

Проф. Н. И. БЕЗУХОВ

# ТЕОРИЯ СЫПУЧИХ ТЕЛ

ПРИМЕРЫ И УПРАЖНЕНИЯ  
ПО ТЕОРИИ СООРУЖЕНИЙ

*Утверждено ГУУЗ НКТП в качестве учебного пособия  
для строительных вузов*

ИЗДАНИЕ ТРЕТЬЕ  
ПЕРЕРАБОТАННОЕ И ДОПОЛНЕННОЕ

Прозвучало 1934



ОНИ

ГОСУДАРСТВЕННОЕ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО  
СТРОИТЕЛЬНОЙ ИНДУСТРИИ И СУДОСТРОЕНИЯ  
ГОССТРОЙИЗДАТ

МОСКВА

1934

ЛЕНИНГРАД

ПРОВЕРЕНО

Рецензент проф. И. М. РАБИНОВИЧ  
Редактор Д. В. ХАРИТОНОВ  
Техн. редактор Д. М. СУДАК

ПРОВЕРЕНО

1936 г. № 159 103

ГОССТРОЙИЗДАТ  
УПРАВЛЕНИЕ  
ИЗДАТЕЛЬСКОЕ

80

1  
12260

## ПРЕДИСЛОВИЕ К ТРЕТЬЕМУ ИЗДАНИЮ

Настоящее издание является заново переработанным и значительно дополненным сравнительно со вторым изданием.

Основные дополнения следующие.

Введены специальные параграфы задачи по учету сил сцепления в грунте (как идеальное сцепление, так и одновременное наличие сил трения и сцепления); значительно расширен круг задач на расчет глубины заложения глубоких опор.

Учитывая, что решения последнего вопроса являются пока еще дискуссионными (но жизненно крайне необходимыми), автор счел необходимым привести решение ряда задач различными способами в целях их сопоставления.

В конце (задачи) даны в форме задач собственные предложения на эту же тему.

Количество задач относительно второго издания возросло вдвое.

Весь материал задачника разбит на три группы.

А. Первая группа — вопросы, которые имеют целью остановить внимание читателя на отдельных деталях только что разобранный задачи, оттенить допущения и несовершенства варианта решения (если таковые имели место), способствовать тому, чтобы наметить приемы надлежащего уточнения и т. п.

Б. Вторая группа — задачи и примеры, которые рекомендуется студентам проработать частью в группе, частью дома. К наиболее характерным и типовым задачам дается решение.

К задачам, представляющим собою развитие типовой задачи, как правило, решений не дается. Правильностью решения задачи (для студента) служит ответ задачи. К отдельным задачам, где считалось методически нецелесообразным давать решения, но вместе с тем представлявшим определенные затруднения для самостоятельного их решения студентами, даны указания к решению.

В. Третья группа — примеры, которые в проработке можно поставить при обширной программе и безусловно можно опустить при сокращенных курсах теории сооружений. Такие примеры отмечены звездочкой (\*).

Эта группа задач снабжена подробными решениями.

*Н. И. Безухов*

Государственная  
НАУЧНАЯ  
БИБЛИОТЕКА  
— Н. В. Т. П. —

553/3 — — II

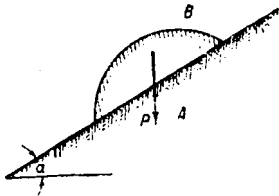
1934

Б-2.

## ГЛАВА I

### ДАВЛЕНИЕ И СОПРОТИВЛЕНИЕ СЫПУЧИХ И ЗЕМЛИСТЫХ ТЕЛ

**Вопрос.** На откос насыпи *A* укладывают твердое тело *B* (фиг. 1). Каким должен быть коэффициент трения и соответствующий ему угол трения, чтобы указанное тело весом *P* не сползло с откоса?

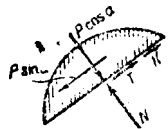


Фиг. 1.

**Ответ.** Из условия, что сдвигающая сила  $P \cdot \sin \alpha$  должна быть меньше предельной силы трения  $Nf$ , имеем:

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = f \geq \frac{P \cdot \sin \alpha}{P \cdot \cos \alpha} = \operatorname{tg} \alpha,$$

т. е. устойчивость будет обеспечена, если угол трения тела *B*



Фиг. 1а.

по телу *A* не менее угла наклона откоса насыпи.

**Вопрос.** Каким должен быть угол трения, если тело *B* (фиг. 1а) будет представлять собою тот же грунт, из чего состоит и тело насыпи. Помимо сил трения полагать, что сдвигу будут препятствовать также силы сцепления, на единицу площади равные  $k \text{ т/м}^2$ ?

**Указание.** Условие устойчивости запишется в виде:

$$P \cdot \sin \alpha \leq (P \cdot \cos \alpha) f + k \cdot F,$$

где *F* — площадь сцепления *B* с телом *A* и  $f = \operatorname{tg} \varphi$  — коэффициент трения или, что все равно, тангенс угла трения земли по земле (иначе угол внутреннего трения земли).

Откуда:

$$\operatorname{tg} \varphi \geq \operatorname{tg} \alpha - \frac{kF}{P \cdot \cos \alpha}.$$

**Вопрос** (по результатам ответа к предыдущему вопросу). Написать условие устойчивости тела (т. е. условие, при котором будет отсутствовать сползание земли) для следующих частных случаев:

- а) случай идеального сыпучего тела (т. е. отсутствие сил сцепления);
- б) случай идеального сцепления (т. е. отсутствие сил трения).

**Ответ.** а) Для случая идеального сыпучего тела ( $k = 0$ ):

$$\alpha < \varphi,$$

т. е. угол наклона плоскости откоса должен быть меньше угла внутреннего трения. Предельный случай — ограничение насыпи под углом естественного откоса. В таком случае угол внутреннего трения грунта и угол естественного откоса совпадают.

б) Для случая идеального сцепления;

$$\sin \alpha < \frac{kF}{P}.$$

**Вопрос.** В каких случаях можно отождествлять угол внутреннего трения грунта с углом естественного откоса и какой из них в действительности меньше?

**Задача.** Проверить, обеспечена ли устойчивость тела  $B$  по телу  $A$  при следующих данных: вес  $P = 1 \text{ м}$ ,  $F = 1 \text{ м}^2$ , сцепление  $k = 1 \text{ м/м}^2$ , угол внутреннего трения грунта  $\varphi = 10^\circ$ , угол естественного откоса  $\varphi' = 45^\circ$ , угол действительного наклона откоса  $\alpha = 30^\circ$ .

**Решение.** Сдвигающая сила  $P \cdot \sin \alpha = 1 \cdot \sin 30^\circ = 0,5 \text{ м}$ .

Возможная в случае надобности пассивная сила сопротивления:

$$P \cdot \cos \alpha \cdot \operatorname{tg} \varphi + kF = 1 \cdot \cos 30^\circ \cdot \operatorname{tg} 10^\circ + 1 \cdot 1 = 0,15 + 1 = 1,15 \text{ м}.$$

Действительный запас устойчивости:

$$\frac{1,15}{0,5} = 2,30.$$

Если вести расчет в предположении идеального сыпучего тела, то предполагаемая возможная сила сопротивления:

$$P \cdot \cos \alpha \cdot \operatorname{tg} \varphi = 1 \cdot \cos 30^\circ \cdot \operatorname{tg} 10^\circ = 0,15 \text{ м},$$

что менее сдвигающей силы в  $0,50 \text{ м}$ . Таким образом такой расчет констатирует наличие сползания тела  $B$  по телу  $A$ , чего, как это установлено было выше, в действительности нет.

Если вести расчет в предположении идеального землистого тела (отсутствие трения), то предполагаемая возможная сила сопротивления:

$$k \cdot F = 1 \cdot 1 = 1 \text{ м}.$$

Запас (в действительности больший запас):

$$\frac{1}{0,5} = 2,0.$$

Если вести расчет в предположении идеального сыпучего тела, а угол внутреннего трения грунта отождествить с углом естественного откоса (что неправильно), то возможная сила сопротивления:

$$P \cdot \cos \alpha \cdot \operatorname{tg} \varphi = P \cdot \cos 30^\circ \cdot \operatorname{tg} 60^\circ = 1 \cdot 0,866 \cdot 1,732 = 1,5 \text{ м}.$$

Запас (условный):

$$\frac{1,50}{0,5} = 3,$$

тогда как в действительности запас меньше.

**Вопрос.** Всегда ли игнорирование в расчете сил сцепления направлено в запас устойчивости и при каком способе расчета возможно (но необязательно) обратное?

**Ответ.** При отождествлении угла внутреннего трения с углом естественного откоса не исключена возможность, что при таком способе расчета будет констатироваться больший запас устойчивости, чем имеется в действительности.



Окончательно при найденном  $\theta$  давление напишется:

$$R_0 = \frac{1}{2} \gamma h^2 \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right). \quad (1)$$

**Пример 2.** Для ограждающей плоскости, показанной на фиг. 2, определить аналитически давление  $R_0$  по Кулону. Угол естественного откоса  $\varphi$ , действительного откоса —  $\lambda$ , угол трения земли по кладке  $\varphi_0$ , плотность земли  $\gamma$ .

*Указание.* Используем выражение

$$R_0 = G \frac{\sin(\theta - \varphi)}{\cos(\theta - \varepsilon - \varphi_0 - \varphi)};$$

выражая  $G$  в функции угла  $\theta$ :

$$G = \frac{1}{2} \gamma h^2 \frac{\cos(\varepsilon - \lambda) \cos(\theta - \varepsilon)}{\cos^2 \varepsilon \sin(\theta - \lambda)}.$$

Для определения угла  $\theta$  используем условие  $\frac{dR_0}{d\theta} = 0$ , откуда определится угол  $\theta$ .

Ответ:

$$R_0 = \gamma h_1^2 k,$$

где

$$k = \frac{\sin^2(90^\circ - \varepsilon + \varphi)}{2 \sin(90^\circ - \varphi_0) \sin^2(90^\circ - \varepsilon + \lambda) \left( 1 + \sqrt{\frac{\sin(\varphi + \varphi_0) \sin(\varphi - \lambda)^2}{\sin(90^\circ - \varphi_0) \sin(90^\circ - \varepsilon + \lambda)}} \right)}. \quad (2)$$

**Пример 2а** (вариант решения). Для того же случая ограждающей плоскости определить угол  $\theta$  на основании закона Ребхання (Rebhann).

*Указание.* Так как площадь  $\triangle ABC$  равна площади  $\triangle BCF$  (закон Ребхання), то  $f_1 = f_2$  (фиг. 4). Выражая  $f_1$  и  $f_2$  в зависимости от угла  $\theta$ , из указанного условия имеем возможность определить угол  $\theta$ .

Для большинства частных случаев применение закона Ребхання освобождает от необходимости решать относительно

угла  $\theta$  условие  $f_1 = f_2$ , так как некоторые геометрические признаки дают возможность определить угол  $\theta$  непосредственно (задача 4).

**Пример 3.** Для задания, указанного в предыдущей задаче, определить графически направление плоскости сползания (фиг. 5).

*Решение.* Из равенства  $\triangle ABC$  и  $\triangle BCF$  следует:  $AC = CO$  и

$$\frac{c}{d} = \frac{b-x}{x-a} = \frac{b}{x},$$

откуда  $x = \sqrt{a \cdot b}$ . Полученное уравнение (Понселе) можно решить графически, определяя  $x$  как среднюю геометрическую из отрезков  $a$  и  $b$ , для чего надлежит на отрезке  $BD$  (как большем  $BN$ ) нанести полуокружность



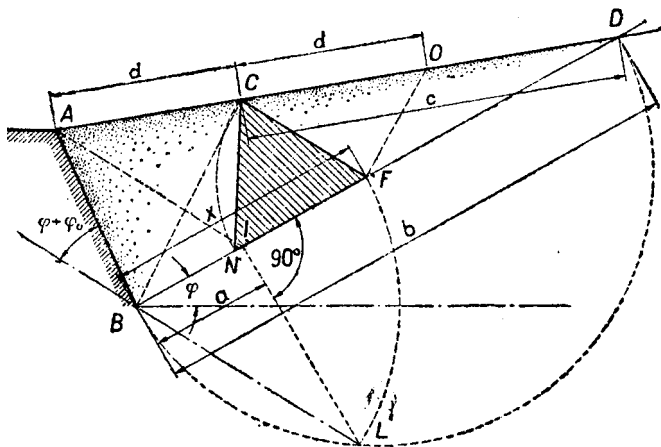
и провести  $AI \parallel BK$ ,  $BL = BF$  и  $FC \parallel BK$ . Давление  $R_0$  представится как вес призмы  $FCN$ , т. е.:

$$R_0 = \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot CF^2 \cdot \sin \psi.$$

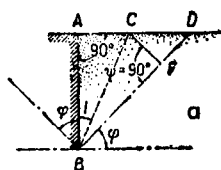
**Пример 4.** Для следующих примеров стенок, изображенных на фиг. 6—13, определить угол, составляемый плоскостью обрушения с горизонтом или вертикалью, а также вычислить давление на стенки.

**Данные.** Высота стенок  $h$ , удельный вес засыпок  $\gamma$ , угол естественного откоса  $\varphi$ . Что касается угла наклона стенки, откоса земли, положения „основной“ линии и угла трения земли по стенке, то эти данные для каждого случая указаны на самих фигурах.

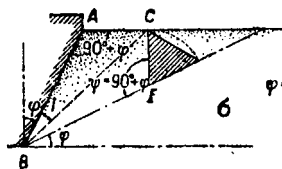
**Решение.** К случаям, указанным на фиг. 6, 7 и 8. В этих примерах площади  $\triangle ABC$  могут быть равны площадям  $\triangle BCD$  лишь при условии, если сопоставляемые треугольники равновелики и подобны. Указанные треугольники имеют общую сторону,



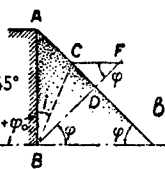
Фиг. 5.



Фиг. 6.

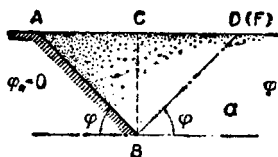


Фиг. 7.

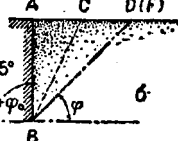


Фиг. 8.

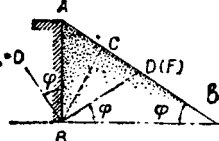
одинаковые углы при вершинах  $A$  и  $F$ , одинаковые площади и следовательно при наложении друг на друга совмещаются.



Фиг. 9.



Фиг. 10.



Фиг. 11.

Так, для фиг. 6:

$$2i + \varphi = 90^\circ, \quad i = 45^\circ - \frac{\varphi}{2}, \quad BF = AB = h.$$

$$CF = AC = h \operatorname{tg} i \quad \text{и} \quad R_0 = \frac{1}{2} \gamma CF^2 \sin \psi = \frac{1}{2} \gamma h^2 \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right).$$

Для фиг. 7:

$$2i + 2\varphi = 90^\circ, \quad i = 45^\circ - \varphi, \quad CF = AC = h [\operatorname{tg}(\varphi + i) - \operatorname{tg} \varphi] \quad \text{и} \\ R_0 = \frac{1}{2} \gamma \cdot CF^2 \sin(90^\circ + \varphi).$$

Для фиг. 8:

$$i = 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \quad \text{и} \quad CF = AC = h \frac{\sin i}{\sin(\varphi + i)}; \quad \psi = \varphi.$$

Указание к фиг. 9—11. В этих примерах точка следа плоскости сползания на поверхности (точка  $C$ ) делит отрезок  $AD$  пополам.

Для фиг. 9:

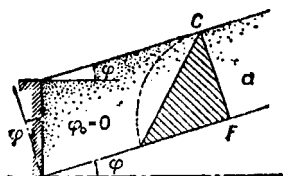
$$R_0 = \frac{1}{2} \gamma h^2 \operatorname{ctg}^2 \varphi \sin \varphi.$$

Для фиг. 10:

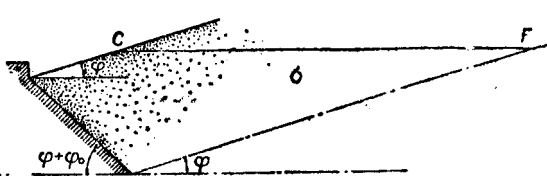
$$R_0 = \frac{1}{8} \gamma h^2 \operatorname{ctg} \varphi \sin \varphi.$$

Для фиг. 11:

$$R_0 = \frac{1}{32} \gamma h^2 \frac{\sin 2\varphi}{\sin^2 \varphi}.$$



Фиг. 12.



Фиг. 13.

Указание к фиг. 12 и 13. В этих примерах любая точка  $C$  на поверхности может быть принята за след плоскости сползания, так как отрезок  $CF$  не зависит от положения точки  $C$ .

Для примера фиг. 12:

$$R_0 = \frac{1}{2} \gamma h^2 \cos^2 \varphi.$$

Для фиг. 13:

$$R_0 = \frac{1}{2} \gamma \frac{h^2}{\cos \varphi_0} \left[ \frac{\sin(2\varphi + \varphi_0)}{\sin(\varphi + \varphi_0)} \right]^2.$$

**Вопрос.** Железобетонная стенка, указанная на фиг. 14, поворачивается относительно своего ребра  $B$ . Определить направление плоскости сползания  $KC'$ .

**Ответ.** Направление  $KC' \parallel BC$ , где  $BC$  — плоскость сползания для прямой стенки  $AB$ .

**Доказательство.** Новый вес призмы сползания  $ABKC'$  должен быть уравновешен с силами  $R_0$ ,  $R$  и обратной реакцией по плоскости  $BK$ , равной весу столба земли  $ABKK'$  (фиг. 14 справа). Очевидно для получения в силовом многоугольнике для  $R_0$  прежнего значения необходимо, чтобы отрезок  $ab$  был равен весу прежней призмы  $ABC$ , а это возможно, если  $KC' \parallel BC$ .

**Пример 5.** Определить давление земли на грани  $AB$  и  $BK$  железобетонной стенки с разгрузной площадкой  $BD$ , как указано на фиг. 15. Плоскость естественного откоса, проведенная из точки  $K$ , ложится в пре-

делах площадки  $BD$ . Пунктирные линии  $AD$  и  $DN$  показывают контрфорсы, связывающие в одно целое вертикальные стенки с горизонтальными площадками.

**Ответ.** На грань  $AB$ :  $R_0' = \gamma h_1^2 k$  и на грань  $BK$ :  $R_0'' = \gamma h_2^2 k$ .

**Пример 6.** Определить давления на грани следующей уступчатой стенки, изображенной на фиг. 16. Наклоны граней  $AB$ ,  $CD$  и  $EK$  между собою параллельны.

**Ответ.** Давления на наклонные грани  $AB$ ,  $CD$  и  $EK$  определяются как давления, приходящиеся на грани  $LC_1$ ,  $C_1E$  и  $EK$ , представляющие собой части наклонной стенки  $LK$ . Давление на горизонтальные уступы равно весу столба земли, покоящейся на соответствующем уступе.

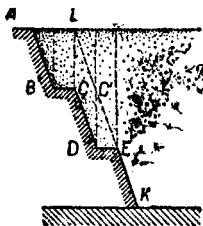
**Вопрос.** Что такое давление земли „по принуждению“ и в чем отличие от давления „по собственной инициативе земли“?

**Пример 7.** Для общего случая стенки с прямым откосом (фиг. 17) определить аналитически отпор земляной массы с высоты  $AB$ .

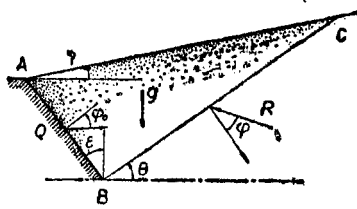
**Указание.** Используя выражение

$$Q = G \frac{\sin(\theta + \varphi)}{\cos(\theta - \varepsilon + \varphi_0 + \varphi)},$$

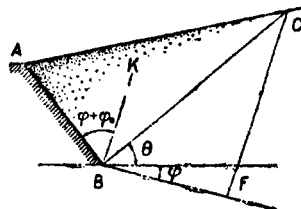
надлежит, как и в примере 1, выразить  $G$  в функции угла  $\theta$ , для определения которого использовать условие  $\frac{dQ}{d\theta} = 0$ .



Фиг. 16.



Фиг. 17.



Фиг. 18.

Так как основное уравнение для  $Q_0$  отличается от основного уравнения для  $R_0$  (стр. 7) переменной знака у  $\varphi$  и  $\varphi_0$ , то и все расчетные формулы для отпора получаются из формул напора (стр. 7) с переменной знака у  $\varphi$  и  $\varphi_0$  на обратный.

Так, для случая гладкой вертикальной стенки отпор определится выражением:

$$Q_0 = \frac{1}{2} \gamma h^2 \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right). \quad (3)$$

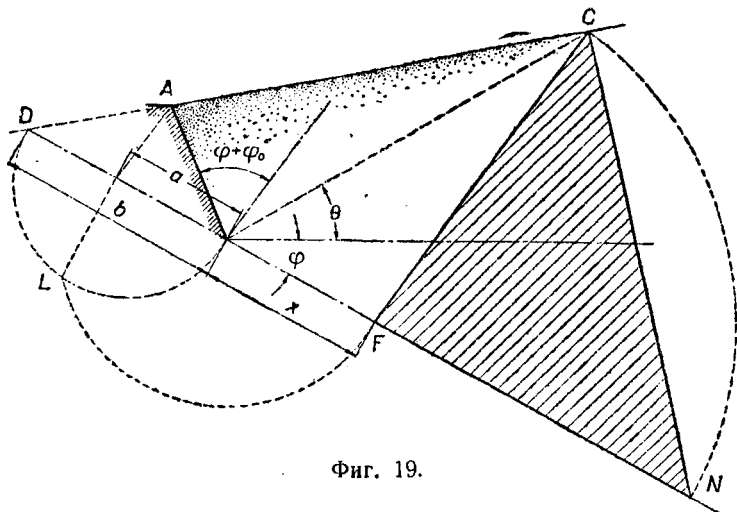
**Пример 7а** (вариант решения). Для предыдущего примера определить угол  $\theta$  наклона плоскости выпирания к горизонту на основании закона Ребхана.

**Указание.** Условие равенства площадей (фиг. 18)  $\triangle ABC$  и  $\triangle BCF$  (где  $CF \parallel BK$ ) даст возможность, как и в примере 2, определить угол  $\theta$ .

**Пример 76.** Определить направление плоскости выпирания и величину отпора для предыдущего примера графически (фиг. 19).

*Решение.* Как и в примере 3,  $x = \sqrt{a \cdot b}$ , где  $a = Bl$  и  $b = BD$ .

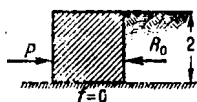
**Вопрос.** На абсолютно гладком полу поставлена гладкая стенка высотой 2 м, за которой засыпано сыпучее тело с  $\varphi = 30^\circ$  и  $\gamma = 1,5$  (фиг. 20). Для удержания стенки против сдвига приложена сила  $P = 1 \text{ м}$ , что соответствует величине  $R_0$  активного давления на эту стенку. Что произойдет



Фиг. 19.

с рассматриваемой стенкой, если силу  $P$ , действующую на стенку (для ее удержания), увеличивать, постепенно доводя ее значение до 9 м?

**Ответ.** Ничего не произойдет кроме небольшого уплотнения грунта в непосредственной близости около стенки. После приложения силы  $P > 9 \text{ м}$  начнется движение стенки вправо, так как будет превзойдено пассивное сопротивление земли  $Q_0 = 9 \text{ м}$  для рассматриваемого случая. Таким образом пассивное сопротивление земли во все время нарастания силы  $P$  возрастало от  $R_0$  до  $Q_0$  (в связи с необходимостью в большем значении), стремясь сохранить равновесие земляной массы.



Фиг. 20.

**Пример 8.** Для следующих примеров стенок, указанных на фиг. 21 и 22, определить угол, составляемый плоскостью выпирания с горизонтом, и вычислить величины отпоров земли. Данные на фиг. 21 и 22.

*Решение к фиг. 21 и 22.* В обоих примерах треугольник призмы выпирания  $\triangle ABC$  при наложении на силовой  $\triangle BCF$  совмещается. Таким образом:

$$2i = 90^\circ + \varphi, \quad i = 45^\circ + \frac{\varphi}{2}.$$

Для фиг. 21:

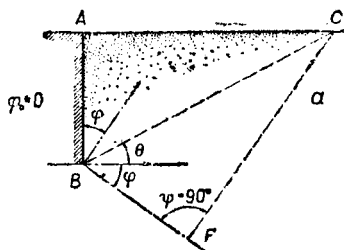
$$Q_0 = \frac{1}{2} \gamma \cdot CF^2 \sin \psi = \frac{1}{2} \gamma h^2 \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right).$$

Для фиг. 22:

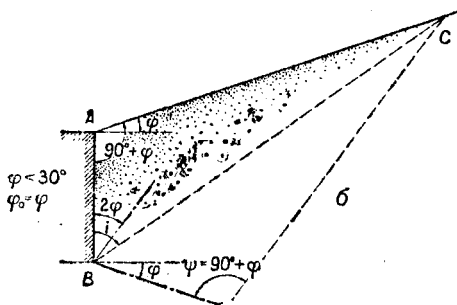
$$Q_0 = \frac{1}{2} \gamma h^2 \left[ \frac{\sin \left( 45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right)}{\sin \left( 45^\circ - \frac{3}{2} \varphi \right)} \right] \cos \varphi.$$

Указание к фиг. 23 и 24. В этих примерах точка  $C$  может быть выбрана произвольно, так как отрезок  $CF$  постоянен при любом положении точки  $C$ .

**Вопрос.** Где будет положение точки  $C$  в примере, изображенном на фиг. 22, если  $\varphi = 30^\circ$ ?



Фиг. 21.



Фиг. 22.

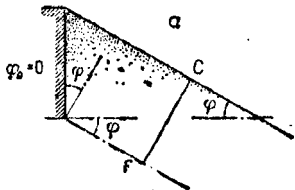
**Ответ.** В бесконечности. Величина отпора  $Q = \infty$ ,  $Q_0 = \infty$  и при  $\varphi > 30^\circ$ .

**Вопрос.** При каком угле наклона стенки угла  $\alpha$  (фиг. 25) отпор земляной массы будет равен бесконечности?

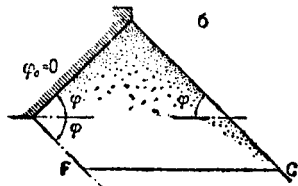
**Ответ.** При  $\alpha = \varphi$ , в чем легко убедиться, если начать проводить построение Понселе.

**Вопрос.** При каком угле трения земли по кладке  $\varphi_0$  для случая, изображенного на фиг. 26, возможно, что величина отпора равна бесконечности? Всегда ли возможен такой случай?

**Ответ.** Отпор будет бесконечно-большой, если  $\varphi + \varphi_0$  составляют  $90^\circ$  и больше. Последнее возможно, если  $\varphi_0 \geq 90^\circ - \varphi$ . Но так как  $\varphi_0$  не может



Фиг. 23.

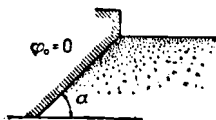


Фиг. 24.

быть больше  $\varphi$ , то начальное равенство возможно, если  $\varphi \geq 45^\circ$ .

**Вопрос.** Наличие трения земли по стенке увеличивает или уменьшает величину отпора от случая отсутствия трения (т. е. если  $\varphi_0 = 0$ )?

**Пример 9\*.** Построить эпюру напряжений (активного давления) для случая, изображенного на фиг. 27. Стенка гладкая,  $\varphi_0 = 0$ .



Фиг. 25.



Фиг. 26.

**Решение.** При точке  $B$  делаем два построения плоскостей сползания, предполагая один раз, что точка следа плоскости сползания на поверхности  $C$  ложится на первый откос и второй раз предполагая ее лежащую на втором откосе  $C_2$ . В соответствии с этими

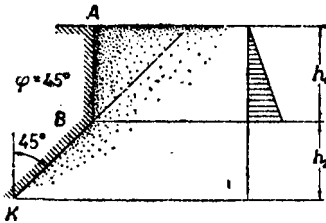
предположениями построение один раз ведем из точки  $A$ , а другой раз из  $A'$  (где  $AA'$  проведено параллельно  $BC_1$ ). Получив в первом построении точку  $C$  и проведя из точки  $C_1$  (перелома откосов) прямую, параллельную  $BC$ , определяем ту часть стенки  $AK$ , для которой плоскости сползания ложатся в пределах первого откоса. Таким образом площадь



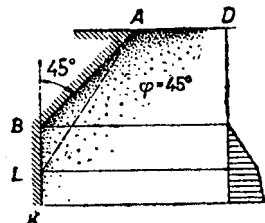
и может быть определена графически как вес  $\Delta C_1F_1H$ , где  $C_1H \parallel LK_2$ , т. е. второй основной линии. Пристроив при стенке  $\Delta A'AL$  по величине, равный площади  $\Delta C_1F_1H$ , дальнейшее построение (Понселе) ведем из точки  $A'$ .

Полученный  $\Delta C_2F_2U_2$  представляет по величине силу  $S$  (фиг. 28, а), при помощи которой

$$R_0'' = S - R_0' \frac{1}{\cos \xi}.$$



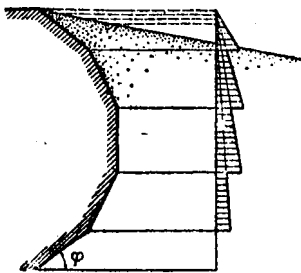
Фиг. 29.



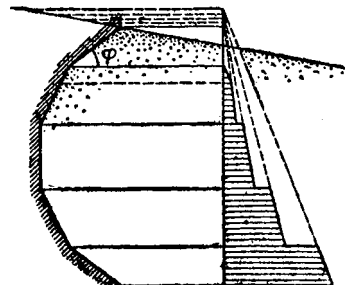
Фиг. 30.

Эпюра напряжений представится в виде "фиг. 28, б, где  $\Delta abc$  равен по площади силе  $R_0'$ , а площадь  $\Delta alk$  равна  $S$ .

**Пример 11.** Для следующих ломаных задних граней стенок, изображенных на фиг. 29 и 30, определить графически давление на каждую грань с построением эпюры напряжений по высоте.



Фиг. 31.



Фиг. 32.

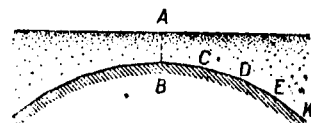
**Ответ.** К примеру фиг. 29. Так как вторая грань наклонена к горизонту под углом естественного откоса, то давлению земли она не подвержена.

К примеру фиг. 30. Первая грань освобождена от давления земли. Определение давления на вторую грань сводится к задаче прямой стенки  $BK$  при ломаном откосе  $KBAD$  (пример 9).

