возможные способы отдачи нагрузки *Q* к балкам *A* и *B*.

Разбираем здесь этот вопрос потому, что лестницы являются одною из фундаментальных частей каждого здания, а между тем они часто или не рассчитываются вовсе, или же рассчитываются по не вполне надежным данным.

Неверный расчет косоуров и лестничных балок дан был между прочим в русском переводе весьма распространенного сочинения *Лауэнштэйна — «Железные части зданий»*. Оно было выпущено в свет еще в 1902 г. под редакциею Петербургских профессоров; а из этого сочинения этот неверный расчет перешел затем во многие современные курсы, справочные книги, календари для инженеров и т. д.

Скрепление косоура с балками происходит при помощи болтов и накладок, имеющих вид косых угольников. При работе неаккуратной, — а такую именно здесь и можно предполагать, потому что она не легко контролируется и не считается особенно важною, возможны всякие случайности сборки и разнообразные способы передачи давлений.

Случай первый. Нагрузка Q во всех случаях будет предполагаться равномерно-распределенной по всей длине косоура AB. Для простоты представлений сосредоточим ее в средине длины косоура, в точке C. Первый случай раздачи



давлений на опорные балки будет такой: когда эти давления будут вертикальны (*фиг. 236*). Тогда они будут оба одинаковы и равны $\frac{Q}{2}$. Все три силы, т. е. $\frac{Q}{2}$ — в точке A, $\frac{Q}{2}$ — в точке B и силу Q — в точке C, разложим по направлению перпендикулярному к оси косоура и вдоль его оси. Назовем эти слагающия через Q_1 и Q_2, тогда

$$Q_1 = Q \cdot Csa; \quad Q_2 = Q \cdot Sna.$$

Все эти слагающия выписаны на чертеже (фиг. 236).

Если длина косоура равна l, то

$$\overline{AB} = l; \qquad \overline{AC} = \overline{BC} = \frac{l}{2};$$

$$\overline{AB_1} = l \cdot Csa = l_1; \qquad \overline{AC_1} = \overline{B_1C_1} = \frac{l}{2} \cdot Csa.$$

Мы имеем дело в данном случае с вертикальными силами и с наклонною осью балки. Чтобы написать сгибающий момент в ее опасном сечении C, нет надобности раскладывать опорные сопротивления $\frac{Q}{2}$ на их слагающия, ибо в сечении C сгибающий момент от силы $\frac{Q}{2}$ будет $\cdots \frac{Q}{2} \times \overline{B_1C_1} = \frac{Q \cdot l}{4} \cdot Csa$

» $\frac{Q_1}{2}$ » $\cdots \frac{Q_1}{2} \times \overline{BC} = \frac{Q \cdot l}{4} \cdot Csa$.

Но кроме момента от опорного сопротивления, загибающего балку, надо учесть еще действие равномерно-распределенной нагрузки на длине BC, которая даст момент, разгибающий балку. Вертикальная сила, распределенная на длине BC будет то же $\frac{Q}{2}$, как и сопротивление опоры B, а ее плечо относительно сечения C будет $\frac{l_1}{4}$, т. е. разгибающий момент будет равен

$$\frac{Q}{2} \cdot \frac{l_1}{4} = \frac{Q \cdot l}{8} \cdot Csa.$$

Вычитая вторую величину из первой, найдем расчетный момент для косоура

$$M = \frac{Q \cdot l}{8} \cdot Csa \cdots\cdots \qquad \textbf{376.}$$

т. е. мы получили известный уже нам результат, что расчет наклонной балки AB, имеющей длину l и нагруженной вертикальными силами Q, ничем не будет отличаться от расчета горизонтальной балки AB_1, имеющей длину l_1 и нагруженной теми же силами Q.

Форм. *376* применяется и во всех расчетах, сделанных по *Лаунгитэйку*. Но дальше остаются еще осевые силы, — сила Q_2 и две силы по $\frac{Q_2}{2}$. Их действие на балку он вовсе не учитывает. А если бы их учесть, то оказалось бы, что все поперечные сечения плеча BC были бы растянуты силою $\frac{Q_2}{2}$, а все поперечные сечения плеча AC были бы сжаты тою же силою $\frac{Q_2}{2}$. На числовом примере каждому самому будет не трудно разобраться, возможно ли будет пренебрегать этими добавочными напряжениями, или же нет.

Не учитывая силы $\frac{Q_2}{2}$ при опоре B и работая только с силою $\frac{Q_1}{2}$, *Лауэнштэйн* (сокращенно «*Л-н*») определяет, однако, силу горизонтального распора N, с которым будет давить верхний конец косоура на балку B; по чертежу, сделанному в более крупном масштабе в левом верхнем угле фиг. 236, видно, что

$$N = \frac{Q_1}{2} \cdot Sn\,a = \frac{Q}{2} \cdot Sn\,a \cdot Cs\,a \cdots \qquad \textbf{377.}$$

Это и есть горизонтальный распор, вычисленный по *Л-ну*. Но вдумаемся в смысл всего, что имели и получили.

Имели одну вертикальную силу Q. Заменили ее двумя вертикальными силами $\frac{Q}{2}$ при каждой из опор, т. е. израсходовали уже весь эффект силы Q, а теперь получили *еще и горизонтальный распор*, т. е. получим нечто такое, против чего возражает наш разум. Почему же это случилось? — Потому, что *Л-н*, составляя величину сгибающего момента в сечении C, силу $\frac{Q}{2}$ с ее плечом $\frac{l_1}{2}$ заменил силою $\frac{Q_1}{2}$ с ее плечом $\frac{l}{2}$; а на силу $\frac{Q_2}{2}$, как дающую момент, равный нулю, он не обращал внимания. Тут ошибки не было. Но когда надо было говорить о давлении конца косоура на окружающую его среду, тут надо было иметь дело уже с силою $\frac{Q}{2}$, т. е. с обеими ее слагающими, — и $\frac{Q_1}{2}$, и $\frac{Q_2}{2}$; а тогда мы увидим, что одна из них, а именно $\frac{Q_1}{2}$, дает распор N слева направо, а другая слагающая — $\frac{Q_2}{2}$ дает тот же самый по величине распор N, но направленный справа налево (см. фиг. 236).

Додумавшись до горизонтального распора, и самое вертикальное давление на опоре B стали определять, как вертикальную проекцию силы $\frac{Q_1}{2}$, т. е. писать его в виде

$$T_2 = \frac{Q_1}{2} \cdot Csa = \frac{Q}{2} \cdot Cs^2 a \cdots\cdots \qquad \textbf{378.}$$

В таком виде расчет проведен в ряды строющей публики через целый ряд справочных книг и технических календарей.

Посмотрим теперь, не будет ли подобного распора при других способах монтировки концов косоура? — Будет, но во много-много раз больше вычисленного по форм. *377*.

Случай второй. Сборка частей сделана так, что косоур на опору A (*фиг. 237*) передает и всю величину вертикального давления Q и горизонтальный распор P; а на верхнюю опору B достаточно передать тогда только горизонтальный распор. Воздействие его на балку B будет направлено *слева направо*, и для установления связи между верхним концом косоура и балкою B достаточно будет произвести тогда только легкое сболчивание их; а если скрепление и здесь будет сделано обычного типа, то от этого, при таких условиях раздачи нагрузки, ровно ничего не прибавится к крепости узла B.

Пара вертикальных сил QQ уравновешивается здесь парой горизонтальных сил PP; равенство моментов этих пар дает нам

$$Q \cdot \frac{l}{2} \cdot Csa = P \cdot l \cdot Sna\,, \quad \text{или} \quad \frac{Q \cdot Csa}{2} = \frac{Q_1}{2} = P \cdot Sna \cdots \quad \textbf{379.}$$

Если и здесь все силы, действующие на балку AB, разложим каждую на две ее слагающие, — одну вдоль оси балки, а другую по направлению, перпендикулярному к оси, то увидим, что слагающими силы P будут такие две:

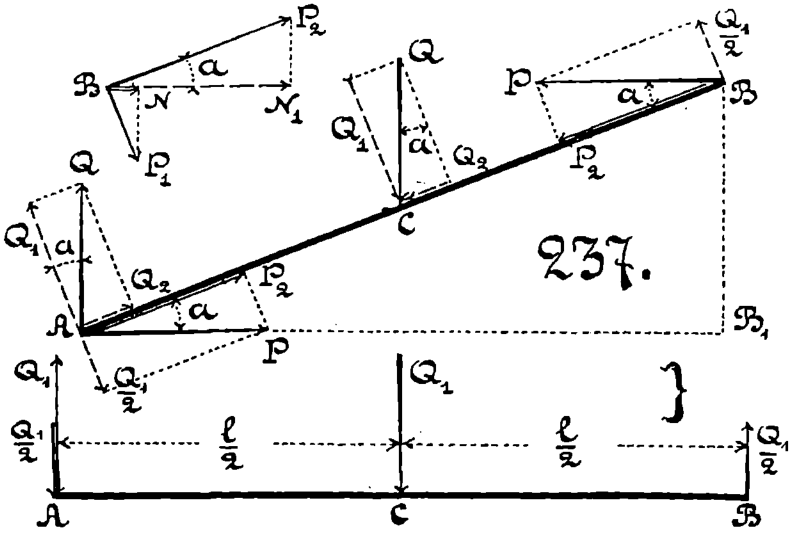
по направлению, перпендикулярному к оси $P \cdot Sna = \frac{Q_1}{2} = P_1$

» » самой оси балки .... $P \cdot Csa = P_2$.

Оказалось, что загибающая балку сила P_1 и здесь имеет совершенно ту же самую величину, как и в предыдущем случае, а стало быть и величина расчетного момента в сечении C будет той самой, которую дает нам форм. *376*. Проверка крепости балки на одно сгибание будет и здесь происходить по тем же формулам, как и в первом случае.

Но дальше начинается разница. Здесь плечо BC будет сжато силою P_2, а плечо AC будет сжато суммою сил $P_2 + Q_2$; и напряжением добавочным, которое будет получаться от этого большого давления, наверное, нельзя уже будет пренебрегать.

Распор $Л$-на представлял бы собою только силу N, как проекцию давления P_1 (см. левый верхний угол фиг. 237), здесь



же он будет дополнен еще и силою N_1, как проекциею давления P_2; а сумма этих двух давлений будет сама сила P, во много раз превосходящая давление N.

Подсчитаем отношение

$$P:N = \frac{Q}{2} \cdot \frac{Csa}{Sna} : \frac{Q}{2} \cdot Sna \cdot Csa = \frac{1}{Sn^2 a} \cdots\cdots \qquad \textbf{380.}$$

$$\text{Пусть} \quad a = 30^\circ \cdots \quad Sna = \frac{1}{2} \cdots \quad P:N = 4.$$

Из форм. *379* величина силы горизонтального распора, с которым действует косоур на балку, будет

$$P = \frac{Q}{2} \cdot \frac{Csa}{Sna} \cdots\cdots \qquad \textbf{381.}$$

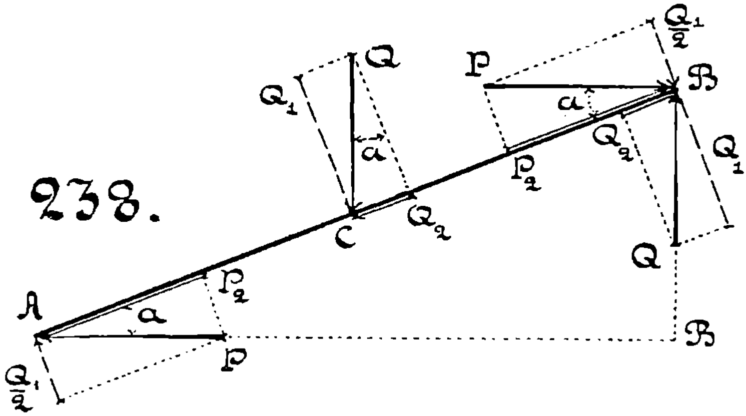
Итак, при данных условиях нагружения распор этот неизбежен, и величина его довольно значительна; но направление передачи его на балку B всё же сравнительно благоприятно, т. к. он действует слева направо, т. е. в сторону обратную тому другому распору, который дадут, например, легкие сводчатые покрытия, которые будут устроены между смежными лестничными балками B для поддержания нагрузки площадок (фиг. 235).

Дополнительные напряжения сжатия, равномерно-распределенные по всей площади сечения, о которых говорилось выше, будут здесь писаться так.

на плече BC (фиг. 237) $\cdots H_1$ $\quad \dfrac{P_2}{F} = \dfrac{Q}{2F \cdot Sn\,a}$

AC (фиг. 237) $\cdots H_2$: $\quad \dfrac{P_2 + Q_2}{F} = \dfrac{Q}{F} \cdot \left(\dfrac{1}{2 Sn\,a} + Sn\,a\right).$

Случай третий. Схема его изображена *фигурою 238*: здесь раздача сил как раз обратная той, которая была пред-



238.

положена в случае 2. Следовательно, величина сгибающего расчетного момента здесь будет та же самая, что и в первых двух случаях; но дополнительные осевые силы будут производить здесь другой эффект, — они будут растягивать косоур, а не сжимать его. Дополнительные напряжения растяжения, равномерно-распределенные по всей площади поперечного сечения косоура, будут писаться так (фиг. 238):

на плече $AC \cdots H_1$ $\quad \dfrac{P_2}{F} = \dfrac{Q}{2F \cdot Sn\,a}$

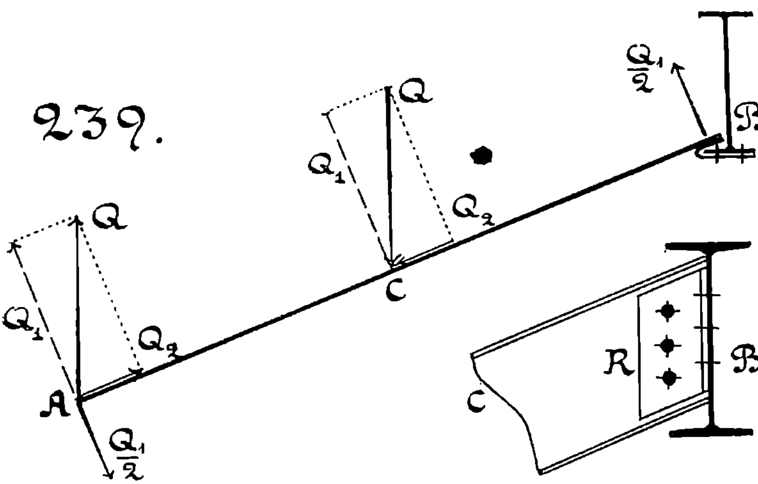
» $\quad BC \cdots H_2$ $\quad \dfrac{P_2 + Q_2}{F} = \dfrac{Q}{F} \cdot \left(\dfrac{1}{2 Sn\,a} + Sn\,a\right).$

Величина силы горизонтального распора P и здесь так же, как в случае 2, будет определяться по форм. *381*; но направление действия этого распора таково, что оно тащит за собою лестничную балку B справа налево. Изображенная на фиг. 238 сила P при узле B есть *сила сопротивления* воздействию на косоур пары QQ; она противоположна по направлению той силе действующей, о которой мы говорим. При выполнении сводчатых покрытий между балками B площадки, такое направление распора, получаемого от косоура, какое будет здесь, менее благоприятно, чем во втором случае, так как оба распора, — и от сводиков, и от косоура, пришлось бы здесь складывать, а не вычитать, как это было в случае 2.

Итак, оказывается, этот третий способ раздачи нагрузок будет одним из самых тяжелых и неблагоприятных в строительном смысле, и выполнения его следует избегать. Это вполне возможно. Для этого не надо только делать первою скрепу верхнего конца косоура с балкою B, чтобы он не имел возможности взять на себя и вертикальную нагрузку и горизонтальную.

Случай четвертый. Схему нагружения передает *фиг. 239*: верхняя опора берет на себя только давление $\frac{Q_1}{2}$, перпендикулярное к оси косоура, а нижняя опора — оба давления, — и от нагрузки Q, и от сопротивления $\frac{Q_1}{2}$. И здесь также работают две пары сил — Q, Q и $\frac{Q_1}{2}$, $\frac{Q_1}{2}$. Расчетный мо-

239.



мент в сечении C будет имет то же самое выражение, как и в первых трех случаях. Плечо косоура AC будет сжато силою Q_2; а плечо BC, изгибаемое силою $\frac{Q_1}{2}$, не будет непытывать никаких дополнительных напряжений, ни в области растяжения, ни в области сжатия. И величина горизонтального распора, и величина вертикальных давлений на опорах A и B здесь будут *те самые*, которые даются форм. *Лаунштэйна* при расчете косоуров и лестничных балок, т. е. горизонтальный распор будет определяться тою величиною N, которую дает форм. *377*, вертикальное давление в узле B будет то самое T_2, которое было отмечено форм. *378*, а вертикальное давление T_1 в узле A будет поперечного сечения балки B; но выполнить это на самом деле не представляется возможным с конструктивной стороны, как это понятно каждому.

Заключения. Рассмотревши 4 вышеописанных способа отдачи давлений от косоуров к лестничным балкам, нельзя не притти к тому заключению, что способ *Л-на* (4 способ) практически не осуществим; и никто его не осуществляет на самом деле, но все расчеты, если они ведутся, делаются, однако, по формулам *Л-на*, помещенным и в курсы, и в справочные книжки, и в календари технические.

Схему обычного способа скрепления косоуров C с балками B дает нам изображение, помещенное в правом нижнем углу фиг. 239. Для этого пользуются парой уголков R на каждом из концов косоура; скрепление их с косоуром лучше всего сделать заклёпочным, глухим, а с балкою B — болтовым, раз'емным, допускающим более аккуратную приладку частей при сборке.

Если держаться такого лишь способа скрепления концов косоура с балками, то раздача давлений будет возможна только или по способу 1, или по 2, или по 3, но ни в каком случае не по 4.

Передачи давлений по способу 3, особенно неблагоприятному, желательно избежать; и это вполне возможно сделать.

Самый рациональный способ раздачи давлений это способ 1, но чтобы его осуществить на самом деле, нужна аккуратная сборка скреплений, да кроме того, нужна еще и конструктивная разработка их, т. е. подготовка к восприятию вертикальных сил.

Сначала предположим, что здесь будут применены обыкновенные, грубые приемы сборки.

Как же это распознать, грубые применены приемы сборки, или не грубые? — А вот как. Перечислим здесь особенности, характеризующие грубые приемы сборки:

1) Полка угольника R, которая обращена к балке, должна прилегать к вертикальной стенке балки одинаково плотно по

всей своей длине, чтобы не было надобности доводить ее до соприкосновения с балкою путем усиленной затяжки того или другого из болтов. Невыполнение этого условия будет явный признак неряшливой сборки, который может испортить все расчетные предположения.

2). Болты, скрепляющие по́лку угольника R с балкою B, должны быть использованы наиболее совершенным образом, т. е. от затяжки их должна развиваться сила трения на стыке косоура с балкою B, а тело болтового стержня должно работать и *на смятие*, и *на сдвиг*. При грубой сборке болты будут поставлены на место с зазорами в отверстиях, и центры отверстий у полки R и балки B, могут не совпадать. Тогда при сболчивании неизбежно осуществляется или способ 3 раздачи нагрузок или 2, смотря потому, *где* разница в зазорах оказалась меньше,

$$T_1 = \frac{Q_1}{2} \cdot Csa + Q_2 \cdot Sna = \frac{Q}{2} \cdot (1 + Sn^2 a) \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad \textbf{382.}$$

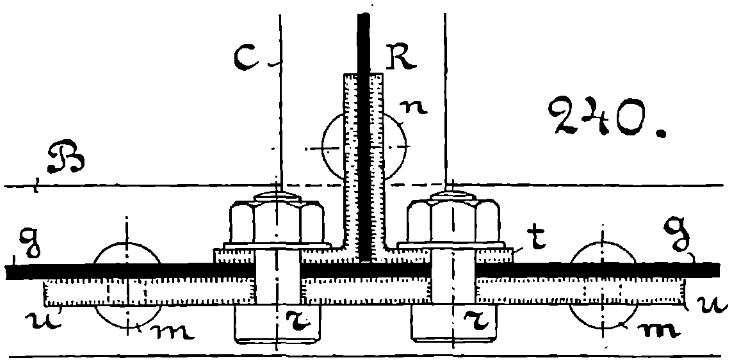
Это—та самая формула, которая дается и у *Л-на*, и во всех перепечатках из него, в справочных книгах, календарях для инженеров и т. п.

Возможность точного применения этих форм. *Л-на* требует, однако, совершенно специального способа передачи давления от верхнего конца косоура на балку B. Но можно сказать с уверенностью, что, пользуясь форм. *Л-на*, ни один строитель не осуществлял и не будет осуществлять передачи давления от косоура на балку по способу *Л-на.* Схему этого способа передачи давления дает нам *верхняя часть* фиг. 237, и по ней видно, что сила $\frac{Q_1}{2}$ не только будет давать горизонтальный распор N, но непременно будет стремиться еще и закручивать балку B. Избежать этого закручивания возможно было бы только в том случае, если бы направление опорного сопротивления $\frac{Q_1}{2}$ могло проходить через центр тяжести — в верхнем скреплении косоура с балкой, или же в нижнем.

Но т. к. применение способа 3 и 2 раздачи нагрузок нежелательно, потому что оба они вводят большой горизонтальный распор P, высчитываемый не по форм. *Л-на*, а по форм. *381*, поэтому ничего другого не остается, как провести *аккуратную сборку частей* и сконструировать их так, чтобы обеспечена была *незыблемость болтовых скреплений.*

Вертикальная стенка у двутавровых балок бывает обыкновенно весьма тонка (напр., у двутавра № 30 толщина стенки равна 10,8 мм. по сортаменту и до 11 мм. в натуре). Она одна не может дать болтам надлежащего упора. Необходимо вертикальную стенку балки предварительно саму *укрепить*, наростить в толщину в нужном месте, иначе тело любого скрепляющего болта могло бы вывертываться в своем гнезде, приготовленном для него в стенке балки B.

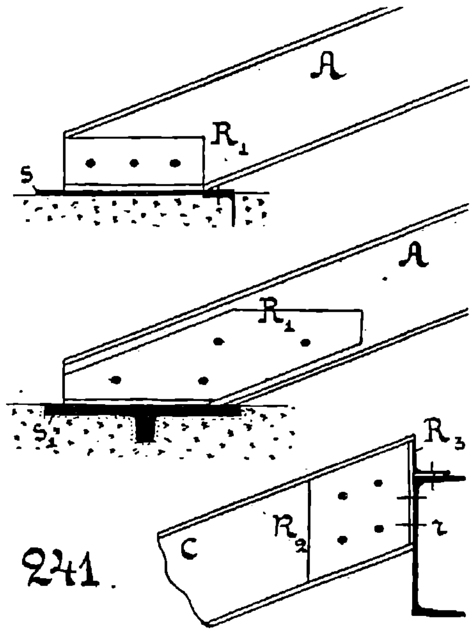
На *фиг. 240* мы даем конструктивную схему той разработки деталей скрепления между косоуром C и балкой B, при



которой возможно осуществить раздачу давлений по способу 1 с полной надежностью. На чертеже изображен горизонтальный разрез скрепления, сделанный чрез оси скрепляющих болтов r. Отмечены нижеследующие главные части: g — вертикальная стенка балки B; u — железная полоса, приклепанная заклепками m к стенке g для усиления ее в толщину в том именно месте, где будут ставиться скрепляющие болты; n — заклепки скрепляющие уголки R с концом косоура C; t — фланцы этих уголков (с толщиною не менее 20—25 мм.); на стыке этих фланцев со стенкою g производится аккуратная приладка; r, r — болты, замыкающие это скрепление; дыры для этих болтов сверлятся на месте сборки сразу чрез все 3 части — u, g и t; болты r ставятся на место с плотной пригонкой их тела к гнезду.