**Пример 12.** Определить графически давление на грани следующих многогранных стенок, указанных на фиг. 31 и 32, а также построить эпюры напряжений.

**Пример 13.** Определить давление засыпки на наружное ребро свода (фиг. 33).

**Указание.** Давление может быть найдено как для многогранной стенки  $ABCDEK$ , считая  $\varphi_0$  для грани  $AB$  равным нулю, так как по условию симметрии действие левой части засыпки на правую через воображаемую грань  $AB$  должно быть горизонтальным.

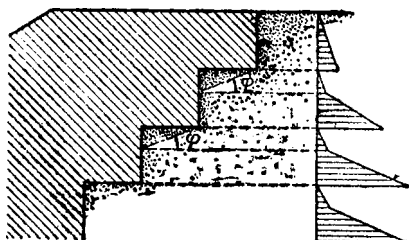


Фиг. 33.

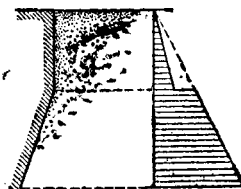
**Пример 14.** Выяснить характер эпюры напряжений для случая обратной уступчатой стенки, изображенной на фиг. 34.

**Пример 15.** Построить эпюру напряжений грунта при его пассивном сопротивлении для ломаной стенки, указанной на фиг. 35.

*Указание.* В отличие от эпюры напряжений активного давления, где для подобного случая имело бы место для второй грани против первой



Фиг. 34.

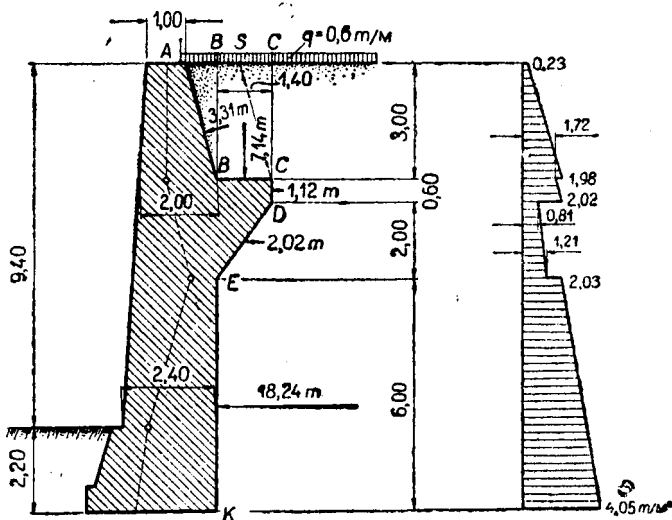


Фиг. 35.

замедленное нарастание давления, здесь эпюра напряжений по характеру будет обратной.

**Пример 16\*.** Определить давления на заднюю грань подпорной стенки с разгрузочной площадкой, изображенной на фиг. 36. На поверхности земли имеется сплошная временная нагрузка интенсивностью  $q = 0,6 \text{ т/м}^2$ .

Угол естественного откоса земли  $\varphi = 35^\circ$ .



Фиг. 36.

Угол трения  $\varphi_0$  считать равным нулю за исключением грани  $ED$ , где для горизонтальности давления принять  $\varphi_0 = 35^\circ$ .

Плотность земли  $\gamma = 1,5 \text{ т/м}^3$ .

*Указание.* Давление на площадку  $BC$  равно весу столба земли  $BB_1C_1C$  с временной нагрузкой, помещаемой на участке  $B_1C_1$ .

При определении давления на грань  $CD$  исходим из предположения, что предшествующая грань стенки (условно)  $CS \parallel BA$ . Окончательно эпюра напряжений представлена на фиг. 36 справа.



**Пример 17.** Определить давление на стенку высотой 10 м, когда на поверхности земли находится один ряд (параллельный стенке) сосредоточенных грузов  $P$  по 20 т, расставленных по длине стенки через каждый метр (фиг. 37).

Рассмотреть случаи, когда расстояние грузов от стенки  $a_1 = 3$  м и  $a_2 = 6$  м.

Угол естественного откоса  $\varphi = 26^\circ 30'$ ; вес земли  $\gamma = 1,5$  т/м<sup>3</sup>; угол трения земли по кладке  $\varphi_0 = 0$ .

**Указание.** Расчет давления производим на 1 м длины стенки (тогда в расчетную призму обрушения попадает не более одного груза).

Предполагая, что груз  $P$  находится на призме обрушения, из равновесия последней имеем выражение для давления:

$$R = (G + P) \operatorname{tg}(\Theta - \varphi). \quad (4)$$

Угол  $\Theta$  здесь отличается от случая ненагруженного сыпучего тела, а потому его необходимо специально определить, к чему и переходим.

Из фиг. 37 следует для веса  $G$  выражение: (с высоты  $y$ )

$$G = \frac{1}{2} \gamma xy,$$

потому

$$R = \left[ \frac{1}{2} \gamma xy + P \right] \operatorname{tg}(\Theta - \varphi).$$

Заменяя

$$x = y \cdot \operatorname{ctg} \Theta \quad \text{и} \quad \frac{1}{2} \gamma y^2 = K$$

(для краткости переписывания), имеем:

$$R = \left[ \frac{1}{2} \gamma y^2 \cdot \operatorname{ctg} \Theta + P \right] \cdot \operatorname{tg}(\Theta - \varphi) = [K \cdot \operatorname{ctg} \Theta + P] \operatorname{tg}(\Theta - \varphi). \quad (4a)$$

Неизвестный угол  $\Theta$  определим из условия, что подстановка его в последнюю формулу дает наибольшее значение  $R$  и следовательно  $\frac{dR}{d\Theta} = 0$ .

Раскрываем это условие:

$$\frac{dR}{d\Theta} = -\frac{K}{\sin^2 \varphi} \cdot \operatorname{tg}(\Theta - \varphi) + \frac{1}{\cos^2(\Theta - \varphi)} (K \cdot \operatorname{ctg} \Theta + P) = 0.$$

Делая преобразования [раскрывая  $\operatorname{tg}(\Theta - \varphi)$ ,  $\cos(\Theta - \varphi)$  через углы  $\Theta$  и  $\varphi$  в отдельности], имеем уравнение:

$$\operatorname{ctg}^2 \Theta + 2 \cdot \operatorname{tg} \varphi \operatorname{ctg} \Theta + \left[ -1 + \frac{2P}{K \cdot \sin 2\varphi} \right],$$

откуда

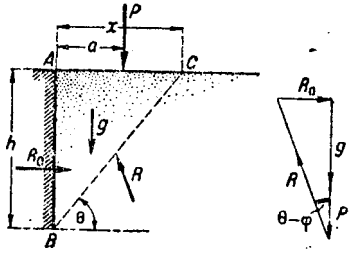
$$\operatorname{ctg} \Theta = -\operatorname{tg} \varphi + \sqrt{\operatorname{tg}^2 \varphi + \left[ 1 - \frac{2P}{K \cdot \sin 2\varphi} \right]}.$$

Имея в виду, что

$$1 + \operatorname{tg}^2 \varphi = \frac{1}{\cos^2 \varphi},$$

окончательно имеем:

$$\operatorname{tg} \Theta = -\operatorname{tg} \varphi + \sqrt{\frac{1}{\cos^2 \varphi} - \frac{2P}{K \cdot \sin 2\varphi}}. \quad (5)$$



Фиг. 37.

Определив по этой формуле угол  $\Theta$ , надлежит проверить, попадет ли груз  $P$  в пределы призмы обрушения, для чего должно быть соблюдено условие:

$$x > a, \text{ т. е. } y \cdot \text{ctg } \Theta > a.$$

По вычислении  $\Theta$  подставляем его значение в формулу для  $R$ , чем и определится давление  $R$ .

В случае, если окажется, что  $y \cdot \text{ctg } \Theta < a$ , то следовательно груз  $P$  не попадает на предполагаемую призму обрушения, а поэтому угол  $\Theta$ , определенный по формуле (5), неправильный как заключающий в своем выражении груз  $P$ . В таком случае для угла  $\Theta$  будет известное выражение:

$$\text{ctg } \Theta = -\text{tg } \varphi + \sqrt{1 + \text{tg}^2 \varphi},$$

откуда

$$\Theta = 45^\circ + \frac{\varphi}{2},$$

и давление  $R$  определится из выражения:

$$R = G \cdot \text{tg}(\Theta - \varphi) = \frac{1}{2} \gamma x y \text{tg}(\Theta - \varphi) = \frac{1}{2} \gamma y^2 \text{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right).$$

Независимо от этой проверки надлежит вычислить давление  $R$  в предположении, что точка следа плоскости обрушения (точка  $C$  на фиг. 37) совпадает с точкой приложения груза, т. е. предположить, что  $x = a$ . Тогда давление  $R$  определится при помощи формулы:

$$R = \left( \frac{1}{2} \gamma a y + P \right) \text{tg}(\Theta - \varphi), \quad (5a)$$

где  $\Theta$  — угол наклона предполагаемой плоскости обрушения, в данном случае линии  $Bq$  (фиг. 37).

Может оказаться, что эта проверка даст большее значение для  $R$  (ввиду наличия для такого предположения в формуле силы  $P$ , хотя для угла  $\Theta$  будет меньшее значение, чем в первой проверке, когда для  $\Theta$  принимали значение  $\Theta = 45^\circ + \frac{\varphi}{2}$ ).

Что касается картины распространения давления земли по высоте (эпюра напряжений), то ввиду отсутствия в большинстве случаев закономерности в ее очертании пока приходится строить по разностям давлений. Для такой цели полную высоту подпорной стенки делим на несколько частей (см. ниже пример 20), определяем давление на различные высоты стенки, на основании чего ордината эпюры напряжения на высоте среднего сечения между двумя рассматриваемыми определяется:

$$z = \frac{R_n - R_{n-1}}{y_n - y_{n-1}} = \frac{\text{разность давлений}}{\text{разность высот}}.$$

**Пример 18.** Определить давление на стенку высотой 10 м, когда на поверхности земли находятся три ряда сосредоточенных грузов  $P$  по 20 т, расставленные по длине стенки через каждый метр (фиг. 38).

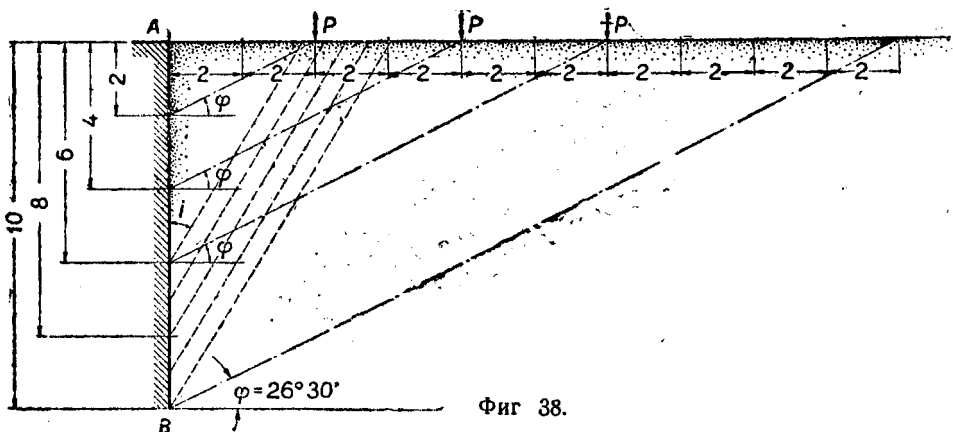
Углы  $\varphi = 26^\circ 31'$ ,  $\varphi_0 = 0$ ; плотность  $\gamma = 1,5$ .

**Указание.** Установленные в предыдущем примере формулы остаются справедливыми с тем лишь условием, что если плоскость обрушения предположительно засекает два груза, то в формулы на место  $P$  вставлять значения  $P = P_1 + P_2$ . В случае предположительного засечения трех грузов вместо  $P$  вводить  $P = P_1 + P_2 + P_3$  и т. д.

Если предполагать, что плоскость обрушения засекает два груза и по полученному при таком предположении из формулы (5) значению  $\text{ctg } \Theta$  значение  $x = u \text{ctg } \Theta$  получается менее  $a_2$ , то, очевидно, надлежит пересчитать значение угла  $\Theta$ , вводя в формулу на место  $P$  значение  $P_1$ .

В обратном случае, когда  $x = u \text{ctg } \Theta$  получится равно или более величины  $a_3$  (но менее  $a_4$ ), то пересчет делается, вводя в формулу на место  $P_1$  значение  $P = P_1 + P_2 + P_3$ .

В случае, если окажется, что  $a_2 < x < a_3$ , т. е. след плоскости обрушения на поверхности располагается между вторым и третьим грузами, то помимо проверки при такой плоскости обрушения надлежит произвести проверки, полагая  $x = a_3$ ,  $x = a_4$  и т. д. (т. е. след плоскости на поверхности совпадает со следующим третьим грузом, четвертым грузом и т. д., если они есть), так как эти проверки могут обнаружить большие значения для  $R$ .



Фиг. 38.

Если для предположения  $x = a_3$  давление оказалось менее ранее определенного, то попытки  $x = a_4$ ,  $x = a_5$  и т. д. являются обычно излишними (за исключением, если за  $P_3$  находится груз  $P_4$ , значительно больше  $P_3$  и предыдущих).

Очевидно, что попытки с  $x$ , лежащими за плоскостью естественного откоса, являются излишними. Когда для  $x$  на основании формулы (5) получается значение, меньшее  $a_1$ , то делаем проверки — одну, как для случая ненагруженного сыпучего тела ( $\Theta = 45^\circ + \frac{\varphi}{2}$ ), и другие, при которых точка следа плоскости обрушения совпадает с первым грузом (обычно этого бывает достаточно), со вторым грузом и т. д.

Вообще практически целесообразно (чтобы не потерять случайно наименее выгоднейшего случая) для каждой глубины проверить следующие возможные плоскости сползания.

1)  $\Theta = 45^\circ + \frac{\varphi}{2}$ ; 2) угол  $\Theta$  по формуле (5) (стр. 17); 3) точки следа плоскости обрушения на поверхности совпадают с первым, вторым и тому подобными грузами.

Когда задаемся плоскостями обрушения, проходящими через точки приложения грузов, то расчетные формулы для давления представляется уместным преобразовать следующим образом:

$$R = (G + P) \text{tg}(\Theta - \varphi),$$

а так как

$$\operatorname{ctg} \Theta = \frac{x}{y}, \quad \operatorname{tg} \Theta = \frac{y}{x}$$

по формулам тригонометрии

$$\operatorname{tg} (\Theta - \varphi) = \frac{\operatorname{tg} \Theta - \operatorname{tg} \varphi}{1 + \operatorname{tg} \Theta \operatorname{tg} \varphi} = \frac{\frac{y}{x} - f}{1 + \frac{y}{x} \cdot f},$$

где сокращенно  $f = \operatorname{tg} \varphi$  и вес  $G$  соответственно

$$G = \frac{1}{2} \gamma xy,$$

то

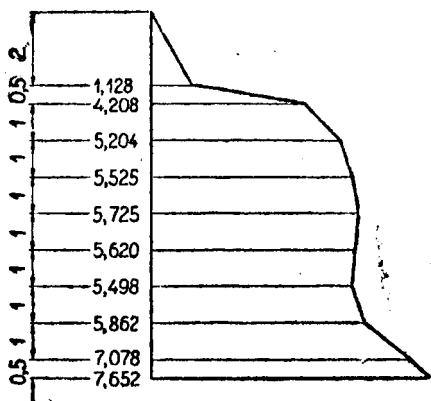
$$R = \left( \frac{1}{2} \gamma xy + P \right) \frac{\frac{y}{x} - f}{1 + \frac{y}{x} \cdot f}. \quad (5б)$$

Когда плоскость обрушения проходит через точку приложения второго груза, то под  $P$  подразумевается  $P = P_1 + P_2$  и т. д.

Для случая плоскости обрушения наклоненной под углом  $\Theta = 45^\circ + \frac{\varphi}{2}$ , но когда груз  $P$  попадает на такую предполагаемую призму обрушения, давление  $R$  будет определяться выражением:

$$R = \frac{1}{2} \gamma y^2 \operatorname{tg} \left( 45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right) + P \operatorname{tg} \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right). \quad (5в)$$

**Ответ.** На основании указанных выше соображений подсчитаны давления на разные части заданной стенки. Начиная с высоты 2 м от поверхности, стенка разбита через 1 м высоты.



Фиг. 38а.

Влияние первого сосредоточенного груза вводится в учет с высоты 2 м, влияние второго — с высоты 4 м и третьего — с высоты 6 м. По разностям давлений (см. подробно пример 20) на фиг. 38а построена эпюра напряжений. Третий груз своего влияния на величину давления на стенку оказать не успевает, и резкое нарастание эпюры в верхней части объясняется вступлением в силу действия первого груза, а нарастание эпюры в нижней части — вступлением в силу действия второго груза.

**Пример 19.** Для стенки, рассмотренной в примере 17, определить давление земли с сосредоточенным грузом, предполагая последний всего лишь одним (вместо ряда грузов, параллельного стенке, расставленных через 1 м по длине стенки, как это было в примере 17), потому необходимо учесть уменьшение влияния сосредоточенного груза вследствие бокового распространения давления (вдоль стенки).

Указание<sup>1</sup>. Давление сосредоточенного груза в стороны, в частности в направлении вдоль длины стенки (фиг. 39), будет распространяться под некоторым углом к вертикали (заменяя в действительности кривые  $AS_1$ ,  $AS_2$  прямыми). Ввиду неравномерного распределения давления в стороны тангенс угла  $\beta$  принимаем равным 0,5 (как это по ТУ и Н в отношении сплошной нагрузки), что соответствует  $\beta = 26^\circ 30'$ .

Давление будем определять не на единицу длины стенки, как это принимается в случае отсутствия временной нагрузки, а на длину, равную высоте подпорной стенки. Так, при определении давления со всей высоты  $H$  длину стенки примем также  $H$ , а при разыскании давления с высоты  $y$  расчетной шириной будет являться  $y$ . Это условие необходимо по тем соображениям, что при рассмотрении равновесия призмы обрушения, ширина которой (по длине стенки) меньше указанной, потребовалось бы в уравнение равновесия включить силы трения по боковым плоскостям призмы обрушения (плоскости  $a_1b_1$  и  $a_2b_2$ ). Так как прилегающие массы земли (левее плоскости  $a_1b_1$  и правее  $a_2b_2$ ) как менее напряженные (вследствие постепенно уменьшающегося в стороны влияния груза  $P$ ), очевидно, как-то реагировали на сползание призмы  $a_1b_1b_2a_2$ , задерживая в известной степени сползание (фиг. 40).

Очевидно, что на расстоянии, большем  $\frac{1}{2}y$  в

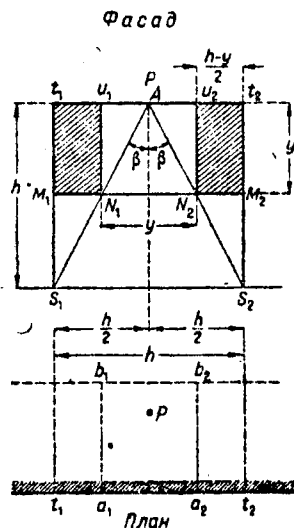
каждую сторону от силы  $P$ , влияние последнего на сыпучую массу не распространяется (согласно предположенному углу распространения  $\beta$ ). Таким образом для каждого сечения стенки расчетная ширина призмы обрушения (расчетная длина стенки), на каковую приходится полностью влияние груза  $P$ , будет по высоте подпорной стенки меняться. Итак, при определении

давления с высоты  $y$  будем рассматривать призму обрушения  $ABC$  (фиг. 41) шириною  $y$  (фиг. 39), считая, что по боковым плоскостям  $N_1U_1$  и  $N_2U_2$  (фиг. 39) силы трения отсутствуют. Угол трения земли по кладке примем равным нулю (как это обычно принимается при расчете мостовых устоев согласно ТУ и Н). При этом условии равновесие

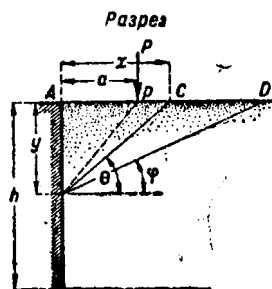
призмы обрушения  $ABC$  (фиг. 40 и 42) напишется в виде:

$$R_2 = (G + P) \cdot \operatorname{tg}(\theta - \varphi).$$

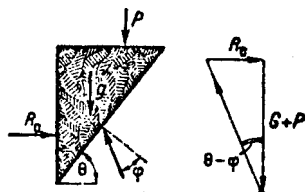
Давление обозначено через  $R_2$  в отличие от  $R_1$ , чем будем обозначать



Фиг. 39 и 40.



Фиг. 41.



Фиг. 42.

<sup>1</sup> Подробное изложение данного вопроса можно найти в статье автора „Учет влияния временной нагрузки на сыпучем теле“, 23 вып. Трудов МИИТ, Москва 1932 г.

давление на заштрихованные крылья  $M_1 t_1 U_1 N_1$  и  $N_2 U_2 t_2 M_2$  (фиг. 39). Очевидно, что это давление ничем не должно отличаться от случая ненагруженного сыпучего тела, т. е.

$$R_1 = G \operatorname{tg}(\Theta - \varphi) = \frac{1}{2} (h - y) y^2 \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right).$$

В этом выражении  $(h - y)$  суть ширина обоих заштрихованных крыльев.

Таким образом давление земли с грузом на ширину  $H(t_1 t_2)$  с высоты  $y$  будет определяться выражением:

$$R = R_1 + R_2.$$

Что касается угла наклона плоскости обрушения к горизонту в формуле для  $R_2$  (угол  $\Theta$ ), то, очевидно, выражением для него может служить полученное в примере 17, т. е.

$$\operatorname{ctg} \Theta = -\operatorname{tg} \varphi + \sqrt{\frac{1}{\cos \varphi} - \frac{2P}{K \cdot \sin 2\varphi}}.$$

Определив по этой формуле угол  $\Theta$ , надлежит проверить, попадет ли груз  $P$  в пределы призмы обрушения, для чего должно быть соблюдено условие:

$$a < x, \text{ т. е. } a < y \cdot \operatorname{ctg} \Theta.$$

По вычислении  $\Theta$  подставляем его значение в формулу для давления  $R_2$ .

В случае, если окажется, что  $y \operatorname{ctg} \Theta < a$ , то следовательно груз  $P$  не попадает на предполагаемую призму обрушения и поэтому определенный по специальной формуле угол  $\Theta$  неправильный как заключающий в своем выражении груз  $P$ . В таком случае для угла  $\Theta$  будет известное выражение

$$\Theta = 45^\circ + \frac{\varphi}{2}$$

и давление  $R_2$  определится из выражения:

$$R_2 = C \operatorname{tg}(\Theta - \varphi) = \frac{1}{2} \gamma x y^2 \operatorname{tg}(\Theta - \varphi) = \frac{1}{2} \gamma y^3 \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right).$$

Независимо от этой проверки надлежит вычислить давление  $R_2$  в предположении, что точка следа плоскости обрушения (точка  $C$  на фиг. 41) овладевает с точкой приложения груза, т. е. предположить, что  $x = a$ . Тогда давление  $R_2$  определится при помощи формулы (56) в виде:

$$R_2 = \left[ \frac{1}{2} \gamma a y^2 + P \right] \operatorname{tg}(\Theta - \varphi),$$

где  $\Theta$  — угол наклона предполагаемой плоскости обрушения, в данном случае линии  $Bq$  (фиг. 41).

Может оказаться, что эта проверка даст большее значение для  $R_2$  (ввиду аличия для такого предположения в формуле силы  $P$ , хотя для угла  $\Theta$  идет меньшее значение, чем в первой проверке, когда для  $\Theta$  принимали значение  $\Theta = 45^\circ + \frac{\varphi}{2}$ ).

Со всей ширины  $y$  давление будет определяться выражением:

$$\begin{aligned} R &= R_1 + R_2 = \\ &= \frac{1}{2} \gamma (h - y) y^2 \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) + \left[ \frac{1}{2} \gamma x y^2 + P \right] \operatorname{tg}(\Theta - \varphi). \end{aligned} \quad (5г)$$

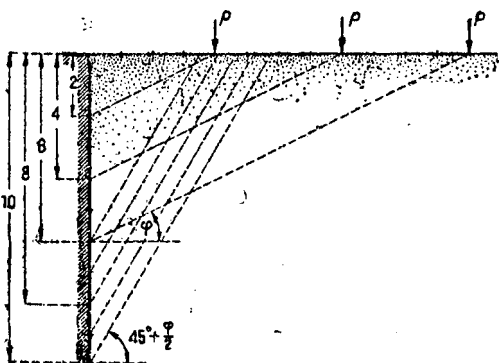
**Пример 20\*.** Подпорная стенка высотой 10 м, на поверхности расположены три груза в одну линию по 20 т, расставленные перпендикулярно к стенке через 4 м. Угол естественного откоса  $\varphi = 26^\circ 30'$ , угол трения земли по кладке  $\varphi_0 = 0$ . Определить давление земли с грузами.

Данные (высота стенки, грузы) взяты из примера 18 (стр. 18), где грузы в отличие от разбираемого сейчас примера располагались по длине стенки равномерно через 1 м, тогда как здесь в направлении длины стенки имеется только один ряд.

Указанное дает возможность выяснить и количественно оценить влияние бокового распространения давления от сосредоточенных сил против неучета этого обстоятельства.

Прежде чем начать непосредственное вычисление давлений, необходимо выяснить те направления плоскостей, которые заведомо не могут являться плоскостями обрушения (как это проделано в примере).

Проведя из точек приложения грузов прямые, параллельные естественному откосу (фиг. 43), делаем заключение.



Фиг. 43.

1. На высоту первых 2 м высоты стенки от верха, действие сосредоточенных сил как расположенных за плоскостью естественного откоса не распространяется.

Эпюра напряжений для этой высоты имеет треугольный вид (фиг. 44) с ординатой на высоте 2 м (считая с ширины 10 м):

$$10\gamma h \operatorname{tg}^2\left(45^\circ - \frac{\varphi}{2}\right) = \\ = 10 \cdot 1,5 \cdot 2 \cdot \operatorname{tg}^2 31^\circ 45' = \\ = 11,28 \text{ т/м}^2.$$

Давление на первые 2 м (с ширины 10 м):

$$R = 10 \cdot \frac{1}{2} \gamma h^2 \operatorname{tg}^2\left(45^\circ - \frac{\varphi}{2}\right) = 11,28 \text{ т.}$$

2. На высоту 4 м от поверхности несомненно не распространяется действие второго и третьего грузов (считая от точки 5).

3. На высоту 6 м от поверхности заведомо не распространяется действие третьего груза.

На основании этого плоскостями сползания, совпадающими с точкой приложения первого груза, надлежит предполагать плоскости с  $h = 3,0$  м (так как ближайшее деление после 2 м высоты взято на высоте 3,0 м, задавшись разбивкой стенки на 10 равных частей).

Совпадающими с точкой приложения второго груза — с  $h = 5$  м и т. д.

Совпадающими с точкой приложения третьего груза — с  $h = 7$  м и т. д.

Прежде чем применять формулу (5), выясним вначале те пределы, где применение ее не имеет реального значения. Прежде всего угол  $\Theta$  не может быть меньше угла  $\varphi$  и больше  $90^\circ$ , а потому  $\operatorname{ctg} \Theta$  должен быть больше  $\operatorname{ctg} \varphi$  и менее  $\operatorname{ctg} 90^\circ = 0$ .

Для рассматриваемого случая:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{1}{2}; \quad \operatorname{ctg} \varphi = 2,006; \quad \cos \varphi = 0,895^2 = 0,801;$$

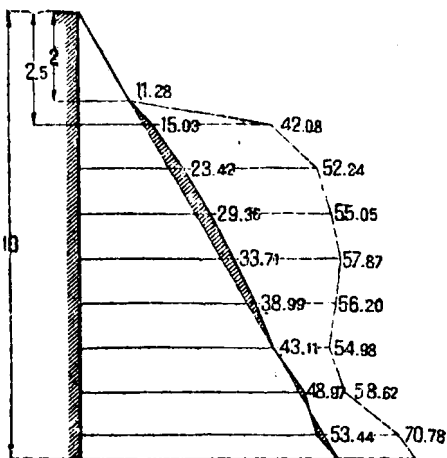
$$\frac{1}{\cos^2 \varphi} = 1,248; \quad \sin^2 \varphi = 0,799; \quad \frac{2}{\sin 2\varphi} = 2,503,$$

а потому формула для  $\operatorname{ctg} \Theta$  переписывается:

$$\operatorname{ctg} \Theta = -\frac{1}{2} + \sqrt{1,248 - 2,503 \frac{P}{K}}, \quad (6)$$

где, как известно,

$$K = \frac{1}{3} \gamma y^3.$$



Фиг. 44.

тех высот, при которых  $\frac{P}{K} < 0,4$ .

### 1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДАВЛЕНИЯ С ВЫСОТЫ 3 м.

В этом случае  $y = 3$  м;  $h - y = 10 - 3 = 7$  м. Давление на ширину  $h - y = 7$  м, не испытывающую влияния сосредоточенных сил с поверхности:

$$R_1 = (h - y) \left[ \frac{1}{2} \gamma y^2 \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) \right] = 0,282 y^2 (h - y) = 17,77 \text{ т.}$$

Для определения  $R_2$  сначала определяем  $\frac{P}{K}$ :

$$K = \frac{1}{2} \gamma y^3 = \frac{1}{2} \cdot 1,5 \cdot 3^3 = 20,25; \quad \frac{P}{K} = \frac{20}{20,25} > 0,4,$$

а потому формулой (5) не пользуемся и делаем остальные попытки.

1. Предполагаем  $\Theta = 45^\circ + \frac{\varphi}{2}$ . На фиг. 43 проведем плоскости обрушения, отвечающие случаю ненагруженного сыпучего тела, из которых следует, что для высоты в 6 м и менее такие плоскости не засекают даже первого груза, а потому



при этих плоскостях влияние  $P$  не учитывается. С высоты 7 м и ниже засекается первый груз, а потому пользуемся формулой (5в). Итак, для высоты 3 м попытка  $\theta = 45^\circ + \frac{\varphi}{2}$  дает:

$$R_2 = y \left[ \frac{1}{2} \gamma y^2 \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) \right] = 0,282 y^3 = 7,614 \text{ т.}$$

2. Делаем попытку  $x = 4$  (плоскость обрушения засекает первый груз). Пользуемся формулой (5б):

$$R_2 = \left[ \frac{1}{2} \cdot 1,5 \cdot 4 \cdot 3^3 + 20 \right] \frac{\frac{3}{4} - \frac{1}{2}}{1 + \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2}} = 8,54 \text{ т.}$$

Итак, давление с высоты 3 м и с полной ширины 10 м равняется:

$$R = 17,77 + 8,54 = 26,31 \text{ т.}$$

### 2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДАВЛЕНИЯ С ВЫСОТЫ 4 м.

В этом случае  $y = 4$  м,  $h - y = 10 - 4 = 6$  м.