При такой конструкции скрепления и при таких условиях его сборки обеспечена возможность восприятия вертикальных сил. Их поглотят прежде всего те силы трения, которые разовьются на вертикальном стыке между частями t и g; а все то, что останется *сверх* этого будет надежно передано на цилиндрическое тело этих болтов; и поворот осей болтов относительно их гнезд здесь предупрежден достаточно развитыми опорными поверхностями в частях u, g и t.

Кроме этой конструкции на *фиг. 241* даны еще две другие конструктивные формы, которые столь же надежно обеспечивают передачу вертикальных давлений: 1) нижний конец A косоура посредством уголков R_1 передает вертикальное давление или на железную доску s или на чугунную плиту s_1, верхние поверхности которых установлены горизонтально; 2) верхний конец C косоура посредством уголков R_2 и R_3 надежно передает вертикальное давление на верх горизонтальной полки швеллерной балки B, а болты r, r являются в этом случае простым предохранительным средством.



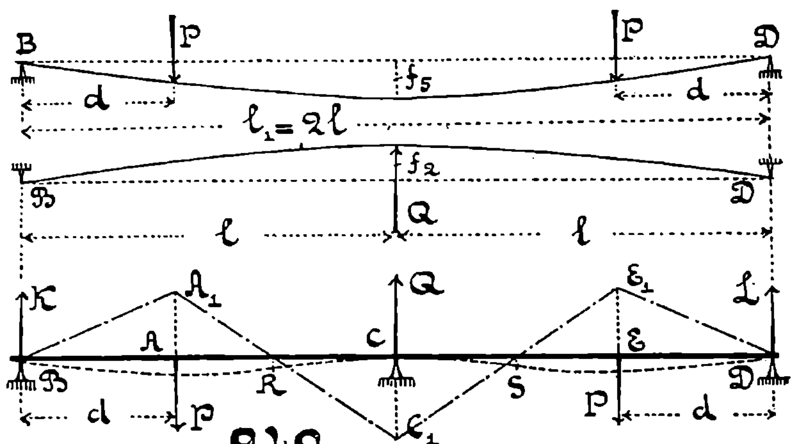
241.

Если конструктивные формы концевых скреплений металлических косоуров лестниц будут разработаны по тем принципам, которые переданы на фиг. 240 и 241, тогда *раздача давлений будет делаться по первому способу*, и ни о каком горизонтальном распоре, передаваемом яко бы от косоуров на балки B, говорить не придется.

Пример 172. На *фиг. 242* внизу дано изображение балки BCD, положенной свободно на 3 опоры. Правый и левый пролеты балки имеют одинаковую длину $l = \overline{BC} = \overline{CD}$. Все три опоры лежат на одной высоте. На обоих пролетах подвешены симметрично-расположенные грузы P. Расстояния точек подвеса от крайних опор $d = \overline{AB} = \overline{DE}$. Надо найти: 1) сопротивления всех трех опор, 2) расчетный сгибающий момент для такой балки.

Для решения таких вопросов в общем виде, когда не равны между собою ни длины пролетов, ни величины нагрузок, ни плечи их относительно опор, надо знать «теорию многоопорных балок»; но в данном частном случае, благодаря симметрии нагружения, мы легко справимся с этим вопросом при помощи тех данных, которые нам дала теория сгибания балок, простейшим образом нагруженных.

Найдем прежде всего сопротивление Q средней опоры. Если бы данная балка BD, имеющая длину $l_1 = 2l = BD$, лежала только на двух опорах B и D, и если бы она была нагружена теми же двумя силами P, как и трехопорная балка BCD, расположенными на тех же самых расстояниях d от



242.

опор B и D, она дала бы в средине своей длины стрелу прогиба f_5, величину которой определяет форм. *229*, выведенная в § 79:

$$f_5 = \frac{P \cdot d}{24} \cdot \frac{3 l_1^2 - 4 d^2}{A} \cdots\cdots \qquad \textbf{229.}$$

Это — прогиб балки сверху вниз. Теперь надо к той же балке BD, свободно лежащей на опорах B и D, приложить в средине ее длины силу Q такой величины, чтобы балка от действия этой силы Q прогнулась в обратную сторону (снизу вверх) на ту же самую величину f_5. В § 75 мы вывели выражение стрелы прогиба f_2 для равноплечей балки, свободно лежащей на опорах:

$$f_2 = \frac{Q \cdot l_1^3}{48 \cdot A} \cdots\cdots \qquad \textbf{215.}$$

Остается сделать $f_2 = f_5$, тогда мы и найдем силу Q такой величины, при достижении которой все 3 опорные точки у балки BCD будут лежать на одной общей горизонтали.

$$\text{Если } f_2 = f_5 \cdots Q = P \cdot \frac{2d}{l_1} \cdot \frac{3 l_1^2 - 4 d^2}{l_1^2} \qquad \textbf{383.}$$

Внесем в эту формулу $\cdots l_1 = 2l$, тогда

$$Q = P \cdot \frac{d}{l} \cdot \frac{3 l^2 - d^2}{l^2} \qquad \textbf{384.}$$

Это и есть сопротивление средней опоры для такой балки; а оба сопротивления крайних опор будут между собою одинаковы и будут вычисляться на основании следующих соображений:

$$K+Q+L=2P; \quad K=L=P-\frac{Q}{2} \cdots\cdots \qquad \textbf{385.}$$

$$\text{Введем обозначение} \cdots \frac{l}{d}=m \cdots\cdots \qquad \textbf{386.}$$

$$\text{Тогда} \cdots K=P\cdot\left(1-\frac{3m^2-1}{2m^3}\right) \cdots\cdots \qquad \textbf{387.}$$

Сделаем проверку этой формулы. Правая и левая половинки трехопорной балки BCD будут изгибаться совершенно так же, как однопролетная балка BC, заделанная концом C в стену (см. § 82); а такую балку мы уже изучили в одном частном случае, а именно при $m=2$, т. е. когда эта балка — равноплечая. Если мы внесем в форм. *387* $m=2$, то получим:

$$K=P\cdot\left(1-\frac{3\cdot 4-1}{2\cdot 8}\right)=\frac{5}{16}\cdot P.$$

Это есть форм. *247*, подтверждающая правильность нашего вывода; мы получили ее в § 82 другим путем. Там был нами рассмотрен частный случай, более простой, — балка равноплечая, а здесь — более общий случай, когда расстояние d может меняться от нуля до l, т. е. точка подвеса груза может как бы передвигаться по балке. При этих более сложных условиях расчетным сгибающим моментом может быть или тот момент M_1, который зародится в сечении A, или же тот момент M_2, который будет соответствовать сечению C. Несомненно также, что момент M_1 будет положительным, а момент M_2 — отрицательным. Как это мы уже видели в § 82, линия сгибающих моментов на балке BCD будет ломаною линиею $BA_1C_1E_1D$; а на упругой линии балки будут отмечены две точки перегиба — R и S.

Составим выражения обоих *загибающих* моментов, — и для сечения A, и для сечения C:

$$\text{Сечение } A \cdots M_1=K\cdot d=P\cdot d\cdot\left(1-\frac{3m^2-1}{2m^3}\right) \cdots\cdots \qquad \textbf{388.}$$

$$\text{»} \quad C \cdots M_2=P\cdot(l-d)-K\cdot l=P\cdot d\cdot\frac{m^2-1}{2m^2} \qquad \textbf{389.}$$

При передвижении точек подвеса A и E по балке BCD возможно будет иметь все комбинации; смотря по величине m, бо́льшим из двух подсчитанных моментов может быть и M_1 и M_2.

Грузы можно разместить на балке и так. образом, что все три расчетных момента будут одинаковы, — в сечениях A, C и E. Как этого достигнуть? — Для этого надо сделать

$$M_1 = M_2\,, \quad \text{т. е.} \quad 1 - \frac{3m^2-1}{2m^3} = \frac{m^2-1}{2m^2}\,, \quad \text{или}$$

$$2m^3 - 3m^2 + 1 = m^3 - m \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot \qquad \textbf{390.}$$

Это уравнение 3-й степени можно написать еще в таком виде:

$$0 = m^3 - 3m^2 + m + 1 = (m-1)\cdot(m^2 - 2m - 1) \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot \qquad \textbf{391.}$$

Обратить в нуль произведение этих двух последних множителей можно двояко, а именно:

или сделавши $m - 1 = 0$

» $m^2 - 2m - 1 = 0$.

Первое решение не даст нам реального результата. Оно скажет нам только, что, если мы сделаем $d = l$, оба момента будут одинаковы, ибо обращаются при этом в нуль, и M_1 и M_2. Остается обратиться ко второму решению:

$$m^2 - 2m - 1 = 0\,, \quad \text{откуда} \quad m = 1 + \sqrt{2} \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot \qquad \textbf{392.}$$

$$d = \frac{l}{m} = \frac{l}{\sqrt{2}+1} = l\cdot(\sqrt{2}-1) = 0{,}4142\cdot l \cdot\cdot\cdot \qquad \textbf{393.}$$

Проверим одинаковость моментов M_1 и M_2 при такой величине плеча d и подсчитаем самую величину расчетных моментов:

$$\text{из форм. } 388 \cdots 1 - \frac{3m^2-1}{2m^3} = \frac{2m^3 - 3m^2 + 1}{2m^3} = S\,.$$

Упрощаем это выражение с помощью форм. *390*

$$S = \frac{m^3 - m}{2m^3} = \frac{m^2-1}{2m^2} \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot \qquad \textbf{394.}$$

Эта формула показывает, что в обеих формулах, *388* и *389*, коэф. при $P\cdot d$ имеет одну и ту же величину, если плечо d подсчитаем по форм. *393*. Соединяя формулы *389* и *392* в одну, получим:

$$m^2 - 1 = 2m \cdots M_2 = P\cdot d\cdot\frac{m^2-1}{2m^2} = \frac{P\cdot d}{m} = \frac{P\cdot l}{m^2} = \frac{P\cdot l}{3+2\cdot\sqrt{2}}\,,$$

$$\text{или} \quad M_2 = \frac{P\cdot l}{3 + 2\cdot 1{,}4142} = \frac{P\cdot l}{5{,}8284} = 0{,}17157\cdot P\cdot l \cdots \qquad \textbf{395.}$$

Сравнивая эту формулу с *252*, которую получили в примере 64, видим, что выполнение равноплечей балки с искусственным шарниром всетаки выгоднее той комбинации, которую мы рассмотрели здесь, стараясь осуществить возможно бо́льшее число одинаково опасных сечений.

Форм. *393* даст величину плеча d, при которой будут одинаковы все 3 момента, — в сечениях A, C и E. Придвигая точки подвеса грузов ко внешним опорам, мы будем делать момент в точке подвеса больше, чем над средней опорой. Пусть, напр.,

$$m = 3 \ldots \quad M_1 = P \cdot d \cdot \left(1 - \frac{3 \cdot 9 - 1}{2 \cdot 27}\right) = \frac{14}{27} \cdot P \cdot d$$

$$m = 3 \ldots \quad M_2 = P \cdot d \cdot \frac{9 - 1}{2 \cdot 9} = \frac{4}{9} \cdot P \cdot d\,.$$

$$\text{Отношение} \ldots \quad M_1 : M_2 = \frac{14}{27} : \frac{4}{9} = \frac{14}{12} = \frac{7}{6}\,.$$

Совершенно подобным же образом может быть разрешен вопрос о крепости трехопорной балки и в случае нагружения ее симметрично расположенной равномерной нагрузкой.

Пример 173. Надо передать чертежом (диаграммой) результаты опытов проф. *Тетмайера* с железными клепаными стойками, составленными из швеллеров.

Многочисленные диаграммы этого рода в более сыром виде помещены в сочинениях проф. *Тетмайера*, а затем и в сочинениях *Элтергера* и *Кропа*, проверявших и углублявших результаты всех предшествовавших опытов. Как упомянуто было выше (см. § 113), сводку всех этих результатов и сравнительную обработку их дали инженеры *Шмидт*.

На *фиг. 243* мы приводим одну из таблиц инженеров *Шмидт*, чтобы показать, в чем тут заключается дело при подобных графических расчетах, и чтобы видеть, как ведет себя клепаная стойка по отношению к сопротивляемости на сжатие.

Речь идет здесь о стойках склепанных каждая из двух одинаковых швеллеров, расставленных один от другого на расстояние x.

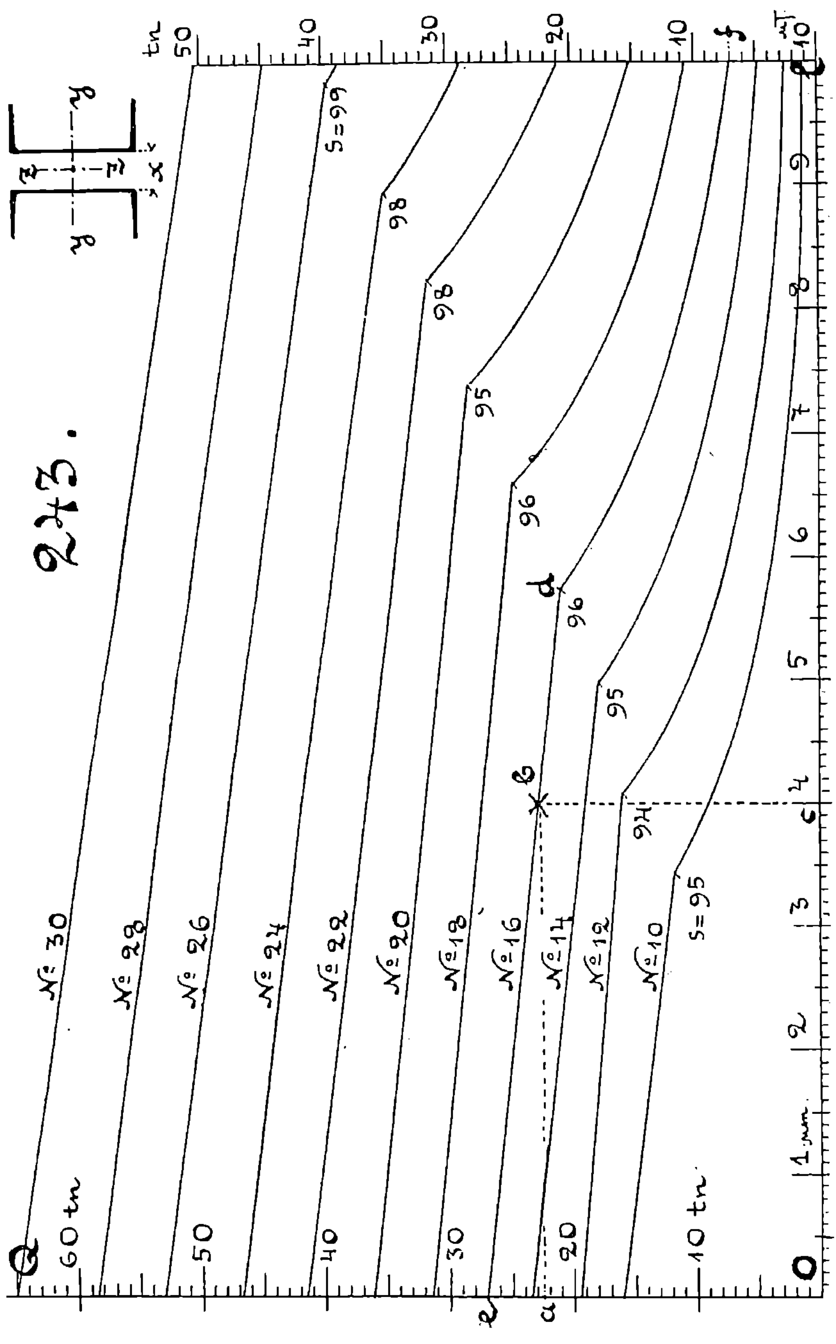
Это расстояние выбирается и так и этак в широких пределах. Сообразно с этим различают:

а) стойки с узкой расстановкой швеллеров,

б) » с нормальной » »

в) с широкой

Нормальной расстановкой швеллеров считается такая, при которой момент инерции поперечного сечения стойки от-



носительно оси y получается почти одинаковый с тем, который мы нашли бы и относительно оси z.

При составлении диаграммы, переданной на фиг. 243, было учтено также и то наибольшее расстояние l_1, на котором могут быть поставлены соединительные накладки, приклепываемые к пóлкам швеллеров: в промежутке между двумя смежными накладками каждый из швеллеров, как самостоятельная стойка длиною l_1, должен быть прочен независимо от соседнего, т. е. он должен подчиняться тоже формуле *Тетмайера*.

Братья *Шмидт* ставят вопрос о крепости стойки, склепанной из двух швеллеров, следующим образом:

Если прогиб стойки произойдет в плоскости yy, оба швеллера, входящие в ее состав, в среднем сечении будут брать на себя не одну и ту же нагрузку, а *разную*. Будет нагружен бóльшей силой тот из двух швеллеров, который будет расположен на вогнутой стороне согнутой стойки. Весь процесс изгибания длинной стойки состоит в сущности из двух актов:

1) сначала раздается поровну обоим швеллерам сжимающая стойку нагрузка Q; она будет передана в центр тяжести всего поперечного сечения, а вследствие этого при центре тяжести каждого из швеллеров зародится сжимающая их сила $\frac{Q}{2}$, которую можно считать равномерно-распределенной по всей площади сечения того и другого швеллера;

2) затем начнется восприятие в среднем сечении стойки того сгибающего момента, который будет следствием образования у стойки стрелы прогиба f.

Величина сгибающего момента будет $Q \cdot f$.

На действие его должна ответить та новая пара сил, которая должна зародиться в обоих расчетных (средних) сечениях швеллеров. Силы Q_2, входящие в состав этой пары сил, будем считать приложенными к центрам тяжести обоих склепываемых швеллеров, находящихся один от другого на расстоянии g. Равновесие между парой действующей, имеющей момент $Q \cdot f$, и парой сопротивляющейся, у которой считаем момент равным $Q_2 \cdot g$, приведет нас к следующему равенству:

$$Q \cdot f = Q_2 \cdot g, \quad \text{откуда} \quad Q_2 = Q \cdot \frac{f}{g} \qquad \textbf{396.}$$

При таком способе раздачи сил, оба швеллера будут работать по разному:

тот из них, который будет прилегать к выпуклой стороне согнутой стойки, возьмет на себя силу сжатия, равную $(0{,}5 \cdot Q - Q_2)$, а швеллер, прилегающий к вогнутой стороне согнутой стойки, будет

сжат силою $\cdots\cdots$ $(0{,}5 \cdot Q + Q_2)$.

Последняя из этих двух сил больше первой. Ее назовем чрез Q_1; она и будет расчетною для швеллеров, входящих в состав клепаной стойки:

$$Q_1 = 0{,}5 \cdot Q + Q_2 = Q \cdot \left(0{,}5 + \frac{f}{g}\right) \cdots\cdots \qquad \mathbf{397.}$$

По этой силе надо проверить крепость швеллера, как длинной стойки, имеющей длину l_1, равную расстоянию между накладками, приклепанными к полкам обоих швеллеров.

Развивая ту мысль, что должна подчиняться формуле *Тетмайера* и проверяться по ней крепость как всей стойки на длине ее l, так и крепость каждого из отдельных швеллеров на длине их l_1, братья *Шмидт* в своей работе*) вывели формулу, определяющую нагрузку $\mathfrak{P} \cdot Q$ в функции обеих длин l и l_1, а также и в функции размеров поперечного сечения. Получилась формула, в которой всё учтено; но вид у нее у самой — непростой, несуразный; и обращаться с нею при расчетах стоек было бы не особенно удобно. Затруднение было побеждено очень просто: бр. *Шмидт* перевели результаты своих вычислений на язык чертежа, и получилась тогда необыкновенно простая и ясная картина сравнительной сопротивляемости стоек разного размера. Отдельно были сделаны подсчеты для стоек с узкой расстановкой швеллеров, затем с нормальной и, наконец, с широкой. Результаты первых вычислений были сгруппированы на своей диаграмме, для швеллеров с нормальной расстановкой была составлена своя диаграмма, и для широкой расстановки — своя.

Порядок работы был везде один и тот же. Вычерчивался чертеж стойки, которую предполагалось склепать из швеллеров данного нумера с той расстановкою x между швеллерами, которую надо было провести и в расчете и в выполнении, и с тем расстоянием l_1 между скрепляющими накладками, которое требуется условиями крепости. Для этой стойки по формуле бр. *Шмидт* высчитывалась безопасная нагрузка для длины стойки в 1 мт., в 2 мт., 3 мт. и т. д., а если было нужно, то и с меньшими интервалами, напр., 5 мт., $5\frac{1}{2}$, 6, $6\frac{1}{2}$ мт. и т. д.

А затем вычисленные результаты наносились на диаграмму так: на миллиметровой сетке от точки O по горизонтали Ol

*) *J. und W. Schmidt. Diagramme für eiserne Stützen.* Leipzig, 1912.

откладывалась длина стоек l, считая, напр., каждые 20 мм. сетки за 1 мт. высоты стойки; от той же точки O по вертикали OQ откладывались величины безопасных нагрузок, принимая условно каждые 20 мм. сетки за 10 *tn.* безопасной нагрузки.

Для стойки, составленной, напр., из двух швеллеров № 16, вычисление показало, что при длине стойки $l = 4$ мт. (точка c на горизонтали) безопасная нагрузка $Q = 22{,}5$ *tn.* (точка a на вертикали). Из точки a проводим горизонталь, из точки c — вертикаль, на их пересечении будет точка b, отмеченная на чертеже крестиком. Это — одна из точек диаграммы для стойки, склепанной из швеллеров № 16; за ней подобным же образом будут построены и все другие точки. Часть этих точек будет лежать на параболе df, а другая часть — на прямой de.

Парабола df соответствует тому состоянию стойки, когда ее считают «длинною», и расчет ее ведут по формуле *Эйлера*; а прямая de относится к стойке, когда ее надо рассчитывать, пользуясь данными *Тетмайера* для «коротких» стоек. В точке перелома d поставлена цифра 96 на диаграмме. Она означает то, что этот признак перехода от длинных стоек к коротким наступает в данном случае при $s = l:u = 96$.

Так выстроены были братьями *Шмидт* все диаграммы одна за другою для всех стоек, могущих быть склепанными из швеллеров, начиная с № 10 и кончая № 30.

Та часть de диаграммы, которая выше названа прямолинейной, в сущности не представляет собою одной прямой линии, а скорее ряд отдельных прямых или пологую кривую, весьма близкую к прямой линии и обращенную своею вогнутостью к оси Ol.

На фиг. 243 дана диаграмма *Шмидт* для стоек с нормальной расстановкой x между отдельными швеллерами при определенном расстоянии l_1 между центрами накладок, приклепываемых к полкам швеллеров каждая четырьмя заклёпками. Вот эти данныя для x и l_1 при различных №-x профилей:

№..	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30
$l_1 =$	245	305	375	444	507	571	642	697	753	813	870 мм.
$x =$	35	49	63	77	91	105	118	132	146	159	173 »

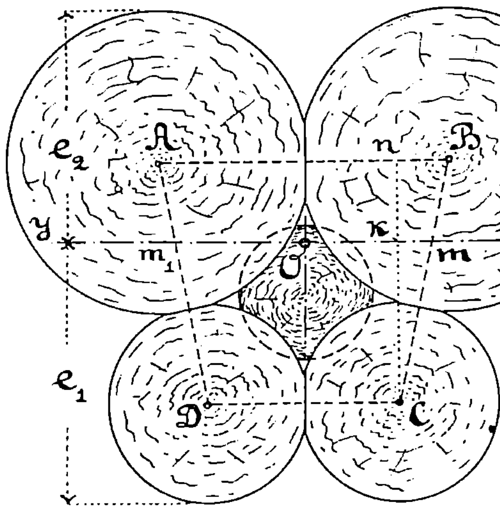
Для каждой стойки, склепанной из швеллеров данного профиля, диаграмма позволяет определить безопасную для стойки нагрузку при любой длине стойки.

Диаграмма вычерчена, предполагая степень надежности $\mathfrak{P} = 5$; а если бы надо было подыскать нумер профилей, годный при подсчете стойки с другою степенью надежности — $\mathfrak{P}_1$, тогда на диаграмме надо искать ординату не Q, а другую — $0{,}2 \cdot \mathfrak{P}_1 \cdot Q$. Пусть эта ордината, отложенная на вертикали, проведенной чрез точку c, соответствующую заданной длине колонны, отметит на чертеже не точку b, а какую-нибудь другую, лежащую между диаграммами профилей № 18 и № 20. Тогда придется или выстроить стойку из профилей № 20 с нормальной расстановкой x для швеллеров, или же посмотреть на других таблицах братьев *Шмидт*, не найдется ли возможности скомбинировать профили № 18 при другой какой-либо расстановке швеллеров.

Работа бр. *Шмидт* заканчивается диаграммами для легких стоек, склепанных из пары уголков пятнадцати различных серий,

начиная с уголков $50 \times 50 \times 7$ и кончая $160 \times 160 \times 17$ мм.

Пример 174. На *фиг. 244* изображено среднее (расчетное) поперечное сечение деревянной балки, срощенной из восьми круглых брусьев следующим образом: 4 верхних бруса стыкаются по два один с другим своими комлевыми обрезами,



244.

а 4 нижних бруса стыкаются по два своими более тонкими концами. Брусья стянуты болтами; но, кроме этого, между всеми 4-мя брусьями заведен еще центральный 5-й брус, который врезан зубьями во все 4 окружающих его расчетных бруса. Длина балки — 6 саж.; диаметр комлевого обреза — 12 вершков, а на тонком конце у каждого бруса — 8 вершк. Пример взят из *Альбома*, изданного во время войны службою пути *Управления Галицийскимц железными дорогами.* Надо выяснить, насколько неудачно был использован материал при постройке такой балки. Балку будут нагружать в вертикальной плоскости; ее нейтральным слоем будет линия Oy.

Найдем сначала положение центра тяжести O всего поперечного сечения *в средине длины балки.* Концевые сечения балки будут иметь обратный вид, т. е. там у брусьев A и B будут тонкие концы, а у C и D — комли.

Проведем весь расчет в вершках. Перевод вычисления на метрическую систему мер здесь усложнил бы только вычисление.

Отношение диаметров у брусьев B и $C \cdots \dfrac{12}{8} = \dfrac{3}{2}$

» площадей у » B и $C \cdots \left(\dfrac{3}{2}\right)^2 = 2{,}25 = \dfrac{9}{4}$.

Если говорить о положении центра тяжести m двух только брусьев B и C, точку m найдем, деля всю длину BC на 13 равных частей и отсчитывая

$$mB = \frac{4}{13}\cdot BC; \quad mC = \frac{9}{13}\cdot BC.$$

Совершенно так же найдется и положение точки m_1, как центра тяжести двух брусьев A и D.

Деля горизонталь mm_1 пополам, найдем точку O, центр тяжести всего сечения.

Если проведем вертикаль Cn, то разметка размеров будет такая:

$$BC = 6 + 4 = 10 \text{ вершк.}; \quad AB = 12 \text{ вершк.};$$

$$CD = 8 \text{ вершк.}; \quad Bn = \frac{12-8}{2} = 2 \text{ вершка.}$$

$$Cn = \sqrt{100-4} = \sqrt{96} = 9{,}798 \text{ вершк.}$$

Горизонталь mm_1 пересечет вертикаль Cn в точке k, деля Cn на два отрезка nk и Ck в отношении $4:9$, в том же самом, в каком точка m делила длину BC:

$$nk = \frac{4}{13}\cdot Cn = 3{,}015 \text{ вершк.}; \quad Ck = \frac{9}{13}\cdot Cn = 6{,}783 \text{ вершк.}$$

Линия Oy или mm_1 будет нейтральною. Расстояния ее от крайних элементов сечения подсчитаются так:

Для крайних растянутых волокон $e_1 = 4 + 6{,}783 = 10{,}783$ вершк.

» » сжатых » $e_2 = 6 + 3{,}015 = 9{,}015$ »

Найдем теперь выражение момента инерции сечения срощенной балки $ABCD$, пользуясь для этого форм. *184*:

$$J = 2 \cdot \left(\frac{\pi}{64} \cdot 12^4 + \frac{\pi}{4} \cdot 12^2 \cdot 3{,}015^2 + \frac{\pi}{64} \cdot 8^4 + \frac{\pi}{4} \cdot 8^2 \cdot 6{,}783^2\right)$$

$$J = 2 \cdot (1\,018 + 1\,028{,}08 + 201{,}1 + 2\,312{,}92) =$$

$$= 9\,120{,}2 \text{ вершк. 4 степени.}$$

Модуль сечения получится так:

$$W = \frac{J}{e_1} = \frac{9\,120{,}2}{10{,}783} = 846 \text{ куб. вершк.}$$

Найдем теперь величину момента инерции J_1 и модуля W_1 для такой комбинации, когда комлевые обрезы всех брусьев были бы обращены к средине длины балки. Пользуясь тою же форм. *184*, найдем следующее:

$$J_1 = 4 \cdot \left(\frac{\pi}{64} \cdot 12^4 + \frac{\pi}{4} \cdot 12^2 \cdot 6^2\right) = 4 \cdot (1\,018 + 4\,071{,}6) =$$

$$20\,358{,}4 \text{ вершк. 4 степени.}$$

$$W_1 = \frac{J_1}{e} = \frac{20\,358.4}{12} = 1\,696{,}5 \text{ куб. вершк.}$$

Отношение ... $W_1 : W = 1\,696{,}5 : 846 = 2$,

т. е. благодаря перетасовке тонких и толстых частей сращиваемых кряжей, осталась неиспользованной половина крепости брусьев.

Посмотрим, что получилось бы, если бы, с целью уменьшения собственного веса балки, вся комлевая часть кряжей была отесана в виде цилиндров со средним диаметром в 10 вершк.

Найдем и в этом случае момент инерции J_2 и модуль W_2, пользуясь форм. *184*:

$$J_2 = 4 \cdot \left(\frac{\pi}{64} \cdot 10^4 + \frac{\pi}{4} \cdot 10^2 \cdot 5^2\right) = 4 \cdot (490{,}9 + 1\,963{,}5)$$

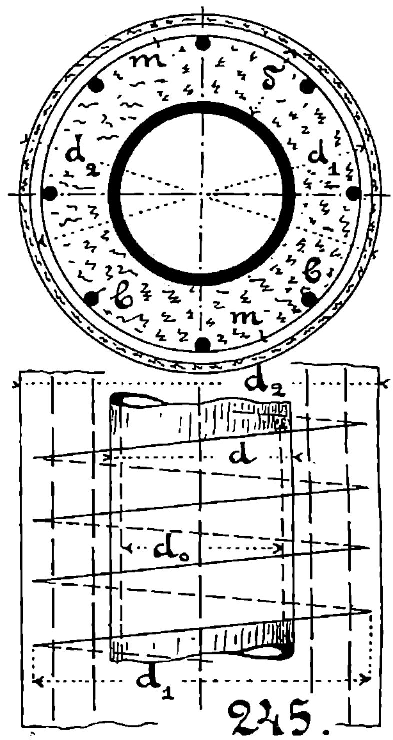
$$J_2 = 9\,817{,}6 \text{ вершк. 4 степени}$$

$$W_2 = \frac{J_2}{e} = \frac{9\,817{,}6}{10} = 981{,}76 \text{ вершк. 3 степени.}$$

$$\text{Отношение} \ldots \quad W_2 : W = \frac{981,76}{846} = 1,16\,,$$

т. е. комбинация срощенных брусьев, исполнявшаяся во время военных действий в Галиции, по своей крепости не может итти в сравнение даже и с этой последней облегченной конструкцией срощенной балки, у которой модуль получился на 31% больше, а собственный вес сращиваемых кряжей будет почти вполовину меньше.

Пример 175. На *фиг. 245* вверху дано поперечное сечение железо-бетонной колонны системы инж. *Эмпергера.* Она представляет собою своеобразную комбинацию чугунной колонны и железо-бетонной. Чугунная колонна имеет внешний диам. $d = 14,4$ см., внутренний $d_0 = 12,5$ см., толщину стенок 9,5 мм.; она является тем центральным ядром в колонне, которое сдерживает сдвиги бетонной массы по направлению к центру. Поверх чугунной колонны формуется железо-бетонная масса *с двумя арматурами.* Первая из них состоит из восьми продольных железных прутков b, имеющих диаметр по 5 мм.; а вторая арматура это спиральная обмотка *Консидэра* (см. фиг. 214 в средине), состоящая из прутков m, имеющих диаметр в 10 мм. Назначение этой спиральной обмотки состоит в том, чтобы она сдерживала сдвиги бетонной массы по направлению от центра к окружности. При формовке колонны поверх спиральной обмотки располагают еще внешний кольцеобразный слой бетона с толщиною от 1 до 1,5 см. Он является защитным слоем для арматуры в случае пожара в том помещении, где будет находиться такая колонна.



245.

Надо рассчитать такую колонну для нагрузки $Q = 53$ *tn*, считая длину ее $l = 3$ мт. и концы ее свободными.

Полная нагрузка на колонну может быть разбита на две части Q_1 и Q_2. Из них первую возьмет на себя чугунное ядро, а вторую — бетонная масса с ее двумя арматурами.

Разделение полной нагрузки Q на обе ее составные части делается чисто эмпирическим путем, опираясь на результаты опытов.

Испытывая чугунные колонны, *Эмпергер* находил для них величину разрушающего напряжения от 6000 до 10000 кг. на кв. см. Считая для чугунной колонны необходимым иметь по крайней мере 8-кратную надежность, *Эмпергер* рассчитывает чугунное ядро колонны с напряжением не более 750 кг. на кв. см.

Площадь поперечного сечения чугунной колонны с вышеприведенными размерами будет равна

$$\frac{\pi}{4}\cdot(14{,}4^2 - 12{,}5^2) = 162.86 - 122.72 = 40{,}14 \text{ кв. см.}$$

$$Q_1 = 40{,}14\cdot 750 = 30\,105 \text{ кг.}$$

Принимаем круглым числом . . . $Q_1 = 30$ *tn.*

Тогда на бетонную массу останется передать нагрузку

$$Q_2 = 53 - 30 = 23 \; tn. = 23\,000 \text{ кг.}$$

Рабочее напряжение в колоннах с обыкновенной арматурой (фиг. 214 слева) берется не более 28 кг. на кв. см.

Но если колонна снабжена спиральной обмоткой *Консидэра*, рабочее напряжение безопасно можно повысить вдвое. Это положение подтверждено достаточным числом опытов. Будем считать, что с таким повышенным напряжением будет работать только та часть бетонной массы, которая стянута кольцом спиральной арматуры. Внутренним диаметром этого кольца будет $d = 14{,}4$ см., а внешним неизвестная нам пока величина d_1.

Выразим теперь, что это кольцевое сечение работает с напряжением в 56 кг. на кв. см.:

$$Q_2 = 23\,000 = 56\cdot\pi\cdot\frac{d_1^2 - 14{,}4^2}{4};$$

откуда $\quad d_1 = 27$ см.; $\quad \delta = \dfrac{d_1 - d}{2} = 6{,}3$ см.

Внешний диам. колонны d_2 возьмем на 2 см. более против d_1, тогда

$$d_2 = d_1 + 2 = 27 + 2 = 29 \; см.$$

Вся кольцевая площадь бетонной массы у колонны будет

$$F = \frac{\pi}{4}\cdot(29^2 - 14{,}4^2) = 660{,}5 - 162{,}9 = 497{,}6 \text{ кв. см.}$$

Площадь F_1 добавочного бетонного кольцевого слоя, расположенного вне спиральной арматуры, берут во внимание при ее расчете тогда только, когда эта площадь составляет не более 80% от всей площади сечения F бетонной массы.

$$F_1 = \frac{\pi}{4}\cdot(29^2 - 27^2) = 660{,}5 - 572{,}6 = 87{,}9 \text{ см.}^2$$

Отношение ... $F_1 : F = 87{,}9 : 497{,}6 = 0{,}18$,

следовательно, допустимо считать всю площадь F за расчетную при определении размеров спиральной арматуры.

Пусть обозначают:

f_1 — площадь поперечного сечения прутков m (фиг. 245) спиральной арматуры (в кв. *см.*);

i — число завитков спиральной арматуры, располагающихся на длине образующей в 1 мт.;

t — шаг винтовой линии, по которой навивается спиральная арматура;

$D = 28$ кг. на кв. *см.* — обычно допускаемое при расчете колонн напряжение;

f — площадь поперечного сечения продольной (прямолинейной) арматуры, состоящей из прутков b; в нашем случае $f = 1{,}57$ кв. *см.*

$n = 15$ — отношение коэф. упругости у железа и бетона.

Для расчета своей арматуры *Консидэр* дает следующую эмпирическую формулу:

$$i\cdot f_1 = \frac{Q_2 - D\cdot(F + n\cdot f)}{26{,}38\cdot d_1} \qquad \textbf{398.}$$

При заданных в этом примере условиях получим:

$$i\cdot f_1 = \frac{23\,000 - 28\cdot(497{,}6 + 15\cdot 1{,}57)}{26{,}38\cdot 27} = 11{,}7 \text{ кв. см.}$$

Если возьмем диаметр прутков спиральной арматуры равным 1 см., тогда

$$f_1 = 0{,}785 \text{ кв. см.} \cdots i = \frac{11{,}7}{0{,}785} = \text{около } 15,$$

$$\text{откуда} \quad t = \frac{1\,000}{15} = 66{,}6 \text{ мм.}$$

Насколько удачна или неудачна будет полученная величина шага t об этом судят так: наилучшие (в смысле крепости) результаты с обмоткою *Консидэра* получались тогда, когда она была сделана гуще; считается недопустимым иметь t более $б$, толщины слоя бетонной массы под обмоткою; а лучше брать

$$t = \text{от } \frac{б}{2} \text{ до } \frac{б}{3}.$$

В рассматриваемом случае подготавливая колонны своей системы к испытаниям на разрушение путем сдавливания, *Эмпергер* выполнил два экземпляра колонн с обмоткою различного шага

колонна I . . . $i = 25$: $t = 40$ мм.
» II . . . $i = 50$: $t = 20$ »

Величины разрушающих нагрузок в обоих этих случаях оказались следующими:

колонна I разрушилась при нагрузке 315 *tn*.
» II » » » 342 »

Запас крепости оказался не менее шестикратного.

Если бы в задании не были даны размеры чугунной колонны, то их определяют из того условия, чтобы обе доли Q_1 и Q_2 всей нагрузки получались, примерно, одинаковыми.

Заменять чугунное трубчатое ядро железным *Эмпергер* не рекомендует, так как текучесть сжатых железных трубок нередко начиналась уже при напряжении в 2 400 кг. на кв. см., а при напряжении в 3 200 кг. они уже разрушались.

Пример 176. Пользуясь теми данными, которые были сообщены в I части, надо рассчитать равномерно-нагруженную балку $BACD$ (*фиг. 246*), положенную на 4 опоры, отстоящие одна от другой на одинаковое расстояние l, т. е. надо найти:

1) давления на все 4 опоры, лежащие на одном уровне,
2) расчетное уравнение для балки.

Нагрузка на единице длины — q. Нагрузка на каждом из пролетов

$$Q = q \cdot l; \qquad q = Q : l.$$

Такую балку называют *трехпролетною*.

Она будет изгибаться симметрично относительно вертикали, проведенной чрез среднюю точку E.

Давления на опоры распределятся так:

на каждую из средних опор будет передаваться нагрузка . . . R
» » из крайних » » » » . . . S

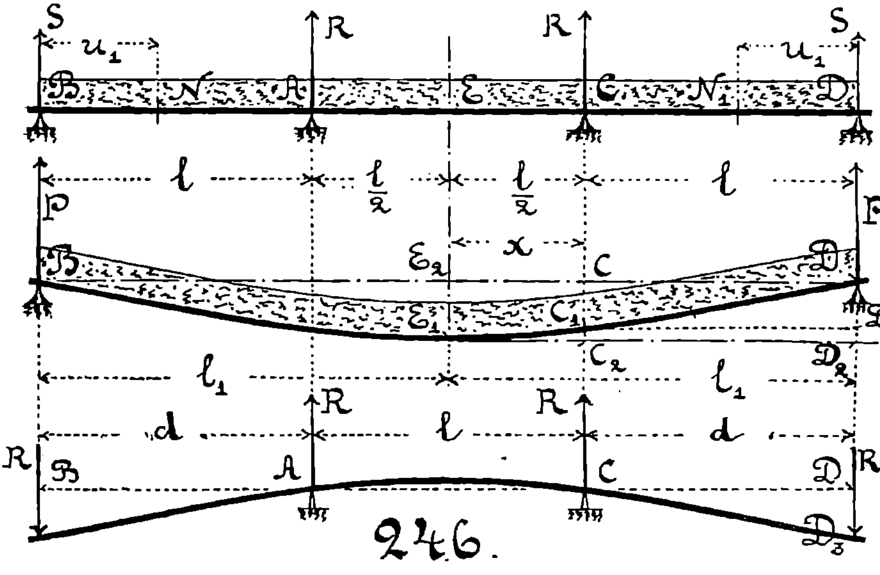
$$2R + 2S = 3q \cdot l = 3Q.$$

Удалим на время средние опоры A и C, тогда в промежутке между крайними опорами B и D балка длиною $3l$, или иначе $2l_1$, прогнется так, как это показывает средний чертеж на фиг. 246. На всей длине BD будет равномерно распределена заданная нагрузка

$$3Q = 3q \cdot l = 2q \cdot l_1 = 2P.$$

Давления на опоры B и D будут одинаковы и равны $P = q \cdot l_1$.

Упругую линию BE_1D отнесем к осям D_1E_1 и E_1E. Величины ординат этой кривой, отсчитываемых от горизонтали D_1E_1, мы найдем, пользуясь данными и формулами §§ 73 и 74.



246.

Согнутую балку BE_1D после того, как равновесие ее установилось, можно представлять себе как бы заделанною накрепко в сечении E_1 и нагруженною справа двумя силами:

1) сосредоточенным грузом $P = q \cdot l_1$, приложенным на конце D снизу вверх,

2) равномерною нагрузкою $q \cdot l_1$, нагружающею балку сверху вниз.

Нас интересует в данный момент величина ординаты $y = C_1C_2$, которую получит ось балки на расстоянии x от точки E_1, средины длины балки.

Если бы на длине DE_1 изгиб балки совершался только под действием одной нагрузки P, приложенной в точке D

снизу вверх, тогда уравнение упругой линии имело бы вид форм. *202*, которая дана в § 73; в наших условиях она писалась бы так:

$$y_1 = \frac{q \cdot l_1}{2A} \cdot \left(l_1 \cdot x^2 - \frac{x^3}{3} \right) \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad \mathbf{202.}$$

Но т. к. на той же длине DE_1 действует на балку еще и равномерная нагрузка $q \cdot l_1$, поэтому каждая из ординат упругой линии будет уменьшена ровно на такую величину y_2, которая будет подчиняться уравнению *209*, выведенному в § 74:

$$y_2 = \frac{q}{2A} \cdot \left(\frac{l_1^2 \cdot x^2}{2} - \frac{l_1 \cdot x^3}{3} + \frac{x^4}{12} \right) \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad \mathbf{209.}$$

Вычитая уравнение *209* из *202*, получим ординату

$$y = y_1 - y_2 = \overline{C_1 C_2} = \frac{q \cdot x^2}{4A} \cdot \left(l_1^2 - \frac{x^2}{6} \right) \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad \mathbf{399.}$$

Это уравнение позволяет нам найти любую из ординат упругой линии DC_1E_1.

Сделаем $x = l_1$, тогда $\overline{DD_2} = \overline{E_1 E_2} = \frac{5}{24} \cdot \frac{q \cdot l_1^4}{A} = f_1$.

Это есть та самая величина стрелы, которую давала нам форм. *219*, выведенная в § 77. Переход от одной формулы к другой происходит, полагая $l_1 = 0,5 \cdot l$ и разумея в этом случае под l всю длину балки, как это было обозначено в § 77 на фиг. 134.

Определим теперь ординату $C_1 C_2$, считая

$$x = \frac{l_1}{3} \cdots \quad y = \overline{C_1 C_2} = f_2 = \frac{q}{4A} \cdot \frac{l_1^2}{9} \cdot \frac{53}{54} \cdot l_1^2 = \overline{D_1 D_2}.$$

Вычитая f_2 из f_1, найдем понижение точки C_1 относительно горизонтали BD:

$$f_1 - f_2 = f_3 = \frac{q \cdot l_1^4}{24 \cdot A} \cdot \left(5 - \frac{53}{81} \right) = \frac{16 \cdot 22}{24 \cdot 81} \cdot \frac{q \cdot l_1^4}{A} =$$

$$= \frac{44}{3} \cdot \frac{q \cdot l_1^4}{81 \cdot A} = \overline{DD_1}.$$

Выражая, что $l_1 = \frac{3}{2} \cdot l$, получим

$$f_3 = \frac{44}{3 \cdot 81} \cdot \frac{q}{A} \cdot \left(\frac{3}{2} \cdot l \right)^4 = \frac{11}{12} \cdot \frac{q \cdot l^4}{A} = \overline{DD_1} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad \mathbf{400.}$$

Теперь ту же самую балку $BACD$ поставим в другие условия: удалим из под нее крайние опоры, снимем с нее всю равномерную нагрузку $3Q$ и нагрузим балку двумя парами сил RR, имеющими каждая своим плечом длину $d = l$. Тогда балка изогнется в обратную сторону так именно, как это показано на фиг. 246 внизу. Это будет тот самый изгиб балки, который был рассмотрен нами в § 78. Стрелка DD_3 определялась там по формуле:

$$f_4 = \frac{R\cdot d^2}{6}\cdot\frac{3l+2d}{A} \qquad \textbf{227.}$$

Делая в наших условиях $d = l$, найдем

$$f_4 = \overline{DD_3} = \frac{5}{6}\cdot\frac{R\cdot l^3}{A}\cdots\cdots \qquad \textbf{401.}$$

Остается совместить те два способа нагружения, которые изображены на среднем и нижнем чертеже фиг. 246 и потребовать, чтобы обе вычисленные стрелки, — и f_3, и f_4, были одинаковы.

Величина нагрузки R, определяемой из этого условия, будет такова, что она способна будет поднять точку C_1 в положение C на горизонтали BD, т. е. такая сила R будет равна как раз давлению балки BD на средние опоры A и C.

Соединяя равенства *400* и *401* в одно, получим:

$$\frac{11}{12}\cdot\frac{q\cdot l^4}{A} = \frac{5}{6}\cdot\frac{R\cdot l^3}{A} \quad \text{откуда} \quad R = \frac{11}{10}\cdot q\cdot l\cdots \qquad \textbf{402.}$$

$$S = P - R = \frac{3}{2}\cdot q\cdot l - \frac{11}{10}\cdot q\cdot l = \frac{4}{10}\cdot q\cdot l\cdots\cdots \qquad \textbf{403.}$$

т. е. у четырехопорной балки с пролетами одинаковой длины раздача давлений на опоры происходит в такой последовательности

$$\frac{4}{10}\cdot Q;\quad \frac{11}{10}\cdot Q;\quad \frac{11}{10}\cdot Q;\quad \frac{4}{10}\cdot Q.$$

Найдем теперь опасное сечение для балки $BACD$. Линия сгибающих балку моментов будет состоять здесь из трех параболических ветвей: одна из них расположится на левом пролете с вершиною над точкою N; другая ветвь симметрично с 1 расположится на правом пролете с вершиною над сечением N_1; третья ветвь перекроет симметрично средний пролет, имея вершину на средней вертикали EE_1.

Назовем через M_0... сгибающие моменты в сечениях N и N_1,
» M_1... » » » » A и C,
» M_2... момент в сечении E.