Давление с ширины 6 м, не подверженной влиянию сосредоточенных грузов:

$$R_1 = 0,282 \cdot y^2 (h - y) = 0,282 \cdot 4^2 \cdot 6 = 27,07 \text{ т.}$$

Разыскание  $R_2$  начинаем с определения  $\frac{P}{K}$ :

$$K = \frac{1}{2} \gamma y^3 = \frac{1}{2} \cdot 1,5 \cdot 4^3 = 48; \quad \frac{P}{K} = \frac{20}{48} > 0,4,$$

потому формулой (5) также не пользуемся, а делаем другие попытки.

а) Попытка  $\theta = 45^\circ + \frac{\varphi}{2}$ :  $R_2 = 0,282 \cdot 4^3 = 18,05 \text{ т.}$

б) Попытка  $x = 4$  м [формула (5б)]:

$$R_2 = \left( \frac{1}{2} \cdot 1,5 \cdot 4 \cdot 4^3 + 20 \right) \frac{\frac{4}{4} - \frac{1}{2}}{1 + \frac{4}{4} \cdot \frac{1}{2}} = 22,66 \text{ т.}$$

Итак, давление с высоты 4 м и с ширины 10 м равно:

$$22,66 + 27,07 = 49,73 \text{ т.}$$

### 3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДАВЛЕНИЯ С ВЫСОТЫ 5 м:

$$y = 5; \quad h - y = 5;$$

$$R_1 = 0,282 y (h - y) = 0,282 \cdot 5^2 \cdot 5 = 35,25 \text{ т;}$$

$$K = \frac{1}{2} \gamma y^3 = \frac{1}{2} \cdot 1,5 \cdot 5^3 = 93,75 \text{ т;}$$

$$\frac{P}{K} = \frac{20}{93,75} = 0,213 < 0,4,$$

а потому пользование формулой (5) может иметь (но необязательно) реальный смысл:

$$\operatorname{ctg} \theta = -\frac{1}{2} + \sqrt{1,248 - 2,503 \frac{P}{K}} = 0,34.$$

Такому значению котангенса соответствует  $\theta = 71^\circ 30' > \varphi = 26^\circ 30'$ .

Далее, проверяя  $x$ :

$$x = y \operatorname{ctg} \theta = 5 \cdot 0,34 = 1,70 < 4 \text{ м.}$$

т. е. при таком  $x$  плоскость обрушения не засекает первого груза, а потому пользование формулой (5) также теряет смысл.

а) Попытка  $\theta = 45^\circ + \frac{\varphi}{2}$ :

$$R_2 = 0,282y^3 = 0,282 \cdot 5^3 = 35,25 \text{ м.}$$

б) Попытка  $x = 4 \text{ м}$  [формула (56)]:

$$R_2 = \left( \frac{1}{2} \cdot 1,5 \cdot 4 \cdot 5^2 + 20 \right) \frac{\frac{5}{4} - \frac{1}{2}}{1 + \frac{5}{4} \cdot \frac{1}{2}} = 43,84 \text{ м.}$$

в) Попытка  $x = 8 \text{ м}$ :

$$R_2 = \left( \frac{1}{2} \cdot 1,5 \cdot 8 \cdot 5^2 + 20 \right) \frac{\frac{5}{8} \cdot \frac{1}{2}}{1 + \frac{5}{8} \cdot \frac{1}{1}} = 18,10 \text{ м.}$$

Таким образом давление с высоты 5 м и с полной шириной 10 м равно:

$$R = 35,25 + 43,84 = 79,09 \text{ т.}$$

#### 4. ДАВЛЕНИЕ НА 6 м:

$$v = 6; h - y = 4; R_1 = 0,282y(h - y) = 40,60 \text{ т;}$$

$$K = \frac{1}{2} \gamma y^3 = \frac{1}{2} \cdot 1,5 \cdot 6^3 = 54; \quad \frac{P}{K} = \frac{20}{54} = 0,371;$$

$$\text{ctg } \theta = -\frac{1}{2} + \sqrt{1,248 - 2 \cdot 503 \cdot 0,371} = 0,067,$$

что отвечает

$$\theta = 86^\circ 10';$$

при таком  $\theta$  расстояние следа плоскости обрушения на поверхности от стенки:

$$x = y \text{ ctg } \theta = 6 \cdot 0,067 = 0,402 \text{ м} < 4 \text{ м,}$$

т. е. также не засекает первого груза, а потому теряет смысл.

а) Попытка  $\theta = 45^\circ + \frac{\varphi}{2}$ :

$$R_2 = 0,282y^3 = 60,90 \text{ т.}$$

б) Попытка  $x = 4 \text{ м}$ :

$$R_2 = \left( \frac{1}{2} \cdot 1,5 \cdot 4 \cdot 6^2 + 20 \right) \frac{\frac{6}{4} - \frac{1}{2}}{1 + \frac{6}{4} \cdot \frac{1}{2}} = 73,20 \text{ т.}$$

в) Попытка  $x = 8 \text{ м}$ :

$$R_2 = \left( \frac{1}{2} \cdot 1,5 \cdot 8 \cdot 6^2 + 40 \right) \frac{\frac{6}{8} - \frac{1}{2}}{1 + \frac{6}{8} \cdot \frac{1}{2}} = 46,54 \text{ т.}$$

Итак:

$$R = 40,60 + 73,20 = 113,80 \text{ т.}$$

#### 5. ДАВЛЕНИЕ С ВЫСОТЫ 7 м:

$$y = 7 \text{ м; } h - y = 3 \text{ м; } R_1 = 0,282y^2(h - y) = 41,46 \text{ т;}$$

$$K = \frac{1}{2} \gamma y^3 = \frac{1}{2} \cdot 1,5 \cdot 7^3 = 257,25 \quad \frac{P}{K} = \frac{20}{257} = 0,08 < 0,4;$$

$$\operatorname{ctg} \theta = -\frac{1}{2} + \sqrt{1,248 - 2,503 \cdot 0,58} = 0,52; \quad \theta = 62^\circ 30';$$

$$x = y \operatorname{ctg} \theta = 7 \cdot 0,52 = 3,64 < 4,$$

т. е. не засекает первого груза.

Переходим на другие попытки:

а)  $\theta = 45^\circ + \frac{\varphi}{2}$  (при таком угле плоскость с обрушения засекает первый груз)

Пользуемся формулой (5в):

$$R_2 = 0,282y^3 + P \cdot 0,618 = 96,73 + 12,36 = 109,09 \text{ т.}$$

б) Попытка  $x = 4$  м:

$$R_2 = \left( \frac{1}{2} \cdot 1,5 \cdot 4 \cdot 7^2 + 20 \right) \frac{\frac{7}{4} - \frac{1}{2}}{1 + \frac{7}{4} \cdot \frac{1}{2}} = 111,33 \text{ т.}$$

в) Попытка  $x = 8$  м:

$$R_2 = \left( \frac{1}{2} \cdot 1,5 \cdot 8 \cdot 7^2 + 40 \right) \frac{\frac{7}{8} - \frac{1}{2}}{1 + \frac{7}{8} \cdot \frac{1}{2}} = 90 \text{ т.}$$

Итак:

$$R = 41,46 + 111,33 = 152,79 \text{ т.}$$

#### 6. ДАВЛЕНИЕ С ВЫСОТЫ 8 м:

$$y = 8; \quad h - y = 2; \quad R_1 + 0,282y^2(h - y) = 36,10 \text{ т.}$$

$$K = \frac{1}{2} \gamma y^2 = 384; \quad \frac{P}{K} = 0,052 < 0,4;$$

$$\operatorname{ctg} \theta = -\frac{1}{2} + \sqrt{1,248 - 2 \cdot 503 \cdot 0,052} = 0,56; \quad \theta = 60^\circ 42';$$

$$x = y \operatorname{ctg} \theta = 8 \cdot 0,56 = 4,48 > 4 < 8 \text{ м,}$$

т. е. при найденном угле  $\theta$  плоскость обрушения располагается между первым и вторым грузами:

$$\theta - \varphi = 60^\circ 42' - 25^\circ 30' = 34^\circ 12'; \quad \operatorname{tg}(\theta - \varphi) = 0,68.$$

Для определения  $R_2$  пользуемся формулой (4а):

$$R_2 = (K \cdot \operatorname{ctg} \theta + P) \operatorname{tg}(\theta - \varphi) = (384 \cdot 0,56 + 20) \cdot 0,680 = 159,80 \text{ т.}$$

Остальные попытки:

а) Попытка  $\theta = 45^\circ + \frac{\varphi}{2}$ :

$$R_2 = 0,282y^3 + 20 \cdot 0,618 = 144,38 + 12,36 = 156,74 < 159,80.$$

б) Попытка  $x = 4$  м:

$$R_2 = \left( \frac{1}{2} \cdot 1,5 \cdot 4 \cdot 8^2 + 20 \right) \frac{\frac{8}{4} - \frac{1}{2}}{1 + \frac{8}{4} \cdot \frac{1}{2}} = 159 < 159,80.$$

Как и надо было ожидать, эти две попытки, при которых проводимые плоско-  
лее определенной по формуле (5), дают меньшие значения для давления.

в) Попытка  $x = 8$  м:

$$R_2 = \left( \frac{1}{2} \cdot 1,5 \cdot 8 \cdot 8^2 + 40 \right) \frac{\frac{8}{8} - \frac{1}{2}}{1 + \frac{8}{8} \cdot \frac{1}{2}} = 143,33 \text{ т.}$$

Итак:

$$R = 36,10 + 159,80 = 195,90 \text{ т.}$$

### 7. ДАВЛЕНИЕ С ВЫСОТЫ 9 м.

$$y = 9; h - y = 1; R_1 = 0,282 \cdot y^2 (h - y) = 22,842 \text{ т};$$

$$K = \frac{1}{2} \gamma y^3 = 546,75;$$

$$\operatorname{ctg} \theta = -\frac{1}{2} + \sqrt{1,248 - 2,503 \cdot \frac{20}{546,75}} = 0,575;$$

$$\theta = 60^\circ 5'; x = y \cdot \operatorname{ctg} \theta = 9 \cdot 0,575 = 5,175 > 4 < 8;$$

$$\theta - \varphi = 33^\circ 35'; \operatorname{tg} (\theta - \varphi) = 0,664.$$

По формуле:

$$R_2 = \left( \frac{1}{2} \gamma y^3 \operatorname{ctg} \theta + P \right) \operatorname{tg} (\theta - \varphi) = 222,03.$$

Попытки с плоскостями, наклоненными круче (которые сейчас рассмотрим), очевидно, дадут меньшие значения; так, для

$$\theta = 45^\circ + \frac{\varphi}{2}; R_2 = 217,94 < 222,03;$$

для  $x = 4 \text{ м}; R_2 = 217,0 < 222,03.$

Остается рассмотреть случай  $x = 8 \text{ м}:$

$$R_2 = \left( \frac{1}{2} \cdot 1,5 \cdot 8 \cdot 9^2 + 40 \right) \frac{9 - \frac{1}{8}}{1 + \frac{9}{8} \cdot \frac{1}{2}} = 210 \text{ т},$$

Итак:

$$R = 22,84 + 222,53 = 244,87 \text{ т}.$$

### 8. ДАВЛЕНИЕ С ВЫСОТЫ 10 м:

$$y = 10; 6h - y = 0; R_1 = 0; K = \frac{1}{2} \gamma \cdot 10^2 = 750;$$

$$\operatorname{ctg} \theta = -\frac{1}{2} + \sqrt{1,248 - 2,503 \cdot \frac{20}{750}} = 0,59;$$

$$\theta = 59^\circ 20'; \theta - \varphi = 32^\circ 50'; \operatorname{tg} (\theta - \varphi) = 0,645;$$

$$x = y \operatorname{ctg} \theta = 10 \cdot 0,59 = 5,9 > 4 < 8 \text{ м}.$$

По формуле для  $R_2$  имеем:

$$R_2 = (750 \cdot 0,59 + 2P) 0,645 = 298,31 \text{ т}.$$

Для более крутых плоскостей попытки излишни, интересно лишь выяснить, как функция около своего максимума слабо меняет свою величину при сравнительно больших пределах изменения аргумента.

Так, для  $\theta = 45^\circ + \frac{\varphi}{2}$  давление получается:

$$R_2 = 294,36 \text{ т};$$

для  $x = 4 \text{ м}; R_2 = 284,45 \text{ т}.$

Остается все же проверить попытки  $x = 8 \text{ м}$  и  $x = 12 \text{ м}$  как расположенные правее.

Для  $x = 8 \text{ м}:$

$$R_2 = \left( \frac{1}{2} \cdot 1,5 \cdot 8 \cdot 10^2 + 40 \right) \frac{10 - \frac{1}{8}}{1 + \frac{10}{8} \cdot \frac{1}{2}} = 295,32 \text{ т}.$$

Для  $x = 12$  м:

$$R_2 = \left( \frac{1}{2} \cdot 1,5 \cdot 12 \cdot 10^2 + 60 \right) \frac{10 - \frac{1}{2}}{1 + \frac{10 - \frac{1}{2}}{12 \cdot \frac{1}{2}}} = 225,90 \text{ м.}$$

Итак:

$$R = 298,31 \text{ м.}$$

Переходим теперь к построению эпюры напряжений, причем последнюю будем строить на всю ширину рассмотренной стенки, т. е. на 10 м. Ниже в таблице произведено вычисление разности давлений, на основании которых на фиг. 44 построена эпюра напряжений.

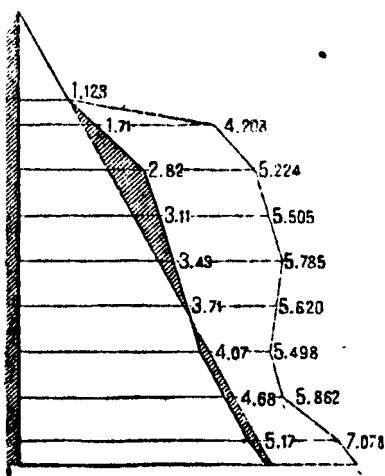
Высота $h$	Давление $R$	Разность давлений	Разность высот	Ординаты эпюры напряжений
2	11,28			
3	29,31	15,03	1	15,03
4	49,73	23,42	1	23,42
5	79,09	26,36	1	29,36
6	113,80	33,71	1	33,71
7	152,79	38,99	1	38,99
8	195,90	43,11	1	48,11
9	244,87	48,97	1	48,97
10	298,31	53,44	1	53,44

На той же фигуре пунктиром показана эпюра напряжений, взятая из примера (также с шириной 10 м), где боковое распространение влияния временной нагрузки не принималось во внимание условиями задания. Заштрихованная часть представляет собой добавок от влияния грузов к случаю ненагруженного сыпучего тела.

**Пример 21\*.** В предыдущем примере 20 давление  $R$  по расчетной ширине 10 м изменяется неравномерно (с большей интенсивностью в средней части, где имеет место влияние сосредоточенных сил).

Построить эпюру напряжений по высоте стенки с шириною 1 м, взяв ее в средней части.

**Указание.** Давление на 1 м в средней части определяем из выражения  $r = \frac{R_2}{y}$ , где  $R_2$  и  $y$  соответствуют друг другу. Процесс подсчета см. в таблице, при помощи которой построена эпюра напряжений, показанная на фиг. 45. Заштрихованная часть — влияние грузов от случая ненагруженного сыпучего тела.

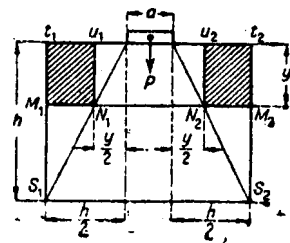


Фиг. 45.

Высота	Ширина $b$	Давление $R_2$	$r = \frac{R_2}{b}$	Разность $r_n - r_{n-1}$	Разность высот	Ордината эпюры
2	—	—	1,128			
3	3	8,54	2,84	1,71	1	1,71
4	4	22,66	5,66	2,82	1	2,82
5	5	43,84	8,77	3,11	1	3,11
6	6	73,20	12,20	3,43	1	3,43
7	7	111,33	15,91	3,71	1	3,71
8	8	159,80	19,98	4,07	1	4,07
9	9	222,03	24,66	4,68	1	4,68
10	10	298,31	29,83	5,17	1	5,17

Из рассмотрения фиг. 44 и 45 следует отметить большое влияние на уменьшение давления бокового распространения сосредоточенных нагрузок. В сопоставляемом с этим случаем примере, где не принималось во внимание бокового распространения давления, сказалось влияние первых двух грузов (резкое нарастание эпюры в верхней части от первого груза и в нижней части от второго груза). В разобранный же пример сказались лишь влияние первого груза.

**Пример 22\*.** Груз  $P$ , расположенный на сыпучем теле (фиг. 46 и 47), передается на некоторую площадь (малую). В развитие примера 20 установить расчетные формулы для этого случая.



Фиг. 46.

**Ответ.** Расчетную ширину надлежит принять равную высоте рассматриваемой стенки, сложенной с шириной  $a$ , через которую передается давление груза в направлении вдоль стенки (фиг. 46).

Так, на глубине  $y$  рас-

четную длину стенки примем  $y + a$ . Давление на заштрихованные части (общей шириною  $h - y$ ):

$$R_1 = \frac{1}{2} \gamma (h - y) y^2 \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right).$$

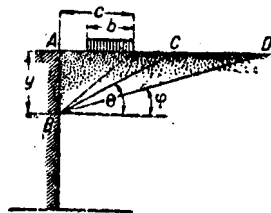
Давление в средней части шириной  $(y + a)$ :

$$R_2 = (K \operatorname{ctg} \Theta + P) \operatorname{tg} (\Theta - \varphi),$$

т. е. по форме уравнение прежнее, но под величиной  $K$  надлежит в данном случае считать выражение

$$K = \frac{1}{2} \gamma (y^3 + ay^3). \quad (7)$$

(Так как  $K$  по смыслу прежнее представляло собою вес треугольной призмы шириною, равной высоте рассматриваемой стенки.)



Фиг. 47.

Формула для  $\text{ctg } \Theta$  остается по виду, очевидно, прежней, т. е.

$$\text{ctg } \Theta = -\text{tg } \varphi + \sqrt{\frac{1}{\cos^2 \varphi} - \frac{2P}{K \sin 2\varphi}}.$$

В случае, если определенная по формуле  $\text{ctg } \Theta$  плоскость обрушения пересекает нагрузку в пределах ширины  $b$ , то в таком случае (имея в виду незначительное изменение функции около своего максимума) надлежит принять плоскость обрушения по линии  $Bq$  и определять давление по формуле (3), полагая  $x = c$ .

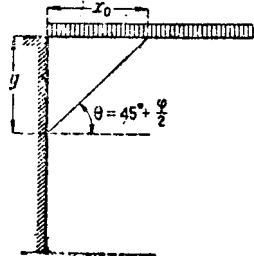
Во всех прочих частных случаях надлежит руководствоваться ранее установленным в отношении сосредоточенных сил.

**Пример 23\*.** Определить давление на стенку высотой  $h$  при наличии сплошной равномерной нагрузки, ограниченной ширины  $a$  вдоль стенки (фиг. 48), но неограниченно далеко простирающейся в перпендикулярном направлении, как например близкое к такому случаю давление железнодорожного поезда.

*Указание.* Подсчет давления  $R$  разбиваем на два слагающих  $R_1$  и  $R_2$ .

Разница против предыдущего примера будет в том, что здесь, очевидно, угол  $\Theta$  разыскивать не приходится, а он определяется общеизвестным выражением

$$\Theta = 45^\circ + \frac{\varphi}{2}$$



Фиг. 48.

по причине неограниченно далеко простирающейся нагрузки в направлении, перпендикулярном к стенке.

Для использования ранее установленных формул надлежит на место  $P$  подставить значение:

$$P = (\gamma h_0) \cdot a \cdot x_0 = \gamma h_0 a y \text{ctg } \Theta.$$

Таким образом:

$$\begin{aligned} R_2 &= (K \text{ctg } \Theta + P) \text{tg} (\Theta - \varphi) = \\ &= \left[ \left( \frac{1}{2} \gamma y^3 + \frac{1}{2} \gamma a y^2 \right) \cdot \text{ctg } \Theta + \gamma h_0 a y \text{ctg } \Theta \right] \text{tg} (\Theta - \varphi) = \\ &= \left( \frac{1}{2} \gamma y^3 + \frac{1}{2} \gamma a y^2 + \gamma h_0 a y \right) \cdot \text{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right). \end{aligned}$$

Со всей ширины  $(y + a)$  давление будет выражаться:

$$\begin{aligned} R &= R_1 + R_2 = \frac{1}{2} \gamma (h - y) y^2 \text{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) + \\ &+ \left[ \frac{1}{2} \gamma y^3 + \frac{1}{2} \gamma a y^2 + \gamma h_0 a y \right] \text{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right), \end{aligned}$$

которое может быть переписано в виде:

$$R = R_0 + \gamma h_0 a y \text{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right),$$

где через  $R_0$  обозначено выражение:

$$R_0 = \frac{1}{2} \gamma (h + a) y^2 \cdot \text{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right),$$

которое представляет собою, очевидно, давление ненагруженного сыпучего тела со всей расчетной ширины  $(h+a)$ .

Интересно сравнить результаты этих соображений с тем, что по этому поводу имеется в технических условиях проектирования и сооружения каменных мостов (издание НКПС).

По упомянутым нормам давление на единицу ширины устоя определяется выражением:

$$R' = \frac{1}{2} \gamma H (H + 2h_1) \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right), \quad (8)$$

где  $h_1 = \alpha h_0$  и коэффициент  $\alpha$  учитывает уменьшение давления от временной нагрузки в следствие бокового распространения давления последней.

Значение этих коэффициентов определяется в зависимости от высоты насыпи  $H$ . Для сравнений с выражением (8) давление  $R$  разделим на  $(h+a)$ , так как  $R$  установлено с ширины  $(h+a)$ :

$$\frac{R}{h+a} = r = \frac{1}{2} \gamma y^2 \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) + \gamma h_0 \frac{\alpha y}{h+a} \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right),$$

что может быть переписано в виде

$$r = \frac{1}{2} \gamma y (y + 2h') \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right),$$

где через  $h'$  обозначено  $\alpha h_0$ , причем

$$\alpha' = \frac{a}{h+a}.$$

Таким образом будем сравнивать коэффициенты  $\alpha'$  с  $\alpha$ .

Задаемся  $a = 2,7$  (длина шпалы).

Высота стенки  $h = 10$  м.

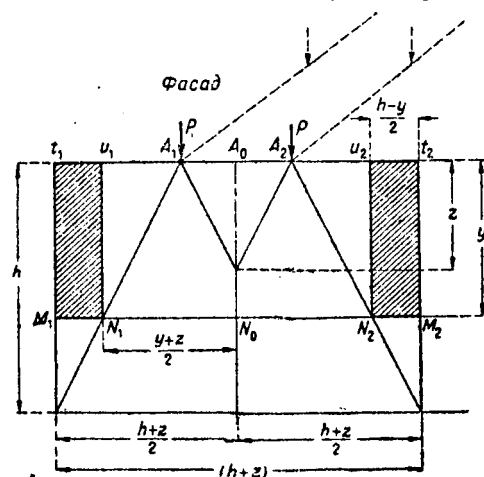
В нашем случае

$$\alpha' = \frac{a}{h+a} = \frac{2,7}{10+2,7} = 0,212.$$

Для того же примера по таблицам технических условий имеем  $\alpha = 0,42$ , т. е. технические условия дают против предполагаемого значительно увеличенное значение дополнительного давления от временной нагрузки.

При широких устоях эта разница будет еще больше по той причине, что на величину среднего давления (на единицу ширины) больше удел сказывается (в сторону снижения среднего давления) величина давления с боковых частей устоя, освобожденных от влияния временной нагрузки, тогда как обычно при пользования техническими условиями последнего не принимают во внимание, и вычисленное давление на 1 м ширины (справедливое лишь для средней части устоя) умножается на полную ширину устоя.

**Пример 24\*.** Определить давление на стенку высотой  $h$ , когда на поверхности земли находится два ряда сосредоточенных сил (фиг. 49).



Фиг. 49.

**Указание.** Для расчета разделим полную высоту стенки  $h$  на две части первая высоту до точки  $K$  пересечения прямых распространения и вторая



часть ниже этой точки. В пределах глубины  $z$ , очевидно, остаются в силе высказанные соображения в отношении одного ряда сил. Что касается нижней части, то выбираем расчетную длину стенки, равную  $(h+z)$  при условии введения в расчетные уравнения веса обоих рядов сосредоточенных сил, или расчетную длину стенки  $\frac{h+z}{2}$  при оперировании с одним рядом, а потом соответственно результаты удвоить.

Все установленные выше формулы напишутся следующим образом

(для ширины  $\frac{h+z}{2}$ ):

$$R_1 = \frac{1}{4} \gamma (h-y) y^2 \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right);$$

$$R_2 = [K \operatorname{ctg} \Theta + P] \operatorname{tg} (\Theta - \varphi),$$

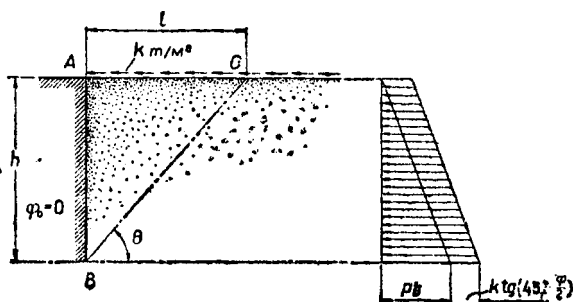
где

$$K = \frac{1}{2} \gamma y^2 \left( \frac{y+z}{2} \right) = \frac{1}{4} \gamma y^2 (y+z).$$

Формула для  $\operatorname{ctg} \Theta$  остается прежняя [формула (5)] с новым значением величины  $K$ .

Аналогичными соображениями можно решить задачу и при нескольких рядах сил, больших двух.

**Пример 25.** Определить направление плоскости сползания и построить эпюру напряжений для случая, указанного на фиг. 50, где на поверхности располагается горизонтальная временная нагрузка (силы торможения) интенсивностью  $k \text{ т/м}^2$ .



Фиг. 50.

**Решение.** В данном случае плоскость сползания отклоняется вправо от случая ненагруженного сыпучего тела. Для определения  $R_0$  используем выражение:

$$R_0 = G \frac{\sin (\Theta - \varphi)}{\cos (\Theta - \alpha - \varphi - \varphi_0)} + T = G \operatorname{tg} (\Theta - \varphi) + k \cdot l,$$

где  $l = h \cdot \operatorname{ctg} \Theta$ ;  $\angle \Theta$  определится из условия  $\frac{dR_0}{d\Theta} = 0$ .

При обычных силах торможения, встречающихся в практике, по расчету плоскость сползания слабо отклоняется от положения плоскости сползания, отвечающего случаю ненагруженного сыпучего тела, а потому полагают угол  $\Theta = 45^\circ + \frac{\varphi}{2}$ .

Тогда

$$R_0 = \frac{1}{2} \gamma h^2 \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) + k h \operatorname{tg} \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right);$$

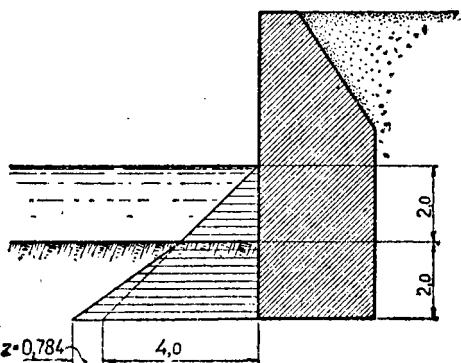
таким образом эпюра напряжений представится трапецией, изображенной на фиг. 50 справа.

**Пример 26.** Построить эпюру напряжений для передней грани полпорной стенки, указанной на фиг. 51. Грунт водопроницаемый:  $\varphi = 20^\circ$  и  $\gamma = 1,5$ .

**Ответ.** Эпюра приведена на фиг. 50, где

$$z = (\gamma - \alpha\gamma')htg^2\left(45^\circ - \frac{\varphi}{2}\right) = (1,5 - 0,7) \cdot 2 \cdot 0,7^2 = 0,784 \text{ м/м}^2,$$

где  $\alpha = 0,7$  — коэффициент пустотности грунта и  $\gamma' = 1$  — удельный вес воды.

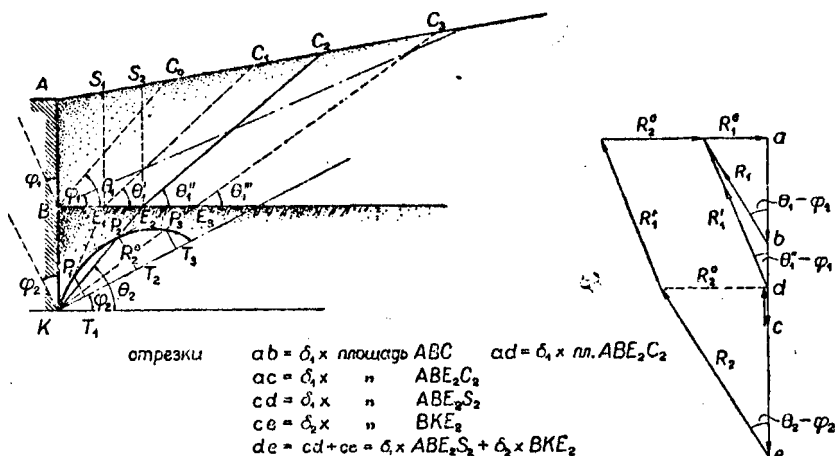


Фиг. 51.

**Пример 27\*.** Для прямой стенки, изображенной на фиг. 52, с засыпанным за ней разнородным сыпучим телом определить давление последнего. Данные грунтов: для верхнего — плотность  $\gamma_1$ , угол естественного откоса  $\varphi_1$ ; для нижнего — соответственно  $\gamma_2$  и  $\varphi_2$ , причем  $\varphi_2 > \varphi_1$ . Угол трения обоих сыпучих тел по стенке  $\varphi_0 = 0$ .

**Решение.** Для части стенки  $AB$  давление определяется обычным построением (Понселе). Что касается давления на грань  $BK$ , то, предполагая, что вся стенка выходит из равновесия, будем иметь сползание земляной

массы по плоскости  $KE_2$  в пределах нижнего грунта и  $E_2C_2$  — в пределах верхнего. Направление обеих плоскостей неизвестно. Предполагаем, что сползание земляной массы в пределах верхнего грунта по плоскости  $E_2C_2$  не изменит давления верхнего грунта на грань  $AB$  от определенного ранее,



Фиг. 52.

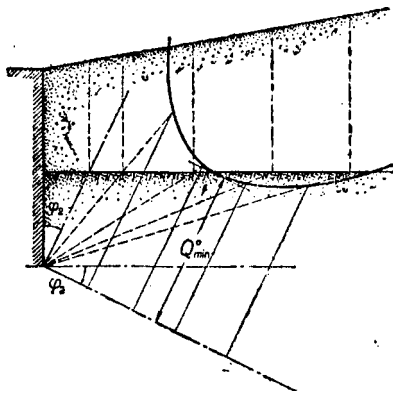
в силу чего силовые многоугольники для этой грани при сползаниях по плоскостям  $BC_0$  и  $E_2C_2$  определяют собою одно и то же значение давления  $R_1^0$  (см. план сил). По этой причине вся призма сползания  $AKE_2C_2$  (по плану сил — отрезок  $ae$ ) будет находиться в равновесии с силами  $R_1^0, R_2^0$ ,

$R_1'$  и  $R_2$ , как это указано на фиг. 52. Из рассмотрения этой фигуры следует, что величина  $R_2^0$  может быть определена из рассмотрения призмы  $AKE_2S_2$  (по плану сил — отрезок  $ae$ ). Таким образом определение  $R_2^0$  ничем не отличается от случая определения давления на стенку  $BK$ , когда на поверхности земли расположена временная нагрузка в виде сверху лежащего грунта.

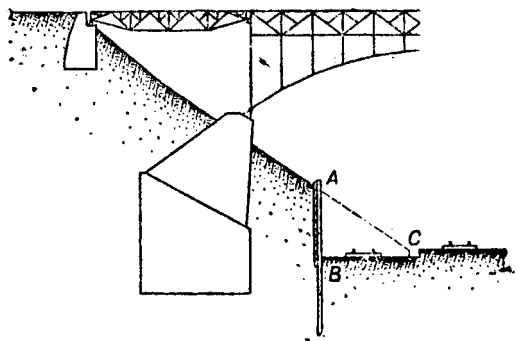
На фиг. 52 показано определение  $R_2^0$  графически (по Кулону), где по плоскости естественного откоса ( $\varphi_2$ ) отложены отрезки:  $KT_1$ , равные весу призмы  $AKE_1S_1$ ;  $KT_2$ , равные весу  $AKE_2S_2$ , и т. д. Точки  $P_1$ ,  $P_2$  и  $P_3$  на пересечении с предполагаемыми плоскостями сползания прямых  $T_1P_1$ ,  $T_2P_2$  и т. д., проводимых параллельно второй основной линии, определяют собой вершины отрезков  $R_2^0$ .

**Пример 28.** Для стенки, указанной в предыдущей задаче, определить величину отпора сыпучих тел.

*Указание.* В данном случае кривая Кулона имеет вогнутый вид (фиг. 53).



Фиг. 53.



Фиг. 54.

Влияние верхнего грунта на отпор нижнего представляется влиянием временной нагрузки в виде сверху лежащего грунта.

**Пример 29.** Для укладки временного пути требуется, как указано на фиг. 54, удалить части насыпи  $ABC$  с устройством заборчатой стенки  $AB$ . Требуется определить давление земли на сооружаемую стенку  $AB$ .

*Указание.* В пределах той высоты стенки, для которой плоскость сползания не сечет существующего устоя, давление определяется обычным приемом (определение этого предела высоты может быть сделано графически, см. пример 9).

При дальнейшем углублении в вес сползаемого клина вводится уменьшение такового от влияния существующего устоя.

Данная задача проще решается графически.

**Пример 30.** Определить давление зерна на стенку прямоугольного силоса (фиг. 55) размерами в плане  $2 \times 2$  м, общей высотой 20 м. Подсчитать давление зерна на днище силоса. Данные:  $\varphi = 25^\circ$ ,  $\gamma = 0,75$  т/м<sup>3</sup>.

*Решение.* Для давления  $n_s$  имеем выражение

$$n_s = k \frac{\gamma}{A} (1 - e^{-Ay}), \quad \text{где } A = \frac{u}{\omega} k \operatorname{tg} \varphi_0, \quad (9)$$

где:  $u$  — периметр сечения, равный  $4a$ ;  $\omega$  — площадь поперечного сечения, равная  $a \cdot a = a^2$ ;  $k$  — коэффициент, связывающий величину вертикального давления с горизонтальным  $n_s$  (т. е.  $n_s = kn$ ) и для которого принимают значение  $k = \text{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right)$  (как в случае простой вертикальной стенки).

Для  $\text{tg} \varphi_0$  возьмем значение 0,3, принимаемое для пшеницы.

Итак,

$$k = \text{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{25^\circ}{2} \right) = 0,406;$$

$$A = \frac{4a}{a^2} \cdot 0,406 \cdot 0,3 = 0,244$$

$$n_s = \frac{0,406 \cdot 0,75}{0,244} \cdot (1 - e^{-0,244y}) = 1,245 (1 - e^{-0,244y}).$$

Давая  $y$  различные значения, подсчитываем по указанной формуле значения  $n_s$ , эпюра которых и представлена на фиг. 56. Следует заметить, что, при  $y = \infty$ ,  $n_s$

имеет предел  $n'_s = 1,245 (1 - e^{-\infty}) = 1,245 \text{ т/м}^2$ ; при высоте  $y = 20 \text{ м}$  мы уже близко подошли к этой цифре.

Давление на дно определится из выражения

$$P = n \cdot \omega = \frac{n_s}{k} \omega,$$

где  $n_s$  соответствует  $y = h$ .

Таким образом

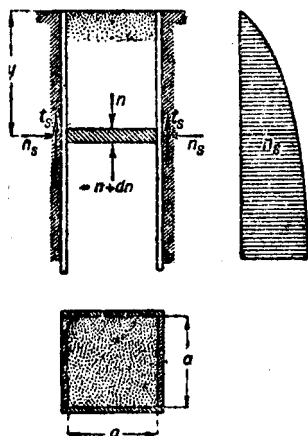
$$P = \frac{1,235}{0,406} \cdot 4 = 12,22 \text{ т.}$$

Полный вес зерна в силосе  $\omega \cdot h \gamma = 4 \cdot 20 \cdot 0,75 = 60 \text{ т}$ , следовательно благодаря силам трения по стенкам силоса давление на дно составляет лишь 23,7% от полного веса зерна.

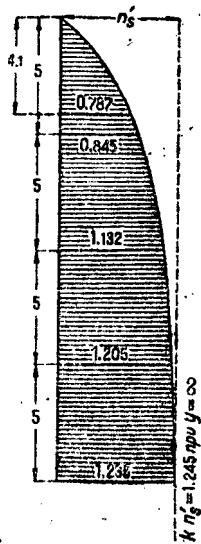
**Пример 31\*.** Определить давление зерна на две сближенные стенки, наклоненные друг к другу на угол  $2\alpha$ , как указано на фиг. 57.

**Указание.** Уравнение равновесия выделяемого элементарного объема (длиною единица):

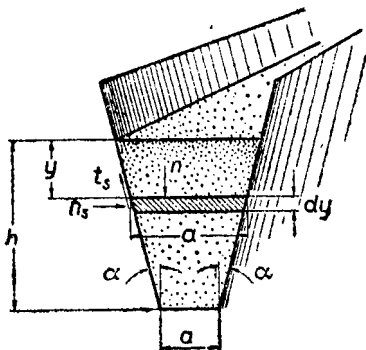
$$-n \cdot a + (n + dn)a - b \cdot a \cdot dy + 2t_s \frac{dy}{\cos \alpha} \cdot \cos \alpha = 0,$$



Фиг. 55.



Фиг. 56.



Фиг. 57.

где

$$t_s = n_s \frac{\sin(\alpha + \varphi_0)}{\cos \varphi_0} \text{ и } a = a_0 + 2(h - y) \operatorname{tg} a.$$

## § 2. Случай идеального сцепления (отсутствие трения)

**Пример 32.** Определить давление земли на вертикальную стенку высотой  $h$  при наличии горизонтальной поверхности земли (фиг. 58). Сила сцепления на единицу площади поверхности сползания задана в  $k \text{ т/м}^2$ . Задачу решить в предположении плоской поверхности сползания.

*Решение.* Исходя из предельного равновесия клина  $ABC$  (фиг. 58а), проектируя все силы на плоскость  $BC$ , имеем условие равновесия в виде

$$R_0 \cdot \cos \Theta - G \cdot \sin \Theta + K = 0.$$

Заменяя

$$G = \frac{1}{2} \gamma h^2 \cdot \operatorname{ctg} \Theta; \quad K = k \cdot \overline{BC} = k \frac{h}{\sin \Theta},$$

имеем

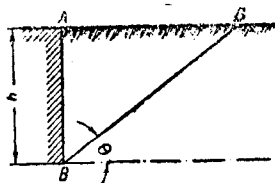
$$R_0 = \frac{1}{2} \gamma h^2 - \frac{2kh}{\sin 2\Theta},$$

откуда очевидно, что  $R_0$  приобретает максимальное значение при  $\Theta = 45^\circ$ , т. е. невыгоднейшая плоскость сползания наклонена к горизонту под углом в  $45^\circ$ .

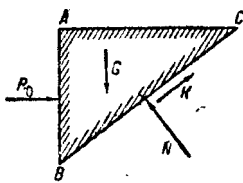
Окончательно

$$R_0 = \frac{1}{2} \gamma h^2 - 2kh. \quad (10)$$

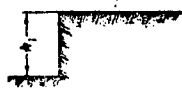
**Пример 33.** Определить предельную (критическую) высоту  $h_1$  (фиг. 59) земли, имеющей идеальное сцепление, при которой она может стоять само-



Фиг. 58.



Фиг. 58а.



Фиг. 59.

стоятельно свободной вертикальной стеной, не требуя ограждающей поверхности.

*Решение.* Для такой высоты по формуле (10) должно иметь

$$R_0 \leq 0,$$

т. е.

$$\frac{1}{2} \gamma h_1^2 - 2kh_1 = 0;$$

откуда

$$h_1 = \frac{4k}{\gamma}. \quad (11)$$

**Пример 34.** Вычислить сцепление грунта, если известно, что он обладает свойством стоять свободной вертикальной стеной при высоте 3,0 м.

Объемный вес грунта равен  $1,6 \text{ т/м}^2$ .

Указание. Из выражения  $h_1 = \frac{4k}{\gamma}$  имеем

$$k = \frac{\gamma h_1}{4} = 1,2 \text{ т/м}^2.$$

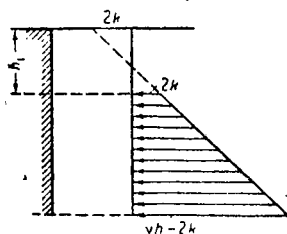
**Пример 35.** Для вертикальной стенки, указанной в примере 32, построить эпюру напряжений грунта по высоте стенки. Задачу решить в предположении, что сила сцепления на единицу площади не зависит от высоты (условно), т. е. остается постоянной.

*Решение.* Из выражения  $p = \frac{\partial R_0}{\partial h}$  имеем

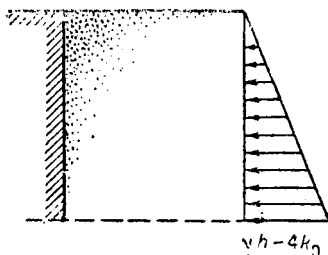
$$p = \gamma h - 2k; \quad (12)$$

пользование этим выражением должно начаться с высоты  $h_1 = \frac{4k}{\gamma}$ , так как высота стенки  $h_1$  совершенно освобождена от давления (см. пример 33).

Эпюра представлена на фиг. 60.



Фиг. 60.



Фиг. 61.

**Пример 36.** Построить эпюру напряжений грунта по высоте стенки при условиях примера 32 в предположении, что сцепление земли по высоте изменяется прямолинейно по выражению:

$$k = k_0 \frac{y}{h},$$

где  $k_0$  — сцепление для высоты  $h$ , а  $k$  — сцепление на высоте  $y$  от поверхности земли.

*Решение.* Из выражения:

$$R_0 = \frac{1}{2} \gamma y^2 - 2ky,$$

подставляя в него  $k = k_0 \frac{y}{h}$ , имеем

$$p = \frac{\partial R_0}{\partial y} = \gamma y - \frac{4k_0}{h} y = \left( \gamma - \frac{4k_0}{h} \right) y.$$

Вид эпюры показан на фиг. 61.

**Пример 37\*.** Построить эпюру напряжений для стенки предыдущей задачи, предполагая, что до критической высоты  $h_1$  сцепление  $k$  изменяется по закону  $k = k_1 \frac{y}{h_1}$ , а ниже высоты  $h_1$  — остается постоянным и равным  $k_1$ .

Решение. В пределах высоты  $h_1$  имеем:

$$R_0 = \frac{1}{2} \gamma y^2 - 2ky = \frac{1}{2} \gamma y^2 - 2k_1 \frac{y^2}{4k_1} = 0,$$

т. е. в пределах всей высоты  $h_1$  давление по высоте отсутствует.

Ниже высоты  $h_1$  имеем

$$R_0 = \frac{1}{2} \gamma y^2 - 2k_1 y = \frac{1}{2} \gamma (h_1 + y_1)^2 - 2k_1 (h_1 + y_1) = \frac{1}{2} \gamma (h_1 + y_1) y_1;$$

$$p = \frac{\partial R_0}{\partial y_1} = \frac{1}{2} \gamma h_1 + \gamma y_1.$$

Эпюра напряжений (фиг. 62), построенная по найденному выражению, в точности совпадает с эпюрой, изображенной на фиг. 60 (заменить число  $k$  на число  $k_1$ ).

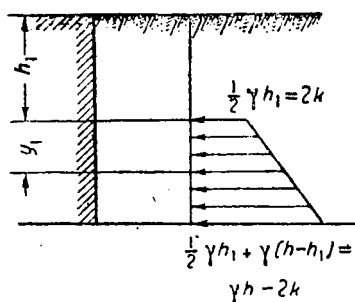
**Пример 38\*.** В развитие предыдущей задачи построить эпюру напряжений для следующего случая закономерностей в изменении сцепления  $k$ .

а) В пределах критической высоты  $h_1$  сцепление  $k = k_1 \frac{y}{h_1}$ , где  $k_1$  — сцепление для высоты  $h_1$ .

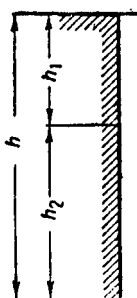
б) Ниже критической высоты:

$$k = k_1 \left(1 + \frac{y_1}{a}\right),$$

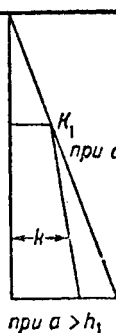
где  $a$  — постоянное число.



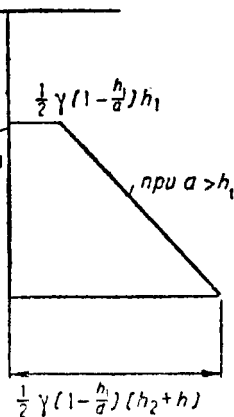
Фиг. 62.



Фиг. 63.



Фиг. 63а.



Фиг. 63б.

На фиг. 63а показан график изменения  $k$ .

Рассмотреть случаи:

$$a = h_1$$

(закономерность изменения  $k$  та же, что в пределах высоты  $h_1$ );

$$a > h_1$$

(замедленный рост).

**Ответ.** На фиг. 63б показаны две возможные эпюры напряжений.

**Вопрос** (по предыдущей задаче). Возможен ли случай, что  $a < h_1$ , т. е. ниже высоты  $h_1$  сцепление нарастает более интенсивно, чем нарастало в пределах критической высоты?

**Ответ.** Нет.

**Пример 39.** Определить давление земли для случая, когда на поверхности земли располагается сплошная равномерно распределенная нагрузка интенсивностью  $q \text{ т/м}^2$  (фиг. 64).

*Указание.* Рассуждая аналогично примеру 32, имеем уравнение равновесия в виде:

$$R_0 \cos \Theta - (G + P) \cdot \sin \Theta + K = 0.$$

Заменяя  $P = qh \cdot \text{ctg} \Theta$  и проделывая те же операции, что в примере 32, имеем

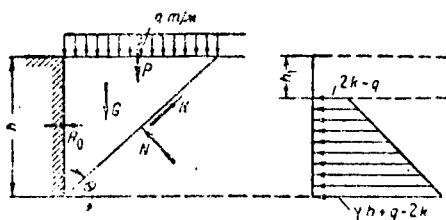
$$\Theta = 45^\circ,$$

т. е. наличие временной нагрузки не изменило положения опасной плоскости сползания.

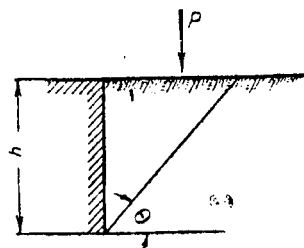
Окончательно

$$R_0 = \frac{1}{2} \gamma h^2 + qh - 2kh. \quad (13)$$

**Пример 40.** Определить критическую высоту  $h_1$  земли, при которой она может стоять самостоятельно свободной вертикальной стеной, имея на своей поверхности сплошную нагрузку  $q \text{ т/м}^2$ .



Фиг. 64.



Фиг. 65.

**Ответ.**

$$h_1 = \frac{4k}{\gamma} - \frac{2q}{\gamma}, \quad (14)$$

т. е. наличие временной нагрузки уменьшает критическую высоту откоса.

**Пример 41.** Для примера 39 построить эпюру напряжений, исходя из предположения, что  $k$  постоянно и не зависит от высоты.

**Ответ.**

$$p = \gamma y + q - 2k.$$

На фиг. 64 показана эпюра напряжений.

**Пример 42.** Вычислить сцепление грунта, который стоит самостоятельно отвесной стеной при высоте  $h = 1,0 \text{ м}$ , имея на своей горизонтальной поверхности нагрузку  $q = 2,0 \text{ т/м}^2$ . Объемный вес грунта  $\gamma = 1,6 \text{ т/м}^3$ .

**Ответ.**

$$k = \frac{\gamma h_1}{4} + \frac{q}{2} = 1,4 \text{ т/м}^2.$$

**Пример 43.** Определить давление на стенку высотой  $h$  (фиг. 65) для случая расположения на поверхности сосредоточенного груза  $P$ , предполагая, что он попадает на призму сползания, а поверхность сползания считать плоской.



*Решение.* Условие равновесия дает (проектируя на плоскость сползания):

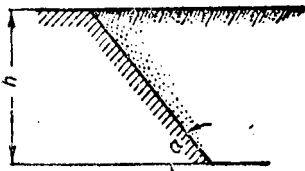
$$R_0 = (G + P) \operatorname{tg} \Theta - \frac{2kh}{\sin 2\Theta} = \frac{1}{2} \gamma h^2 + P \operatorname{tg} \Theta - \frac{2kh}{\sin 2\Theta}; \quad (15)$$

$$\frac{\partial R_0}{\partial \Theta} = \frac{P}{\cos^2 \Theta} + \frac{4kh \cos 2\Theta}{\sin^2 2\Theta} = 0,$$

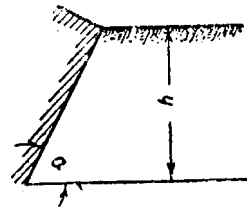
откуда

$$\sin \Theta = \frac{1}{\sqrt{2 - \frac{P}{kh}}}. \quad (15a)$$

Наличие сосредоточенной силы изменяет положение опасной плоскости сползания против случая ненагруженной земли.



Фиг. 66.



Фиг. 67.

Давление  $R_0$  определится по выражению (15) при известном угле  $\Theta$ .

**Пример 44\*.** Определить давление земли на наклонную стенку, показанную на фиг. 66.

**Ответ.**

$$\Theta = \frac{\pi - \alpha}{2},$$

$$R_0 = \frac{1}{2} \gamma h^2 \operatorname{ctg}^2 \frac{\alpha}{2} - 2kh \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}.$$

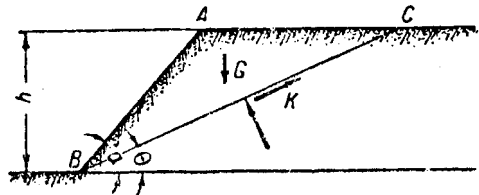
**Пример 45\*.** Определить давление земли на наклонную стенку, показанную на фиг. 67.

**Ответ.**

$$\Theta = \frac{\alpha}{2},$$

$$R_0 = \frac{1}{2} \gamma h^2 \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} - 2kh \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}.$$

**Пример 46.** Определить необходимое сцепление, которым должна обладать земля, чтобы плоский откос, наклоненный к горизонту под углом  $\alpha$ , мог свободно без подержания, стоять высотой  $h$  (фиг. 68).



Фиг. 68.

*Решение.* Здесь можно воспользоваться результатом примера 45, положив  $R_0 = 0$  и определив соответствующее  $k$ . При отсутствии под руками готового решения примера 45 поставленная задача решается и самостоятельно.

Рассматривая предельное равновесие клина  $ABC$ , имеем (проектируя на плоскость сползания):

$$-G \cdot \sin \Theta + K = 0$$

(здесь  $R_0$  с самого начала полагать отсутствующим).

Условие устойчивости будет обеспечено, если:

$$K \geq G \cdot \sin \Theta$$

или

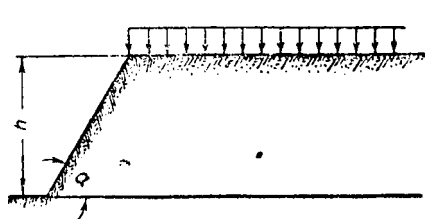
$$\frac{kh}{\sin \Theta} \geq \frac{\gamma h^2}{2} \left[ \frac{1}{\operatorname{tg} \Theta} - \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} \right] \cdot \sin \Theta.$$

После тригонометрических преобразований имеем:

$$k \geq \frac{\gamma h^2}{2} \frac{\sin \Theta \cdot \sin (\alpha - \Theta)}{\sin \alpha}.$$

Невыгоднейшим случаем следует считать сползание по той плоскости, которой отвечает наибольшее значение  $k$  (так как нас именно и интересует это значение  $k$ ):

$$\frac{\partial k}{\partial \Theta} = \cos \Theta \cdot \sin (\alpha - \Theta) - \cos (\alpha - \Theta) \cdot \sin \Theta = 0,$$



Фиг. 69.

откуда

$$\Theta = \frac{\alpha}{2}.$$

При этом наклоне плоскости сползания сцепление (после преобразований):

$$k = \frac{\gamma h}{4} \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}. \quad (16)$$

**Пример 47 (обратный).** Определить критическую высоту откоса  $h_1$ , наклоненного к горизонту под достаточно круглым углом  $\alpha$ , при каковой высоте откос не сползет и не потребуются ограждающих стенок.

Сцепление грунта  $k$ . Объемный вес  $\gamma$ .

Ответ.

$$h_1 = \frac{4k}{\gamma} \cdot \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}. \quad (17)$$

**Пример 48.** Определить, при каком угле  $\alpha$  может свободно стоять откос высотой  $h$  без подпорки, имея сцепление  $k$  и объемный вес  $\gamma$ .

Ответ.

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{4k}{\gamma h}. \quad (18)$$

**Пример 49.** Определить критическую высоту откоса, наклоненного к горизонту под углом  $\alpha$  и несущего на верхней горизонтальной поверхности временную нагрузку интенсивностью  $q$  т/м<sup>2</sup> (фиг. 69).

Указание. Аналогично решению примера 48 имеем:

$$-(G + P) \sin \Theta + K = 0,$$

где

$$P = qh \left( \frac{1}{\operatorname{tg} \Theta} - \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} \right).$$

Условие

$$\frac{\partial k}{\partial \Theta} = 0$$

определяет попережнему

$$\Theta = \frac{\alpha}{2}.$$

Окончательно имеем:

$$h = \frac{4k}{\gamma} \cdot \operatorname{ctg} \frac{\Theta}{2} - \frac{2q}{\gamma}. \quad (19)$$

**Пример 50** (обратный). Откос, наклоненный к горизонту под достаточно крутым углом  $\alpha$ , не сползает, имея на своей поверхности временную нагрузку  $q \text{ т/м}^2$ . Определить величину сцепления с единицы площади.

Ответ.

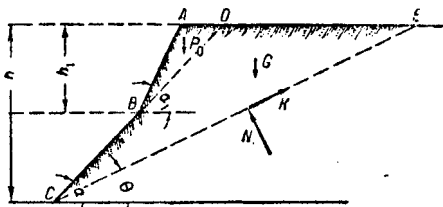
$$k = \frac{\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}{4k} (\gamma h + 2q).$$

**Пример 51\***. Определить критическую высоту  $h$  ломаного откоса, изображенного на фиг. 70.

Устойчивость верхней крутой части откоса в пределах высоты  $h_1$  считать обеспеченной и поверху произвести на отсутствие сползания откоса в целом. Поверхность сползания попережнему считать плоской.

Данные:  $h_1 = 2 \text{ м}$ ;  $\alpha = 50^\circ$ ;  $\alpha_1 = 70^\circ$ ,  $k = 1 \text{ т/м}^2$  (на высоте  $h$ );  $\gamma = 1,6 \text{ т/м}^3$ .

**Решение.** Продолжим направление  $BC$  до пересечения с верхним горизонтальным откосом (точка  $D$ ), и возможный вес сползающего клина  $ABCE$  разобьем на две части: вес  $P_0$  (клин  $ABD$ ) и вес  $G$  (клин  $CDE$ ). Первый ( $P_0$ ) не зависит от угла  $\Theta$ , а второй ( $G$ ) является прямой функцией его.



Фиг. 70.

Условие равновесия запишется в виде:

$$-(P_0 + G) \sin \Theta + k \frac{h}{\sin \Theta} = 0. \quad (a)$$

Заменяя

$$G = \frac{\gamma h^2}{2} \left[ \frac{1}{\operatorname{tg} \Theta} - \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} \right] = \frac{\gamma h^2}{2} \cdot \frac{\sin(\alpha - \Theta)}{\sin \alpha \cdot \sin \Theta},$$

имеем

$$k = \frac{\gamma h \sin(\alpha - \Theta)}{2 \sin \alpha} \cdot \sin \Theta + \frac{P_0}{h} \sin^2 \Theta. \quad (6)$$

Условие  $\frac{\partial k}{\partial \Theta} = 0$  после преобразований дает:

$$\operatorname{ctg} 2\Theta = \operatorname{ctg} \alpha - \frac{2P_0}{\gamma h^2}, \quad (20)$$

а из выражения (a) имеем для критической высоты:

$$h = \frac{k \cdot \sin \alpha}{\gamma \cdot \sin(\alpha - \Theta) \sin \Theta} \pm \sqrt{\left[ \frac{k \cdot \sin \alpha}{\gamma \cdot \sin(\alpha - \Theta) \sin \Theta} \right]^2 - \frac{2P_0 \sin^2 \Theta \cdot \sin \alpha}{\gamma \cdot \sin(\alpha - \Theta)}}. \quad (21)$$

В нашем случае

$$\operatorname{ctg} \alpha = 0,839, \text{ длина } AD = h_1 (\operatorname{tg} 40^\circ - \operatorname{tg} 20^\circ) = 2 \cdot (0,839 - 0,364) = 0,95 \text{ м.}$$

Вес

$$P_0 = \overline{AD} \cdot \frac{1}{2} h \cdot \gamma = 0,95 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1,6 = 1,52 \text{ м},$$

$$\operatorname{ctg} 2\theta = 0,839 - \frac{2 \cdot 1,52}{1,6 \cdot 1,60} = 0,839 - 0,019 = 0,820,$$

что соответствует

$$2\theta = 50^\circ 40'; \quad \theta = 25^\circ 20'.$$

Из выражения (21) имеем:

$$h = \frac{1,0,766}{1,6 \cdot 0,417 \cdot 0,428} \pm \sqrt{\frac{2,69^2 - \frac{2 \cdot 1,52 \cdot 0,428 \cdot 0,766}{1,6 \cdot 0,417}}{1,6 \cdot 0,417}} =$$

$$= 2,69 \pm 2,39 = 5,08 \text{ м}$$

(второе значение отбрасываем).

**Вопрос.** Какому сцеплению  $k_1$  соответствует устойчивость верхнего крутого откоса в предыдущей задаче?

**Ответ.** Устойчивость более крутого верхнего откоса будет обеспечена, если:

$$k_1 \geq \frac{\gamma h_1}{4} \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha_1}{2} = \frac{1,6 \cdot 2}{4} \cdot \operatorname{tg} \frac{70^\circ}{2} = 0,56 \text{ м/м}^2.$$

Если на высоте  $h_1 = 2 \text{ м}$  грунт может иметь сцепление не более, а менее  $0,56 \text{ м/м}^2$ , то верхний откос в пределах высоты  $h_1 = 2 \text{ м}$  сползет.

**Пример 52\*.** Определить критическую высоту  $h$  ломаного откоса (фиг. 71) при заданных углах  $\alpha$  и  $\alpha_1$  и при наличии временной нагрузки на поверхности в  $q \text{ м/м}^2$ .

**Решение.** Из решения примеров 49 и 51 очевидно, что для угла наклона плоскости сползания будем иметь выражение:

$$\operatorname{ctg} 2\theta = \operatorname{ctg} \alpha - \frac{2P_0}{\gamma h^2},$$

но под  $P_0$  надлежит понимать выражение:

$$P_0 = \frac{1}{2} \gamma h_1^2 \left[ \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} - \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha_1} \right] + q \cdot \overline{AD} = \left( \frac{1}{2} \gamma h_1^2 + q h_1 \right) \left( \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} - \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha_1} \right).$$

Уравнение равновесия откоса запишется в виде:

$$-\left[ P_0 + \left( \frac{\gamma h^2}{2} + q h \right) \left( \frac{1}{\operatorname{tg} \theta} - \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} \right) \right] \cdot \sin \theta + \frac{k h}{\sin \theta} = 0.$$

Откуда для высоты  $h$  имеем [при  $\theta$ , определяемом выражением (а), и при  $k$  — наибольшем]:

$$h = \left( -\frac{q}{\gamma} + \frac{k}{2\gamma \sin^2 \theta} \right) \pm \sqrt{\left( -\frac{q}{\gamma} + \frac{k}{2\gamma \sin^2 \theta} \right)^2 - \frac{2P_0}{\gamma(\operatorname{ctg} \theta - \operatorname{ctg} \alpha)}}. \quad (22)$$

**Пример 53\*.** Определить критическую высоту для ломаного откоса, изображенного на фиг. 72, и при наличии временной нагрузки  $q = 2 \text{ м/м}^2$ . Устойчивость двух верхних крутых граней откоса предполагать обеспеченной.