Общий случай нагружения балки равномерной нагрузкой был рассмотрен нами в § 80. Абсциссу u_1 для того сечения N (или N_1), над которым расположится вершина параболы, найдем из форм. *232*, если сделаем в ней

$$b = 0; \quad u = \frac{S}{q} = 0{,}4 \cdot l.$$

Соответственная ей величина момента M_0 найдется тем же приемом, который мы употребляли переходя от форм. *234* к *243*, т. е.

$$\text{при } b = 0 \ldots \quad M_0 = \frac{S^2}{2q} = \frac{1}{2q} \cdot (0{,}4 \cdot q \cdot l)^2 = 0{,}08 \cdot q \cdot l^2 \quad \textbf{404.}$$

Сгибающий момент над средними опорами A и C будет писаться непосредственно. Он будет состоять из двух частей:

а) из загибающего момента, который даст нагрузка Q, распределенная на длине AB;

ее плечом относительно сечения A будет $\cdots \dfrac{l}{2}$

б) из разгибающего момента, который вызовет нагрузка S, работающая с плечом l относительно сечения A.

$$M_1 = Q \cdot \frac{l}{2} - S \cdot l = l \cdot \left(\frac{Q}{2} - \frac{4}{10} \cdot Q\right) = \frac{Q \cdot l}{10} = 0{,}1 \cdot q \cdot l^2 \quad \textbf{405.}$$

Точно также и момент в сечении E будет писаться непосредственно. Он будет состоять из трех частей:

в) из загибающего момента, который даст давление S, получаемое балкою от опоры B;

плечо этого давления будет $\cdots \dfrac{3}{2} \cdot l$

г) из загибающего момента, которое даст давление R, получаемое балкою от опоры A;

плечо этого давления будет $\cdots \dfrac{1}{2} \cdot l$

д) из разгибающего момента, который вызовет нагрузка $\dfrac{3}{2} \cdot Q$, равномерно-распределенная по всей длине BE:

плечо этой нагрузки будет $\cdots \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{3l}{2}$

$$M_2 = S \cdot \frac{3l}{2} + R \cdot \frac{l}{2} - \frac{3Q}{2} \cdot \frac{3l}{4} - \frac{Q \cdot l}{2} \cdot \left(0{,}4 \cdot 3 + 1{,}1 - \frac{9}{4}\right)$$

$$M_2 = \frac{Q \cdot l}{2} \cdot 0{,}05 = 0{,}025 \cdot q \cdot l^2 \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad \mathbf{406.}$$

Из всех трех наибольших по своей величине сгибающих моментов самым большим оказался M_1; стало быть, опасные сечения у трехпролетной балки расположатся над ее средними опорами.

Опасных сечений будет *два*, — A и C.

Расчетный момент для трехпролетной балки $\frac{Q \cdot l}{10} = \frac{q \cdot l^2}{10}$

Долгое время господствовало мнение и среди людей науки и среди инженеров-практиков, что непрерывные, *неразрезные балки* являются наиболее выгодными в смысле затраты строительного материала на их выполнение; пользуясь простыми подсчетами, не трудно, однако, убедиться в том, что это не так, что можно сделать у балки такие *искусственные шарниры*, при наличности которых балку можно выстроить с более легким весом при той же степени прочности ее, как и ранее.

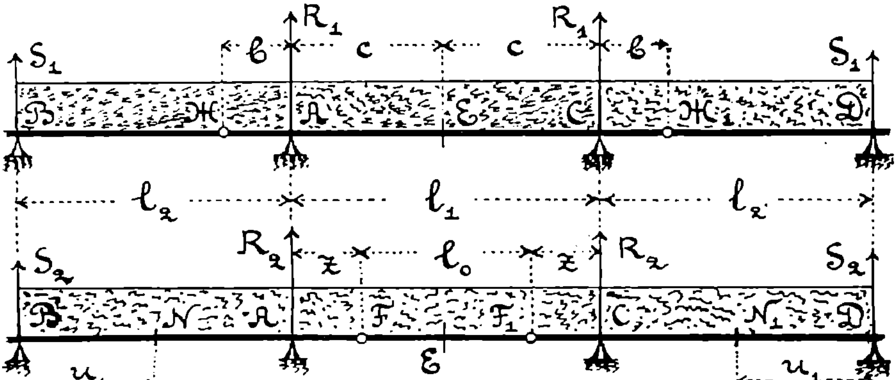
Не надо думать также, что *одинаковость длины* всех пролетов непрерывной балки есть признак возможности выполнить ее с наименьшим весом. На следующих двух примерах мы убедимся как раз в обратном: не только *можно* сделать пролеты у балки неодинаковыми, но и обязательно следует сделать это, иначе нельзя добиться возможности выстроить балку с наивыгоднейшим весом.

Да это и понятно само собою. Чтобы повлиять на уменьшение веса балки, надо понизить величину расчетного момента M_1 (см. форм. 305). Это достигается устройством балки с искусственными шарнирами. Но одного этого было бы недостаточно. Тогда явилась бы возможность понизить величину расчетного момента только до величины M_0 (см. форм. *304*), которая зависит от величины давлений S на крайние опоры; стало быть, надо стремиться еще и к тому, чтобы явилась возможность уменьшить давления S; а это опять достигается или устройством у балки шарниров на крайних ее пролетах, или же уменьшением длины этих пролетов.

Пример 177. На *фиг. 247* вверху изображена схема балки, перекрывающей 3 пролета и равномерно нагруженной по всей ее длине. Крайние пролеты имеют одинаковую длину l_2, а средний пролет другую длину l_1. Всю балку надо составить из трех частей, устроивши на крайних пролетах шарниры $Ж$ и $Ж_1$ таким образом, чтобы явилась возможность выстроить эту систему балок с наименьшим весом, много меньшим того, который соответствует непрерывной (неразрезной) балке, имеющей длину

$$L = 2l_2 + l_1 .$$

Для этого надо будет стремиться понизить величину расчетного момента, как в среднем пролете, так и в обоих крайних.



247.

Наивыгоднейшее решение будет получено тогда, когда удастся выполнить все расчетные моменты в отдельных частях балки одинаковыми.

Надо обследовать крепость балок двух типов:

а) типа $ЖЖ_1$, отличающегося тем, что балка свободно лежит на постоянных опорах, а концы ее справа и слева свешиваются за опоры;

б) типа $BЖ$ (или $DЖ_1$), отличающегося тем, что у этой балки лежит на постоянной опоре только один конец, а другим концом шарнирно она соединена со средней балкой.

Балка первого типа была обследована в примере 158; и там мы нашли, что можно выстроить эту балку с тремя одинаково опасными сечениями — A, E и C. Для этого надо установить соотношение, выражаемое форм. *365*:

$$c = b \cdot \sqrt{2} \cdots \quad l_1 = 2c = 2b \cdot \sqrt{2} .$$

Тогда расчетный момент для такой балки можно будет вычислять по форм. *367 а*:

$$m_0 = \frac{q \cdot l_1^2}{16} = 0{,}0625 \cdot q \cdot l_1^2 \cdots\cdots \qquad \textbf{367 a.}$$

Что же касается до балки второго типа, то она была обследована в примере 63 (см. 1-ю часть курса). Там мы искали длину плеча b под тем условием, чтобы среднее сечение балки *ВЖ* было одинаково опасно с сечением A. Было найдено (см. форм. *245 б*):

$$b = l_2 . (3 - 2 \cdot \sqrt{2}) \cdots m_0 = \frac{q \cdot l_2 \cdot b}{2} = q \cdot l_2^2 \cdot \frac{3 - 2 \cdot \sqrt{2}}{2}$$

Остается сделать оба последних расчетных момента одинаковыми для балок обоего типа; тогда получится отсюда такая искомая зависимость между длинами пролетов, при которой наша система балок будет иметь 5 одинаково опасных сечений:

$$\frac{q \cdot l_1^2}{16} = q \cdot l_2^2 \cdot \frac{3 - 2 \cdot \sqrt{2}}{2}\ , \quad \text{откуда} \quad l_2 = \frac{l_1}{4 \cdot \sqrt{1{,}5 - \sqrt{2}}} \cdots \qquad \textbf{407.}$$

Не трудно доказать, что

$$\frac{1}{\sqrt{1{,}5 - \sqrt{2}}} = 2 + \sqrt{2}\ .$$

В самом деле, возведем это последнее выражение в квадрат и приведем обе части равенства к одному знаменателю:

$$1 = \left(\frac{3}{2} - \sqrt{2}\right) \cdot (4 + 4 \cdot \sqrt{2} + 2) = 9 + 6 \cdot \sqrt{2} - 8 - 6 \cdot \sqrt{2}$$

Получили тождество. Следовательно

$$l_2 = l_1 \cdot \frac{2 + \sqrt{2}}{4} = 0{,}85355 \cdot l_1 \cdots\cdots \qquad \textbf{408.}$$

$$L = 3 \cdot l = 2 l_2 + l_1 = 2{,}7071 \cdot l_1\ .$$

В этой последней формуле обозначена через l та длина пролета, которую надо было бы дать в случае трех одинаковой длины пролетов неразрезной балки.

$$l = \frac{2{,}7571}{3} \cdot l_1 = 0{,}9024 \cdot l_1\ .$$

Расчетный момент для неразрезной балки мы вычисляли по форм. *405*:

$$M_1 = 0,1 \cdot q \cdot (0,9024 \cdot l_1)^2 = 0,08143 \cdot q \cdot l_1^2 .$$

$$\text{Отношение} \quad \frac{M_1}{m_0} = \frac{0,08143}{0,0625} = 1,303 \cdots\cdots \quad \mathbf{409.}$$

т. е. делая пролеты у балок неравными и вводя в систему балок 2 шарнира, позволяющие выполнить ее с пятью одинаково опасными сечениями, мы понижаем величину расчетного момента на 30%.

Распределение давлений между постоянными опорами здесь будет, конечно, другое, чем в неразрезной балке.

Каждая из средних опор возьмет на себя:

а) половину той нагрузки, которая будет распределена между шарнирами $Ж$ и $Ж_1$;

б) половину нагрузки с подвешенной балки $BЖ$ (или $DЖ_1$)

$$R_1 = q \cdot \frac{l_1 + 2b}{2} + q \cdot \frac{l_2 - b}{2} = q \cdot \frac{l_1 + l_2 + b}{2}, \quad \text{или}$$

$$R_1 = \frac{q}{2} \cdot l_1 \cdot \left(1 + \frac{2 + \sqrt{2}}{4} + \frac{\sqrt{2}}{4}\right) = q \cdot l_1 \cdot \frac{3 + \sqrt{2}}{4} \quad \text{или}$$

$$R_1 = q \cdot \frac{3 + \sqrt{2}}{4} = \frac{3 \cdot l}{2,7071} = 1,223 \cdot q \cdot l; \quad S_1 = 0,277 \cdot q \cdot l$$

$$\text{Отношения} \quad \frac{R_1}{R} = \frac{1,223}{1,100} = 1,112; \quad \frac{S_1}{S} = \frac{0,277}{0,400} = 0,692,$$

т. е. устройство шарниров, расположенных в крайних пролетах четырехопорной балки, повышает на 11% давления на средние опоры и понижает на 31% давления на береговые опоры.

Пример 178. На *фиг. 247* внизу дана вторая схема двухшарнирной балки, передающей равномерно распределенную по ней нагрузку на 4 постоянных опоры. Оба шарнира F и F_1 здесь должны быть расположены на среднем пролете. Длина крайних пролетов одинакова и равна l_2, а на среднем пролете расстояние между постоянными опорами равно l_1. Вводя два шарнира F и F_1, надо понизить длину среднего пролета балки FF_1 до такой величины l_0, при которой вся система балок будет иметь 5 одинаково опасных сечений, а именно:

$$N - A - E - C - N_1 .$$

Первое и последнее из этих сечений, а также и среднее, соответствуют вершинам парабол моментов.

Если давление, приходящееся на опору B будет S_2, то расчетный момент в сечении N напишется по типу форм. *404* так

$$M = \frac{1}{2q} \cdot S_2^2 \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad \textbf{410.}$$

С другой стороны расчетный момент в сечении A можно будет написать по типу форм. *405*

$$M = \frac{q}{2} \cdot l_2^2 - S_2 \cdot l_2 , \quad \text{откуда} \quad S_2 = \frac{q \cdot l_2}{2} - \frac{M}{l_2} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad \textbf{411.}$$

Соединяя равенства *410* и *411* в одно, получим:

$$\frac{1}{2q} \cdot \left(\frac{q \cdot l_2}{2} - \frac{M}{l_2}\right)^2 = M , \quad \text{или}$$

$$l_2^2 - 2 l_2 \cdot \sqrt{\frac{2M}{q}} - \frac{2M}{q} = O , \quad \text{откуда}$$

$$l_2 = (\sqrt{2} + 2) \cdot \sqrt{\frac{M}{q}} \qquad \textbf{412.}$$

Такова должна быть длина пролета l_2 у балки типа BAF, имеющей свешивающийся конец за опорой A и *два* одинаково опасных сечения, — N и A.

Обращаясь теперь к среднему пролету, мы видим, что здесь надо выстроить балку с тремя одинаково опасными сечениями, — A, E и C. Этот вопрос нами был уже разрешен ранее, в 1-й части курса в конце § 84.

Там мы нашли следующее (см. формулы *259* и *260*):

$$z = \frac{l_1}{2} \cdot \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \frac{2 - \sqrt{2}}{4} \cdot l_1 = 0{,}14645 \cdot l_1$$

$$l_0 = l_1 - 2z = \frac{l_1}{\sqrt{2}} = 0{,}7071 \cdot l_1$$

$$M = \frac{q \cdot l_0^2}{8} = \frac{q}{8} \cdot \left(\frac{l_1}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{q \cdot l_1^2}{16} = 0{,}0625 \cdot q \cdot l_1^2 \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad \textbf{413.}$$

$$\text{Откуда} \ldots \sqrt{\frac{M}{q}} = \frac{l_1}{4} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad \textbf{414.}$$

Соединяя равенства *412* и *414* в одно, получим:

$$l_2 = l_1 \cdot \frac{2 + \sqrt{2}}{4} \qquad \textbf{415.}$$

Сравнивая между собою формулы *367a* и *413* с одной стороны, а затем формулы *407* и *415* с другой, видим, что перенесение шарниров из крайних пролетов в средний не меняет:

а) ни величины расчетного момента,

б) ни соотношения между длинами пролетов.

Оно отразится только на распределении давлений на опоры.

Найдем длину крайних балок:

$$\overline{BF} = \overline{DF_1} = l_2 + z = l_1 \cdot \frac{2+\sqrt{2}}{4} + l_1 \cdot \frac{2-\sqrt{2}}{4} = l_1 .$$

Оказывается, что длина каждой из крайних балок равна в этом случае длине среднего пролета l_1.

Для нахождения величины давления R_2 на каждую из средних опор возьмем относительно опоры B моменты всех сил, действующих на балку BAF. По направлению движения часовой стрелки будут стремиться вращать эту балку следующие силы:

1) сосредоточенная нагрузка $\frac{q \cdot l_0}{2}$, приложенная в точке F: плечо у этой нагрузки относительно опоры B будет $BF = l_1$;

2) равномерно-распределенная нагрузка $q \cdot l_1$, работающая с плечом $\frac{l_1}{2}$.

А по направлению, противоположному движению часовой стрелки, будет стремиться вращать балку BF только сила R_2, работающая с плечом l_2. Следовательно,

$$R_2 \cdot l_2 = \frac{q \cdot l_0}{2} \cdot l_1 + \frac{q \cdot l_1^2}{2} = \frac{q \cdot l_1}{2} \cdot (l_0 + l_1) = \frac{q \cdot l_1}{2} \cdot \left(\frac{l_1}{\sqrt{2}} + l_1\right)$$

$$R_2 \cdot l_2 = \frac{q \cdot l_1^2}{2} \cdot \frac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = q \cdot l_1^2 \cdot \frac{2+\sqrt{2}}{4}, \quad \text{откуда}$$

$$R_2 = q \cdot l_1 \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad \textbf{416.}$$

т. е. каждая из средних опор берет здесь на себя давление, равное величине той нагрузки, которая распределена по всей длине l_1 среднего пролета, или иначе, по всей длине каждой из крайних балок (BF или DF_1).

Вся нагрузка на систему балок будет

$$3Q = 3 \cdot q \cdot l = q \cdot l_1 + 2q \cdot l_2 = 2R_2 + 2S_2\,, \quad \text{откуда}$$

$$2S_2 = 2q \cdot l_2 - q \cdot l_1 = q \cdot \left(2 \cdot l_1 \cdot \frac{2+\sqrt{2}}{4} - l_1\right) = \frac{q \cdot l_1}{\sqrt{2}} = q \cdot l_0\,,$$

$$\text{или} \quad S_2 = \frac{q \cdot l_0}{2} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \qquad \textbf{417}.$$

т. е. каждая из крайних опор берет на себя давление, равное половине величины той нагрузки, которая передается на среднюю балку FF_1.

Более сложным путем ведется подсчет величины S_2 по уравнению *411*, но результат будет получен, несомненно, тот же самый:

$$S_2 = \frac{q \cdot l_2}{2} - \frac{1}{l_2} \cdot \frac{q \cdot l_1^2}{16} = \frac{q}{16} \cdot \frac{8 \cdot l_2^2 - l_1^2}{l_2}\,, \quad \text{или}$$

$$S_2 = \frac{q}{16 \cdot l_2} \cdot \left(8 \cdot l_1^2 \cdot \frac{6 + 4 \cdot \sqrt{2}}{16} - l_1^2\right) = \frac{q \cdot l_1^2}{l_2} \cdot \frac{1+\sqrt{2}}{8}\,, \quad \text{или}$$

$$S_2 = q \cdot l_1 \cdot \frac{4}{2+\sqrt{2}} \cdot \frac{1+\sqrt{2}}{8} = \frac{q \cdot l_1}{2 \cdot \sqrt{2}} = \frac{q \cdot l_0}{2}\,.$$

Подсчитаем и здесь так же, как это мы делали в предыдущем примере, R_2 и S_2 в функции нагрузки $q \cdot l$, пользуясь равенством:

$$L = 3l = 2l_2 + l_1 = 2{,}7071 \cdot l_1$$

$$R_2 = q \cdot l_1 = q \cdot \frac{3l}{2{,}7071} = 1{,}1082 \cdot ql$$

$$S_2 = \frac{q \cdot l_0}{2} = \frac{q \cdot l_1}{2\sqrt{2}} = \frac{q}{2} \cdot \frac{3l}{2{,}7071 \cdot 1{,}4142} = 0{,}3918 \cdot ql\,.$$

$$\text{Отношения} \cdot \cdot \cdot \frac{R_2}{R} = \frac{1{,}1082}{1{,}1} = 1{,}008$$

$$\frac{S_2}{S} = \frac{0{,}3918}{0{,}4} = 0{,}98\,.$$

Давления R_2 и S_2 мало отличаются от тех, которые давала неразрезная балка, имеющая равную длину пролетов.

Таким образом мы приходим к заключению, что замена неразрезной балки двухшарнирною с разною длиною пролетов и с шарнирами, расположенными на среднем пролете, приводит нас к понижению расчетного момента на 30%, а давления на постоянные опоры при этой комбинации балок сохраняют почти те же самые величины, как и при неразрезной балке, имеющей одинаковую длину пролетов. В этом заключается преимущество этой комбинации балок перед предыдущею, рассмотренною в примере 177, где наблюдалось усиление давлений, передающихся на средине опоры.

Пример 179. Надо подготовить данныя для определения той растягивающей нагрузки, которую можно безопасно передавать на болты, снабженные нарезкой *Витворта*, при различных допускаемых напряжениях материала.

Чтобы такая таблица была универсальною, т. е. чтобы по ней быстро можно было подсчитывать нагрузку при любом заданном напряжении материала, ее надо составить для всех напряжений материала, начиная с 1 кг. на кв. мм. и кончая 10, а затем еще и для трех промежуточных величин, а именно:

0,75 кг. на кв. мм.
0,50 » »
0,25 » » » »

В таком именно виде и составлена таблица 27 для болтов с диаметром, начиная с $^1/_2$ дюйма и до 2 дюймов включительно.

Применение таблицы поясним на примерах.

Таблица 27. Растягивающие нагрузки для болтов с нарезкой *Витворта.*

d в дм.	$^1/_2$	$^5/_8$	$^3/_4$	$^7/_8$	1	$1^1/_8$	$1^1/_4$	$1^3/_8$	$1^1/_2$	$1^5/_8$	$1^3/_4$	2
H	Растягивающие нагрузки в *кг.*											
10	784	1 311	1 961	2 720	3 573	4 498	5 768	6 835	8 388	9 495	11 310	14 910
9	706	1 180	1 765	2 448	3 216	4 048	5 191	6 152	7 549	8 546	10 179	13 419
8	627	1 049	1 569	2 176	2 858	3 598	4 614	5 468	6 710	7 596	9 048	11 928
7	549	918	1 373	1 904	2 501	3 149	4 038	4 785	5 872	6 647	7 917	10 437
6	470	787	1 177	1 632	2 144	2 699	3 461	4 101	5 033	5 697	6 786	8 946
5	392	656	981	1 360	1 787	2 249	2 884	3 418	4 194	4 748	5 655	7 455
4	314	524	784	1 088	1 429	1 799	2 307	2 734	3 356	3 798	4 524	5 964
3	235	393	588	816	1 072	1 349	1 730	2 051	2 517	2 849	3 393	4 473
2	157	262	392	544	714	900	1 154	1 367	1 679	1 899	2 262	2 982
1	78	131	196	272	357	450	577	684	839	950	1 131	1 491
0,75	59	98	147	204	267	338	433	512	629	712	848	1 118
0,5	39	66	98	136	179	225	288	342	419	475	566	746
0.25	19,5	33	49	68	89	113	144	171	210	237	283	373
F мм.^{2}	78.4	131,1	196,1	272	357,3	449,8	576,8	683,5	838,8	949,5	1 131	1 491

1) Пусть, напр., надо найти безопасную нагрузку для стального полуторадюймового болта, который должен работать с напряжением не более 12,2 кг. на кв. мм. По таблице имеем:

для $H = 10$ . . .	8 388 кг.
» $H = 2$ . . .	1 678 »
» $H = 0,2$.	168 »
» $H = 12,2$.	10 234 кг.

За безопасную нагрузку можно принять 10 200 кг.

2) Железный дюймовый болт работал с напряжением 7 кг. на кв. мм., и безопасная нагрузка для него считалась в 2 500 кг. На сколько *кг.* можно повысить нагрузку, если напряжение будет увеличено на 0,38 кг. на кв. мм.? — По таблице имеем:

для $H = 0,3$ кг. на кв. мм. . . .	107,2 кг.
» $H = 0,08$ » » » » . . .	28,6 »
Приращение нагрузки . . .	135,8 кг.

3) Еще пример. Железный болт с диаметром $1^1/_4$ дюйма брал на себя нагрузку в 4 000 кг. По таблице видно, что он работал с напряжением около 7 кг. на кв. мм. Явилась возможность разгрузить этот болт на 1 200 кг.; с каким напряжением он будет теперь работать? — Оставшаяся величина нагрузки на болт будет 2 800 кг. По таблице видно, что рабочее напряжение в болте будет менее 5 кг. на кв. мм. На сколько же менее?

При $H = 5$ . . .	$P = 2\,884$ кг.
» $H = x$ . . .	$P = 2\,800$ »
Разность . . .	$P = 84$ кг.

Отношение 433 : 84 близко к 5, следовательно, понижение напряжения материала против 5 кг. на кв. мм. будет близко к 0,75 : 5, т. е. к 0,15 кг. на кв. мм.

4) Еще пример. Болт из сварочного железа с диаметром $1^3/_8$ дюйма, работающий с напряжением в 7,5 кг. на кв. мм. надо заменить или болтом из мягкого литого железа, или же болтом из никкелевой стали, допуская в первом случае напряжение не выше 12 кг. на кв. мм., а во втором не выше 20 кг. на кв. мм. Ответ на все эти вопросы дает нам таблица 27:

Для $d = 1^3/_8$ дюйма	при $H = 7$ . . .	$P = 4\,785$ кг.
» $d = 1^3/_8$ »	» $H = 0,5$.	$P = 342$ »
	Всего . . .	$P = 5\,127$ кг.