Данные:  $h_1 = 1,0$  м,  $h_2 = 3$  м,  $\alpha_1 = 65^\circ$ ,  $\alpha_2 = 55^\circ$ ,  $\alpha_3 = 45^\circ$ ; сцепление в расчете принять  $k = 2$  т/м<sup>2</sup>.

**Указание.** При подсчете критической высоты откоса надлежит пользоваться формулой (22; при определении угла  $\Theta$  — формулой (20), понимая под  $P$  вес земли с временной нагрузкой, показанные на фиг. 72 заштрихованными.

**Пример 54.** На горизонтальной верхней поверхности земли приложены горизонтальные силы торможения интенсивностью  $t$  т/м<sup>2</sup>. Определить положение плоскости сползания и величину давления на стенку (фиг. 73а).

**Решение.** Условие равновесия (проектируя на плоскость сползания) имеет вид:

$$R_0 \cdot \cos \Theta - G \cdot \sin \Theta - th \cdot \text{ctg} \Theta \cdot \cos \Theta + \frac{kh}{\sin \Theta} = 0,$$

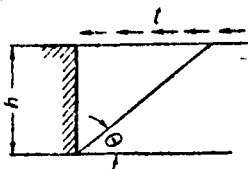
откуда

$$R_0 = \frac{1}{2} \gamma h^2 + th \cdot \text{ctg} \Theta - \frac{2kh}{\sin 2\Theta}.$$

Для определения угла  $\Theta$  имеем  $\frac{\partial R_0}{\partial \Theta} = 0$ ,  
откуда (после преобразований):

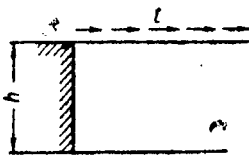
$$\cos \Theta = \frac{1}{\sqrt{2 - \frac{t}{k}}}. \quad (23)$$

(Наличие сил торможения заставляет пойти наименее выгодную плоскость сползания положе.)



Фиг. 73а.

**Пример 55.** Подсчитать величину напора при наличии сил торможения, имеющих направление в сторону от стены (фиг. 73б). Сравнить со случаем давления ненагруженного земляного тела.



Фиг. 73б.

Данные:  $h = 8$  м,  $\gamma = 1,6$  т/м<sup>3</sup>,  $k = 1,2$  т/м<sup>2</sup>.

**Ответ.**

$$\cos \Theta = \frac{1}{\sqrt{2 + \frac{t}{k}}} = \frac{1}{\sqrt{2 + \frac{0,6}{1,2}}} = 0,633; \quad \Theta = 50^\circ 40'$$

против  $45^\circ$  при отсутствии сил торможения (т. е. наличие сил торможения в данном случае подняло наименее выгодную плоскость сползания):

$$R_0 = \frac{1}{2} \gamma h^2 - \frac{2kh}{\sin 2\Theta} - th \cdot \text{ctg} \Theta = \frac{1}{2} \cdot 1,6 \cdot 8^2 - \frac{2 \cdot 1,2 \cdot 8}{0,931} - 0,6 \cdot 8 \cdot 0,819 = 26,6 \text{ т.}$$

При отсутствии сил торможения  $R_0 = \frac{1}{2} \gamma h^2 - 2kh = 32$  т.

**Пример 56.** Вычислить погрешность, если при данных предыдущей задачи вычислить давление, предполагая наклон плоскости сползания таким же, как при отсутствии сил торможения, т. е.  $\Theta = 45^\circ$ .

Ответ. При  $\Theta = 45^\circ$ ,  $R_0 = \frac{1}{2} \gamma h^2 - 2kh - th = 32 - 0,6 \cdot 8 = 27,2 \text{ м}$ .

Погрешность:  $\frac{27,2 - 26,6}{20,6} \cdot 100 \approx 2\%$ .

**Пример 57.** Вычислить критическую высоту для отвесного откоса при наличии сил торможения на верхней поверхности откоса и направленных к обрыву откоса.

Ответ.

$$h_1 = \frac{4k}{\gamma} - \frac{2t}{\gamma}$$

**Пример 58.** При данных примера 32 определить величину сопротивления грунта выпиранию (для случая предельного равновесия).

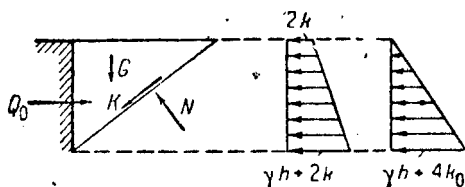
*Решение.* В данном случае (фиг. 74) сила сцепления будет направлена в другую сторону, и новые выражения будут отличаться от прежних (пример 32) переменной знака у сцепления.

Уравнения равновесия имеют вид:

$$Q_0 \cos \Theta - G \cdot \sin \Theta - K = 0,$$

откуда

$$Q_0 = \frac{1}{2} \gamma h^2 + \frac{2kh}{\sin 2\Theta}.$$



Фиг. 74.

Фиг. 74а.

Фиг. 74б.

Наименьшее (а нас в данном случае должно интересовать именно наименьшее, а не наибольшее сопротивление земли) значение отпора будет при  $\Theta = 45^\circ$  (плоскость выпирания и плоскость сползания совпадают для случая идеального землистого тела, т. е. в случае отсутствия сил трения).

Величина отпора

$$Q_0 = \frac{1}{2} \gamma h^2 + 2kh. \quad (24)$$

**Пример 59.** Изобразить изменение интенсивности сил отпора по высоте стенки из предыдущего примера, предполагая сцепление  $k$  не зависящим от высоты.

Ответ.

$$q = \frac{\partial Q_0}{\partial h} = \gamma h + 2k. \quad (25)$$

Эпюра показана на фиг. 74а.

**Пример 60\*.** Найти уравнение эпюры напряжений пассивных сил сопротивления грунта, если сцепление  $k$  изменяется по высоте по следующему уравнению:  $k = k_0 \frac{y}{h}$ , где  $k_0$  — сцепление на глубине  $h$ .

Ответ.

$$q = \left( \gamma + \frac{4k_0}{h} \right) y.$$

Графически указанная закономерность изображена на фиг. 74б.

**Пример 61\*.** Вычислить силу отпора грунта (фиг. 74) при наличии на поверхности земли временной нагрузки интенсивностью  $q \text{ т/м}^2$ .

Ответ. Наклон плоскости выпирания попрежнему  $\Theta = 45^\circ$ . Величина отпора

$$Q_0 = \frac{1}{2} \gamma h^2 + qh + 2kh. \quad (26)$$

### § 3. Совместное действие трения и сцепления

**Пример 62.** Для случая вертикально гладкой стенки (фиг. 75) определить давление земли с высоты  $h$ .

Данные грунта: угол внутреннего трения  $\varphi$ , сцепление  $k$  и плотность  $\gamma$ .

*Решение.* Исходим из предположения плоской поверхности скольжения. По плоскости скольжения в отличие от аналогичного примера действуют: нормальное давление  $N$ , сила трения  $T$  и сила сцепления  $K$ . Нормальное давление  $N$  вместе с силой трения  $T$  для случая предельного равновесия составляют равнодействующую  $S$ , которая отклоняется от нормали к плоскости скольжения на угол трения  $\varphi$  (фиг. 75).

Условие равновесия запишем, проектируя все силы на ось, перпендикулярную к силе  $S$ :

$$R_0 \cos(\Theta - \varphi) - G \sin(\Theta - \varphi) + K \cdot \cos \varphi = 0.$$

Заменяя

$$G = \frac{1}{2} \gamma h^2 \operatorname{ctg} \Theta, \quad K = \dots$$

имеем

$$R_0 = \frac{1}{2} \gamma h^2 \operatorname{ctg} \Theta \cdot \operatorname{tg}(\Theta - \varphi) - \frac{k h \cdot \cos \varphi}{\sin \Theta \cdot \cos(\Theta - \varphi)}.$$

Для определения угла  $\Theta$  используем условие  $\frac{\partial R_0}{\partial \Theta} = 0$ , раскрывая которое и решая, имеем:

$$\Theta = 45^\circ + \frac{\varphi}{2}. \quad (27)$$

Окончательно

$$R_0 = \frac{1}{2} \gamma h^2 \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) - 2 k h \operatorname{tg} \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right). \quad (28)$$

**Пример 63.** Подсчитать давление глинистого грунта на стенку высотой  $h = 10$  м и сравнить величину давления с результатами расчета по идеально сыпучему телу и в случае наличия одного только сцепления.

Дано: угол внутреннего трения  $9^\circ 30'$ , сцепление  $k = 190$  кг/м<sup>2</sup>, плотность  $\gamma = 1,6$  т/м<sup>3</sup>, угол естественного откоса  $\varphi_1 = 45^\circ$ .

**Ответ.** Для случая одновременного учета трения и сцепления:

$$\begin{aligned} R_0 &= \frac{1}{2} \cdot 1,6 \cdot 10^2 \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{9^\circ 30'}{2} \right) - 2 \cdot 0,190 \cdot 10 \cdot \operatorname{tg} \left( 45^\circ - \frac{9^\circ 30'}{2} \right) = \\ &= 57,256 - 3,215 = 54,041 \text{ м}; \end{aligned}$$

для случая идеального сыпучего тела:

$$R_0 = \frac{1}{2} \cdot 1,6 \cdot 10^2 \cdot \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{45^\circ}{2} \right) = 13,712 \text{ м};$$

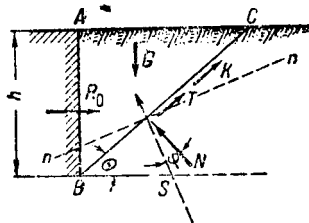
для случая идеального сцепления:

$$R_0 = \frac{1}{2} \cdot 1,6 \cdot 10^2 - 2 \cdot 0,190 \cdot 10 = 80 - 3,80 = 76,20 \text{ м}.$$

**Пример 64.** Определить критическую высоту  $h_1$ , при которой земля может свободно стоять отвесной стеной без поддержки.

**Ответ.**

$$h_1 = \frac{4k}{\gamma} \cdot \operatorname{ctg} \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right). \quad (29)$$



Фиг. 75.

**Пример 65.** Для примера 62 построить эпюру напряжений в предположениях: 1) в случае, если сцепление  $k$  постоянно по высоте, и 2) в случае переменного, изменяющегося по высоте по закону прямой линии, т. е.

$$k = k_0 \frac{y}{h},$$

где  $k_0$  — сцепление на высоте  $h$ .

**Ответ.** Для  $k$  постоянного:

$$p = \gamma \cdot y \cdot \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) - 2k \operatorname{tg} \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right); \quad (29a)$$

для  $k$  переменного:

$$p = \gamma \cdot y \cdot \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) - \frac{4k_0}{h} \cdot y \cdot \operatorname{tg} \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right). \quad (29б)$$

В обоих случаях эпюры прямолинейные. В первом случае эпюра начинается с высоты  $h_1$  (критической). Во втором случае — начинается с поверхности земли.

**Пример 66.** Установить выражение давления земли на стенку из примера 32, предполагая на поверхности земли силовую равномерно распределенную нагрузку интенсивностью в  $q \text{ м/м}^2$  (фиг. 64).

**Ответ.** Приемом, аналогичным примеру 39, находим:

$$\Theta = 45^\circ + \frac{\varphi}{2}$$

и

$$R_0 = \left[ \frac{1}{2} \gamma h^2 + qh \right] \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) - 2kh \operatorname{tg} \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right).$$

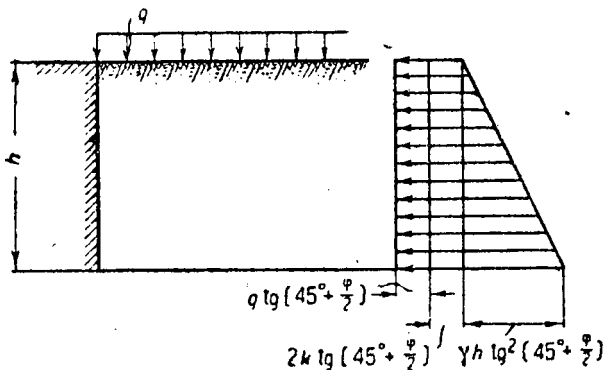
**Пример 67.** В условиях предыдущего примера определить „критическую“ высоту откоса и вычертить эпюру напряжений земли по высоте.

**Ответ.**

$$h_1 = \frac{4k}{\gamma} \operatorname{ctg} \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) - \frac{2q}{\gamma}. \quad (30)$$

Для случая  $k$  постоянного:

$$v = (\gamma h + q) \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) - 2k \operatorname{tg} \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right). \quad (31)$$



Фиг. 76.

**Пример 68.** Для случая нахождения на поверхности земли горизонтальных сил торможения (фиг. 50) определить величину давления земли на стенку в предположении наклона плоскости сползания, отвечающего случаю ненагруженной земли.



Ответ.

$$R_0 = \frac{1}{2} \gamma h^2 \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) - (2k - t) h \operatorname{tg} \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right). \quad (32)$$

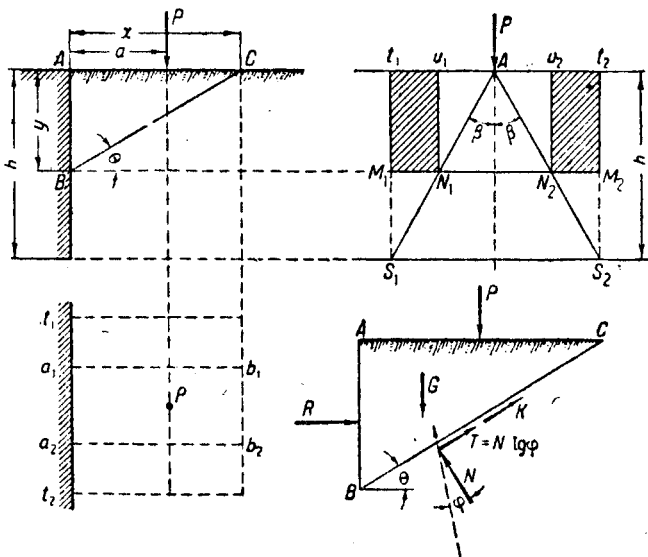
**Пример 68а.** В условиях предыдущей задачи определить критическую высоту и построить эпюру напряжений земли по высоте стенки; сцепление полагать постоянным.

Ответ.

$$h_1 = \frac{(4k - 2t)}{\gamma} \cdot \operatorname{ctg} \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right); \quad (33)$$

$$p = \gamma h \operatorname{tg} \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) - (2k - t) \operatorname{tg} \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right). \quad (34)$$

**Пример 69\*.** Установить расчетные формулы для угла наклона плоскости сползания и для величины давления земли, когда на поверхности



Фиг. 77.

земли располагается сосредоточенный груз  $P$ . Задачу решить с учетом бокового распространения нагрузки под углом  $\beta$  к вертикали (фиг. 77).

**Ответ.** Рассуждениями аналогично указанным в примерах 19—23 расчет ведем на ширину стенки, равную  $2h \cdot \operatorname{tg} \beta$ .

Для выражения  $R_0$  имеем:

$$R_0 = (Z \cdot \operatorname{ctg} \theta + P) \operatorname{tg} (\theta - \varphi) - \frac{2kZ \cdot \cos \varphi}{\gamma h \cdot \sin \theta \cdot \cos (\theta - \varphi)}, \quad (35)$$

где через  $Z$  обозначено  $Z = \gamma y^3 \cdot \operatorname{tg} \beta$ .

Условие  $\frac{\partial R_0}{\partial \theta}$  приводит к выражению:

$$\operatorname{tg} 2\theta = -C \pm \sqrt{C^2 - D}, \quad (36)$$

где:

$$C = \frac{L}{1 - M^2};$$

$$D = \frac{L^2(1 - N^2)}{1 - M^2};$$

$$M = \frac{\alpha}{1 - \cos 2\varphi + \frac{2\lambda}{h} \sin \varphi};$$

$$N = \frac{\alpha}{\sin 2\varphi + \frac{4\lambda}{h} \cdot \cos^2 \varphi - \alpha};$$

$$\alpha = \frac{P}{Z};$$

$$\lambda = \frac{k}{\gamma};$$

$$L = \frac{\sin 2\varphi + \frac{4\lambda}{h} \cdot \cos^2 \varphi - \alpha}{1 - \cos 2\varphi + \frac{2\lambda}{h} \cdot \sin 2\varphi}.$$

**Пример 70\*.** Подсчитать величину давления земли с сосредоточенной нагрузкой на поверхности при следующих данных (в условиях предыдущей задачи):

$$\varphi = 26^\circ 30'; \beta = 26^\circ 30'; \gamma = 1,5 \text{ т/м}^3; h = 10 \text{ м.}$$

Сцепление  $k = 0,5 \text{ т/м}^2$ ;  $P = 20 \text{ т}$ .

**Ответ.** Для угла  $\Theta$  имеем два значения:  $\Theta_1 = 59^\circ 5'$ , и  $\Theta_2 = 57^\circ 30'$ ; при  $\Theta = 59^\circ 5'$ , давление  $R_0 = 294,98 - 62,08 = 232,90 \text{ т}$  (вычитаемое — влияние сил сцепления по плоскости сползания); при  $\Theta = 57^\circ 30'$ ,  $R_0 = 298,56 - 62,08 = 236,48 \text{ т}$  (вычитаемое в данном случае уменьшилось незначительно).

**Пример 71.** Определить давление земли на наклонную стенку, показанную на фиг. 78.

**Указание.** Задача приближенно решается путем сложения веса клина  $P$  с силой  $R_1$ , представляющей собою давление по воображаемой плоскости  $ab$  (фиг. 78), которое приближенно можно подсчитать по формуле:

$$R_1 \cong \frac{1}{2} \gamma h^2 \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) - 2kh \operatorname{tg} \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right)$$

Фиг. 78.

и принять направление горизонтальным.

**Пример 72.** Определить критическую высоту  $h$  откоса, наклоненного к горизонту под углом  $\alpha$  [(фиг. 79) (пример 47)].

**Решение.** Предполагая критический случай, т. е. сползание откоса по

<sup>1</sup> Подробный вывод всех указанных выражений — см. статью автора, „Труды МАДИ“, выпуск 2-й.

некоторой плоскости  $BC$  (фиг. 79), напишем уравнение предельного равновесия, проектируя все силы на ось, перпендикулярную к силе  $S$ , где  $S$  — равнодействующая из  $N$  и  $T$ :

$$-G \cdot \sin(\Theta - \varphi) + K \cdot \cos \varphi = 0,$$

откуда после преобразования имеем:

$$k = \frac{\gamma h}{2} \cdot \frac{\sin(\alpha - \Theta)}{\sin \alpha} (\sin \Theta - \cos \Theta \cdot \operatorname{tg} \varphi)$$

что приобретает наибольшее значение (из условия  $\frac{\partial k}{\partial \Theta} = 0$ ) при  $\Theta = \frac{\alpha + \varphi}{2}$ .

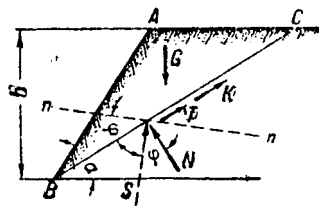
Делая подстановку, имеем:

$$k = \frac{1}{2} \gamma h \frac{\sin^2 \frac{\alpha - \varphi}{2}}{\sin \alpha \cdot \cos \varphi},$$

откуда

$$h = \frac{2k}{\gamma} \frac{\sin \alpha \cdot \cos \varphi}{\sin^2 \frac{\alpha - \varphi}{2}}.$$

(37)



Фиг. 79.

**Пример 73.** Решить пример 51 (фиг. 70) для случая одновременного действия сил трения и сцепления.

**Ответ.**

$$\operatorname{tg} 2\Theta = \frac{\sin \alpha + \operatorname{tg} \varphi \cdot \cos \alpha - \frac{2}{\gamma h^2} P_0 \sin \alpha \cdot \operatorname{tg} \varphi}{\cos \alpha - \operatorname{tg} \varphi \cdot \sin \alpha - \frac{2}{\gamma h^2} P_0 \cdot \sin \alpha},$$

$$k = \frac{\gamma h}{2} \cdot \frac{\sin(\alpha - \Theta)}{\sin \alpha} \left[ \sin \Theta - \operatorname{tg} \varphi \cdot \cos \Theta \right] - \frac{P_0}{2h} \left[ \operatorname{tg} \varphi \cdot \sin 2\Theta - 2 \cdot \sin^2 \Theta \right].$$

**Пример 74.** Для случая вертикальной стены (фиг. 75) подсчитать силу отпора грунта.

**Ответ.**

$$Q_0 = \frac{1}{2} \gamma h^2 \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right) + 2kh \operatorname{tg} \left( 45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right). \quad (38)$$

**Пример 75.** Подсчитать отпор земли для случая расположения на поверхности земли равномерно распределенной нагрузки (фиг. 76) и построить эпюру напряжений сопротивления земли по высоте.

**Ответ.**

$$Q_0 = \left( \frac{1}{2} \gamma h^2 + qh \right) \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right) + 2kh \operatorname{tg} \left( 45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right); \quad (39)$$

$$q = \frac{\partial Q_0}{\partial h} = (\gamma h + q) \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right) + 2k \operatorname{tg} \left( 45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right) \quad (40)$$

(при  $k$  постоянном) и имеет вид, изображенный на фиг. 76.

## ГЛАВА II

### ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ СЫПУЧИХ ТЕЛ К РАСЧЕТУ СТЕНОК

**Пример 76.** Для стенки закрома, изображенного на фиг. 80, требуется определить толщину нижней доски и подобрать сечение стойки.

*Решение.* Погонная нагрузка на нижнюю доску:

$$q = \gamma \cdot c \cdot \left( h - \frac{c}{2} \right) \cdot \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right).$$

Расчетный момент для доски:

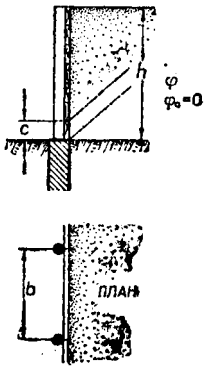
$$M_1 = \frac{qb^2}{8}.$$

Полная нагрузка на стойку:

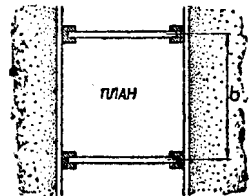
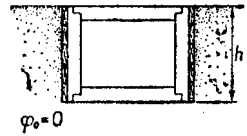
$$P = b\gamma \frac{h^2}{2} \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right).$$

Расчетный момент:

$$M = P \frac{h}{3}.$$



Фиг. 80.



Фиг. 81.

**Пример 77.** Определить размеры обшивки, стоек и распорок деревянного ограждения кювета, как изображено на фиг. 81.

*Решение.* Сечение распорок подбирается по сжимающим усилиям для верхней:

$$P_1 = \frac{1}{6} b\gamma h^2 \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right);$$

для нижней:

$$P_2 = \frac{1}{3} b\gamma h^2 \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right).$$

Сечение стоек подбирается по моменту:

$$M = \frac{1}{9\sqrt{3}} b\gamma h^3 \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right).$$

**Пример 78.** Сравнить следующие профили каменных подпорных стенок, указанных на фиг. 82, в целях выяснения наименьшего по количеству затрачиваемого материала. Данные для всех профилей одинаковые, а именно: угол естественного откоса засыпки  $\varphi = 30^\circ$ , угол трения земли по стенке  $\varphi_0 = 0$ . Вес земли  $\gamma = 1,5 \text{ т/м}^3$  и кладки  $\Delta = 2 \text{ т/м}^3$ .

Условия для определения ширины стенок:

а) коэффициент устойчивости на опрокидывание  $k = 1,5$ ;

б) коэффициент устойчивости против сдвига  $k' = 1,2$  при коэффициенте трения  $f = 0,6$  и

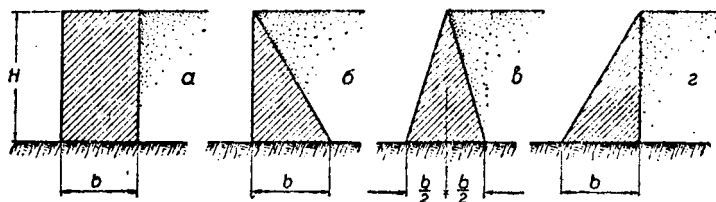
в) отсутствие растягивающих напряжений в кладке.

Давление на наклонные грани примеров, указанных на фиг. 82 б и 82 в, определять приближенно, как для уступчатой стенки.

Ответ.

Профиль фиг. 82, а:	$b = 0,500 H$	площ. профиля $\omega = 0,500 H^2$
„ фиг. 82, б:	$b = 0,578 H$	„ „ $\omega = 0,289 H^2$
„ фиг. 82, в:	$b = 0,446 H$	„ „ $\omega = 0,223 H^2$
„ фиг. 82, г:	$b = 0,500 H$	„ „ $\omega = 0,250 H^2$

Как видим, наимыгоднейшими являются профили, указанные на фиг. 82, в и 82, г. Немыгоднейшим требованием является условие отсутствия растягивающих напряжений.



Фиг. 82.

**Пример 79.** Определить, до какой глубины  $H$  (при прямоугольном профиле стенки) можно определять ширину стенки  $b$  при отсутствии растягивающих напряжений в кладке, совершенно не считаясь с величиной сжимающих напряжений кладки и грунта. Допускаемое напряжение кладки на сжатие  $R = 100 \text{ т/м}^2$  и грунта на сжатие  $R_2 = 40 \text{ т/м}^2$  ( $4 \text{ кг/см}^2$ ).

Ответ.  $n_{сж} = 2 \cdot H \cdot \Delta$ , откуда

$$H_{\max} = \frac{n_{сж}}{2\Delta}$$

Так, если стенка на каменном фундаменте, то

$$H_{\max} = \frac{100}{2 \cdot 2} = 25 \text{ м.}$$

если стенка прямоугольная (без уширения) до подошвы фундамента, то

$$H = \frac{40}{2 \cdot 2} = 10 \text{ м.}$$

**Пример 80.** Определить ширину  $b$  прямоугольной стенки (фиг. 83) при высоте насыпи  $H = 10 \text{ м}$ . Допускаемое давление на грунт при сжатии  $2 \text{ кг/см}^2$ . Остальные данные — данные примера 78.

Решение.

$$\frac{n_1 + n_2}{2} \cdot b = \Delta \cdot b \cdot h,$$

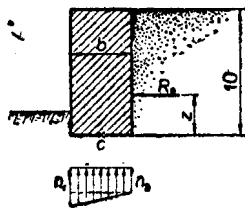
откуда

$$n_2 = 2\Delta h - n_1.$$

Момент относительно  $c$ :

$$M_c = -R_0 z + (n_1 - n_2) \frac{b}{2} \cdot \frac{b}{6} = 0,$$

откуда определится  $b$ .



Фиг. 83.

**Пример 81.** Для трех характерных профилей (фиг. 84) стенок определить, какому коэффициенту устойчивости на опрокидывание отвечают случаи работы этих стенок при отсутствии растягивающих напряжений, т. е. те случаи, когда кривая давления не выходит из средней трети.

*Решение.* а) Прямоугольный профиль:

$$M_k = -M_{опр} + G \frac{b}{6} = 0,$$

так что в этом случае

$$M_{опр} = G \frac{b}{6}, \text{ а } M_{уд} = G \frac{b}{2},$$

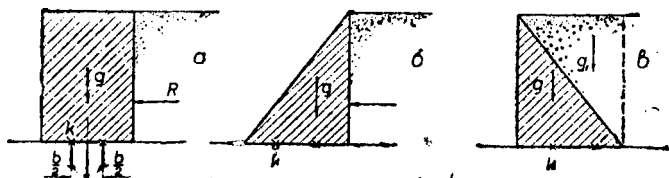
т. е. более в три раза.

Таким образом, если кривая давления не выходит из ядра сечения, то коэффициент устойчивости на опрокидывание  $k \geq 3$ .

б) Прямой треугольный  $k \geq 2$ .

в) Обратный треугольный  $k > 3$ .

**Пример 82.** При каких растягивающих напряжениях в кладке прямоугольного профиля становится необходимым делать проверку на устойчивость?



Фиг. 84.

*Решение.* Обозначив растягивающее напряжение через  $n_p$ , требуемый коэффициент устойчивости через  $k$ , имеем:

$$n_p = \frac{R_0 \frac{h}{3}}{W} - \frac{V}{F} = \frac{mh^3}{b^2} - h\Delta,$$

откуда

$$b = \sqrt{\frac{mh^3}{n_p + \Delta h}};$$

при таком  $b$  условие устойчивости напишется:

$$kM_{опр} = M_{уд},$$

$$k \frac{mh^3}{6} = bh\Delta \frac{b}{2} = \frac{h\Delta}{2} \frac{mh^3}{n_p + \Delta h},$$

откуда

$$n_p = \frac{3h\Delta}{k} - \Delta h.$$

Допуская  $n'_p = 20 \text{ т/м}^2$  ( $2 \text{ кг/см}^2$ ), можно определить ту высоту  $h$ , начиная с которой невыгодным является проверка устойчивости; так, при  $k = 1,5$ ,  $\Delta = 2 \text{ т/м}^3$ :

$$20 = \frac{3h \cdot 2}{1,5} - 2h,$$

откуда

$$h = 10 \text{ м.}$$

**Вопрос.** В каких случаях при определении размеров стенки можно совершенно обходить вопрос о сдвиге?

**Вопрос.** Ширина  $b$  прямоугольной подпорной стенки была определена из условия прохождения кривой давления через крайнюю левую точку ядра сечения (фиг. 85), в силу чего эпюра напряжений грунта треугольная с наибольшей ординатой  $n_1$  на левом конце. Насколько увеличатся наибольшие напряжения грунта, если у стенки удалить часть  $S-S-S$ , уменьшив тем самым ширину подошвы на одну треть? Разницей в собственном весе и несколько уменьшенным давлением земли пренебречь.

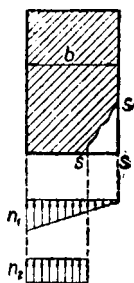
**Ответ.** По удалении части  $S-S-S$  напряжения грунта уменьшаются; эпюра напряжений грунта будет равномерная с величиной:

$$n_2 = \frac{3}{4} n_1,$$

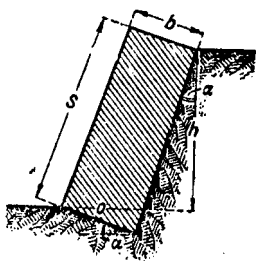
так как

$$n_2 \cdot \frac{2}{3} b = n_1 \cdot \frac{b}{2}.$$

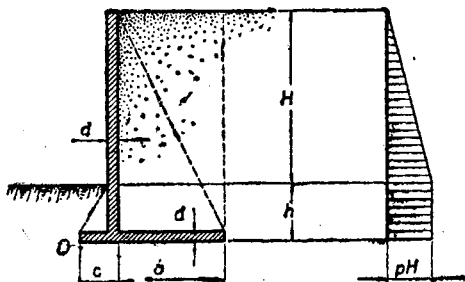
**Пример 83.** Для стенки с наклоном подошвы на угол  $\alpha$  (фиг. 86) требуется подобрать последний из условия прохождения кривой давления



Фиг. 85.