Для $d = 1^1/_8$ дюйма при $H = 10$ .. $P = 4\,498$ кг.
d $1^1/_8$ » » $H = 2$ .. $P = 900$ »
Всего . . . $P = 5\,398$ кг.

Для $d = {}^7/_8$ дюйма при $H = 10$ . . . $P = 2\,720$ кг.
$d = {}^7/_8$ » » $H = 9$ . . . $P = 2\,448$ »
Всего . . . $P = 5\,168$ кг.

Следовательно, болт из литого железа можно было бы взять с диам. $1^1/_8$ д., а из никкелевой стали — с диам. $^7/_8$ дюйма.

Пример 180. Надо произвести расчет целой серии *продольных* и *поперечных* котельных заклепочных швов, выполняемых на практике по разнообразным *нормальным типам*, выясняя при этом: 1) степень крепости каждого из швов по сравнению с целым сечением котельного листа, ничем не ослабленного, 2) возможность применения каждого из швов, начиная с известного давления в котле при данном его диаметре, или же начиная с известного диаметра котла при данном рабочем давлении в нем. Толщину стенки склепываемых полос считаем во всех дальнейших расчетах одною и тою же, а именно $b = 16$ мм. $= 1{,}6$ см. Все расчеты в этом примере будем вести в сантиметрах.

Предполагая, что по всей линии шва — продольного или поперечного, это безразлично — внутреннее давление в котле будет раздаваться равномерно, будем обозначать:

$Пd$ — давление, приходящееся на 1 см. длины *продольного* котельного шва,

$Пn$ — давление, приходящееся на 1 см. длины *поперечного* котельного шва,

D — диаметр цилиндрической части котла (в см.),

q — внутреннее давление в котле по манометру (см. § 17 первой части), выраженное в *атм.*, т. е. в кг. на кв. см.,

Z и Z_1 — напряжения растяжения в сечении шва продольного и поперечного (соответственно) — в кг. на кв. см.,

S и S_1 — напряжения сдвига в заклепках продольного и поперечного шва (соответственно) — в кг. на кв. см.,

$м$ и $м_1$ — напряжения смятия на поверхности заклепочного стержня у шва продольного и поперечного (соответственно) — в кг. на кв. см.

В работающем котле между двумя поперечными сечениями его, отстоящими одно от другого *на расстоянии 1 см.*, будет существовать сила, перпендикулярная к оси котла, вызывающая в продольных сечениях котла растяжение и равная той внутренней силе, которая соответствует величине диаметрального сечения котла между взятыми поперечными сечениями его, т. е. величина этой силы будет высчитываться так:

$$D \times 1 \text{ см.} \times q \text{ — в } кг.$$

Эта сила будет отдаваться двум продольным сечениям, а на каждое из них придется усилие

$$Пd = \frac{D \cdot q}{2} \dots\dots \qquad \textbf{418.}$$

Это и есть выражение того давления, которое приходится на 1 линейный *см. продольного* котельного шва.

Подобным же образом найдем соответственное давление и в шве *поперечном.*

Вся величина давления, воспринимаемая поперечным швом будет $\frac{\pi}{4} \cdot D^2 \cdot q$

Вся длина поперечного шва .... $\pi \cdot D$

Давление, приходящееся на 1 см. длины *поперечного* шва, будет поэтому ... $\frac{\pi}{4} \cdot D^2 \cdot q : \pi D$.

$$\text{Откуда} \dots \quad Пn = \frac{D \cdot q}{4} = \frac{1}{2} \cdot Пd \dots\dots \qquad \textbf{419.}$$

Получили известное соотношение между раздачей нагрузок в шве продольном и поперечном; в первый раз мы познакомились с этим соотношением в § 17 (см. I ч. курса).

На основании формул *418* и *419* происходит решение всех вопросов, касающихся крепости продольного и поперечного шва у котла.

На *фиг. 248* дана схема образования продольного и поперечного шва у котла: между листами A и B — продольный шов, между C и A (или C и B) — поперечный шов.

Такой тип склёпки носит название «одинарного шва в напуск», или иначе «в нахлёстку».

Главные размеры этого шва выработаны практически и определяются следующими формулами:

1) диаметр заклепок

$$d = \sqrt{5b} - 0{,}4 \text{ см.} = \sqrt{5 \cdot 1{,}6} - 0{,}4 = 2{,}8 - 0{,}4 = 2{,}4 \text{ см.}$$

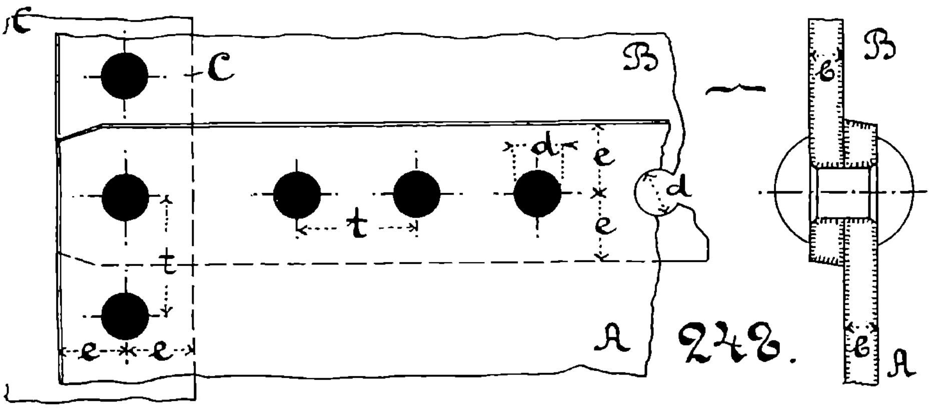
2) «шаг» заклепочного шва

$$t = 2d + 0{,}8 \text{ см.} \quad 2\cdot 2{,}4 + 0{,}8 = 5{,}6 \text{ см.}$$

3) расстояние центральной линии шва от кромки листа

$$e = 1{,}5\cdot d = 1{,}5\cdot 2.4 = 3{,}6 \text{ см.}$$

Когда будут подсчитаны эти главные размеры шва, и он может быть вычерчен, начинается расчет шва на крепость.



248.

Прежде всего сравним крепость шва на разрыв его между заклепками и крепость самих заклепок на сдвиг.

Для этого рассмотрим крепость продольного шва на длине одного шага t:

$$t\cdot\frac{D\cdot q}{2} = (t-d)\cdot b\cdot Z = \frac{\pi\cdot d^2}{4}\cdot S\cdots\cdots \qquad \textbf{420.}$$

$$\text{Или} \quad (5{,}6-2{,}4)\cdot 1{,}6\cdot Z = \frac{\pi\cdot 2{,}4^2}{4}\cdot S = 4{,}52\cdot S\,.$$

$$\text{Откуда} \quad \frac{Z}{S} = \frac{4{,}52}{3{,}2\cdot 1{,}6} = \frac{4{,}52}{5{,}12} = 0.883\cdots\cdots \qquad \textbf{421.}$$

Простой (одинарный) шов в напуск оказывается использованным на растяжение листового металла довольно слабо: напряжение Z оказалось на 12% менее S.

При хороших качествах заклепочного железа и аккуратном выполнении этого простейшего из всех швов берут за допускаемую величину

$$S = \text{до } 700 \text{ кг. на кв. см.}$$

Тогда по форм. *421* получим:

$$Z = 0{,}883\cdot 700 = 618 \text{ кг. на кв. см.}$$

Величина разрушающего напряжения для листов котельного железа колеблется от 3 300 до 4 400 кг. на кв. см. Следовательно, при напряжении $Z = 618$, шов будет работать со степенью надежности

$$\text{от } \frac{3\,300}{618} = 5{,}3 \quad \text{до } \frac{4\,400}{618} = 7{,}1\,.$$

В среднем можно считать здесь осуществленною *шестикратную* надежность. При заботливом уходе за котлом считают вполне достаточным иметь ее от 4,5 до 4.

Выше мы выяснили, что всего опаснее будут заклепки относительно сдвига, а не лист относительно растяжения.

Посмотрим еще, не будет ли в более опасном положении тело заклепки относительно смятия его.

Определим величину напряжения смятия тела заклепки по форм. *85*:

$$м = \frac{4}{\pi}\cdot\left(\frac{\pi\cdot d^2}{4}\cdot S\right):b\cdot d = \frac{d}{b}\cdot S\,, \quad \text{откуда}$$

$$м = \frac{24}{16}\cdot 700 = 1\,050 \text{ кг. на кв. см.}$$

В примере 39 (см. I часть курса) было сделано указание, что величина *м* считается всё еще допускаемою, если она получается не более 2 000 кг. на кв. см., так как фактическая величина *м* в теле заклёпок будет всегда много менее вычисленной, благодаря существованию значительного трения, которое возбуждается между склепываемыми кромками листов при остывании заклепок, поставленных на место в горячем состоянии.

Величина силы трения, которая возбуждается между склёпанными листами, была определена лабораторными опытами профессора *Баха*. Он нашел, что на каждый 1 кв. см. площади сечения заклепки приходится величина силы трения между листами

от 1 000 до 1 800 кг. на кв. см.

Эта величина превосходит саму силу сопротивляемости заклепки на сдвиг от $1^1/_2$ до $2^1/_2$ раз. Тем не менее для большей надежности расчета эту силу трения совсем не берут во внимание, и самый расчет условно ведут так, как будто бы ее не было вовсе.

По форм. *420*:

$$D\cdot q = \frac{2\cdot 4{,}52\cdot 700}{5{,}6} = 1\,130 \text{ кг.} \cdots\cdots \qquad \mathbf{422.}$$

Если $q = 10$ атм. $\cdots$ max $D = 113$ см. $= 1{,}13$ мт.

Обратимся теперь к рассмотрению крепости одинарного поперечного шва. Формула крепости будет иметь для него такой вид:

$$t\cdot\frac{D\cdot q}{4} = (t-d)\cdot b\cdot Z_1 = \frac{\pi\cdot d^2}{4}\cdot S_1 \qquad \textbf{423.}$$

Сравнение этой формулы с *420*, дает нам

$$Z_1 = \frac{Z}{2} = 309 \text{ кг. на кв. мм.}$$

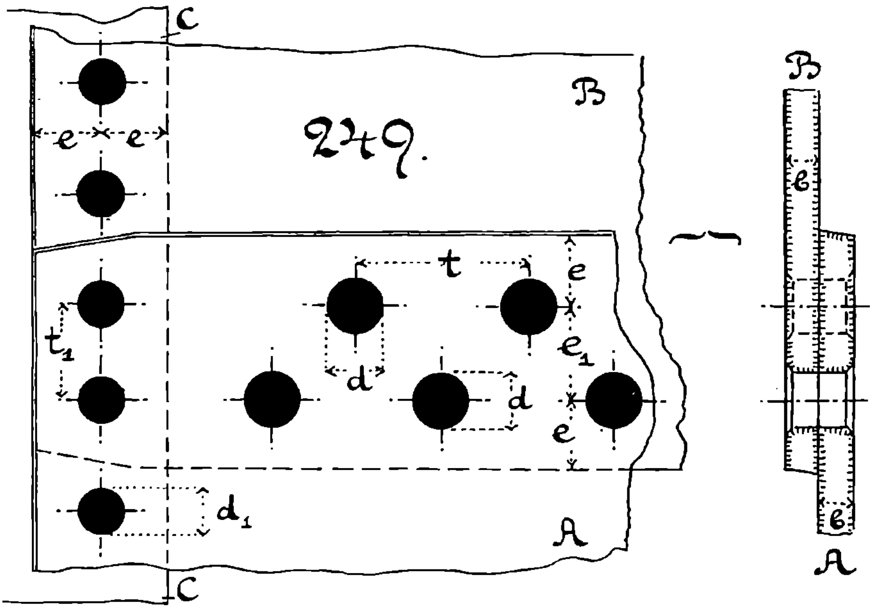
$$S_1 = \frac{S}{2} = 350$$

Получили известный уже нам результат, что *одинарный поперечный шов будет работать с напряжениями вдвое меньшими, чем продольный шов.*

Остается выяснить, насколько велико будет то ослабление поперечного сечения листа, которое неизбежно будет сопровождаться применением продольного шва; в процентах коэф. использования листа можно будет выразить формулою

$$u = 100\cdot\frac{t-d}{t} = \frac{100\cdot 3{,}2}{5{,}6} = 57{,}2\%.$$

На *фиг. 249* дана *вторая* схема образования продольного и поперечного котельного швов: между листами A и B вы-



полнен *двойной* продольный шов в напуск, а между листами B и C (или A и C) — *одинарный* поперечный шов в напуск.

Толщину металла здесь, как и всюду далее, берем ту же самую, что и в первой схеме, т. е. $b = 1,6$ см.

Диаметр заклепок берется здесь такой же, как и в одинарном шве; а другие главные размеры двойного шва подчиняются следующим практическим формулам:

$$t = 2,6 \cdot d + 1,5 \text{ см.} = 2,6 \cdot 2,4 + 1,5 = 6,2 + 1,5 = 7,7 \text{ см.}$$

$$e = 1,5 \cdot d = 3,6 \text{ см.}; \quad e_1 = 0,6 \cdot t = 4,6 \text{ см.}$$

Выражая, что продольный шов будет достаточно крепок и на растяжение листа между заклёпками и на сдвиг самих заклёпок, получим равенство:

$$t \cdot \frac{D \cdot q}{2} = Z \cdot (t - d) \cdot b = S \cdot 2 \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdots\cdots \quad \textbf{424.}$$

Эта формула подчеркивает ту основную мысль, что в двойном продольном шве на длине одного шага t работают на сдвиг *две* заклёпки, а не одна. Поэтому и отношение $Z : S$ здесь получится другое, чем в предыдущем случае, а именно:

$$\frac{Z}{S} = \frac{2 \cdot 4,52}{5,3 \cdot 1,6} = 1,066 \cdots\cdots \quad \textbf{425.}$$

Не рассчитывая на полное совершенство склёпки берут здесь из осторожности напряжение S несколько менее, чем в одинарном шве, а именно:

$$S = \text{до } 650 \text{ кг. на кв. см.}$$

Соответственно этому по форм. *425* получим:

$$Z = 1,066 \cdot 650 = 693 \text{ кг. на кв. см.}$$

По форм. *424*

$$D \cdot q = \frac{650 \cdot 4 \cdot 4,52}{7,7} = 1\,527 \text{ кг.} \cdots\cdots \quad \textbf{426.}$$

Повышение этого давления произошло в отношении

$$1\,527 : 1\,130 = 1,35\,.$$

Если $q = 10$ атм. $\cdots \max D = 152,7$ см. $= 1,527$ мт.

Если в поперечном шве возьмем здесь

$$d_1 = d = 2,4 \text{ см.}; \quad t_1 = 2 \cdot 2,4 + 0,8 = 5,6 \text{ см.},$$

то крепость поперечного шва надо будет выразить равенством:

$$5,6 \cdot \frac{D \cdot q}{4} = (5,6 - 2,4) \cdot 1,6 \cdot Z_1 = \frac{\pi \cdot 2,4^2}{4} \cdot S_1\,,$$

откуда $Z_1 = \dfrac{5,6 \cdot 1\,527}{4 \cdot 3,2 \cdot 1,6} = 412\,; \quad S_1 = \dfrac{Z_1}{0,883} = 467\,.$

т. е. крепость поперечного шва здесь будет использована несколько лучше чем в предыдущем случае.

Коэф. использования листового металла путем применения продольного двойного шва в напуск определится из формулы:

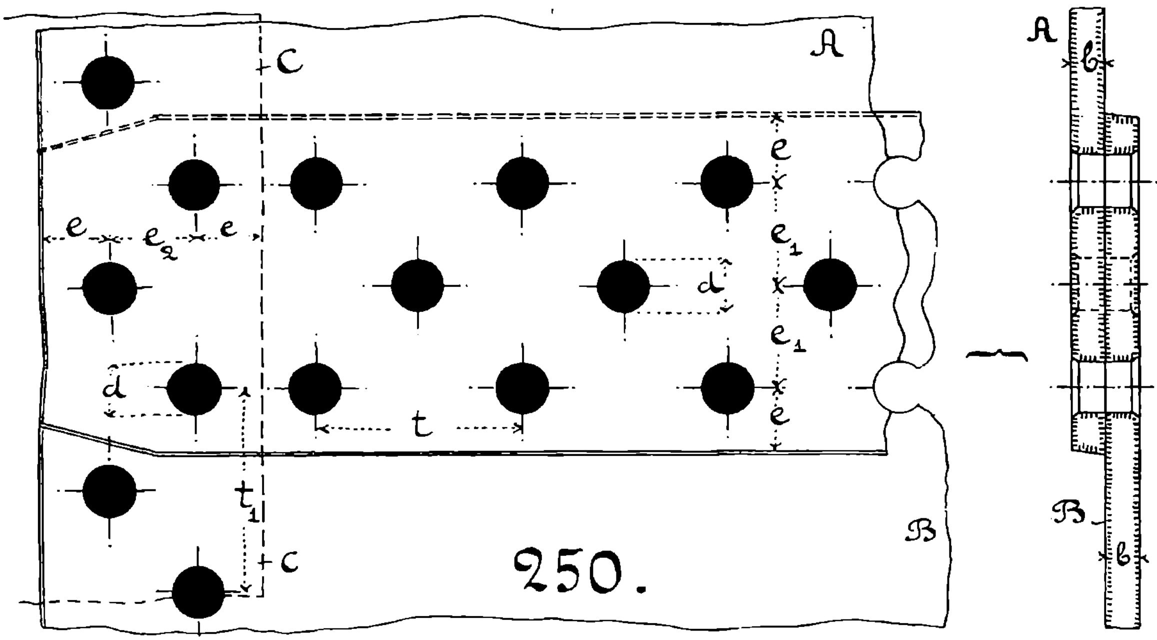
$$\eta \quad 100 \cdot \frac{t-d}{t} \qquad \frac{100 \cdot 5{,}3}{7{,}7} \qquad 68{,}8\%\,.$$

По сравнению с одинарным швом в напуск произошло повышение коэффициента использования в отношении

$$68{,}8 : 57{,}2 \qquad 1{,}203\,,$$

т. е. на $20{,}3\%$.

На *фиг. 250* дана *третья* схема образования продольного и поперечного котельного швов: между листами A и B



250.

— выполнен *тройной* продольный шов в напуск, а между листами A и C (или B и C) — *двойной* поперечный шов в напуск.

Главные размеры такого шва определяются следующими практическими формулами:

$$t = 3 \cdot d + 2{,}2 = 3 \cdot 2{,}4 + 2{,}2 \qquad 7{,}2 + 2{,}2 \qquad 9{,}4 \text{ см.}$$

$$e = 1{,}5 \cdot d \qquad 3{,}6 \text{ см.}; \quad e_1 \qquad 0{,}5 \cdot t = 4{,}7 \text{ см.}$$

$$t_1 \qquad 2{,}6 \cdot 2{,}4 + 2{,}2 \qquad 8{,}4 \text{ см.}; \quad e_2 \quad 0{,}6 \cdot t_1 - 5{,}0 \text{ см.}$$

Разница между размерами e_1 и e_2 получилась несущественной; и при расчерчивании швов оба эти размера можно взять одинаковыми и равными, напр., 5,0 см.

Главное отличие тройного шва от предыдущих заключается в том, что на длине одного шага здесь работают *четыре* площади сдвига у заклёпок; поэтому формула крепости для такого шва примет здесь вид:

$$t \cdot \frac{D \cdot q}{2} = Z \cdot (t - d) \cdot b = S \cdot 4 \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} \qquad \textbf{427.}$$

Откуда $\frac{Z}{S} = \frac{4 \cdot 4{,}52}{7{,}0 \cdot 1{,}6} = \frac{18{,}08}{11{,}2} = 1{,}614 \cdots\cdots$ **428.**

Рассчитывать на полное совершенство склёпки такого не простого шва приходится еще менее, поэтому для тройного шва берут:

$$S = \text{до } 600 \text{ кг. на кв. см.}$$

Соответственно этому по форм. *428* найдем:

$$Z = 1{,}614 \cdot 600 = 968 \text{ кг. на кв. см.}$$

По форм. *427*

$$D \cdot q = \frac{600 \cdot 8 \cdot 4{,}52}{9{,}4} = 2\,308 \text{ кг.} \cdots\cdots \qquad \textbf{429.}$$

Если $q = 10$ атм. $\cdots$ $D_{max} = 230{,}8$ см. $= 2{,}308$ мт.

Если $D = 2$ мт. $\cdots\cdots$ $q_{min} = 11{,}5$ атм.

Для проверки крепости поперечного двойного шва в напуск будем иметь равенство:

$$t_1 \cdot \frac{D \cdot q}{4} = (t_1 - d) \cdot b \cdot Z_1 = 2 \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot S_1 \cdots\cdots \qquad \textbf{430.}$$

Откуда $Z_1 = \frac{7{,}7 \cdot 2\,308}{4 \cdot 5{,}3 \cdot 1{,}6} = 524$ кг. на кв. см.

$S_1 = \frac{7{,}7 \cdot 2\,308}{4 \cdot 2 \cdot 4{,}52} = 491$ » » » »

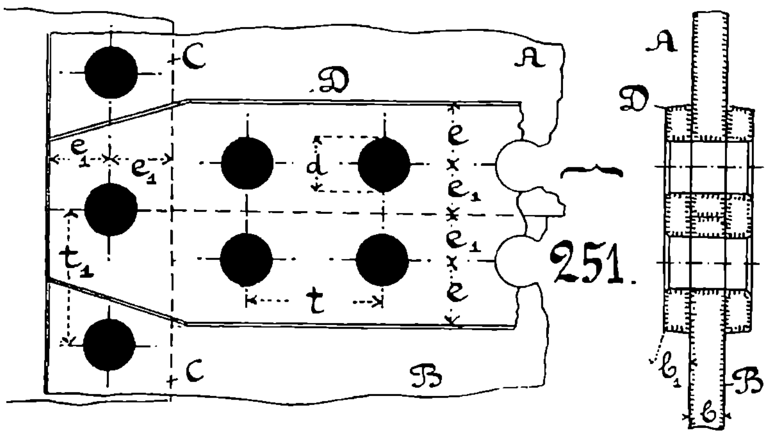
Коэф. использования листового металла при тройном шве в напуск будет давать нам формула

$$u = 100 \cdot \frac{t - d}{t} = 100 \cdot \frac{7{,}0}{9{,}4} = 74{,}4\%.$$

Повышение коэффициента использования крепости листов от замены простого шва в напуск швом двойным, а затем и тройным, характеризуется отношением:

$$57{,}2 : 68{,}8 : 74{,}4 \quad \text{или} \quad 1 : 1{,}203 : 1{,}301 .$$

На *фиг. 251* дана *четвертая* схема образования продольного и поперечного котельного швов: листы A и B склёпаны между собою посредством *двух* накладок D одинарным швом, а между листами A и C (или B и C) остался одинарный шов в напуск. Склепка листов посредством двух накладок особенно благоприятна для листового металла. Шов, заключенный между накладками отлично защищен от ржавления. Склепываемые листы в этом шве не испытывают добавочного напряжения от сгибания. Но главная особенность таких швов с накладками заключается в том, что сила трения на каждом



251.

листе здесь вводится *два раза*, — между листом и одной накладкой, а затем между этим же листом и другой накладкой. А при этих условиях, как это было выяснено опытами профессора *Баха*, создаются особенно благоприятные условия для работы заклёпок. Каждая из них здесь будет, как говорят, «двусрезной», т. е. у одной и той же заклёпки ее тело будет использовано на сдвиг *два раза.*

Главные размеры одинарного шва с накладками подчиняются следующим практическим формулам:

$$d = \sqrt{5 \cdot b} - 0{,}5 \text{ см.} = 2{,}8 - 0{,}5 = 2{,}3 \text{ см.}$$

$$t = 2{,}6 \cdot d + 1{,}0 \text{ см.} = 2{,}6 \cdot 2{,}3 + 1{,}0 = 7 \text{ см.}$$

$$e_1 = 1{,}5 \cdot d = 3{,}5 \text{ см.} \cdots \text{для листов.}$$

$$e = 0{,}9 \cdot e_1 = 3{,}2 \text{ » } \quad \text{ » накладок.}$$

Толщина каждой из накладок D высчитывается по формуле

$$b_1 = \text{от } \frac{5}{8} \cdot b \quad \text{до } \frac{2}{3} \cdot b. \quad \text{Берем} \quad b_1 = 1{,}0 \text{ см.}$$

Формула крепости для продольного шва с двумя накладками будет такою:

$$t \cdot \frac{D \cdot q}{2} = (t-d) \cdot b \cdot Z = 2 \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot S \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad \mathbf{431.}$$

Отсюда $\frac{Z}{S} = \frac{2 \cdot 4,15}{4,7 \cdot 1,6} = 1,104 \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot$ **432.**

Берем $S = 600$ кг. на кв. см., тогда

$Z = 1,104 \cdot 600 = 662$ кг. на кв. см.

Коэф. использования листового металла в одинарном шве с двумя накладками будет таким:

$$u = 100 \cdot \frac{t-d}{t} = 100 \cdot \frac{4,7}{7} = 67,1\%,$$

т. е. использование листового металла в одинарном шве с накладками выходит почти такое же, как в двойном шве в напуск.

В поперечном шве ... $t_1 = 2 \cdot 2,3 + 0,8 = 5,4$ см.

По форм. *431*:

$D \cdot q = \frac{4 \cdot 4,15 \cdot 600}{7} = 1\,423$ кг. $\cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot$ **433.**

Если $q = 10$ атм. ... $D_{max} = 142$ см. $= 1,42$ мт.

Формула крепости для поперечного шва здесь будет такою:

$$5,4 \cdot \frac{D \cdot q}{4} = (5,4 - 2,3) \cdot 1,6 \cdot Z_1 = \frac{\pi \cdot 2,3^2}{4} \cdot S_1 \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad \mathbf{434.}$$

Откуда $Z_1 = \frac{5,4 \cdot 1\,423}{4 \cdot 3,1 \cdot 1,6} = 388$ кг. на кв. см.

$S_1 = \frac{5,4 \cdot 1\,423}{4 \cdot 4,15} = 463$ » » » »

На *фиг. 252* имеем *пятую* схему образования продольного и поперечного котельного швов: листы A и B склёпаны при помощи двух накладок D *двойным* швом, а между листами A и C (или B и C) — одинарный шов в напуск. Заклёпки продольного шва двусрезные, а в поперечном — односрезные.

Главные размеры *двойного* шва с накладками бывают подчинены следующим практическим формулам:

$$d = \sqrt{5 \cdot b} - 0{,}6 \text{ см.} = 2{,}8 - 0{,}6 = 2{,}2 \text{ см.}$$

$$t = 3{,}5 \cdot d + 1{,}5 \text{ см.} = 3{,}5 \cdot 2{,}2 + 1{,}5 = 9{,}2 \text{ см.}$$

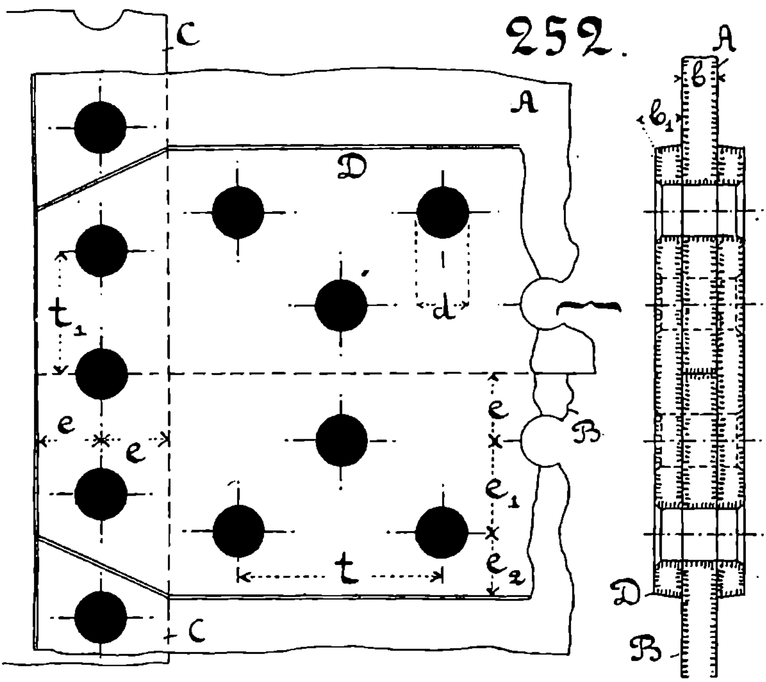
$$e = 1{,}5 \cdot d = 3{,}3 \text{ см.}; \quad e_1 = 0{,}5 \cdot t = 4{,}6 \text{ см.};$$

$$e_2 = 0{,}9 \cdot e = 3 \text{ см.}$$

$$t_1 = 2d + 0{,}8 = 2 \cdot 2{,}2 + 0{,}8 = 5{,}2 \text{ см.}$$

$$b_1 = \text{от } {}^5\!/_8 b \text{ до } {}^2\!/_3 b; \quad \text{берем} \cdots b_1 = 1{,}2 \text{ см.}$$

На длине одного шага у продольного двойного шва будут насчитываться две двусрезные заклёпки, а у них — 4 пло-



щади сдвига. Поэтому формула крепости для продольного шва примет вид:

$$t \cdot \frac{D \cdot q}{2} = (t - d) \cdot b \cdot Z = 4 \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot S \cdots\cdots \quad \textbf{435.}$$

Или $(9{,}2 - 2{,}2) \cdot 1{,}6 \cdot Z = 4 \cdot 3{,}8 \cdot S$, откуда

$$\frac{Z}{S} = \frac{4 \cdot 3{,}8}{7 \cdot 1{,}6} = \frac{1{,}9}{1{,}4} = 1{,}357 \cdots\cdots \quad \textbf{436.}$$

Имея в виду значительную сложность выполнения подобного шва понижают здесь величину напряжения сдвига у заклёпок и берут

$$S = \text{до } 575 \text{ кг. на кв. см., тогда}$$

$$Z = 1{,}357 \cdot 575 = 780 \text{ кг. на кв. см.}$$

Коэф. использования листового металла в двойном шве с накладками будет получен таким:

$$u = 100 \cdot \frac{t-d}{t} = 100 \cdot \frac{7}{9{,}2} = 76{,}1\%.$$

По форм. *435*:

$$D \cdot q = \frac{2 \cdot 7 \cdot 1{,}6 \cdot 780}{9{,}2} = 1\,900 \text{ кг.}$$

Если $q = 10$ атм. . . . $D_{max} = 190$ см. $= 1{,}9$ мт.

Формула крепости для поперечного шва будет такою:

$$5{,}2 \cdot \frac{D \cdot q}{4} = (5{,}2 - 2{,}2) \cdot 1{,}6 \cdot Z_1 = \frac{\pi \cdot 2{,}2^2}{4} \cdot S_1 \; \cdots\cdots \; \mathbf{437.}$$

$$\text{Откуда} \quad Z_1 = \frac{5{,}2 \cdot 1\,900}{4 \cdot 3 \cdot 1{,}6} = 515 \text{ кг. на кв. см.}$$

$$S_1 = \frac{5{,}2 \cdot 1\,900}{4 \cdot 3{,}8} = 650 \;\text{»}\;\;\text{»}\;\;\;\text{»}$$

Фиг. *253* дает нам *шестую* схему образования продольного и поперечного швов для котла. Это будет, так сказать, *специальный двойной шов с двумя накладками*: им соединены между собою листы A и B, а между листами A и C (или же B и C) — по прежнему одинарный шов в напуск. Особенность этого специального продольного шва заключается в том, что у него на длине одного шага t насчитываются *три* двусрезные заклёпки, имеющие *шесть* площадей сдвига.

Главные размеры этого шва бывают подчинены нижеследующим практическим формулам:

$$d = \sqrt{5 \cdot b} - 0{,}6 \text{ см.} = 2{,}8 - 0{,}6 = 2{,}2 \text{ см.}$$

$$t = 5 \cdot d + 1{,}5 \text{ см.} = 5 \cdot 2{,}2 + 1{,}5 = 12{,}5 \text{ см.}$$

$$e = 1{,}5 \cdot d = 3{,}3 \text{ см.}; \quad e_1 = 0{,}4 \cdot t = 5 \text{ см.};$$

$$e_2 = 0{,}9 \cdot e = 3 \text{ см.}$$

$$t_1 = 2 \cdot d + 0{,}8 = 2 \cdot 2{,}2 + 0{,}8 = 5{,}2 \text{ см.}$$

Толщина каждой из накладок . . . $b_1 = 0{,}8 \cdot b = 1{,}3$ см.

По этим основным данным расчет шва будет проведен следующим образом:

Формула крепости продольного шва должна будет выразить наличность *шести* площадей сдвига у заклёпок, группирующихся на длине одного шага t, т. е.

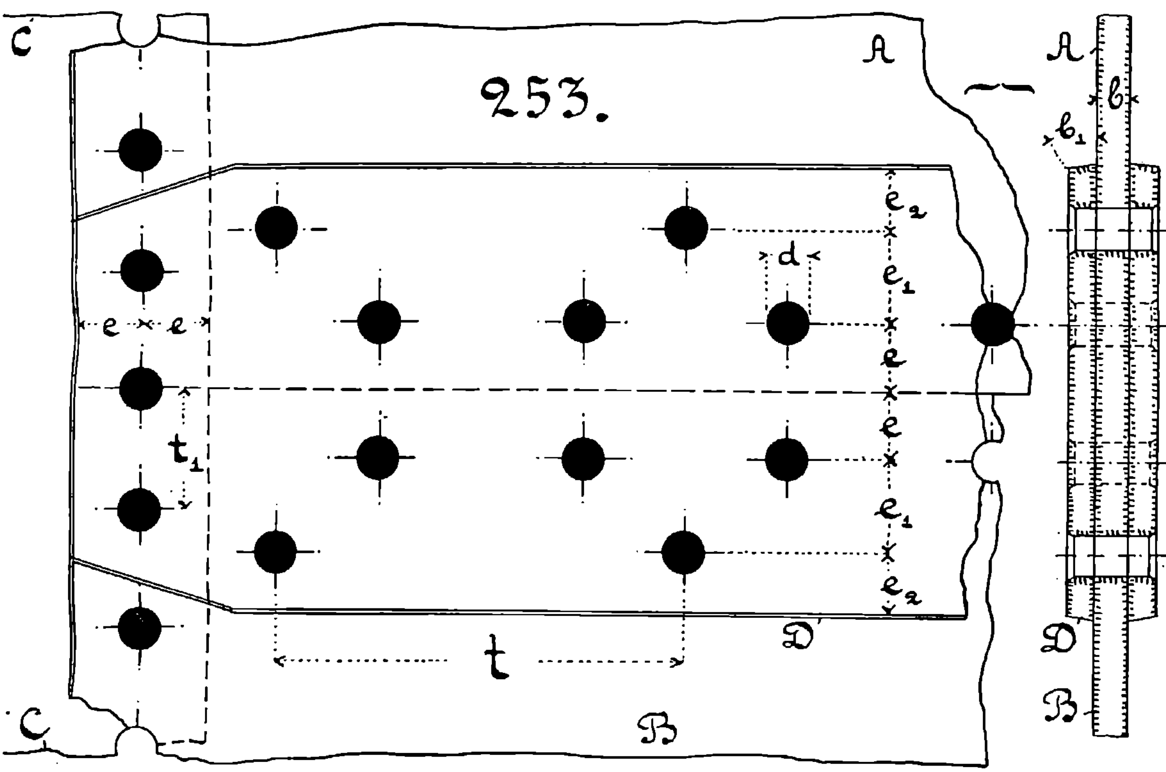
$$t \cdot \frac{D \cdot q}{2} = (t - d) \cdot b \cdot Z = 6 \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot S \cdots\cdots \quad \textbf{438.}$$

Или $(12{,}5 - 2{,}2) \cdot 1{,}6 \cdot Z = 6 \cdot 3{,}8 \cdot S$, откуда

$$\frac{Z}{S} = \frac{6 \cdot 3{,}8}{10{,}3 \cdot 1{,}6} = 1{,}383 \cdots\cdots \quad \textbf{439.}$$

Если $S = 575$ кг. на кв. см., то

$Z = 1{,}383 \cdot 575 = 792$ кг. на кв. см.



Коэф. использования листового металла в этом специальном двойном шве с двумя накладками получится так:

$$u = 100 \cdot \frac{t - d}{t} = \frac{100 \cdot 10{,}3}{12{,}5} = 82{,}4\%.$$

Если сравнить этот специальный двойной шов с обыкновенным, взяв отношение коэффициентов использования листового металла у них, т. е.

$$82{,}4 : 76{,}1 = 1{,}083$$

то оказывается, что использование листового материала здесь несколько лучше, чем в обыкновенном двойном шве.

По форм. *438*:

$$D \cdot q = \frac{2 \cdot 6 \cdot 3{,}8 \cdot 575}{12{,}5} = 2\,098 \text{ кг.}$$

Если $q = 10$ атм. . . . $D_{\max} = 209{,}8$ см. $= 2{,}098$ мт.

» $D = 2{,}0$ мт. $q_{\max} = 10{,}5$ атм.

Для поперечного шва напишется формула крепости в том же виде, как и прежде:

$$5{,}2 \cdot \frac{D \cdot q}{4} = (5{,}2 - 2{,}2) \cdot 1{,}6 \cdot Z_1 = \frac{\pi \cdot 2{,}2^2}{4} \cdot S_1 \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad \mathbf{440.}$$

Но только в этой формуле величина $D \cdot q$ будет другая. Она будет больше прежней.

$$Z_1 = \frac{5{,}2 \cdot 2\,098}{4 \cdot 3 \cdot 1{,}6} = 568 \text{ кг. на кв. см.}$$

$$S_1 = \frac{5{,}2 \cdot 2\,098}{4 \cdot 3{,}8} = 717 \text{ » » » »}$$

Как видно по этим последним данным, в этом специальном шве удается достигнуть наибольшего использования крепости поперечного шва: напряжение в заклёпках этого шва дошло до 717 кг. на кв. см.

Получилась чрезмерно высокая величина S_1, указывающая на то, что *специальный двойной шов с двумя накладками*, имеющий на длине шага t шесть площадей сдвига у заклепок, *не следует комбинировать с одинарным швом в напуск*, у которого на длине своего шага t_1 имеются всего только две площади сдвига у заклепок.

Будет лучше, если одинарный шов в напуск будет заменен в этом случае одинарным швом с двумя накладками; тогда число площадей сдвига у заклёпок сразу повысится вдвое.

Пусть эта замена будет сделана.

Для одинарного шва с двумя накладками получим новую величину шага

$$t_2 = 2{,}6 \cdot d + 1{,}0 \text{ см.} = 2{,}6 \cdot 2{,}2 + 1{,}0 = 6{,}7 \text{ см.}$$

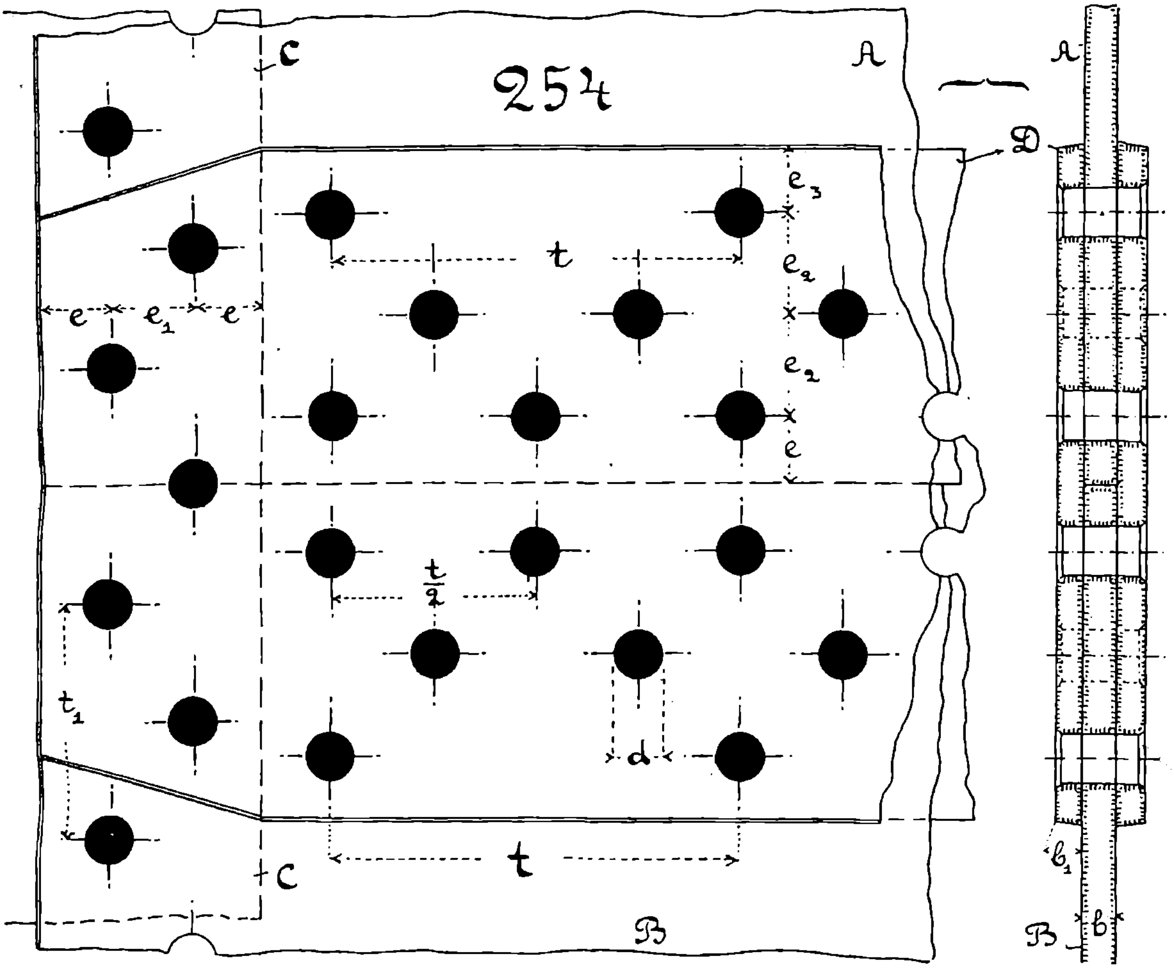
Вместо форм. *440* для одинарного поперечного шва с накладками получится новая формула крепости:

$$t_2 \cdot \frac{D \cdot q}{4} = (t_2 - d) \cdot b \cdot Z_1 = 2 \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot S_1 \cdots\cdots \quad \mathbf{441.}$$

Откуда $Z_1 = \dfrac{6{,}7 \cdot 2\,098}{4 \cdot 4{,}5 \cdot 1{,}6} = 488$ кг. на кв. см.

$S_1 = \dfrac{6{,}7 \cdot 2\,098}{4 \cdot 2 \cdot 3{,}8} = 462$ » » »

Результат получился вполне удовлетворительный.



На *фиг. 254* имеем изображение *седьмой* схемы образования продольного и поперечного швов для котла. Здесь продольный шов между листами *A* и *B* сделан *тройным* с двумя накладками D, а поперечный шов между листами A и C (или же B и C) — *двойным*.

Особенность изображенного на фиг. 254 продольного шва заключается в том, что у него на длине одного шага t мы имеем *пять* двусрезных заклепок, у которых будут работать *десять* площадей сдвига.

Главные размеры этого шва определяются по нижеследующим практическим данным:

$$d = \sqrt{5 \cdot b} - 0{,}7 \text{ см.} = 2{,}8 - 0{,}7 = 2{,}1 \text{ см.};$$

$$e = 1{,}5 \cdot d = 3{,}2 \text{ см.}$$

$$t = 6 \cdot d + 2{,}0 \text{ см.} = 6 \cdot 2{,}1 + 2 = 14{,}6 \text{ см.};$$

$$e_3 = 0{,}9 \cdot e = 2{,}9 \text{ см.}$$

$$t_1 = 2{,}6 \cdot d + 1{,}5 = 6{,}9 \text{ см.}; \quad e_2 = 0{,}3 \cdot t = 4{,}4 \text{ см.};$$

$$e_1 = 0{,}6 \cdot t_1 = 4{,}1 \text{ см.}$$

Формула крепости для продольного шва здесь будет такой:

$$t \cdot \frac{D \cdot q}{2} = (t - d) \cdot b \cdot Z = 10 \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot S \cdots\cdots \quad \mathbf{442.}$$

Или $(14{,}6 - 2{,}1) \cdot 1{,}6 \cdot Z = 10 \cdot 3{,}46 \cdot S$, откуда

$$\frac{Z}{S} = \frac{10 \cdot 3{,}46}{12{,}5 \cdot 1{,}6} = \frac{34{,}6}{20} = 1{,}73 \cdots\cdots \quad \mathbf{443.}$$

Исключительно большая сложность выполнения этого шва заставляет понизить величину напряжения S еще далее. Взявши

$S = 550$ кг. на кв. см., получим

$Z = 952$ » » » »

Коэф. использования листового металла в тройном продольном шве будет вычисляться так:

$$u = 100 \cdot \frac{t - d}{t} = 100 \cdot \frac{12{,}5}{14{,}6} \doteq 85{,}6\%.$$

По форм. *442*:

$$D \cdot q = \frac{2 \cdot 10 \cdot 3{,}46 \cdot 550}{14{,}6} = 2\,607 \text{ кг.}$$

Если $q = 10$ атм. . . . $D_{max} = 260{,}7$ см. $= 2{,}607$ мт.

» $D = 2{,}0$ мт. $q_{max} = 13$ атм.