Фиг. 86.



Фиг. 87.

(центра давления) через центр подошвы. Давление земли считать горизонтальным по формуле (приближенной):

$$R_0 = \frac{1}{2} \gamma h^2 \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) (1 - \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \varphi).$$

**Указание.** Приравниваем нулю момент всех сил, передающихся через подошву, относительно центра подошвы:

$$-R_0 \left[ \frac{h}{3} + \frac{b}{2} \operatorname{tg} \alpha \right] + G \frac{\rho}{2} \cos \alpha = 0,$$

где

$$\rho = \frac{h}{\cos \alpha} + b \operatorname{tg} \alpha; \quad G = \gamma b S.$$

Из написанного уравнения определится угол  $\alpha$  в зависимости от задаваемой ширины  $b$  (или наоборот).

**Пример 84.** Для типовой железобетонной стенки, указанной на фиг. 87, определить размер  $b$ . Подошва должна вся участвовать в передаче давления на грунт, т. е. протяжением  $b+c$  при следующих данных:  $H=6$  м,  $h=2$  м, угол естественного откоса грунта и засыпки  $\varphi=30^\circ$ . Веса: земли  $\gamma=1,5$  т/м<sup>3</sup> и кладки  $\Delta=2,4$  т/м<sup>3</sup>,  $c=1$  м, толщина стенок  $d=0,2$  м, коэффициент устойчивости на опрокидывание  $k=1,5$ .

Пунктиром на фиг. 87 указаны треугольные контрфорсы, связывающие вертикальную стенку с горизонтальной подошвой. Весом этих контрфорсов относительно веса земли пренебречь.

Решение. а) Условие устойчивости:

$$M_{опр} = \frac{\rho H^3}{2} \left( \frac{H}{3} + h \right) + \rho H \frac{h^2}{2},$$

$$M_{y\partial} = \gamma(H+h-d) \cdot b \left( \frac{b}{2} + c \right) + \Delta d (H+h-d) \left( c - \frac{d}{2} \right) + \Delta \frac{(b+c)^2}{2} d.$$

Условие  $M_{y\partial} = 1,5 M_{опр}$  определяет  $b = 2,28$  м.

б) Условие использования ширины подошвы  $b+c$  на сжатие грунта.

Берем момент всех сил относительно точки, расположенной на  $\frac{1}{3}(b+c)$

от левого конца:

$$-M_{опр} + \gamma(H+h-d) \cdot b \left[ \frac{2}{3}(b+c) - \frac{b}{2} \right] + \frac{\Delta(b+c)^2 d}{6} - \Delta(H+h-d) d \left[ \frac{1}{3}(b+c) - c + \frac{d}{2} \right] = 0,$$

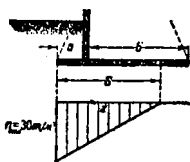
откуда  $b = 3,08$  м. Принимаем  $b = 3,08$  м.

Тогда наибольшее напряжение грунта на сжатие:

$$n = \frac{2V}{F} = \frac{2 \cdot 39,33}{4,08} = 19,2 \text{ т/м}^2 = 1,92 \text{ кг/см}^2.$$

**Пример 84а.** Для примера, указанного в предыдущей задаче, предлагается уменьшить ширину  $b$ , допуская возможность неполного использования ширины  $b+c$  в передаче давления на грунт при условии, чтобы наибольшее сжимающее напряжение не превосходило  $3 \text{ кг/см}^2$  ( $30 \text{ т/м}^2$ ).

Указание. При поставленных условиях эпюра напряжений сжатия грунта должна иметь вид, изображенный на фиг. 88. Берем момент относительно точки  $z$ , от-



Фиг. 88.

стоящей от левого конца на расстояние  $\frac{1}{3}S$ :

$$-M_{опр} + \gamma(H+h-d) b \left[ (b+c) - \frac{b}{2} - \frac{S}{3} \right] + \Delta(b+c) \cdot d \cdot \left[ \frac{b+c}{2} - \frac{S}{3} \right] - \Delta(H+h-d) d \left[ \frac{S}{3} - c + \frac{d}{2} \right] = 0.$$

Для неизвестного  $S$  имеем условие

$$30 \cdot \frac{S}{2} = V,$$

где

$$V = \gamma(H+h-d) b + \Delta(b+c) d + \Delta(H+h-d) d.$$

**Пример 85.** Для железобетонной стенки предыдущих задач определить наивыгоднейшее соотношение между размерами  $c$  и  $b$  (т. е.  $\frac{c}{b}$ ), при котором количество материала, потребного для фундаментной плиты, будет наименьшим —  $\min(b+c)$ . Для упрощения расчета собственным весом стенки пренебречь, давление земли слева на глубине  $h$  не учитывать,



т. е. считать, что эпюра напряжений грунта справа имеет вид треугольника до самого низа (фиг. 89).

Решение. а) Условие устойчивости:

$$M_{опр} = \frac{pH_0^3}{6}, \quad M_{уд} = bH_0 \gamma \left( c + \frac{b}{2} \right), \quad M_{уд} = kM_{опр},$$

откуда

$$b = -c + \sqrt{c^2 + \lambda_1},$$

где

$$\lambda_1 = \frac{k}{3} H_0^2 \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right),$$

$$y = b + c = \sqrt{c^2 + \lambda_1},$$

минимум  $y$  при  $c = 0$ .

б) Условие полного использования подошвы на сжатие грунта:

$$-\frac{p \cdot H_0^3}{6} + bH_0 \gamma \left[ \frac{2}{3} (b+c) - \frac{b}{2} \right] = 0,$$

откуда

$$b = -2c + \sqrt{4c^2 + \lambda_2},$$

где

$$\lambda_2 = H_0^2 \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right), \quad y = b + c = -c + \sqrt{4c^2 + \lambda_2},$$

$$\frac{dy}{dc} = -1 + \frac{4c}{\sqrt{4c^2 + \lambda_2}} = 0,$$

откуда

$$c = \sqrt{\frac{\lambda_2}{12}},$$

т. е. наиболее выгодное соотношение

$$\frac{c}{b} = \frac{c}{-2c + \sqrt{4c^2 + \lambda_2}} = \frac{1}{2}.$$

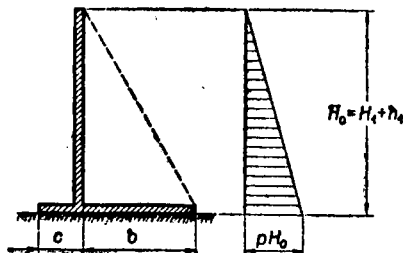
**Пример 86.** Требуется проверить прочность и устойчивость бутовой стенки подвала склада, показанного на фиг. 90. Вес кирпичной стены, передающийся на рассчитываемую стенку,  $P_1 = 4000$  кг. Грунт за стенкой — мелкий сухой песок, для которого  $\varphi = 35^\circ$  и  $\gamma = 1,6$  т/м<sup>3</sup>. На поверхности земли возможна временная нагрузка  $q = 0,4$  т/м<sup>2</sup>. Вес бутовой кладки 2400 кг/м<sup>3</sup>.

Решение. Эпюра напряжений грунта по высоте стенки показана на фиг. 90 слева. Расчет ведем на 1 м ширины стены.

Давление земли до уровня пола без временной нагрузки

$$R_1 = 1,95 \cdot \frac{4,5}{2} = 4,38 \text{ т}$$

(центр его действия на высоте  $\frac{4,5}{3} = 1,5$  м от пола). Дополнительное давление от временной нагрузки (до того же уровня)  $R_2 = 0,108 \cdot 4,5 = 0,486$  т (применено на половине рассматриваемой высоты).



Фиг. 89.

Давление с высоты 0,70 м (фундамент):

$$R_3 = 2,058 \cdot 0,7 = 1,441 \text{ т}$$

(приложено на 0,35 м от подошвы фундамента).

Вес бутовой стены (без фундамента):

$$P_2 = \frac{0,7 + 1,5}{2} \cdot 4,5 \cdot 1 \cdot 2400 = 11\,880 \text{ кг.}$$

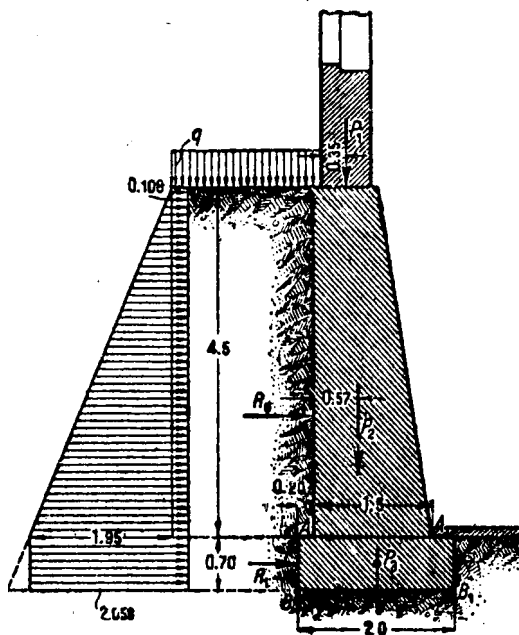
а) Проверка шва  $AA_1$ .

Момент опрокидывающих сил относительно точки  $A_1$ :

$$M_{опр} = 4,38 \cdot 1,5 + 0,486 \cdot 2,25 = 7,66 \text{ т} \cdot \text{м.}$$

Момент удерживающих сил относительно точки  $A_1$ :

$$M_{уд} = P_1(1,5 - 0,35) + P_2(1,5 - 0,57) = 15,574 \text{ т} \cdot \text{м.}$$



Фиг. 90.

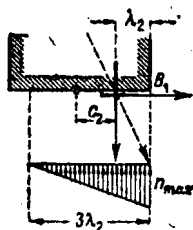
Коэффициент устойчивости на опрокидывание:

$$k = \frac{15,57}{7,66} = 2,03 > 1,4.$$

Полный момент относительно точки  $A_1$ :

$$M_1 = 15,574 - 7,66 = 7,92 \text{ т} \cdot \text{м.}$$

Продольная сила, передающаяся через рассматриваемый шов:



Фиг. 90а.

$$N_1 = P_1 + P_2 = 4 + 11,88 = 15,88 \text{ т.}$$

Расстояние равнодействующей, передающейся через этот шов, от точки  $A_1$  будет:

$$\lambda_1 = \frac{M_1}{N_1} = \frac{7,92}{15,88} = 0,5 \text{ м,}$$

а от центра сечения

$$c_1 = \frac{b}{2} - \lambda_1 = \frac{1,5}{2} - 0,5 = 0,25 \text{ м.}$$

Так как

$$\frac{1}{6} b_1 = \frac{1}{6} \cdot 1,5 = 0,25 \text{ м,}$$

то следовательно равнодействующая проходит через крайнюю правую точку ядра сечения, а потому наибольшее сжимающее напряжение:

$$n = \frac{2N}{F} = \frac{2 \cdot 15,88}{1,5} = 21,2 \text{ т/м}^2 = 2,12 \text{ кг/см}^2$$

(растягивающие напряжения отсутствуют).

Возможная сила трения  $T_1 = N_1 f_1 = 15,88 \cdot 0,7 = 11,13 \text{ т}$ , что значительно превышает сдвигающую силу  $Q_1 = R_1 + R_2 = 4,86 \text{ т}$ , а следовательно сдвига не будет.

б) Проверка шва  $BB_1$ . Берем момент относительно  $B_1$ :

$$M_{y\delta}' = P_1 (2,00 - 0,20 - 0,35) + P_2 (2,00 - 0,20 - 0,57) + P_3 \cdot 1 = 23,77 \text{ т} \cdot \text{м},$$

где

$$P_3 = 2 \cdot 0,7 \cdot 2,4 = 3,36 \text{ т};$$

$$M_{опр}' = M_{опр} + (R_1 + R_2) \cdot 0,7 + R_3 \cdot 0,35 = 7,66 + 3,40 + 0,50 = 11,56 \text{ т} \cdot \text{м}.$$

Коэффициент устойчивости на опрокидывание:

$$k = \frac{23,77}{11,56} = 2,04 > 1,4;$$

полный момент относительно точки  $B_1$ :

$$M_1' = 12,21 \text{ т} \cdot \text{м}; \quad N_2 = 15,88 + 3,36 = 19,24 \text{ т};$$

$$\lambda_2 = \frac{12,21}{19,24} = 0,63; \quad c_2 = 1,00 - 0,63 = 0,37 > \frac{1}{6} b = \frac{2,00}{6} = 0,33 \text{ м},$$

т. е. центр давления на грунт выходит из ядра сечения, а потому полностью ширина фундамента участвовать в передаче не будет и должна быть в расчете принята часть размером  $3\lambda_2$ , т. е.  $3 \cdot 0,63 = 1,89 \text{ м}$ . (фиг. 90а). Наибольшее напряжение на грунт:

$$n_{\max} = \frac{2N_2}{F_1} = \frac{2 \cdot 19,24}{1,89} = 20,3 \text{ т/м}^2 = 2,03 \text{ кг/см}^2$$

(проверку глубины заложения фундамента—см. пример 92).

Возможная сила трения:

$$T_2 = N_2 f_2 = 19,24 \cdot 0,4 = 7,7 \text{ т},$$

что больше сдвигающей силы

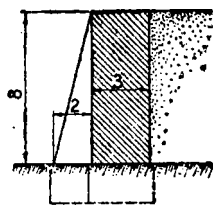
$$Q_2 = Q_1 + R_3 = 4,86 + 1,44 = 6,30 \text{ т}.$$

**Примечание.** В проделанном расчете не учтено (в запас устойчивости) пассивное сопротивление земли с правой стороны вследствие поворота на эту сторону стенки. В подобных случаях неглубоких опор их влияние ничтожно (см. примеры. 128—132).

**Пример 87.** Проверить на уровне обреза фундамента прочность подпорной стенки, имеющей контрфорсы с наружной стороны, как указано на фиг. 91.

Данные: удельный вес земли  $\gamma = 1,5$  и кладки  $\Delta = 2$ . Угол естественного откоса земли  $\varphi = 30^\circ$ .

**Решение.** Выделяем часть стенки длиной в плане 3 м (фиг. 91, план). Площадь, по которой передается давление на фундамент:



$$F = 3 \cdot 3 + 2 \cdot 1 = 11 \text{ м}^2;$$

$$z = \frac{S_{00}}{F} = \frac{21,5}{11} = 1,95 \text{ м};$$

$$I_{00} = 2 \cdot \frac{3^3}{3} + 1 \cdot \frac{5^3}{3} = 59,7 \text{ м}^4;$$

$$I_{xx} = 59,7 - 1,95^2 \cdot 11 = 17,9 \text{ м}^4; W_0 = \frac{17,9}{1,95} = 9,18 \text{ м}^3;$$

$$W_1 = \frac{17,9}{3,05} = 5,87 \text{ м}^3.$$

Нормальная сила, передающаяся на фундамент:

$$N = \left( 3 \cdot 3 \cdot 8 + 2 \cdot 1 \cdot \frac{8}{2} \right) 2 = 160 \text{ т}.$$

Изгибающий момент относительно центра тяжести сечения:

$$M_x = -R_0 \frac{h}{3} + M_0 = -3 \cdot \frac{0,5 \cdot 8^2}{2} \cdot \frac{8}{3} + 144 \cdot (1,95 - 1,50) - 16 \left( \frac{2}{3} + 1,05 \right) = -90,56 \text{ т} \cdot \text{м}.$$

Напряжения:

$$n_0 = \frac{160}{11} - \frac{90,56}{9,18} = 14,55 - 9,86 = +4,69 \text{ т/м}^2;$$

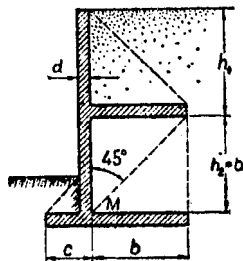
$$n_1 = 14,55 + \frac{90,56}{5,87} = 29,98 \text{ т/м}^2.$$

**Пример 88.** Определить ширину  $b$  при конструктивно заданном размере  $c$  в железобетонной подпорной стенке, указанной на фиг. 92. Собственным весом стенки пренебречь.

Угол естественного откоса  $\varphi = 45^\circ$ . Удельный вес земли  $\gamma$ . Определить наивыгоднейшее положение разгрузочной площадки по высоте.

**Указание.** Ввиду того что плоскость естественного откоса, проведенная из точки  $M$ , пересекает разгрузочную площадку, то давление на высоту  $h_2$  будет определяться выражением:

$$R_2^0 = \frac{1}{2} \gamma h_2^2 \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right).$$



Фиг. 92.

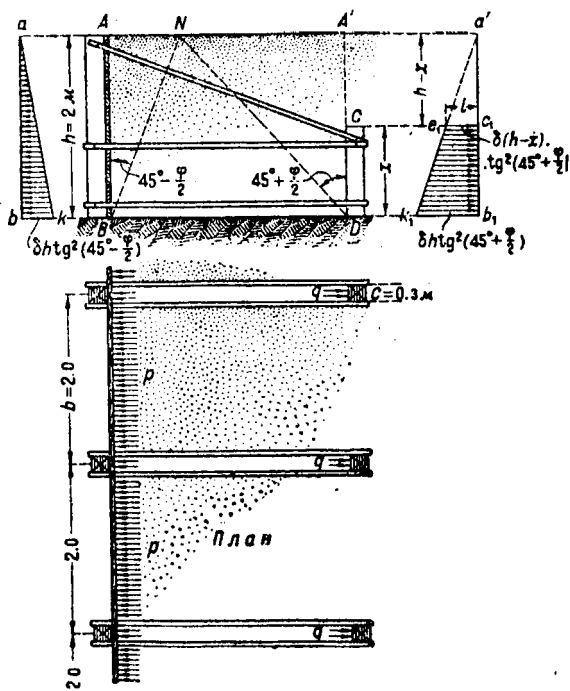
**Пример 89.** Временная подпорная стенка состоит из ряда стоек  $AB$ , расставленных через 2 м друг от друга (фиг. 93) и принимающих давление земли с обшивки между ними с высоты 2 м. Для удержания этих стоек неподвижными они схватками соединяются со стойками  $CD$ , расставленными в плане также через 2 м, причем эти стойки горизонтальной обшивки не имеют. Ширина этих стоек 0,30 м. Требуется определить высоту этих стоек (на фиг. 93 обозначенную через  $x$ ), при которой отпор земли мог бы противостоять напору

земли на передние стойки. Угол естественного откоса засыпки  $\varphi = 30^\circ$ , плотность  $1,5 \text{ т/м}^3$ .

*Решение.* Эпюра активного давления на передние стойки представляется фигурой треугольника  $abk$ , показанной на фиг. 93 слева. Величина этого давления с ширины  $2 \text{ м}$  равна:

$$b \left[ \gamma \frac{h^2}{2} \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) \right] = 2 \cdot \left( 1,5 \cdot \frac{2^2}{2} \cdot \frac{1}{3} \right) = 2,00 \text{ т.}$$

Эпюра отпора задних стоек представится фигурой трапеции  $e_1c_1b_1k_1$ , показанной на фиг. 93 справа, являющейся частью треугольника отпора  $a'b_1k_1$  в пределах высоты стойки  $CD$ .



Фиг. 93.

Величина этого отпора с ширины задней стойки в  $0,30 \text{ м}$  выражается:

$$0,30 \left[ \gamma h \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right) + l \right] \frac{x}{2},$$

где через  $l$  обозначена ордината  $c_1e_1$  эпюры напряжения (при отпоре) на горизонте точки  $c$ . Из подобия треугольников  $a'b_1k_1$  и  $a'e_1c_1$  следует:

$$\frac{\overline{b_1 k_1}}{h} = \frac{l}{h-x},$$

откуда

$$l = \frac{h-x}{h} \cdot \overline{b_1 k_1} = \gamma (h-x) \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right).$$

Итак, величина отпора с высоты  $x$  задних стоек имеет вид:

$$0,30 \gamma \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right) [h + (h-x)] \frac{x}{2} = 2,7x - 0,675x.$$

Приравнивая напор земли с двухметрового пространства, приходящийся на передние стойки, отпору земли, приходящемуся на площадь задней стойки, возбуждающей отпор, имеем:

$$2,00 = 2,7x - 0,675x^2,$$

откуда

$$x = 1,00 \text{ м.}$$

Таким образом напор земли, приходящийся на площадь передней стойки в  $2 \times 2 \text{ м}$ , равную  $4 \text{ м}^2$ , воспринимается отпором, приходящимся на площадь  $0,3 \times 1 = 0,3 \text{ м}^2$ , т. е. с площади, в 12 раз меньшей.

Следует заметить, что отпор земли может прогнестоять напору той же земли при условии, если призма выпирания от давления стойки  $CD$  не включается в состав призмы сползания при стенке  $AB$ , т. е. плоскость сползания  $BN$  не пересекается в пределах насыпи с плоскостью выпирания  $DN$ .

Отсюда следует, что стойки  $CD$  должны находиться от стоек  $AB$  на расстоянии, не меньшем (фиг. 93):

$$\begin{aligned} AN + NA' &= h \cdot \operatorname{tg} \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) + h \operatorname{tg} \left( 45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right) = \\ &= 2 \cdot \left( \frac{\sqrt{3}}{3} + \sqrt{3} \right) = \frac{8\sqrt{3}}{3} = 4,61 \text{ м.} \end{aligned}$$

---

## ГЛАВА III

### РАСЧЕТ ГЛУБИНЫ ЗАЛОЖЕНИЯ ФУНДАМЕНТОВ ПОДПОРНЫХ СТЕН, ШПУНТОВЫХ СТЕНОК И Т. П.

#### § 1. Случай идеального сыпучего тела (отсутствие сцепления)

**Пример 90.** Каменный бык высотой 8 м принимает давление 500 т от пролетных строений (железных ферм), расположенных на нем. Размеры быка указаны на фиг. 94. Глубина заложения фундамента принята 3,00 м. Грунт—сухой песок, для которого  $\varphi = 35^\circ$  и плотность  $\gamma = 1,6 \text{ т/м}^3$ . Требуется проверить достаточность принятой глубины заложения фундамента по Паукеру, а также определить действительно необходимую глубину для данного случая.

*Решение.* Вес надфундаментного строения (принимая вес  $1 \text{ м}^3$  кладки в  $2,4 \text{ т}$ ):

$$2,4 \cdot (2 \cdot 8 \cdot 8) = 307,2 \text{ т.}$$

Вес погруженной части быка:

$$2,4 \cdot (2,5 \cdot 8 \cdot 3) = 144,0 \text{ т.}$$

Полное давление на грунт:

$$500 + 307,2 + 144,0 = 951,2 \text{ т.}$$

Площадь основания фундамента:

$$2,5 \cdot 8 = 20,0 \text{ м}^2.$$

Напряжение грунта на сжатие:

$$n = \frac{951,2}{20} = 47,56 \text{ т/м}^2;$$

формула Паукера:

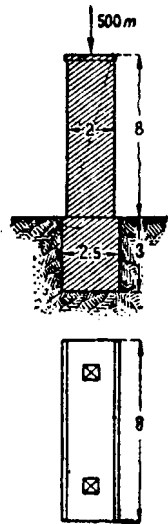
$$h \geq \frac{n}{\gamma} \operatorname{tg}^4 \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right), \quad (41)$$

а потому достаточна глубина:

$$h \geq \frac{n}{\gamma} \operatorname{tg}^4 \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) = \frac{47,56}{1,6} \cdot 0,073 = 2,20 \text{ м,}$$

что менее заданной.

Действительно необходимая глубина заложения будет меньше, чем полученная, 2,20 м, так как при меньшей глубине будет меньший вес фундамента, а следовательно и меньшее напряжение сжатия грунта. Эту глубину



Фиг. 94.

можно определить подсчетом: обозначим искомую глубину через  $x$ , вес фундамента выразится:

$$2,4 \cdot (2,5 \cdot 8x) = 48x.$$

Полное давление на грунт:

$$500 + 307,2 + 48x = 807,2 + 48x.$$

Напряжение грунта на сжатие:

$$\frac{807,2 + 48x}{20} = 40,36 + 2,4x,$$

а потому действительно необходимая глубина определится из выражения:

$$x \geq \frac{40,36 + 2,4x}{1,6} \cdot 0,073.$$

Решая уравнение относительно  $x$ , имеем  $x = 2,06$  м. Очевидно, что помимо проверки глубины заложения на отсутствие выпирания напряжение грунта на сжатие не должно превосходить допускаемых напряжений для этого грунта.

**Пример 91.** Проверить достаточность глубины заложения мостового быка, указанного на фиг. 95. Ширина быка в плоскости, перпендикулярной к фигуре, равна 8 м. Вес быка 500 т. Давление на бык от ферм с поездом  $P = 500$  т. Данные грунтов: нематериковый  $\gamma_1 = 1,4$  т/м<sup>3</sup>, материковый  $\gamma = 1,63$  т/м<sup>3</sup>,  $\varphi = 30^\circ$ .

**Ответ.** Достаточна, так как:

$$\begin{aligned} h_{пр} &= 3,5 \frac{\gamma_1}{\gamma} + 1,5 = 3,0 + 1,5 = 4,5 \text{ м} > \frac{n}{\gamma} \operatorname{tg}^4 \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) = \\ &= \frac{(500 + 500)}{(8 \cdot 3) \cdot 1,63} \cdot \frac{1}{9} = 3,4 \text{ м}. \end{aligned}$$

**Пример 91а.** Для мостового быка предыдущего примера проверить прежнюю глубину заложения фундамента, предполагая наличие на поверхности воды глубиной 1 м (горизонт межени).

**Решение.** В данном случае под  $h$ , определяемой формулой Паукера, надлежит понимать (как и в предыдущем примере) не фактическую глубину погружения фундамента в грунт, а приведенный к нижнему грунту слой всего вышележащего, т. е.  $h_{пр}$ . В данном случае имеется:

$$h_{пр} = 1 \cdot \frac{\gamma_{воды}}{\gamma} + 3,5 \frac{\gamma_1}{\gamma} + 1,5 = \frac{1}{1,4} + 3,0 + 1,5 = 5,21 \text{ м}.$$

По формуле же Паукера потребуется глубина заложения даже меньшая, чем в предыдущем примере, так как ввиду погружения части тела мостового быка и происходящего взвешивания напряжение грунта на сжатие будет менее прежнего.

**Пример 92.** Для стенки склада, разобранный в примере 86, требуется проверить достаточность глубины заложения указанного там фундамента. В пределах глубины 0,7 м погружения фундамента грунт считать уплотненным с данными  $\varphi = 40^\circ$ ;  $\gamma = 1,8$  т/м<sup>3</sup>.



**Решение.** Проверку выпирания надлежит произвести у ребра  $B_1$  (справа), так как там имеет место наибольшее напряжение грунта на сжатие.

В примере 86 получено для этого напряжения значение  $n_{\max} = 20,3 \text{ т/м}^2$ , его и надлежит ввести в формулу Паукера (тем самым учтем неравномерность сжатия фундамента).

Итак, необходимая глубина заложения:

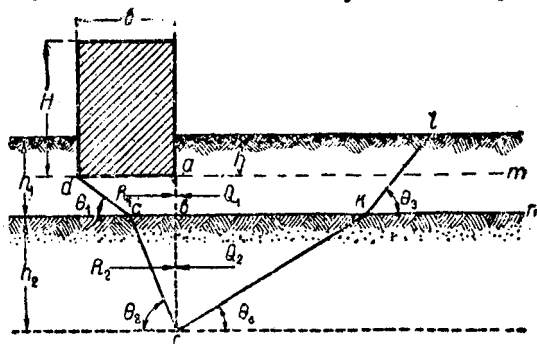
$$h = \frac{n}{\gamma} \operatorname{tg}^4 \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) = \frac{20,3}{1,8} \cdot 0,047 = 0,52 \text{ м},$$

что менее имеющейся в 0,70 м.

**Примечание.** Указанным приемом надлежит проверять глубины заложений лишь неглубоких и притом широких фундаментов, как это и было в рассмотренном примере. При глубоких и притом тонких фундаментах такой расчет будет с большим запасом, так как не учитываются пассивные силы земли, возникающие как следствие происходящего поворота подпорной стенки и направленные в обратную опрокидывающим усилиям сторону. Учет этих пассивных сил сопротивления связан с большими затруднениями, и потому прибегают к ряду допущений. Примеры 128–136 имеют в виду показать различные варианты решения; для правильного выбора того или иного вариантов рецептов нет, а потому читателю необходимо указанные примеры проработать особенно критически.

**Пример 93.** Установить расчетное выражение необходимой глубины заложения фундамента для случая, когда на небольшой глубине от предполагаемого залегания подошвы фундамента располагается грунт (фиг. 96) с иными характеристиками (плотность  $\gamma_2$ ; угол внутреннего трения  $\varphi_2$ ), нежели верхний грунт (у которого соответственно  $\gamma_1$  и  $\varphi_1$ ).

Решение провести в развитие идеи проф. Белзецкого, т. е. исходя из одностороннего выпирания и считая поверхность сползания и выпирания за плоскости.



Фиг. 96.

**Указание.** Проводим из левого ребра (точка  $d$ ) под углом

$$\theta_1 = 45^\circ + \frac{\varphi_1}{2}$$

плоскость сползания для верхнего грунта, а из точки пересечения ее с линией раздела грунтов (точка  $e$ ) проводим под углом

$$\theta_2 = 45^\circ + \frac{\varphi_2}{2}$$

плоскость сползания для нижнего грунта до пересечения с вертикалью, проходящей через правое ребро подошвы (точки  $a$  и  $c$ ). Прямые  $ck$  и  $kl$  — соответственно плоскости выпирания для нижнего и верхнего грунтов.

Из чертежа следует:

$$h_2 = be \cdot \operatorname{tg} \theta_2 = [b - (h_1 - h) \cdot \operatorname{ctg} \theta_1] \operatorname{tg} \theta_2.$$

Для величины давления по воображаемой плоскости  $ab$  пренебрегаем трением по этой плоскости (аналогично принимаем и для других сил).