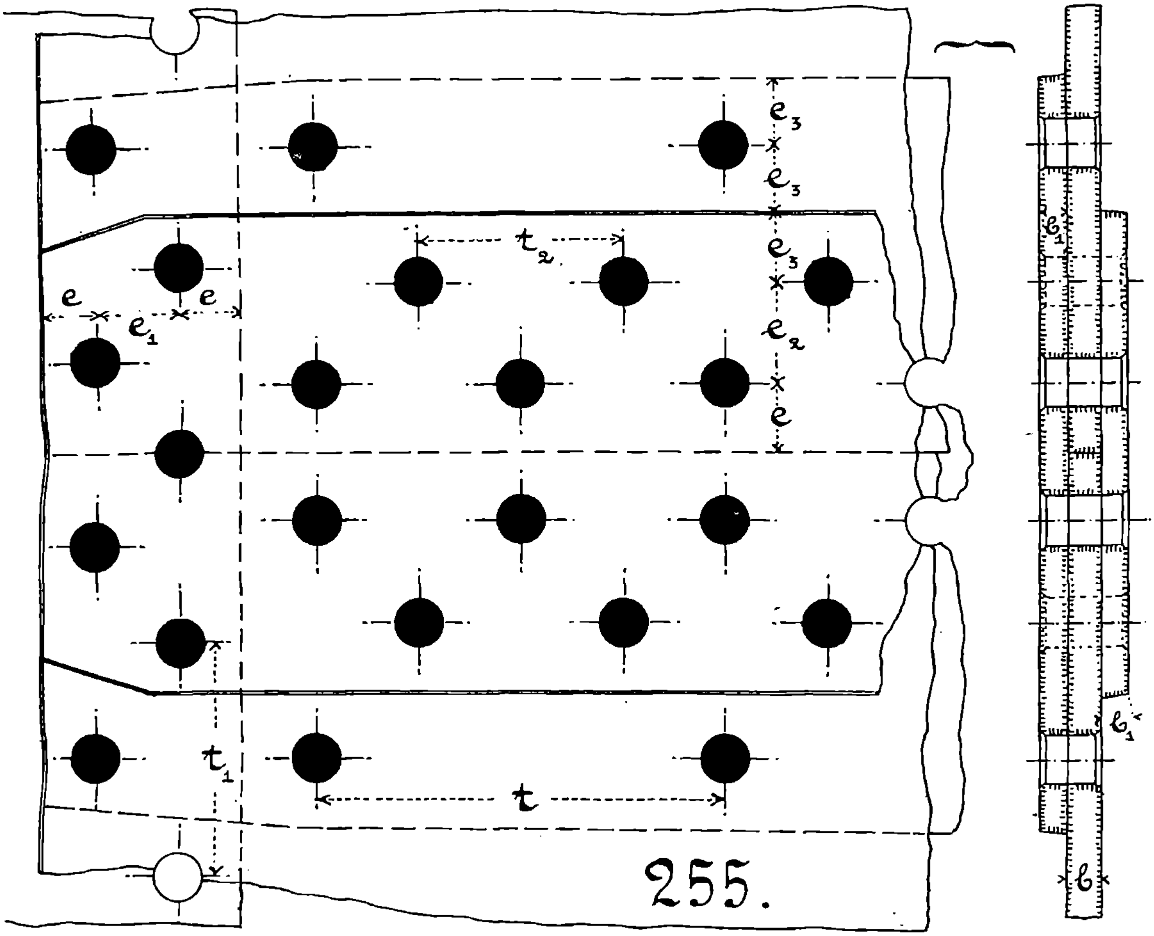
Для поверки крепости двойного поперечного шва в напуск напишем равенство:

$$t_1 \cdot \frac{D \cdot q}{4} = (t_1 - d) \cdot b \cdot Z_1 = 2 \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot S_1 \quad \ldots\ldots \quad \mathbf{444.}$$

Откуда $Z_1 = \frac{5{,}5 \cdot 2\,607}{4 \cdot 3{,}4 \cdot 1{,}6} = 659$ кг. на кв. см.

$S_1 = \frac{5{,}5 \cdot 2\,607}{4 \cdot 2 \cdot 3{,}46} = 518$ » » » »

На *фиг. 255* изображена *восьмая* схема образования продольного и поперечного швов для котла. Это — специаль-



255.

ный тройной продольный шов с двумя накладками. Отличие его от предыдущего состоит в том, что обе накладки у него разной ширины: внешняя накладка у̀же, чем внутренняя. Благодаря этому, в таком шве на длине одного шага t четыре заклёпки получаются двусрезными, а пятая — односрезною, т. е. при пяти заклёпках здесь получается только *девять*, площадей сдвига а не десять.

Как это отразится на использовании крепости различных частей шва, это мы сейчас увидим.

Главные размеры этого специального тройного шва ничем не разнятся от предыдущего обыкновенного тройного шва. А именно:

$d = \sqrt{5 \cdot b} - 0{,}7$ см. $= 2{,}1$ см.	$e = 1{,}5 \cdot d = 3{,}2$ см.
$t = 6 \cdot d + 2{,}0$ см. $= 14{,}6$ см.	$e_1 = 0{,}6 \cdot t_1 = 4{,}1$ см.
$t_1 = 2{,}6 \cdot d + 1{,}5$ см. $= 6{,}9$ см.	$e_2 = 0{,}3 \cdot t = 4{,}4$ см.
$t_2 = 0{,}5 \cdot t = 7{,}3$ см.	$e_3 = 0{,}9 \cdot e = 2{,}9$ см.

Вместо форм. *442* с 10-ю площадями сдвига здесь будет другая формула крепости продольного шва с 9 площадями сдвига у заклёпок:

$$t \cdot \frac{D \cdot q}{2} = (t - d) \cdot b \cdot Z = 9 \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot S \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad \textbf{446.}$$

Или $(14{,}6 - 2{,}1) \cdot 1{,}6 \cdot Z = 9 \cdot 3{,}46 \cdot S$, откуда

$$\frac{Z}{S} = \frac{9 \cdot 3{,}46}{12{,}5 \cdot 1{,}6} = \frac{31{,}14}{20} = 1{,}557 \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad \textbf{447.}$$

Если $S = 550$ кг. на кв. см., то

$$Z = 1{,}557 \cdot 550 = 856 \text{ кг. на кв. см.}$$

Коэф. использования листового металла в тройном специальном шве будет таким же, как и в обыкновенном тройном шве, т. е. $85{,}6\%$.

По форм. *446*:

$$D \cdot q = \frac{2 \cdot 12{,}5 \cdot 1{,}6 \cdot 856}{14{,}6} = 2\,345 \text{ кг.}$$

Если $q = 10$ атм. . . . $D_{max} = 234{,}5$ см. $= 2{,}345$ мт.

» $D = 2{,}0$ мт. $q_{max} = 11{,}7$ атм.

Крепость поперечного шва будет проверяться по такой формуле:

$$t_1 \cdot \frac{D \cdot q}{4} = (t_1 - d) \cdot b \cdot Z_1 = 2 \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot S_1 \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad \textbf{448.}$$

Откуда $Z_1 = \dfrac{5{,}5 \cdot 2\,345}{4 \cdot 3{,}4 \cdot 1{,}6} = 593$ кг. на кв. см.

$$S_1 = \frac{5{,}5 \cdot 2\,345}{4 \cdot 2 \cdot 3{,}46} = 466 \text{ » » » »}$$

Пред нами — теперь все данныя, касающиеся тройного специального шва. По сравнению с обыкновенным тройным швом особенности у него выходят следующие:

а) коэф. использования листового метала для специального тройного шва выходит тот же самый, что и для обыкновенного;

б) напряжения в частях шва специального получаются более умеренными, чем в частях шва обыкновенного;

в) на выполнение накладок будет тратиться материала в шве специальном меньше, чем в шве обыкновенном, процентов на 11.

г) чеканка шва специального проще и действительнее, чем у шва обыкновенного, так как по линии чеканки у него расстояние между заклёпками вдвое меньше.

Впервые этот специальный тройной шов с 2 неодинаковыми накладками был введен в 1909 г. на прусских железных дорогах при клёпке больших локомотивных котлов для курьерских поездов. Диам. цилиндрической части котла — 1,7 мт., рабочее давление пара — 14 атм., толщина стенок котла и у обеих накладок продольного шва — по 17 мм., ширина узких накладок — 220 мм., широких — 360 мм., диаметр коротких заклепок — 25 мм., длинных — 26 мм., шаг на продольном шве — 152 мм., шаг на поперечном двойном шве в напуск — 85 мм.

Ослабление крепости котельного листа с толщиною b 1,6 см., которое приносят с собою швы различного типа оказалось (см. выше) следующим:

Одинарный шов в напуск	фиг. 248 . . .	42,8%
Двойной » » »	249 . . .	31,2%
Тройной » » »	» 250 . . .	25,6%
Шов с накладками одинарный	» 251 . . .	32,9%
» » » обыкновенный двойной	» 252 . . .	23,9%
» » специальный »	» 253 . . .	17,6%
» » тройной	фиг. 254 и 255 . . .	14,4%
Хороший сварной шов (по опытам Баха)		30%.

Пример 181. Надо подготовить в виде таблицы такого рода данныя, которые позволяли бы облегчить и ускорить производство расчетов с деревянными стойками и колоннами ходовых прямоугольных поперечных сечений.

Пусть обозначают:

d — наименьший из размеров поперечного сечения (в *см.*),

h — наибольший » » » (в *см.*).

Тогда в подготовленном табличном виде надо иметь следующие величины:

$F = d \cdot h$ — площадь поперечного сечения (в см.^{2}),

$J_{min} = \frac{h \cdot d^3}{12}$ — наименьший из двух моментов инерции поперечного сечения (в см.^{4}),

$W_{max} = \frac{d \cdot h^2}{6}$ — наибольший из двух модулей поперечного сечения (в см.^{3}).

Все эти данныя для ходовых сечений, начиная с 8×8 см. и кончая 24×28 см., дает таблица 28.

Таблица 28. Данныя для расчета деревянных колонн прямоугольного сечения.

$d \times h$	F	J_{min}	W_{max}	$d \times h$	F	J_{min}	W_{max}
см.	см.^{2}	см.^{4}	см.^{3}	см.	см.^{2}	см.^{4}	см.^{3}
8×8	64	341	85	15×24	360	6 750	1 440
8×10	80	426	133	15×26	390	7 312	1 690
10×10	100	833	166	18×18	324	8 748	972
10×12	120	1 000	240	18×21	378	10 206	1 323
12×12	144	1 728	288	18×24	432	11 664	1 728
12×15	180	2 160	450	18×26	468	12 636	2 028
12×18	216	2 592	648	21×21	441	16 206	1 543
12×21	252	3 024	882	21×24	504	18 522	2 016
12×24	288	3 456	1 152	21×26	546	20 065	2 366
12×26	312	3 744	1 352	21×28	588	21 609	2 744
15×15	225	4 218	562	24×24	576	27 648	2 304
15×18	270	5 062	810	24×26	624	29 952	2 704
15×21	315	5 906	1 102	24×28	672	32 256	3 136

В таблице 28 нет данных для сечения 9×9 см., но они легко получатся из данных для сечения 18×18 см.

$$J = 8\,748 : 2^4 = 8\,748 : 16 = 547 \text{ см.}^4$$
$$W = 972 : 2^3 = 972 : 8 = 121{,}5 \text{ см.}^3$$

Нет данных для сечения 8×12 см., но их можно получить по данным для сечения 24×24 см.

$$J = 27\,648 : 3^3 \cdot 2 = 27\,648 : 54 = 512 \text{ см.}^4$$
$$W = 2\,304 : 3^2 \cdot 2 = 2\,304 : 18 = 128 \text{ см.}^3$$

Подобным же образом будут получены данныя для сечений 10×30 см. и 15×30 см. по табличным данным для сечений 10×10 см. и 15×15 см.

По этой же таблице 28 легко находятся также и следующие величины:

$$J_{\max} = W_{\max} \times \frac{h}{2},$$

$$W_{\min} = J_{\min} : \frac{d}{2}.$$

Можно подготовить еще величины радиуса инерции u, пользуясь для этого форм. *323*, выведенной в § 115; а вслед за этим можно будет подсчитать и величину *Эйлеровской длины* стоек l_0, начиная с которой и упомянутую выше деревянную стойку можно будет рассчитывать по формуле *Эйлера*:

$$l_0 = 31{,}7 \cdot d.$$

Для сечения прямоугольного с наименьшим размером его d получим:

d =	8	10	12	15	18	21	24	см.
u =	2,30	2,88	3,46	4,33	5,20	6,06	6,93	»
l_0 =	2,54	3,17	3,80	4,76	5,71	6,66	7,61	мт.

При этом надо помнить, что радиус инерции, а также и *Эйлеровская высота* стойки, совсем не зависят от высоты h поперечного сечения ее, а зависят только от *ширины* сечения d, т. е. от наименьшего из двух размеров сечения.

Используем теперь эти данныя для решения следующих вопросов:

Две сосновые стойки с размерами сечения 12×18 см. поставлены рядом и не срощены. Длина стоек $l = 6$ мт. Надо выяснить для них величину безопасной нагрузки.

По данным, подготовленным выше, видим, что для сечения 12×18 см.

$$l_0 = 3{,}8 \text{ мт.}; \quad J = 2\,592 \text{ см.}^4$$

Следовательно, расчет таких стоек надо будет вести по формуле *Эйлера*, определяя безопасную нагрузку Q по форм. *326*:

$$Q = \frac{10 \cdot 2 \cdot 2\,592}{36} = 1\,440 \text{ кг.}$$

Если бы те же две сосновые стойки были срощены болтами, сечение стойки было бы с размерами 18×24 см. Для такого сечения

$$l_0 = 5{,}71 \text{ мт.}; \quad u = 5{,}2 \text{ см.}; \quad F = 432 \text{ см.}^2$$

$$J = 11\,664 \text{ см.}^4$$

Заданная длина в 6 мт. и здесь будет больше *Эйлеровской*, т. е. и в этом случае стойку можно будет рассчитывать по форм. *326*. Безопасная нагрузка

$$Q_1 = \frac{10 \cdot 11\,664}{36} = 3\,240 \text{ кг.}; \quad \text{берем} \quad Q_1 = 3\,250 \text{ кг.}$$

$$\text{Отношение} \quad \frac{Q_1}{Q} = \frac{3\,250}{1\,440} = 2{,}26\,,$$

т. е. сращивание брусьев повышает крепость стойки почти в $2^1/_4$ раза. Но этот избыток крепости приобретается, конечно, не даром, а за счет расхода по постановке скрепляющих болтов.

Принимаем рабочее напряжение в стойке на сгибание ее $H = 50$ кг. на кв. см. Оно будет вызвано при сгибании стойки в плоскости, перпендикулярной к оси болтов; а при сгибании стойки под прямым углом к этому направлению пусть будет вызвано наибольшее напряжение H_1; тогда

$$H \cdot W = H_1 \cdot W_1\,; \quad 50 \cdot \frac{24 \cdot 18^2}{6} = H_1 \cdot \frac{18 \cdot 24^2}{6}\,, \quad \text{откуда}$$

$$H_1 = 50 \cdot \frac{18}{24} = 37{,}5 \text{ кг. на кв. см.}$$

Сила сдвига X, стремящаяся преодолеть силу трения между брусьями, возбужденную затяжкою болтов, найдется по форм. *263*:

$$X = \frac{H_1 \cdot O}{e_1} = \frac{37{,}5 \cdot (12 \cdot 18 \cdot 6)}{12} = 4\,050 \text{ кг.}$$

За расчетную величину силы сдвига примем $1{,}2 \cdot X$, а коэф. трения между брусьями считаем равным 0,3. Называя через c число болтов на половине длины стойки, для нахождения этой величины получим следующие равенства:

для болтов с диаметром $б = 1$ дюйму

$$1{,}2 \cdot 4\,050 = c \cdot 357 \cdot 5 \cdot 0{,}3\,, \quad \text{откуда} \quad c = 9 \text{ болтов.}$$

для болтов с диаметром $б = 1^1/_8$ дюйм.

$$1{,}2 \cdot 4\,050 = c \cdot 450 \cdot 5 \cdot 0{,}3\,; \quad \text{берем} \quad c = 7 \text{ болтов.}$$

Напряжение при затяжке болтов было предположено в предварительном расчете равным 5 кг. на кв. мм. Пересчитывая это напряжение при $c = 7$, получим:

$$H = \frac{1{,}2 \cdot 4\,050}{7 \cdot 450 \cdot 0{,}3} = 5{,}1 \text{ кг. на кв. мм.}$$

Сделаем еще подсчет тех же стоек при другой заданной длине, а именно $l = 5$ мт.

Для двух стоек несрощенных расчет пойдет снова по форм. *326*:

$$Q_2 = \frac{10 \cdot 2 \cdot 2\,592}{25} = 2\,074 \text{ кг.}$$

А в случае срощенных балок заданная длина $l = 5$ мт. будет менее *Эйлеровской* длины $l_0 = 5{,}71$ мт. Следовательно, расчет здесь надо будет вести уже по формуле *Тетмайера*. Принимая степень надежности $\phi = 10$, по форм. *327* будем писать следующее:

$$10 \cdot Q_3 = 432 \cdot \left(500 - 1{,}94 \cdot \frac{500}{5{,}2}\right); \quad \text{или} \quad Q_3 = 5\,417 \text{ кг.}$$

$$\text{Отношение } \frac{Q_3}{Q_2} = \frac{5\,417}{2\,074} = 2{,}61\,.$$

Пример 182. Надо подготовить такого рода табличные данныя, которые позволили бы облегчить и ускорить производство расчетов со стойками из литого железа, выполняемыми из равнобоких уголков, — для нагрузок от 500 кг. и выше при высоте стоек от 1 до 9 мт.

За расчетный сортамент был взят здесь немецкий, так как размеры у него выработались в более определенные и установившиеся нормы.

Расчетным моментом инерции считалась та величина его, которая является *наименьшею* из всех. Она берется относительно той оси, которая перпендикулярна к линии, делящей прямой угол сечения пополам, и проходит через центр тяжести сечения.

Надежность при расчете стоек принималась пятикратной.

Эйлеровскую длину для углового сечения, по данным *Тетмайера*, надо вычислять по формуле

$$l_0 = 98 \cdot u = 98 \cdot \sqrt{J : F}.$$

Схему производства подобного рода расчетов можно проследить на каком нибудь определенном примере.

Возьмем уголок 140×17 мм., имеющий длину полок по 140 мм. и толщину их — по 17 мм.

Основные данныя для этого сечения

$$F = 45 \text{ см.}^2; \quad J_{min} = 334 \text{ см.}^4$$

Прежде всего подсчитываем радиус инерции сечения

$$u^2 = J : F = 334 : 45 = 7,42 \text{ см.}^2 ; \quad u = 2,72 \text{ см.}$$

$$l_0 = 98 \cdot 2,72 = 266,5 \text{ см.} = 2,665 \text{ мт.}$$

Начиная с 1 мт. и до этой длины, подсчет безопасных нагрузок надо вести по форм. *Тетмайера.* Для стоек из мягкого литого железа это будет форм. *339*:

$$5 \cdot Q \text{ кг.} = \left(3\,100 - 11,4 \cdot \frac{l}{u}\right) \cdot F \text{ см.}^2 ; \quad \text{или}$$

$$5 \cdot Q = 45 \cdot \left(3\,100 - \frac{11,4}{2,73} \cdot l\right), \quad \text{или}$$

$$Q = 9 \cdot [3\,100 - 417 \cdot (l \text{ мт.})] \cdots \text{в кг.}$$

Вставляя в эту формулу

$l = 1$	мт.,	найдем . . .	$Q = 24,1$ tn.
$l = 1,5$	»	»	$Q = 22,3$ »
$l = 2,0$	»	»	$Q = 21,4$ »
$l = 2,5$	»	»	$Q = 18,5$ »

А далее, при l более 2,66 мт., вычисление надо будет вести уже по формуле *Эйлера.* Для мягкого литого железа это будет форм. *338*:

$$5 \cdot Q \text{ кг.} = 21\,220\,000 \cdot \frac{J \text{ см.}^4}{(l \text{ см.})^2}, \quad \text{или}$$

$$Q\ tn = 0,4\,244 \cdot \frac{J \text{ см.}^4}{(l \text{ мт.})^2} = \frac{0,4\,244 \cdot 334}{(l \text{ мт.})^2}, \quad \text{или}$$

$$Q\ tn = 141,75 : (l \text{ мт.})^2 .$$

Внося в эту формулу

$l = 3,0$	мт.,	найдем . . .	$Q = 15,6$ tn.
$l = 3,5$	»	»	$Q = 11,6$ »
$l = 4,0$	»,	»	$Q = 8,8$ » и т. д.

Подсчитанные таким образом данныя сгруппированы в таблицах 29 и 30.

Жирным шрифтом в них набраны те нагрузки, которые подсчитаны при длине меньше *Эйлеровской.*

Таблица 29. Данныя для стоек из литого железа, выполняемых из равнобоких уголков.

Уголки	50×9	55×10	60×10	65×11	70×11	75×12	80×12
Длина стоек в мт.	Безопасная для стоек нагрузка в тоннах:						
1	3,3	4,3	4,7	5,8	6,5	7,7	8,4
1.5	1,4	2,1	2,7	3,9	4,9	6.5	7,1
2	0,8	1.2	1.5	2,2	2,7	3,7	4,5
2,5	0.5	0,8	1,0	1,4	1.8	2,3	2,9
3	—	0.5	0,7	0,9	1,2	1,6	2,0
3.5	—	—	0.5	0,7	0.9	1.2	1,5
4	—	—	—	0.5	0.7	0,9	1,1
4.5	-	—	—	—	0,5	0.7	0,9
5					—	0.6	0,7
5,5	—	—			-		0,6
l_0.. мт.	0.95	1.09	1.13	1,23	1.32	1,41	1,52

Таблица 30. Данныя для стоек из литого железа, выполняемых из равнобоких уголков.

Уголки	90×13	100×14	110×14	120×15	130×16	140×17	150×18
Длина стоек в мт.	Безопасная для стоек нагрузка в тоннах:						
1	10,7	13,1	14,9	17,7	20,8	24,1	27,6
1,5	9,2	12,4	13,3	16,0	19.0	22,3	25,6
2	6,1	10,4	11,8	14,4	17,2	21,4	23,6
2,5	4,5	6,7	9,0	12,6	17,0	18,5	21,6
3	3,1	4,6	6,3	8,9	11,8	15,6	20,6
3,5	2,3	3,4	4,6	6,4	8,7	11,6	15,1
4	1,7	2,6	3,5	4,8	6,6	8,8	11,6
4,5	1,3	2,0	2,7	3,9	5,0	7,0	9,1
5	1,1	1,7	2,2	3,1	4,2	5.7	7,4
5,5	0,9	1,4	1,9	2,6	3,1	4.6	6,1
6	0,8	1,1	1,6	2,2	2,9	3.9	5,1
6,5	0,6	0,9	1,3	1,9	2,5	3,3	4,4
7	—	0,8	1,1	1,6	2.2	2,9	3,9
7,5	—	0,7	1,0	1,4	1,9	2,5	3,3
8	—	0,6	0,9	1,2	1.7	2,2	2,9
8,5	—	0,5	0,7	1,1	1.5	1,9	2,6
9	—	—	0,6	0,9	1,3	1,7	2,3
l_0.. мт.	1,71	1.90	2,11	2,29	2,47	2,67	2,83

Подсчет величин безопасной нагрузки для стоек был сделан, как об'яснено было выше, с пятикратною надежностью. Если бы надо было иметь данныя при другой степени надежности, например, $\mathfrak{H} = 6$, тогда все табличные данныя для величины Q надо взять с коэф. 5 : 6.

Таблицы 29 и 30 позволяют проследить во всей полноте степень наилучшего использования материала, который будет затрачен на постройку стоек.

Чтобы яснее видеть эту сторону дела здесь приводится вспомогательная таблица, в которой для произвольно выбранных четырех нумеров стоек приведены площади сечения стоек и соответственные им величины безопасных нагрузок; а затем тут же сделано и сравнение как величины площадей, а стало быть и весов стоек, так и величины безопасных для них нагрузок.

Таблица 31. Сравнение степени использования материала, употребленного на постройку стоек при длине их $l = 3$ мт.

Уголки мм.	70×11	90×13	120×15	150×18
Площади F кв. см.	14,3	21,8	33,9	51,0
Отношение площадей . . .	*1 : 1,524 : 2,370 : 3,566*			
Нагрузки Q tn.	1,2	3,1	8,9	20,6
Отношение нагрузок . . .	*1 : 2,583 : 7,417 : 17,166*			
Отношение площадей . . .	—	*1 : 1,555 : 2,339*		
» нагрузок .	—	*1 : 2,871 : 6,645*		
Отношение площадей	—	—	*1 : 1,504*	
» нагрузок . . .		—	*1 : 2,314*	

Данныя таблицы 31 позволяют нам ясно видеть, что, по мере всё бо́льшей и бо́льшей затраты материала на выделку из него всё более и более крупных уголков, весовой расход материала увеличивается менее быстрым темпом, чем выдерживаемые уголками безопасные нагрузки.

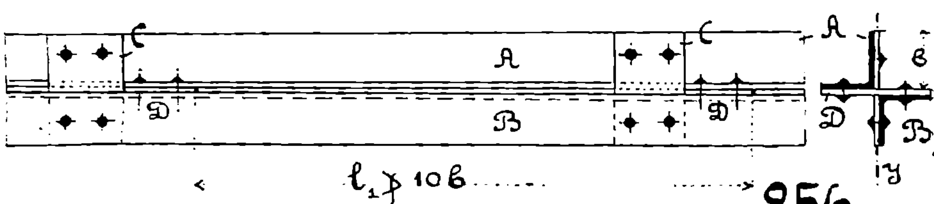
Стало быть, использование крепости материала в более крупных стойках происходит лучше, чем в стойках с малой площадью сечения.