Имеем:

$$R_1 = \left[ \frac{1}{2} \gamma_1 (h_1 - h)^2 + n (h_1 - h) \right] \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{\varphi_1}{2} \right).$$

Аналогично для  $R_2$  (считая все расположенное выше линии раздела грунтов за временную нагрузку по отношению ко второму грунту):

$$R_2 = \left\{ \frac{1}{2} \gamma_2 h_2^2 + [n + \gamma_1 (h_1 - h)] h_2 \right\} \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{\varphi_2}{2} \right).$$

Для сил отпора имеем:

$$Q_1 = \left[ \frac{1}{2} \gamma_1 (h_1 - h)^2 + \gamma h (h_1 - h) \right] \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ + \frac{\varphi_1}{2} \right);$$

$$Q_2 = \left[ \frac{1}{2} \gamma_2 h_2^2 + \gamma_1 h_1 h_2 \right] \cdot \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ + \frac{\varphi_2}{2} \right).$$

Условие устойчивости запишется в виде:

$$Q_1 + Q_2 \geq R_1 + R_2, \quad (42)$$

откуда и определится требуемая глубина заложения.

**Вопрос.** В каких пределах можно пользоваться выражением для  $h$ , которое может быть получено в предыдущей задаче?

**Ответ.** Когда

$$(h_1 - h) \leq b \cdot \operatorname{ctg} \left( 45^\circ + \frac{\varphi_1}{2} \right).$$

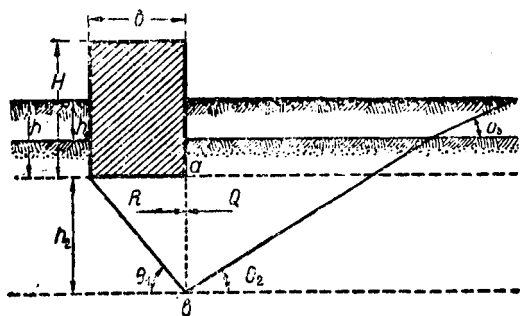
Если окажется

$$h_1 - h > b \cdot \operatorname{ctg} \left( 45^\circ + \frac{\varphi_1}{2} \right),$$

то надлежит пересчитать по обычной формуле проф. Белзецкого:

$$h \geq \frac{n}{\gamma} \cdot \operatorname{tg}^4 \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) - \frac{b}{2} \frac{[1 - \operatorname{tg}^4 (45^\circ - \frac{\varphi}{2})]}{\operatorname{tg} (45^\circ + \frac{\varphi}{2})}, \quad (43)$$

так как точка  $e$  (фиг. 96) попадает правее точки  $b$ , а потому влияние на устойчивость опоры нижнего грунта никак не должно сказаться.



Фиг. 97.

**Пример 94.** Установить расчетное выражение необходимой глубины заложения фундамента для случая, когда предполагаемая глубина залегания подошвы находится в пределах второго грунта (фиг. 97). Возможен и такой случай, когда верхний грунт — нематериковый.

Для верхнего грунта плотность  $\gamma_1$  и угол  $\varphi_1$ , для нижнего — соответственно  $\gamma_2$  и  $\varphi_2$ .

**Ответ.**

$$h = \frac{n}{\gamma_2} \operatorname{tg}^4 \left( 45^\circ - \frac{\varphi_2}{2} \right) - \frac{b}{2} \frac{[1 + \operatorname{tg}^4 (45^\circ - \frac{\varphi_2}{2})]}{\operatorname{tg} (45^\circ + \frac{\varphi}{2})} + h_1 \left[ 1 - \frac{\gamma_1}{\gamma_2} \right]. \quad (44)$$

**Пример 95.** Установить расчетную формулу для глубины заложения фундамента отдельно стоящего столба (фиг. 98), несущего вертикальную нагрузку. Предполагать, что  $a < b$ .

**Указание.** Устойчивость отдельно стоящего столба выше, чем устойчивость длинной стенки, так как выпиранию грунта из-под подошвы фунда-

мента в известной степени будут также препятствовать силы трения по боковым плоскостям призм выпирания и сползания.

При обозначениях фиг. 98 имеем:

$$R = a \left( \frac{1}{2} \gamma h_1^2 + nh_1 \right) \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right);$$

$$Q = a \left( \frac{1}{2} \gamma h_1^2 + \gamma h \right) \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right);$$

$$T_2 = \left[ \frac{1}{2} \gamma h^2 \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) \right] \cdot d \cdot \operatorname{tg} \varphi + \left[ \frac{1}{6} \gamma h_1^2 \cdot \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) \right] \cdot d \cdot \operatorname{tg} \varphi;$$

$$T_1 = \left[ \frac{1}{6} \gamma h_1^2 \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) \right] \cdot b \cdot \operatorname{tg} \varphi,$$

где

$$h_1 = b \cdot \operatorname{ctg} \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right).$$

Условие устойчивости запишется в виде:

$$Q + 2T_2 + 2T_1 \geq R, \quad (45)$$

откуда и определится необходимое  $h$ .

При  $a > b$  расчет надо вести, исходя из выпирания в перпендикулярном направлении, т. е. в вышенаписанных формулах заменить размер  $a$  на  $b$  и  $b$  на  $a$ .

**Пример 96\*.** Вывести расчетную формулу для определения необходимой глубины заложения фундамента, имеющего в плане круглое очертание (фиг. 99).

Задачу решить, исходя из симметричного выпирания.

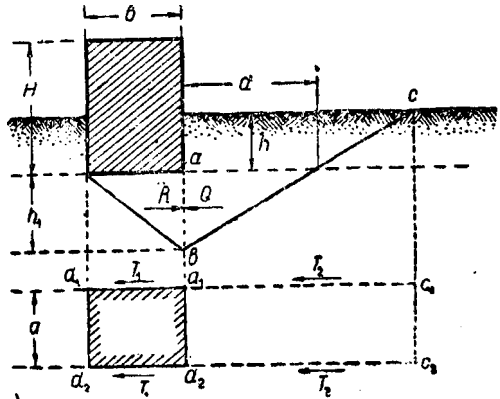
**Ответ.** Исходя из обозначений фиг. 99, будем иметь (приближенно):

$$R = \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{2} \gamma h_1^2 + nh_1 \right] (r \cdot d\varphi) \cdot \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right);$$

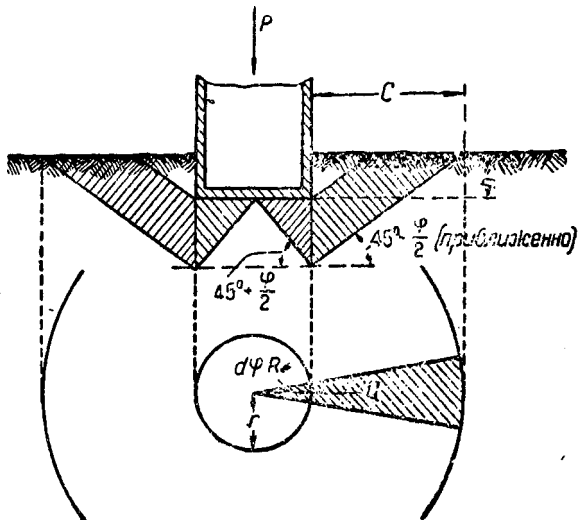
$$Q = \frac{2r+c}{2r} \left[ \frac{1}{2} \gamma h_1^2 + \gamma h_1 h \right] (r \cdot d\varphi) \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right).$$

Формула напора написана против обычного с коэффициентом  $\frac{1}{2}$ , так как в данном случае напор будет

в два раза меньше, что, очевидно, следует из фиг. 99, где призма сползания, приходящаяся на длину  $r \cdot d\varphi$ , в два раза меньше того, что



Фиг. 98.



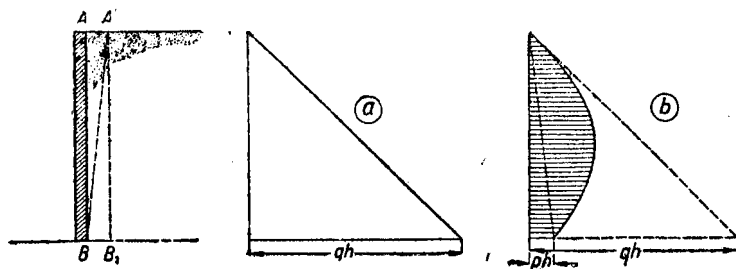
Фиг. 99.

было бы, если бы вместо цилиндрической поверхности стены (воображаемой) имелась плоская.

Формула отпора против обычного написана с коэффициентом большим, так как на длину  $r \cdot d\varphi$  цилиндрической воображаемой поверхности приходится больший вес выпираемой земли (ввиду расширяющейся от сооружения призмы выпирания), чем если бы был случай прямой в плане стены.

**Вопрос.** В каком случае надо преодолеть большее сопротивление земли; когда сдвигают щит  $AB$  (фиг. 100) параллельно самому себе вправо или когда щит повертывают относительно точки  $B$  также вправо?

**Ответ.** В случае поворота, очевидно, надо преодолеть меньшее сопротивление земли, так как эпюра пассивного сопротивления земли, отвечающая повороту щита, будет очерчиваться кривой, показанной на фиг. 100, *b*. Эта кривая, начинаясь с эпюры пассивного сопротивления (как для случая сдвига стенки параллельно самой себе) (фиг. 100, *a*), постепенно падает до эпюры активного давления в точке  $B$  в связи с уменьшением податливости щита на сыпучее тело.



Фиг. 100.

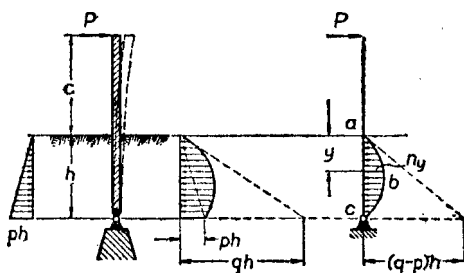
**Пример 97.** Абсолютно жесткая колонна, имеющая высоту над уровнем земли  $c = 4$  м, должна иметь на глубине  $h$  шарнирно-неподвижное приращение к массивному башмаку (фиг. 101).

Определить необходимую глубину погружения колонны  $h$  из условий достаточной устойчивости при данных:  $P = 0,2$  т,  $\varphi = 30^\circ$ , плотность земли  $\gamma = 1,8$  т/м<sup>3</sup>, ширина колонны в плоскости, перпендикулярной к чертежу,  $b = 0,30$  м.

**Указание.** При том положении, которое стремится занять столб (поворот относительно шарнира), его правая поверхность встретит пассивное сопротивление земли, которое по мере углубления будет приближаться к простому активному (в связи с уменьшением податливости на сыпучее тело); что касается левой поверхности столба, то она на всей высоте будет испытывать активное

давление. По этой причине эпюра результирующего сопротивления земли повороту представится в виде, указанном на фиг. 101а.

Для определения уравнения кривой  $abc$  исходим из предположения, что развивающиеся горизонтальные напряжения  $n$ , пропорциональны подат-



Фиг. 101. Фиг. 101а.

личности на сыпучее тело соответствующего сечения на высоте  $y$  от уровня земли. Что касается коэффициента сопротивления, то таковой предполагаем изменяющимся пропорционально глубине, т. е.

$$n_y = C_y (h - y) \operatorname{tg} \alpha,$$

где угол  $\alpha$  — угол поворота столба и  $C_y$  — коэффициент сопротивления на высоте  $y$ , причем  $C_y = C \frac{y}{h}$ , где  $C$  — коэффициент сопротивления на высоте  $h$ . Таким образом:

$$n_y = C \frac{y}{h} (h - y) \operatorname{tg} \alpha.$$

Кроме того касательная, проведенная к точке  $a$  (фиг. 101а), в случае достаточной и необходимой глубины  $h$  определяется наклоном к вертикали

$$(q - p) h : h = (q - p) = m; \quad \frac{dn_y}{dy} = \frac{C \operatorname{tg} \alpha}{h} (h - 2y);$$

при  $y = 0$  имеем

$$\frac{C \operatorname{tg} \alpha}{h} h = m = q - p = \gamma \left[ \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right) - \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) \right],$$

откуда  $C = \frac{m}{\operatorname{tg} \alpha}$ , и окончательно

$$n_y = \frac{my}{h \operatorname{tg} \alpha} (h - y) \operatorname{tg} \alpha = \frac{my}{h} (h - y)$$

(парабола).

Условие устойчивости (сумма моментов сил относительно шарнира):

$$P(c + h) - \int_0^h (n_y \cdot dy \cdot b) (h - y) = 0,$$

перепишем:

$$P(c + h) - \frac{bm}{h} \int_0^h y \cdot (h - y)^2 dy = 0; \quad P(c + h) - bm \frac{h^3}{12} = 0,$$

откуда  $h = 2,2$  м.

**Пример 97а.** Для колонны предыдущего примера определить реакцию в опорном шарнире.

*Решение.* Сопротивление земли равно площади кривой  $abc$ , помноженной на ширину столба  $b$ :

$$S = \int_0^h n_y \cdot dy \cdot b = b \int_0^h \frac{m \cdot y}{h} (h - y) \cdot dy = \frac{bmh^2}{6} = 0,55 \text{ м.}$$

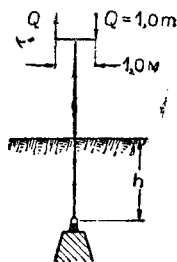
Реакция шарнира  $A = S - P = 0,35 \text{ т}$  и направлена в сторону действия силы  $P$ .

**Пример 98.** Колонна предыдущего примера подвергается действию момента  $M = Q \cdot d = 1,0 \cdot 1,0 = 1,0 \text{ тм}$  (фиг. 102).

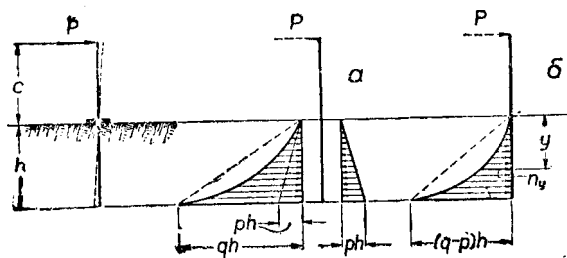
Определить глубину погружения  $h$ .

Ответ.  $h = 1,94 \text{ м}$ .

**Пример 99.** Определить необходимую глубину погружения жесткого столба, несущего горизонтальную силу  $P$  и по условиям конструкции шарнирно неподвижно закрепленного на уровне земли (фиг. 103).



Фиг. 102



Фиг. 103.

Данные:  $P = 0,2 \text{ т}$ ;  $c = 4 \text{ м}$ ;  $\varphi = 30^\circ$ ;  $\gamma = 1,8 \text{ т/м}^3$ ;  $b = 0,30 \text{ м}$ .

Решение. По соображениям примера 97 имеем:

$$n_y = C_y y \operatorname{tg} \alpha = C \frac{y}{h} \cdot y \operatorname{tg} \alpha = C \frac{y^2}{h} \operatorname{tg} \alpha;$$

при  $y = h$ :

$$n_y = (q - p) h = mh = \frac{Ch^2}{h} \operatorname{tg} \alpha = Ch \operatorname{tg} \alpha,$$

откуда  $C \operatorname{tg} \alpha = m$ ; таким образом  $n_y = \frac{my^2}{h}$  (при  $y = 0$  также равно нулю).

Условие устойчивости:

$$P \cdot c - \int_0^h \left( m \frac{y^2}{h} \right) dy \cdot b \cdot y = 0.$$

Решая, имеем:

$$h = \sqrt[3]{\frac{4 \cdot P \cdot c}{m \cdot b}} = 1,50 \text{ м}.$$

Соппротивление земли:

$$S = \int_0^h n_y \cdot dy \cdot b = \frac{bmh^2}{3} = 1,08 \text{ т}.$$

Реакция шарнира  $1,08 + 0,20 = 1,28 \text{ т}$  направлена справа налево.

**Пример 100.** Для колонны примера 97 определить необходимую глубину погружения  $e$ , учитывая силы трения, развивающиеся по боковым граням, параллельным плоскости действия силы  $P$ .

Размеры колонны  $0,3 \times 0,3 \text{ м}$ .

Решение. Силы трения на единицу высоты, развивающиеся на высоте  $y$  от поверхности (фиг. 104), определяются  $t = 2pfb_1$ , где  $p$  — активное напряжение земли на высоте  $y$  и  $f$  — коэффициент трения земли по материалу

колонны на той же глубине; что касается коэффициента трения  $f$ , то таковой несомненно меняется по высоте и в нижней точке на глубине  $h$  он равен нулю, так как движение колонны на этой глубине отсутствует. Принимая падение коэффициента трения по прямой, имеем (фиг. 104):

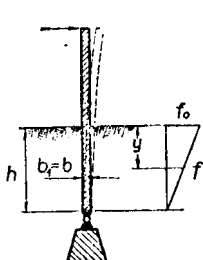
$$f = \frac{f_0}{h}(h - y)$$

и

$$t = 2pf b_1 = 2\gamma \cdot y \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) \cdot \frac{f_0}{h}(h - y)$$

(силы трения, как следует из написанного выражения, изменяются по кривой при:  $y = 0$  и  $y = h$ ;  $t = 0$ ).

Условие устойчивости в данном случае напишется (пример):



$$P(c + h) - \frac{b m h^3}{12} - \int_0^h 2 p f \cdot b_1 \cdot dy (h - y) =$$

$$= P(c + h) - \frac{b m h^3}{12} - \frac{1}{6} \gamma f_0 b_1 h^3 \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) = 0.$$

Принимая  $f_0$  — коэффициент трения при перемещении в верхней точке, — равным  $\frac{1}{4}$ , имеем требуемую глубину заложения

$$h \approx 2,1 \text{ м.}$$

Хотя колонна предполагалась негладкой, поскольку учитываются силы трения, но для  $p$  было взято для упрощения выражение:

$$p = \gamma y \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right),$$

которое, как известно, установлено для гладкой стенки.

Подобное упрощение — в запас устойчивости.

**Пример 100а\*.** Для той же колонны (пример 99) определить глубину погружения, учитывая трение по боковым граням призмы выпирания.

**Решение.** Учет трения производится путем замены коэффициента  $m = q - p$  на  $m' = (q\mu - p)$  (см. проф. Прокофьев И. П. „Теория сооружений“, часть II, стр. 243 изд. 1928 г.), где  $\mu$  — коэффициент повышения сопротивления выпиранию призмы ввиду наличия сил трения по боковым граням призмы выпирания:

$$\mu = 1 + w \frac{h}{b},$$

где

$$w = \frac{2}{3} \frac{\operatorname{tg} \varphi}{\operatorname{tg} \left( 45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right)};$$

для  $\varphi$ , равного  $30^\circ$ ,  $w = 0,222$ .

Таким образом

$$m' h = \left( m + q w \frac{h}{b} \right) h.$$

Условие устойчивости напишется:

$$P(c+h) - \frac{bh^2}{12} \left(m + q\omega \frac{h}{b}\right) h - \frac{1}{6} bf_0 b_1 h^3 \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2}\right) = 0,$$

откуда  $h \approx 1,6$  м.

**Пример 101.** Определить глубину погружения в сыпучее тело столба диаметром 0,30 м, скручиваемого парой  $M_{кр} = 0,1$  тм, из условия отсутствия вращения (фиг. 105).

*Решение.* Вращению должен препятствовать момент от трения в погруженной части  $M_{y\partial}$ :

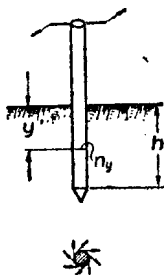
$$\begin{aligned} M_{y\partial} &= \sum_0^h n_y f 2\pi r \cdot r = \int_0^h \gamma y \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2}\right) \cdot f \cdot 2\pi r^2 \cdot dy = \\ &= \frac{\gamma h^2}{2} \cdot f \cdot \frac{\pi d^2}{2} \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2}\right) \end{aligned}$$

(коэффициент трения  $f$  здесь надлежит взять постоянным).

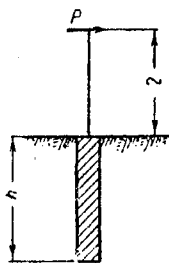
Условие устойчивости  $M_{y\partial} \geq M_{кр}$ , откуда:

$$h = \sqrt{\frac{M_{кр}}{\frac{1}{4} \gamma f \pi d^2 \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2}\right)}}$$

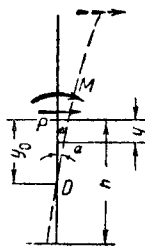
Для  $\varphi = 30^\circ$ ,  $\gamma = 1,8$  т/м<sup>3</sup>,  $f = \frac{1}{4}$  имеем  $h = 5,48$  м.



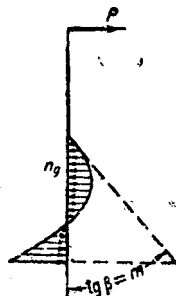
Фиг. 105.



Фиг. 106.



Фиг. 106а.



Фиг. 106б.

**Пример 102.** Определить глубину погружения фундамента под столб, несущий нагрузку в виде горизонтальной силы  $P = 0,2$  т. Ширина фундамента в плоскости, перпендикулярной чертежу:  $b = 0,3$  м (фиг. 106).

Данные грунта:

$$\gamma = 1,8 \text{ т/м}^3 \text{ и } \varphi = 30^\circ.$$

*Решение.* Под влиянием силы  $P$  фундамент имеет стремление повернуться относительно некоторой точки  $D$  (фиг. 106а), которая, как правило, не совпадает с нижним концом, а выше его, но ближе к нему, чем к поверхности.

Указанному повороту фундамента будет оказывать противодействие земля.

Для выяснения закона изменения боковых сил сопротивления по высоте стенки вводят предположения (см. пример 97):



а) Развивающиеся горизонтальные сопротивления грунта пропорциональны податливости фундамента на сыпучее тело. Так, на высоте от поверхности земли

$$n_y = C_y \Delta,$$

где  $\Delta$  — смещение фундамента на высоте  $y$  и  $C_y$  — коэффициент бокового сопротивления грунта на той же высоте.

б) Коэффициент бокового сопротивления  $C_y$  по высоте граней фундамента не постоянен, а возрастает с увеличением глубины по зависимости:

$$C_y = C \frac{y}{h},$$

где  $C$  — коэффициент сопротивления грунта на глубине  $h$ .

При сделанных допущениях и согласно обозначениям фиг. 106 будем иметь:

$$n_y = C_y \Delta = C \frac{y}{h} (y_0 - y) \operatorname{tg} \alpha.$$

Для дальнейшего представляется весьма удобным в выражение  $n_y$  ввести тангенс угла наклона (угловой коэффициент) касательной, проведенной к эпюре горизонтальных сопротивлений грунта и обозначенной на фиг. 106 через  $m$ . Для этой цели сделаем следующие математические операции:

$$\frac{dn_y}{dy} = \frac{C \operatorname{tg} \alpha}{h} (y_0 - 2y);$$

при  $y = 0$ ,  $\frac{dn_y}{dy} = m$ , откуда

$$C \operatorname{tg} \alpha = \frac{mh}{y_0}; \quad (46a)$$

тогда выражение напряжения:

$$n_y = \frac{my}{y_0} (y_0 - y). \quad (46б)$$

Условия равновесия (проектируя все силы на горизонт и беря их момент относительно уровня земли):

$$\Sigma X = 0; P - b \int_0^h n_y \cdot dy = P - b \int_0^h \frac{my}{y_0} (y_0 - y) dy = 0;$$

$$\Sigma M = 0; M + b \int_0^h n_y \cdot dy \cdot y = M + b \int_0^h \frac{my^2}{y_0} (y_0 - y) dy = 0.$$

Произведя интегрирование, имеем:

$$P - b \frac{m}{y_0} h^2 \left( \frac{y_0}{2} - \frac{h}{3} \right) = 0;$$

$$M + b \frac{m}{y_0} h^3 \left( \frac{y_0}{3} - \frac{h}{4} \right) = 0,$$

переписываемое в виде

$$6P - \frac{bmh^2}{y_0} (3y_0 - 2h) = 0$$

и

$$12M + \frac{bmh^3}{y_0}(4y_0 - 3h) = 0;$$

обозначив

$$\frac{y_0}{h} = \beta,$$

имеем уравнения в виде

$$6P - \frac{bm}{\alpha} h^2 (3\alpha - 2) = 0; \quad 12M + \frac{bmh^3}{\alpha} (4\alpha - 3) = 0.$$

Решая уравнения, имеем:

$$\beta = \frac{4H + 3h}{6H + 4h},$$

т. е.

$$y_0 = h \frac{4H + 3h}{6H + 4h}, \quad (47)$$

и второе уравнение в виде:

$$24M + 18Ph - bmh^3 = 0. \quad (48)$$

В данном случае  $P = 0,2 \text{ м}$ ;  $M = 0,4 \text{ т. м}$ :

$$m_{\max} = \gamma \left[ \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right) - \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) \right] = 4,8 \text{ т/м}^3.$$

Последнее уравнение удовлетворяется при  $h \approx 2,35 \text{ м}$ .**Вопрос.** Используются ли в рассмотренном примере полностью напряжения у нижнего конца?**Ответ.** Нет. Так как при  $h = 2,35 \text{ м}$ ,  $y_0 \approx 1,6 \text{ м}$  ( $\alpha = 0,69$ ), то горизонтальное напряжение у нижнего конца:

$$n = \frac{my}{y_0}(y_0 - y) = \frac{4,8}{1,6} \cdot 2,35 \cdot (1,6 - 2,35) \approx -5,33 \text{ т. м}^3,$$

что менее наибольшего допускаемого на этой глубине:

$$n_{\max} = mh = 4,8 \cdot 2,35 = 11,28 \text{ т/м}^3.$$

Такое неиспользование имеет место всегда при наличии абсолютно жесткого фундамента.

**Пример 103** (обратный пример). Проверить глубину погружения  $h = 3,00 \text{ м}$  для столба типа предыдущей задачи при следующих данных: горизонтальная сила  $P = 0,2 \text{ т}$  приложена от земли на расстоянии  $5 \text{ м}$  (фиг. 107),  $b = 0,3 \text{ м}$ ; грунт — как и в предыдущей задаче.**Решение.** В данном случае уравнения равновесия остаются в прежнем виде:

$$6P - \frac{bm}{y_0} h^2 (3y_0 - 2h) = 0$$

и

$$12M + \frac{bm}{y_0} h^3 (4y_0 - 3h) = 0,$$

но неизвестными являются (при заданном  $h$ ) величины  $y_0$  и  $m$ .

<sup>1</sup> Не учитывая повышения сопротивляемости за счет сил трения по боковым плоскостям призмы выпирания.

Глубина заложения достаточна в том случае, если  $m$  (тангенс угла наклона касательной к результирующей эпюре в верхней точке) не превышает значения

$$m_{\max} = \gamma \left[ \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right) - \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) \right].$$

Для определения  $m$  используем последнее уравнение предыдущей задачи

$$24M + 18Ph - bmh^3 = 0,$$

откуда

$$m = \frac{24M}{bh^3} + \frac{18P}{bh^2} = \frac{24 \cdot 0,2 \cdot 5}{0,3 \cdot 2,7} + \frac{18 \cdot 0,2}{0,3 \cdot 9} = 3,00 + 1,33 = 4,33 \text{ м/м}^3 < 4,8 \text{ м/м}^3,$$

т. е. глубина заложения достаточная.

**Пример 104\*.** Для столба предыдущей задачи при прежних данных определить глубину заложения, учтя повышение сопротивляемости грунта за счет сил трения по боковым плоскостям призмы выпирания.

*Решение.* Предельное значение  $m_{\max}$  с учетом трения по боковым плоскостям призмы выпирания определяется выражением (пример 100а):

$$m_{\max} = m + q\omega \frac{h}{b} = 4,8 + \gamma \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right) \cdot 0,222 \frac{h}{b},$$

превышающим значительно прежнее  $m_{\max}$ , а потому глубину заложения можно в действительности уменьшить. Так, для  $h = 2,4$ :

$$m_{\max} = 4,8 + 1,8 \cdot 3 \cdot 0,222 \cdot \frac{2,4}{0,3} = 4,8 + 9,59 = 14,39 \text{ м/м}^3.$$

Действительное значение

$$m = \frac{24 \cdot 0,2 \cdot 5}{0,3 \cdot 2,4^3} + \frac{18 \cdot 0,2}{0,3 \cdot 2,4^2} = 5,78 + 2,09 = 7,87 \text{ м/м}^3 < 14,39 \text{ м/м}^3.$$

**Пример 105\*.** Для столба, разобранный в примере 103, определить допускаемую нагрузку  $P$  из условия, чтобы смещение точки приложения нагрузки не превосходило 44 мм. Искривлением самого столба вследствие изгиба пренебречь. Глубину заложения оставить прежнюю, т. е.  $h = 3,0$  м.

Коэффициент бокового сопротивления грунта на глубине 3,00 м от поверхности задан  $C = 1000 \text{ м/м}^3$ .

*Решение.* Из выражения (стр. 73):

$$C \operatorname{tg} \alpha = \frac{mh}{y_0}$$

имеем

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{mh}{C \cdot y_0},$$

или, принимая во внимание выражение для  $m$  и  $y_0$  (стр. 74), имеем:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{6P(4H + 3h)}{C \cdot bh^3} \cdot \frac{h(6H + 4h)}{h(6H + 3h)} = \frac{12P(12H^2 + 17Hh + 6h^2)}{C \cdot bh^3(4H + 3h)}. \quad (49)$$

Смещение точки приложения силы  $P$  равно:

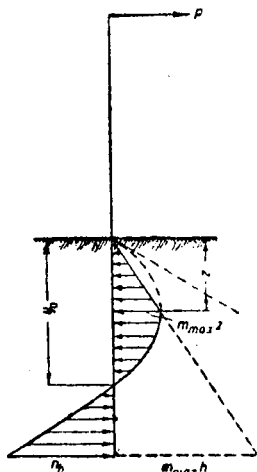
$$f = (H + y_0) \operatorname{tg} \alpha = \frac{P}{C} \left[ H + h \frac{4H + 3h}{6H + 4h} \right] \frac{12(12H^2 + 17Hh + 6h^2)}{bh^3(4H + 3h)}.$$

Задаваясь  $f = 0,044$  м, определяем  $P = 0,2$  т; при этом  $P$  можно подсчитать  $m$ , которое получится (см. пример 103)  $m = 4,33$  т/м<sup>3</sup>, что менее  $m_{\max} = 4,8$  т/м<sup>3</sup>, т. е. устойчивость столба обеспечена и заданное предельное смещение  $f = 44$  мм реально.

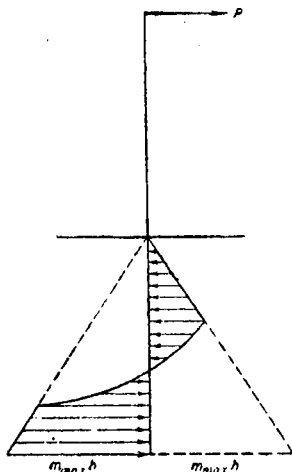
**Пример 106\*.** Для столба из примера 103 определить допускаемую нагрузку  $P$  из условия смещения верха столба на  $f = 10$  см. Коэффициент бокового сопротивления на глубине 3,0 м от поверхности:  $C = 1000$  т/м<sup>3</sup>.