Еще пример. При длине стойки l 7 мт. сравним два типа уголков

	110×14	130×16
Нагрузки	1,1	2,2 tn.
Площади	29,0	39,3 см.^{2}
Отношение нагрузок	1 : 2	
» весов стоек ..	1 : 1,355.	

Заменяя одним уголком 130×16 мм. два уголка по 110×14 мм., воспринимаемую уголком нагрузку мы повышаем ровно вдвое, а увеличение в весе потребуется не на 100%, а только на 35,5%.

Пример 183. Надо подготовить такого рода табличные данныя, которые позволили бы ускорить и облегчить производство расчетов со стойками из литого железа, выполняемыми



256.

из *парных уголков* A и B (*фиг. 256*), склепанных между собою посредством взаимно перекрещивающихся накладок C и D из полосового железа, — для нагрузок от 1 *tn* и выше при высоте стоек от 1 до 9 мт.

Толщину накладок C и D считаем равной толщине металла в уголках.

Расстояние l_1 между смежными одноименными накладками будем считать или равным десятикратной длине сторон b у равнобоких уголков, или же менее этой величины.

Надежность при расчете будем считать и здесь также за пятикратную ($\mathfrak{S} = 5$).

Результаты расчета переданы в таблицах 32 и 33, относящихся к уголкам немецкого сортамента.

Самый расчет проведен по методу братьев *Шмидт*, о котором было рассказано выше (см. пример 173), предусматривая неодинаковость нагружения обоих уголков при выгибе стойки. Но чтобы видеть, насколько невелика разница в результатах между подсчетом более точным, предложенным братьями *Шмидт*, и подсчетом, так сказать, обыкновенным, который применяли мы до сих пор, обратимся к числовым данным и определим величину безопасной нагрузки для стойки, склепанной из двух парных уголков 100×12 мм.

Изгиб стойки, склепанной из парных уголков (фиг. 256), происходит, как показал опыт, в плоскости, параллельной одной из сторон уголка. Сообразно с этим, и момент инерции сечения надо брать или относительно оси y, или же относительно оси, взаимно перпендикулярной с ней и проходящей через центр тяжести поперечного сечения.

Для уголков 100×12 мм. выписываем табличные данныя:

расстояние центра тяжести сечения от внешней кромки его . . . 2,9 см.

$$F = 22{,}7 \text{ кв. см.}; \quad J_1 = 207 \text{ см.}^4$$

Момент инерции для всего сечения AB напишется по форм. *184*:

$$J = 2 \cdot [207 + 22{,}7 \cdot (2{,}9 + 0{,}6)^2] = 970{,}2 \text{ см.}^4$$

$$u^2 = \frac{J}{2F} \quad \frac{970{,}2}{2 \cdot 22{,}7} = 21{,}37 \text{ см.}^2; \quad u = 4{,}62 \text{ см.}$$

Пусть длина стойки $l = 6$ мт., тогда

$$s = \frac{l}{u} = \frac{600}{4{,}62} = 130\,.$$

Заданная длина стойки более *Эйлеровской*, поэтому для получения безопасной нагрузки можно будет применять ту формулу *Эйлера*, которая была выведена в предыдущем примере:

$$Q\,\text{tn.} = \frac{0{,}4244 \cdot J \text{ см.}^4}{(l \text{ мт.})^2} = \frac{0{,}4244 \cdot 970{,}2}{36} = 11{,}4\ tn.$$

А в таблице 33 для $l = 6$ мт. дана величина $Q = 10{,}8\ tn.$ Разница между подсчитанной здесь величиной и табличной получилась в $5{,}5\,\%$.

Так обстоит дело с длинной стойкой; а если бы она должна была иметь более короткую длину, напр., $l = 3$ мт., тогда

$$s = \frac{l}{u} = \frac{300}{4{,}62} = 65\,,$$

и подсчет безопасной нагрузки надо было бы делать по формуле *Тетмайера*:

$$5 \cdot Q = 45,4 \cdot (3\,100 - 11,4 \cdot 65)\,, \quad \text{откуда}$$

$$Q = 21,4 \text{ tn.}\,,$$

а в таблице 33 даны для этих условий нагрузка в 20,9 *tn.* Разница между подсчитанной здесь величиной и табличной получилась в 2,4%.

В таблицах 32 и 33 отмечены две ломаные линии, состоящие из горизонтальных и вертикальных отрезков. Выше этой линии помещены данныя, подчиняющиеся формуле *Тетмайера*, а ниже — формуле *Эйлера*.

Таблица 32. Данныя для стоек из литого железа, выполняемых из парных равнобоких уголков (фиг. 256).

Уголки	7×50	8×55	8×60	9×65	9×70	10×75	10×80
Длина стоек в мт.	Безопасная для стоек нагрузка в тоннах:						
1	6,5	8,2	9,3	11,2	12,3	13,9	16
1,5	6,1	8,0	9,0	10,7	11,8	13,4	15,3
2	5,8	7,5	8,6	10,2	11,5	12,9	14,8
2,5	4,7	7,1	8,0	9,8	10,9	12,2	14,2
3	3,3	5,1	6,6	9,1	10,2	11,7	13,5
3,5	2,3	3,8	5,0	6,8	8,2	11,0	12,8
4	1,8	3,0	3,7	5,1	6,3	8,5	11,0
4.5	1,4	2,2	2,7	4,0	5,1	6,8	8,7
5	1,0	1,9	2,2	3,2	4.1	5,5	7,0
5.5	0,9	1,5	2,0	2,8	3,5	4,8	5,6
6	0,8	1,2	1,7	2,3	3,0	4,0	4,8
6,5		—	—	2.0	2,7	3,3	4,0
7		—	—	1,6	2,2	3,0	3,7
7,5		—	—		1,9	2,7	3,1
8		—			1,7	2,2	2,8
8,5	—	—	—	—	—	1,0	2,3
9		—	—	—	—	0,8	2,1
l_0 . . мт.	2,28	2,53	2,72	3,00	3,20	3,50	3,73

Можно будет и здесь показать совершенно так же, как и в предыдущем примере, что, при построении стоек из уголков более крупных, материал будет лучше использован. Это видно будет по данным вспомогательной таблицы 34.

Таблица 33. Данныя для стоек из литого железа, выполняемых из парных равнобоких уголков (фиг. 256).

Уголки	11×90	12×100	12×110	13×120	14×130	15×140	16×150
Длина стоек в мт.	Безопасная для стоек нагрузка в тоннах:						
1	20,0	23,4	27,0	31,9	37,3	43,1	49,6
1,5	19,4	22,7	26,3	31,1	36,8	42,3	48,9
2	18,7	22,0	25,7	30,5	35,9	41,7	47,9
2,5	18,0	21,5	25,0	29,9	35,2	40,9	47,0
3	17,2	20,9	24,2	29,0	34,3	39,8	46,0
3,5	16,6	20,2	23,5	28,2	33,6	39,1	45,1
4	15,8	19,2	22,5	27,5	32,7	38,2	44,2
4,5	13,1	18,4	21,8	26,5	31,8	37,1	43,3
5	10,5	15,3	20,1	25,6	30,8	36,2	42,2
5,5	8,7	12,8	16,9	23,8	29,9	35,2	41,1
6	7,2	10,8	14,0	20,0	27,0	34,0	40,0
6,5	6,1	9,2	12,0	16,9	23,1	30,5	39,0
7	5,2	7,9	10,3	14,5	20,0	26,5	35,1
7,5	4,6	7,0	9,5	12,5	17,2	23,4	30,6
8	4,0	6,1	8,0	11,0	15,1	20,5	26,7
8,5	3,5	5,5	7,0	9,8	13,5	18,0	23,5
9	3,1	4,8	6,1	9,0	9,5	16,0	20,5
l_0 . . мт.	4,08	4,62	4,90	5,38	5,79	6,26	7,12

Таблица 34. Сравнение степени использования материала, употребленного на постройку стоек из парных уголков при длине их $l = 4$ мт.

Уголки мм.	65×9	80×10	100×12
Площади F кв. см.	2×10,98	2×15,1	2×22,7
Нагрузки Q tn.	5,1	11,0	22,5
Отношение площадей . . .	*1 : 1,375 : 2,068*		
» нагрузок	*1 : 2,157 : 4,412*		
Отношение площадей . . .	—	*1 : 1,503*	
» нагрузок . . .	—	*1 : 2,046*	

С помощью тех же таблиц 29, 30, 32 и 33 не трудно будет обнаружить, что использование материала, употребленного на постройку стоек из парных уголков, происходит гораздо лучше, чем в случае уголков одинарных. Например:

а) Для стойки, рассчитанной на восприятие нагрузки $Q_1 = 9\ tn$ при длине $l_1 = 3$ мт., имеем два решения:

из одинарных уголков 120×15 ... $F_1 = 33{,}9$ см.^{2}

из парных уголков $2 \times 9 \times 65$ ..... $F_2 = 2 \cdot 10{,}98$ см.^{2}

Отношение ... $F_1 : F_2 = 1{,}54$.

б) Для стойки, выстроенной под нагрузку $Q_2 = 5{,}5\ tn$ при длине $l_2 = 5$ мт., имеем также два решения:

из одинарных уголков 140×17 ... $F_3 = 45$ см.^{2}

из парных уголков $2 \times 10 \times 75$ .... $F_4 = 2 \times 14{,}1$ см.^{2}

Отношение ... $F_3 : F_4 = 1{,}59$.

в) Для стойки, имеющей длину $l_3 = 7{,}5$ мт. и несущей на себе нагрузку $Q_3 = 1{,}9\ tn$, находим в таблицах 30 и 32 также два решения:

из одинарных уголков 130×16 ... $F_5 = 39{,}3$ см.^{2}

из парных уголков $2 \times 9 \times 70$ ..... $F_6 = 2 \times 11{,}9$ см.^{2}

Отношение ... $F_5 : F_6 = 1{,}65$.

Все эти данныя говорят о том, что в стойках, склепанных из парных уголков, материал использован на крепость лучше, чем в стойках, выделанных из уголков одинарных.

Само собою разумеется, что если бы стойка была склепана не из двух парных уголков, а *из четырех*, с такими же прокладками C и D, как на фиг. 256, то для расчета этих новых стоек годились бы и таблицы 32 и 33: *Эйлеровская длина* для этих стоек не изменила бы своей величины, а безопасную нагрузку для них надо было бы удвоить против табличных данных.

Пример 184. Пользуясь таблицею инженера *Турлей* (см. главу о железо-бетонных балках), надо выработать нормальные размеры железо-бетонных плит, годных для употребления при постройке общественных зданий. Полезную нагрузку на 1 кв. мт. пола принимать равной 400 кг., напряжение в бетоне — $H = 40$, в арматуре — $Z = 1\,200$ кг. на кв. см. Расчетными пролетами в свету считать:

2,0 мт.; 2,5 мт.; 3 мт.; 3,5 мт. и т. д.

Пролет у плиты $\cdots l$ 2 *мт.* Подсчитаем нагрузку, приходящуюся на 1 кв. мт. пола сверх собственного веса самой плиты:

Полезная нагрузка	400 кг.
Вес шлаковой засыпки, толщина 12 см.	84 »
» деревянного пола, толщ. 3,5 см., на лежнях 10×10 см.	31 »
» обмазки и скреп	20 »
	$R = 535$ кг.

К этой величине будет прибавляться каждый раз еще и собственный вес плиты q.

Считая, что высота плиты при l 2 мт. будет не более 10 см., примем расчетную длину пролета $l_1 = 2{,}1$ мт., а собственный вес плиты $\cdots q = 230$ кг. По таблице инж. *Турлей* такая величина веса дана для плиты с толщиною 8 см.: но, как об'яснено было там, эта величина дана с запасом около 18%.

Считаем всю нагрузку $\cdots R + q = 535 + 230 = 765$ кг.

Это — нагрузка на длине 1 мт., а на всей длине расчетного пролета она будет:

$$Q = 765 \cdot 2{,}1 = 1\,606{,}5 \text{ кг.}$$

Расчетный момент для плиты вычислится так:

$$\frac{Q \cdot l_1}{8} = \frac{1\,606{,}5 \cdot 2{,}1}{8} = 422 \text{ кг.-мт.}$$

Попробуем остановиться на ближайшем меньшем табличном числе, которое будет 420 кг.-мт.; ему соответствуют

$$h = 99 \text{ мм. и } f = 467 \text{ кв. } мм.$$

Подсчитаем собственный вес q для такой плиты более точно:

Вес бетонной массы	$0{,}099 \times 1{,}0 \times 2\,000 = $	198 кг.
» арматуры длиною 1 мт.		3,7 »
	Всего	201.7 кг.

В расчетные же формулы была внесена величина $q = 230$ кг. Поэтому высчитанные размеры плиты считаем удовлетворительными.

Пролет у плиты ... $l = 2{,}5$ *мт.* За вероятную исполнительную высоту плиты считаем ... $h = 11$ см., поэтому принимаем

расчетную длину балки .... $250 + 11 = 261$ см. $= 2{,}61$ мт.

Берем ... $q = 293$ кг.; $R + q = 535 + 293 = 828$ кг.

Расчетная нагрузка ...... $Q = 828 \cdot 2{,}61 = 2\,161$ кг.

Расчетный момент .... $\dfrac{2\,161 \cdot 2{,}61}{8} = 705$ кг.-мт.

Табличному моменту в 700 кг.-мт. соответствуют:

$h = 124$ мм.; $f = 604$ кв. мм.

Вес бетонной массы ...	$0{,}124 \times 1{,}0 \times 2\,000 =$	248 кг.
» арматуры длиною 1 мт.		5 »
	Всего ...	253 кг.

Вместо 293 кг. вес 1 кв. мт. плиты оказался только 253 кг. Высчитанные размеры ее считаем удовлетворительными.

Пролет у плиты ... $l = 3{,}0$ *мт.* Вероятная исполнительная высота плиты ... $h = 13$ см.

Расчетная длина балки $l_1 = 300 + 13 = 313$ см. $= 3{,}13$ мт.

Берем ...... $q = 350$ кг.; $R + q = 535 + 350 = 885$ кг.

Нагрузка ... $885 \cdot 3{,}13 = 2\,770$ кг.

Момент ..... $\dfrac{2\,770 \cdot 3{,}13}{8} = 1\,084$ кг.-мт.

Ближайший меньший табличный момент ... 1 050 кг.-мт.

Ему соответствуют .... $h = 148$ мм.; $f = 739$ кв мм.

Вес бетонной массы	$0{,}148 \times 1{,}0 \times 2\,000 =$	296 кг.
» арматуры длиною 1 мт.		6 »
	Всего ...	302 кг.

Пролет у плиты ... $l = 3{,}5$ *мт.* Вероятная исполнительная высота плиты ... $h = 16$ см.

Расчетная длина балки .. $l_1 = 16 + 350 = 366$ см. $= 3{,}66$ мт.

Берем ...... $q = 435$ кг.; $R + q = 535 + 435 = 970$ кг.

Нагрузка ... $970 \cdot 3{,}66 = 3\,550$ кг.

Момент ..... $\dfrac{3\,550 \cdot 3{,}66}{8} = 1\,624$ кг.-мт.

Ближайший меньший табличный момент ... 1 600 кг.-мт.

Ему соответствуют .... $h = 179$ мм.; $f = 912$ кв. мм.

Вес бетонной массы ... $0{,}179 \times 1{,}0 \times 2\,000 = 358$ кг.

» арматуры длиною 1 мт. .... 10 »

Всего ... 368 кг.

Разница с начальной величиною $q = 435$ кг. получилась слишком большою. Пересчитаем плиту снова, взявши на этот раз

$$l_1 = 17 + 350 = 367 \text{ см.} = 3{,}67 \text{ мт.};$$

$$q = 400 \text{ кг.}; \quad R + q = 535 + 400 = 935 \text{ кг.}$$

Нагрузка ... $935 \cdot 3{,}67 = 3\,431$ кг.

Момент $\dfrac{3\,431 \cdot 3{,}67}{8} = 1\,574$ кг.-мт.

Табличный момент .... 1 550 »

Ему соответствуют ... $h = 177$ мм.; $f = 898$ кв. мм.

Вес плиты будет менее предыдущего, т. е. 368 кг., а взят он был выше $= 400$ кг. Пересчитаем плиту еще раз, взявши

$$l_1 = 3{,}67 \text{ см.}; \; q = 370 \text{ кг.}; \; R + q = 535 + 370 = 905 \text{ кг.}$$

Нагрузка ... $905 \cdot 3{,}67 = 3\,321$ кг.

Момент $\dfrac{3\,321 \cdot 3{,}67}{8} = 1\,524$ кг.-мт.

Табличный меньший момент ... 1 500 кг.-мт.

Ему соответствуют ... $h = 174$ мм.; $f = 884$ кв. мм.

Вес бетонной массы ... $0{,}174 \times 1{,}0 \times 2\,000 = 348$ кг.

» арматуры длиною 1 мт. .... 7 »

Всего ... 355 кг.

Пролет у плиты ... $l = 4{,}0$ *мт.* Вероятная исполнительная высота плиты $h = 19$ см.

Расчетная длина балки $l_1 = 400 + 19 = 419$ см. $= 4{,}19$ мт.

Берем ...... $q = 410$ кг.; $R + q = 535 + 410 = 945$ кг.

Нагрузка $945 \cdot 4{,}19 = 3\,960$ кг.

Момент ..... $\dfrac{3\,960 \cdot 4{,}19}{8} = 2\,074$ кг.-мт.

Ближайший меньший табличный момент ... 2000 кг.-мт.

Ему соответствуют ... $h = 199$ мм.; $f = 1\,019$ кв. мм.

Вес бетонной массы ... $0{,}199 \times 1{,}0 \times 2\,000 = 398$ кг.
» арматуры длиною 1 мт. .... 8 »

Всего ... 406 кг.

Пролет у плиты ... $l = 5{,}0$ *мт.* Вероятная исполнительная высота плиты ... $h = 27$ см.

Расчетная длина балки $l_1 = 500 + 27 = 527$ см. $= 5{,}27$ мт.

Берем ... $q = 565$ кг.; $R + q = 535 + 565 = 1\,100$ кг.

Нагрузка ... $1\,100 \cdot 5{,}27 = 5\,797$ кг.

Момент $= \dfrac{5\,797 \cdot 527}{8} = 381\,877$ *кг.-см.*

$h_1 = 0{,}0411 \cdot \sqrt{M} = 0{,}0411 \cdot 618 = 25{,}4$ см.

$h = 25{,}4 + 1{,}5 = 26{,}9$ см.

$f = 0{,}0228 \cdot 618 = 14{,}09$ кв. см.

Вес бетонной массы ... $0{,}269 \times 1{,}0 \times 2\,000 = 538$ кг.
» арматуры на длине 1 мт. .... 12 »

Всего ... 550 кг.

Начиная с этого примера и далее, нельзя более пользоваться табличными данными для определения q, веса плиты на длине 1 мт.

Как же находить близкую к действительному весу ее величину? — Для этого достаточно умножить об'ем плиты, выраженный в куб. мт. не на 2 400 кг., а только на 2 100 кг.

В предыдущем случае такое умножение дало бы нам

$$0{,}27 \times 1{,}0 \times 2\,100 = 567 \text{ кг.}$$

Было взято для расчета $q = 565$ кг., а при более точном подсчете оно оказалось равным 550 кг.

Пролет у плиты ... $l = 6{,}0$ *мт.* Вероятная исполнительная высота плиты ... $h = 32$ см.

Вероятный вес плиты на длине 1 мт.

$$0{,}32 \times 1{,}0 \times 2\,200 = 704 \text{ кг.}$$

Берем ... $q = 700$ кг.; $R + q = 535 + 700 = 1\,235$ кг.

Нагрузка ... $1\,235 \cdot l_1 = 1\,235 \cdot 6{,}32 = 7\,805$ кг.

Момент .... $\dfrac{7\,805 \cdot 632}{8} = 616\,595$ кг.-см. $= M$.

$h_1 = A \cdot \sqrt{M} = 0{,}0411 \cdot 786 = 32{,}3$ см.

$h = 32{,}3 + 1{,}5 = 33{,}8$ см. $= 338$ мм.

$f = 0{,}0228 \cdot 786 = 17{,}92$ кв. см.

Вес бетонной массы . . . $0{,}338 \times 1{,}0 \times 2\,000$ 676 кг.
» арматуры на длине 1 мт. . . . . 15 »

Всего . . . 691 кг.

Этих примеров достаточно, чтобы уяснить себе, в чем заключается сущность расчета нормальных железо-бетонных плит, которые при заданных пролетах будут работать с определенными величинами рабочих напряжений

$$H = 40 \text{ и } Z = 1\,200 \text{ кг. на кв. } см.$$

Если внимательно просмотреть все веса полученных плит и сравнить их с высотою каждой плиты, то не трудно обнаружить, что каждый 1 см., добавляемый к высоте плиты, влечет за собою добавку к весу плиты от 20,4 до 20,5 кг. на каждом 1 кв. мт. площади пола.

В заключение решим еще вот какой вопрос: насколько возможно будет понизить вес плиты, рассчитанной для пролета в 6 мт., если растянутая область будет выполнена у нее из пемзового бетона, имеющего состав

1 ч. цемента, 1 ч. гравия, 3 части пемзы,

а сжатая область из нормального строительного бетона, имеющего состав

1 ч. цемента, 2 ч. песку и 4 ч. гравия.

Для этого вычислим сначала высоту e сжатого слоя для этой плиты:

$$e = B \cdot \sqrt{M} = 0{,}0137 \cdot 786 = 10{,}77 \text{ см.}$$

Берем . . . $e = 108$ мм.; $h - e = 230$ мм.

Вес сжатой массы из обыкновенного
бетона . . . . $0{,}108 \times 1{,}0 \times 2\,000 = 216$ кг.

Вес растянутой массы из пемзового
бетона . . . . $0{,}230 \times 1{,}0 \times 1\,500 = 345$ »

Вес арматуры на длине 1 мт. . . . . 15 »

Всего . . . 576 кг.

Отношение . . . $691 : 576 = 1{,}199$,

т. е. путем частичного применения пемзового бетона представится возможность понизить вес сооружения, круглым счетом, на 20%.

Оглавление I-й части.

Сопротивление тел сжатию.

Сопротивление тел сдвигу.

Сопротивление тел кручению.

Сопротивление тел сгибанию.

Стр.

Список замеченных автором опечаток.

Часть I.

№ страницы	Строка	Напечатано	Следует читать
28	14 снизу	получение его	получение ею
29	1 сверху	Если H будет	Пусть H будет
42	5 снизу	$f = \overline{AB}$	$f = \overline{AD}$
51	19 снизу	на 5%	на 8%
65	18 сверху	еще и O повышении	еще и о повышении
86	5 сверху	поршия	поршня.
97	10 сверху	верхнего	левого
97	12 сверху	нижнего	правого
104	4 снизу (форм.)	$\cdots = b \cdot \overline{OA}$	$\cdots = O_1 A$
104	1 снизу	расстоянию $\overline{OA}$	расстоянию $O_1 A$
127	6 снизу	на передипе —	на передние —
130	Формула 99.	$q_1 = \frac{P}{\pi \cdot r_2} =$	$q_1 = \frac{P}{\pi r^2} = \cdots$
131	13 сверху	до 20 процентов	на 20 процентов
169	5 снизу	испытывать.	испытывать:
209	5 сверху	на упорной	на опорной
216	10 снизу	нейтральнам	нейтральным

Оглавление II-й части курса.

Практические приложения теории сгибания.

а) Деревянные балки, их расчет и построение.

б) Железные и стальные балки, их расчет и построение.

в) Чугунные балки, их расчет и построение.

г) Железо-бетонные балки, их расчет и построение.

д) Сопротивление тел совместному действию сил растягивающих и сгибающих, сжимающих и сгибающих, крутящих и сгибающих.

Дополнительные примеры на все рассмотренные ранее способы нагружения тел.

Стр.