**Решение.** Так как в этом случае, сравнивая условия задания с предыдущим примером и примером 103, следует ожидать значения  $m$  большего, чем  $m_{\max}$ , то механически применить к этой задаче формулы, установленные в преды-

дущей задаче, или применить закон прямой пропорциональности (т. е. новое  $P$  больше, чем в предыдущем примере во столько раз, во сколько заданное  $f$  в этом примере больше заданного в предыдущем) нельзя. Однако, получая по формулам предыдущего примера значение  $m$ , значительно превосходящее  $m_{\max}$ , еще нельзя констатировать, что столб выворачивается. Это означает, что в погруженной в грунт верхней части столба эпюра горизонтальных сопротивлений грунта будет в пределах



Фиг. 108.



Фиг. 109.

некоторой высоты  $z$  (фиг. 108) изменяться по прямой линии, т. е. по линии предельного ограничения (разность между возможным пассивным сопротивлением справа над активным слева).

Таким образом, начиная с некоторого значения силы  $P$  (при котором  $m = m_{\max}$ ), дальнейшее увеличение ее повлечет за собою то, что эпюра начнет расти, укладываясь в верхней части в треугольную эпюру, т. е.  $z$  будет постепенно увеличиваться, пассивное сопротивление земли справа станет использоваться в большей части. В связи с ростом напряжений справа будут увеличиваться и напряжения слева, постепенно на нижнем конце приближаясь к пределу

$$n_h = m_{\max} \cdot h.$$

Однако, если напряжение на нижнем конце и достигнет предельного, это также не будет означать невозможности увеличить нагрузку дальше. Это лишь будет означать, что дальнейшее увеличение нагрузки заставит и эпюру в нижней части постепенно ложиться по прямой, ограничивающей линию предельных напряжений слева (фиг. 109).

Следует заметить, что иттина сознательное применение таких эпюр (фиг. 109), т. е. так и заставить в будущем работать столб, не рекомендуется, особенно в отношении нижней части столба. Принятие эпюры по фиг. 109 фактически означает, что процесс выпирания грунта в верхней части, а до некоторой степени и в нижней начался, но существующие силы сопротивления еще уравнивают силу  $P$ .

Если же силу  $P$  удалить и снова приложить, то конец столба будет „играть“ в грунте, так как происшедшие до того смещения в малой степени будут обратимыми.

Помимо этого работе столба по эпюре, показанной на фиг. 109, соответствуют значительные перемещения столба.

Поэтому рекомендуем ставить условие, чтобы  $n_h$  было меньше  $m_{\max} h$ , допуская одновременно с этим вид эпюры по фиг. 108.

Уравнения равновесия применительно к эпюре по фиг. 108 запишутся:

$$P - b \left[ \frac{mz^2}{2} + \int_z^h n_y \cdot dy \right] = 0;$$

$$M + b \left[ \frac{mz^3}{3} + \int_z^h n_y \cdot y \cdot dy \right] = 0,$$

где попрежнему

$$n_y = \frac{my}{y_0} (y_0 - y);$$

или для этой задачи удобнее в виде (имея в виду выражение на стр. 73):

$$n_y = C \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot \frac{y}{h} (y_0 - y).$$

Интегрируя, имеем:

$$P - b \left\{ \frac{m_{\max} z^2}{2} + \frac{C \cdot \operatorname{tg} \alpha}{12h} \left[ h^2 (3y_0 - 2h) - z^2 (3y_0 - 2z) \right] \right\} = 0; \quad (a)$$

$$PH + b \left\{ \frac{m_{\max} z^3}{3} + \frac{C \cdot \operatorname{tg} \alpha}{12h} \left[ h^3 (4y_0 - 3h) - z^3 (4y_0 - 3z) \right] \right\} = 0. \quad (б)$$

В написанных двух уравнениях при заданном  $P$  неизвестными являются величины  $\operatorname{tg} \alpha$ ,  $y_0$  и  $z$ .

Кроме того имеем следующие дополнительные уравнения:

$$n_{y=z} = C \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot \frac{y}{h} (y_0 - y) = C \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot \frac{z}{h} (y_0 - z) = m_{\max} \cdot z, \quad (в)$$

т. е. начиная с  $y = z$  вступает в силу известное выражение (уравнение кривой) для  $n_y$ .

В нашем же примере помимо того неизвестно и  $P$ , но зато условием задачи поставлено

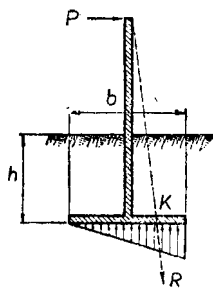
$$(H + y_0) \operatorname{tg} \alpha = f. \quad (г)$$

Таким образом уравнения (а)—(г) решают задачу полностью.

Решение дает:  $z = 1$  м;  $y_0 = 2,1$  м;  $\operatorname{tg} \alpha = 0,014$ ;  $P = 0,34$  т.

**Пример 107.** Определить ширину квадратной фундаментной плиты  $b$  (фиг. 110) под столб предыдущего примера, если все действующие усилия на столб передать исключительно подошве фундамента. Сила  $P$  может иметь и обратное направление, а потому фундаментную плиту надлежит сделать симметричной.

**Решение** Беря глубину заложения  $h=2,0$  м как минимальную, определяем ширину  $b$  из условия прохождения равнодействующей  $R$  (от силы  $P$ , сложенной с весом земли, помещаемой на фундаментной плите) через крайнюю точку ядра сечения  $k$ :



Фиг. 110.

$$M_k = P(5 + 2) - \gamma \cdot h \cdot x \cdot b \cdot \frac{x}{6} = 0,$$

где  $b$  — ширина фундаментной плиты в перпендикулярной плоскости.

Задавая  $b = x$  и решая написанное условие, имеем:  $x = 1,22$  м.

**Вопрос.** В каких случаях выгоднее опрокидывающие усилия передавать: 1) подошве фундамента и 2) горизонтальным сопротивлениям грунта, возникающим при повороте столба?

**Вопрос.** Почему при расчете гибких столбов, погруженных в грунт, исходят из спрямленной эпюры результирующего напряжения, а также при проверке устойчивости исходят из величины развивающегося сопротивления земли на нижнем конце столба  $\sigma$ , каковое в жестких столбах далеко не полностью используется?

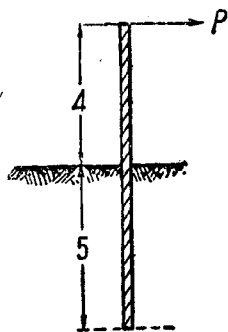
**Пример 108.** Для стенки шпунта, погруженного в сыпучую массу на глубину 5 м (фиг. 111), подверженной действию горизонтальной силы  $P=4$  т, приложенной на высоте 4 м, требуется проверить устойчивость. Данные грунта: угол естественного откоса  $\varphi = 30^\circ$ , вес  $\gamma = 1,5$  т/м<sup>3</sup>, угол трения земли о стенку  $\varphi = 0$ . Ширина стенки  $b = 1,00$  м.

**Решение.** Исходим из предположения полного использования пассивных сил сопротивления земли в большей части верхней половины гибкой стенки (эпюра идет по прямой, ограничивающей линию предельных сил сопротивления), а также из возможности увеличения напряжения грунта на нижнем конце, доводя его до наибольшего значения, определяемого пассивными силами грунта на этой глубине, так как связь между напряжениями земли в верхней части и на конце, установленная в случае жесткого столба (как в примере 102), отсутствует.

За сложностью очертания действительной эпюры последнюю для расчета заменяем спрямленной, показанной на фиг. 111а. Условия равновесия (проекция всех сил на горизонт и момент их относительно нижнего конца) напишутся в виде:

$$\sum X = 0; P - \frac{1}{2} b m h^2 + \frac{1}{2} b (m h + \sigma) (h - y) = 0;$$

$$\sum M_B = 0; P(H + h) - \frac{1}{6} b m h^3 + \frac{1}{6} b (m h + \sigma) (h - y)^2 = 0.$$



Фиг. 111.

В написанных уравнениях под  $m$  подразумевается наибольшее значение для этого коэффициента, т. е.

$$m = \gamma \left[ \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right) - \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) \right],$$

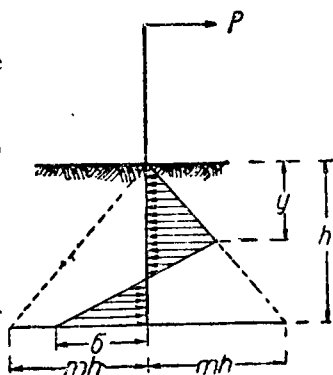
неизвестными являются  $\sigma$  и  $y$ . Решая указанные уравнения имеем:

$$\sigma = \frac{(bmh^2 - 2P)^2}{b[bmh^3 - 6P(H+h)]} - mh; \quad (50)$$

$$h - y = \frac{mh^2 - 2\frac{P}{b}}{mh + \sigma}.$$

Устойчивость, можно полагать, удовлетворяется, если:

$$\begin{aligned} \sigma &< \sigma_{\max} = mh = \\ &= \gamma \left[ \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right) - \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) \right] h. \end{aligned}$$



Фиг. 111а.

В заданном примере  $m = 4$ ;  $\sigma_{\max} = 4 \cdot 5 = 20 \text{ т/м}^3$ ;

$$\sigma = \frac{(4 \cdot 5^2 - 2 \cdot 4)^2}{(4 \cdot 5^3 - 6 \cdot 4 \cdot 9)} - 4 \cdot 5 = 9,45 \text{ т/м}^3 < 20 \text{ т/м}^3.$$

**Пример 109\***. Для стенки шпунта, погруженного в откос на глубину 5 м (фиг. 112), подверженной действию горизонтальной силы  $P = 4 \text{ т}$ , приложенной от уровня земли на высоте 4 м, требуется проверить достаточность глубины заложения. Данные грунта: угол естественного откоса  $\varphi = 30^\circ$ , вес  $\gamma = 1,5 \text{ т/м}^3$ , угол трения земли о стенку  $\varphi_0 = 0$ .

Ширина щита в плоскости, перпендикулярной к фигуре, равна  $b = 1,00 \text{ м}$ .

**Решение.** Для проверки устойчивости возможно воспользоваться формулой, установленной для случая горизонтальной поверхности земли:

$$\sigma = \frac{(bmh^2 - 2P)^2}{b[bmh^3 - 6P(H+h)]} - mh,$$

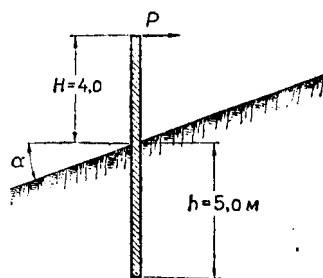
если под  $m$  подразумевать величину  $m = q_{np} - p_{лев}$ , где  $q_{np}$  есть тангенс угла наклона эпюры пассивного сопротивления земли при сдвиге стенки вправо, а  $p_{лев}$  — тангенс угла наклона эпюры активного давления земли на левую поверхность стенки.

Что касается величины  $\sigma$ , то в этой задаче она не должна превышать:

$$\sigma_{\max} = (q_{лев} - p_{np}) h,$$

где  $q_{лев}$  — тангенс угла наклона эпюры пассивного сопротивления земли слева и  $p_{np}$  — тангенс угла наклона эпюры активного давления земли справа. На фиг. 113 произведено графическое определение величин активного давления и пассивного сопротивления с обеих сторон стенки. Согласно подсчитанным давлениям имеем:

$$m = \frac{2 \cdot (94,1 - 5,46)}{h \cdot h} = 7,09 \text{ т/м}^3;$$



Фиг. 112.

величина  $\sigma$  определяется значением:

$$\sigma = \frac{(7,09 \cdot 25 - 2 \cdot 4)^2}{7,09 \cdot 125 - 6 \cdot 4 \cdot (5 + 4)} - 7,09 \cdot 5 =$$

$$= 42,65 - 35,45 = 7,20 \text{ т/м}^2,$$

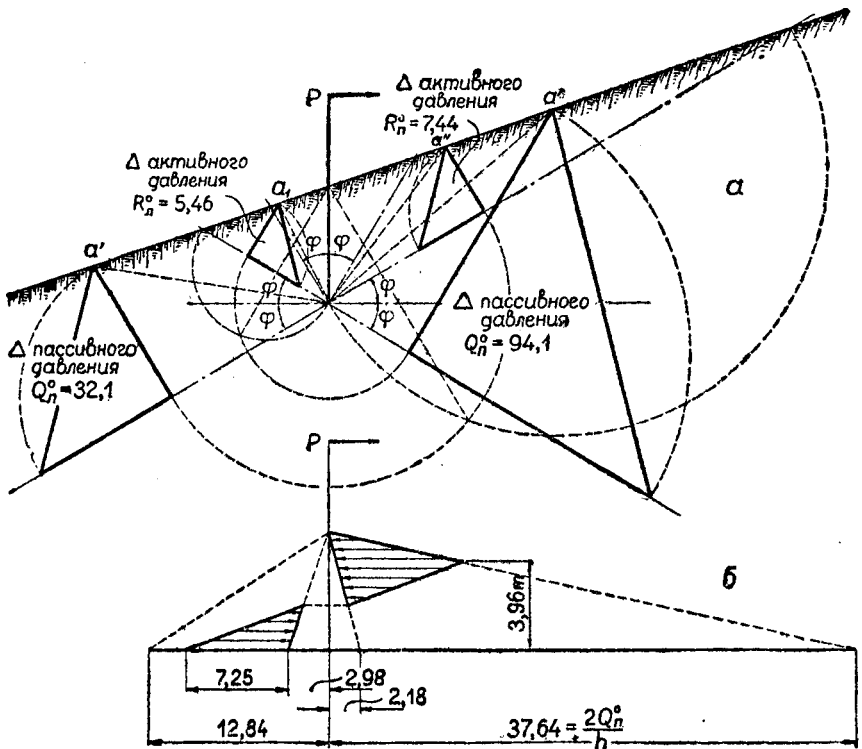
что менее предельного:

$$\sigma_{\max} = (q_{лев} - p_{пр}) h = 2 \frac{(32,1 - 7,44)}{h^2} h = 9,86 \text{ т/м}^2.$$

Эпюра результирующего сопротивления земли представлена на фиг. 113, где:

$$h - y = \frac{mh^2 - 2 \frac{P}{b}}{mh + \sigma} = \frac{7,09 \cdot 25 - 2,4}{7,09 \cdot 5 + 7,25} = 3,96 \text{ м.}$$

**Пример 109а\*.** Как изменятся условия устойчивости шпунтовой стенки предыдущего примера, если у силы  $P$  направление изменить на обратное?



Фиг. 113.

**Решение.** В данном случае под величиной  $m$  надо подразумевать:

$$m = (q_{лев} - p_{пр}) = \frac{2 \cdot (32,1 - 7,44)}{h^2} = 1,97 \text{ т/м}^3,$$

а под  $\sigma_{\max}$  значение:

$$(q_{пр} - p_{лев}) h = 7,09 \cdot 5 = 35,45 \text{ т/м}^2.$$



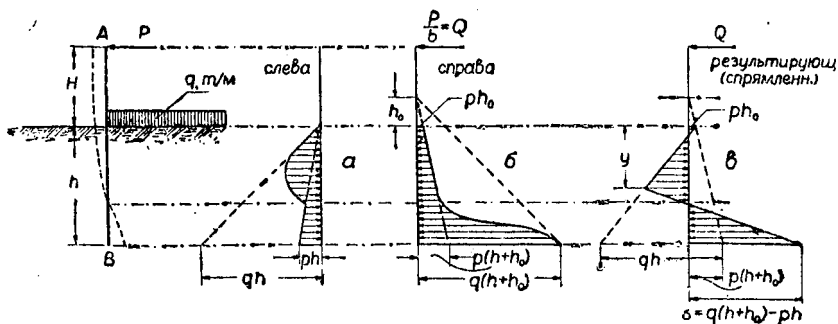
Для действительного напряжения на нижнем конце имеем:

$$\sigma = \frac{(1,97 \cdot 5^2 - 2 \cdot 4)}{(1,97 \cdot 5^2 - 6 \cdot 4 \cdot 9)} - 1,97 \cdot 5 = 47,00 > 35 \text{ т/м}^2,$$

т. е. условия устойчивости не удовлетворяются.

**Пример 110.** Определить необходимую глубину погружения столба, изображенного на фиг. 114, подверженного действию горизонтальной силы  $P$ . На поверхности земли находится правее столба временная нагрузка интенсивностью  $q \text{ т/м}^2$ . Ширина столба в плоскости, перпендикулярной к чертежу, равняется  $b$ .

*Указание.* Расчет ведем на единицу ширины столба. Фиг. 114а представляет собою эпюру напряжений, которые испытывает левая поверхность столба при его повороте. Фиг. 114б та же, но для правой поверхности



Фиг. 114.

столба. На основании этих двух слагаемых эпюр построена спрямленная результирующая эпюра, указанная на фиг. 114в. Применительно к этой эпюре условия равновесия имеют вид:

$$\sum X = 0; -Q - [ph_0 + p(h+h_0)] \frac{h}{2} +$$

$$+ \frac{qh^2}{2} - [\sigma + qh - p(h+h_0)] \frac{hy}{2} = 0;$$

$$\sum M_B = 0; -Q(H+h) - p \frac{h_0 \cdot h}{2} \cdot \frac{2}{3} h - p \frac{(h+h_0)h}{2} \frac{h}{3} +$$

$$+ \frac{qh^2}{2} \cdot \frac{y}{3} - [\sigma + qh - p(h+h_0)] \frac{(h-y)^2}{6} = 0.$$

Решая написанные уравнения, давая  $\sigma$  наибольшее значение  $\sigma_{\max} = q(h+h_0) - ph$ , определяем  $h$ .

Ввиду того что  $h$  в написанных уравнениях входит в высоких степенях, то удобнее задаться  $h$  и определять  $\sigma$ , которое в случае достаточности глубины заложения не должно превышать указанного выше значения  $\sigma_{\max}$ .

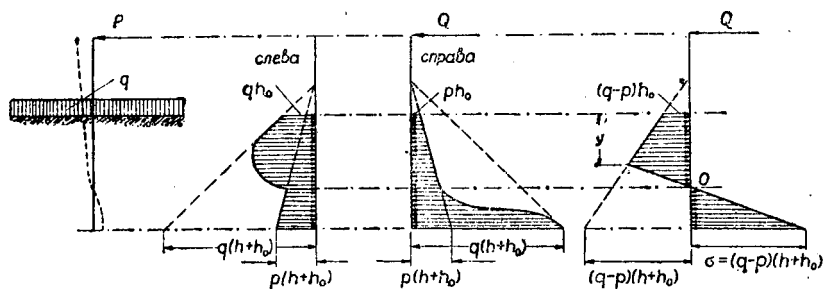
**Пример 111\*.** Для столба предыдущей задачи определить глубину его погружения, предполагая временную нагрузку с обеих сторон столба (фиг. 115).

Решение. Уравнения равновесия пишутся в следующем виде:

$$-Q + (q-p)(h_0 + h + h_0) \frac{h}{2} - [\sigma + (q-p)(h + h_0)] \frac{hy}{2} = 0,$$

$$-Q(H+h) + (q-p)h_0 \frac{h}{2} \cdot \frac{2}{3} h + (q-p)(h+h_0) \frac{h}{2} \cdot \frac{1}{3} h -$$

$$-[\sigma + (q-p)(h+h_0)] \frac{(h-y)^2}{6} = 0.$$



Фиг. 115.

**Вопрос.** При каком угле наклона столба (фиг. 116) вращение последнего будет происходить относительно нижнего конца  $D$ ?

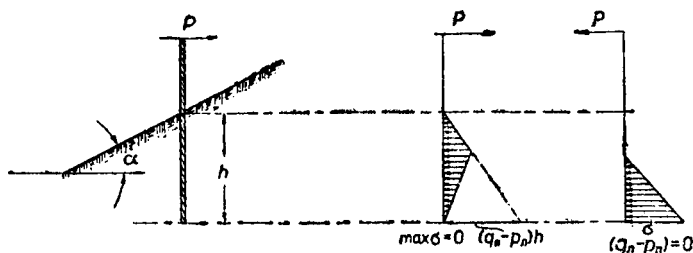
**Ответ.** При  $\alpha = \varphi$ , так как тогда развивающиеся пассивные напряжения у нижнего конца будут бесконечно большие.

**Вопрос.** Относительно какой точки будет происходить вращение в предыдущем примере, если переменить направление силы  $P$  на обратное и угол  $\alpha$  принять равным  $\varphi$ ?

**Ответ.** Относительно точки  $B$ .

**Вопрос.** При каком угле  $\alpha$  становится невозможной устойчивость шпунтовой стенки при любых значениях сил  $P$ , их направлениях и при любой глубине заложения (фиг. 117)?

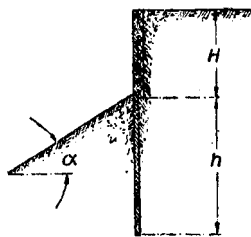
**Ответ.** При  $\alpha = \varphi$ , так как тогда  $q_{лев} = p_{пр}$  и таким образом результирующая эпюра при любом направлении силы  $P$  может быть лишь однозначной, что недостаточно для равновесия.



Фиг. 117.

**Вопрос.** Чем объяснить устойчивость телеграфных столбов, забитых в откосы насыпи, наклоненных под углом естественного откоса?

Ответ. Устойчивость отдельно стоящих столбов выше устойчивости длинных шпунтовых стенок. При расчете столбов взамен  $(q_{лев} - p_{np})$  надлежит иметь дело с  $(q_{лев}\mu - p_{np})$ , которое неравно нулю ( $\mu$  — коэффициент увеличения пассивного сопротивления за счет сил трения по боковым граням призмы выпирания).



Фиг. 118.

118, состоящей из свай диаметром 0,3 м, расставленных одна от другой на расстоянии 1 м, и обшивки на всей высоте поддерживаемой насыпи  $H = 2$  м определить требуемую глубину забивки свай из условий устойчивости.

Указание. Исходя из деформации столба, как это указано на фиг. 119, имеем сопротивление земли на левую и правую поверхности стенки в том виде, как изображено на фиг. 119а и б. При таких слагающих эпюрах результирующая эпюра будет спрямленная и примет вид, указанный на фиг. 119в. Применяя к результирующей эпюре условия равновесия статики, имеем:

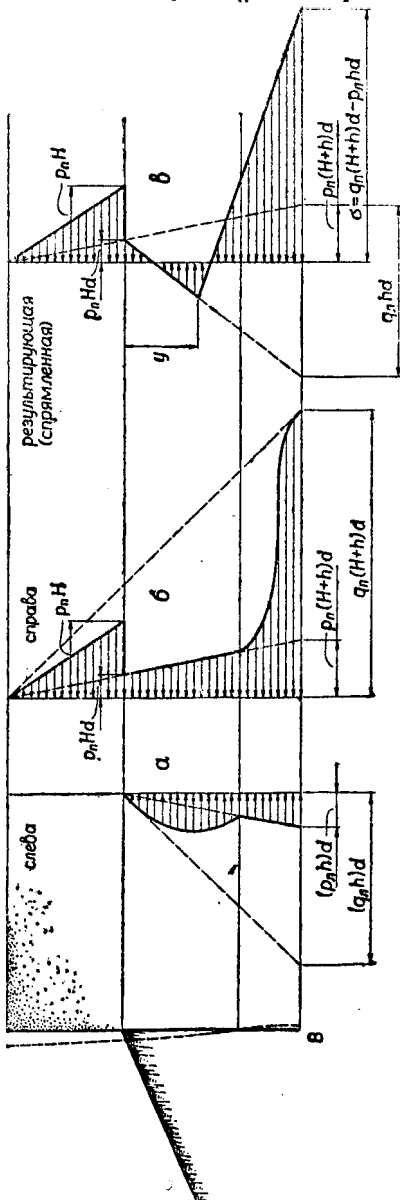
$$\sum X = 0; -\frac{p_{np} H^2}{2} - [p_{np} H d + p_{np} (H + h) d] \frac{h}{2} + q_{лев} h \cdot d \frac{h}{2} - \{\sigma + [q_{лев} h d - p_{np} (H + h) d]\} \frac{h - y}{2} = 0;$$

$$\sum M_B = 0; -\frac{p_{np} H^2}{2} \left( h + \frac{1}{3} H \right) - p_{np} H d \frac{h}{2} \frac{2}{3} h - p_{np} (H + h) d \cdot \frac{h}{2} \frac{h}{3} + q_{лев} h d \frac{h}{2} \frac{h}{3} - \{\sigma + [q_{лев} h d - p_{np} (H + h) d]\} \frac{(h - y)^2}{6} = 0;$$

наибольшее допускаемое напряжение на нижнем конце:

$$\sigma_{max} = q_{np} (H + h) d - p_{лев} h d.$$

Пример 113\*. Рассмотреть условия устойчивости следующей перемычки, изображенной на фиг. 120. Сила  $P$  приходится на 1 м длины перемычки.

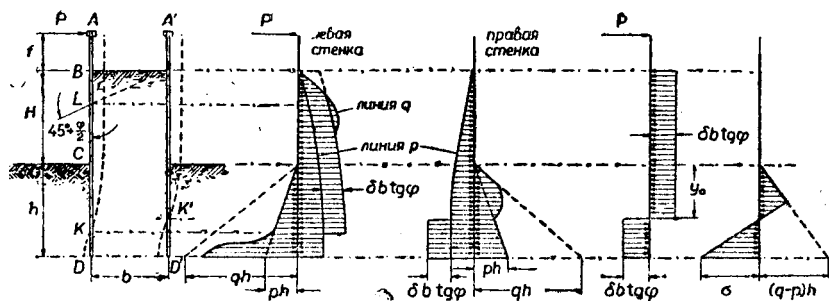


Фиг. 119.

**Указания:** а) Левая стенка. В данном случае для высоты  $BK$  с правой стороны нельзя принять действующим пассивное сопротивление полностью. Нельзя принять также пассивное сопротивление массы, заключенной между двумя параллельными стенками, так как и последнее будет уменьшено по той причине, что правая стенка не неподвижна, а под напором может сместиться. Таким образом, дабы не было ущерба устойчивости, лучше на высоте  $BK$  с правой стороны считать действующими активное давление (линия  $p$ ) и силы трения, определяемые эпюрой с постоянной ординатой  $\delta b \operatorname{tg} \varphi$  (фиг. 120а)<sup>1</sup>. Линия  $p$  — прямая или кривая в зависимости от отношения  $\frac{b}{h}$  ( $\delta$  — удельный вес заполнения перемычки).

б) Правая стенка. При условиях построения эпюры для левой стенки эпюра для правой построится на высоте  $A'R'$  как линия  $p$  с добавлением на высоте  $K'D'$  эпюры от сил трения (фиг. 120б).

Для определения устойчивости можно рассматривать или порознь каждую стенку в отдельности или, пренебрегая разностью в высоте точек  $K$  и  $K'$  (фиг. 120), совместить две эпюры (120а и б) для левой и правой стенок и, разбив составную снова на два слагаемых, как это указано на



Фиг. 120, 120а-б-в-г.

фиг. 120, в и г, принять первую (фиг. 120в) за активную эпюру (нагрузку), а вторую (фиг. 120г) — за сопротивляющуюся. Тогда можно для определения устойчивости воспользоваться формулой для простого столба, если за силу  $P$  считать значение:

$$Q = P - \delta b \operatorname{tg} \varphi (H + y_0) + \delta b \operatorname{tg} \varphi (h - y_0).$$

Наибольшее допускаемое напряжение  $\sigma_{\max} = (q - p) h$ .

**Пример 114\*.** Проверить устойчивость столба, указанного на фиг. 121, погруженного в разнородное сыпучее тело. Данные:  $P = 1 \text{ м}$ ; ширина столба  $d = 0.30 \text{ м}$ ;  $H = 4 \text{ м}$ ;  $h_1 = h_2 = 1.5 \text{ м}$ .

Для верхнего грунта  $\gamma_1 = 1.7 \text{ т/м}^3$ ,  $\varphi_1 = 25^\circ$  и для нижнего  $\gamma_2 = 1.8 \text{ т/м}^3$ ,  $\varphi_2 = 35^\circ$ .

**Решение.** Так как  $y$  обычно бывает около половины всей глубины заложения, а в данном случае  $h_1 = \frac{1}{2} (h_1 + h_2)$ , то естественно исходить из эпюры, изображенной на фиг. 121, а, где треугольник эпюры в верхней половине определяется разностью между пассивным и активным давлениями

<sup>1</sup> См. проф. Прокофьев И. П., Теория сооружений, стр. 231, изд. 1928 г.

верхнего грунта. Устойчивость будет удовлетворена, если  $\sigma$  не превышает допустимого для нижнего конца напряжения (из условия нижнего грунта):

$$\sigma_{\max} = (q_2 - p_2)(h_0 + h_2) = (q_2 - p_2) \left( h_1 \frac{\gamma_1}{\gamma_2} + h_2 \right),$$

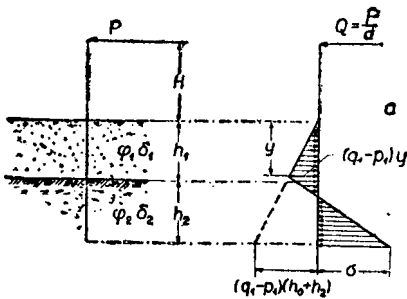
где:

$$(q_1 - p_1) = \gamma_1 \left[ \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ + \frac{\varphi_1}{2} \right) - \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{\varphi_1}{2} \right) \right];$$

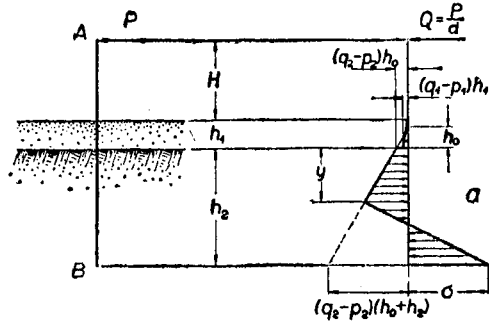
$$(q_2 - p_2) = \gamma_2 \left[ \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ + \frac{\varphi_2}{2} \right) - \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{\varphi_2}{2} \right) \right].$$

**Пример 115\*.** Проверить устойчивость столба, погруженного в разнородное сыпучее тело, как это указано на фиг. 122, при данных:  $P = 1 \text{ м}$ ;  $d = 0,30 \text{ м}$ ;  $H = 4 \text{ м}$ ;  $h_1 = 0,5 \text{ м}$ ;  $h_2 = 2,5 \text{ м}$ ; грунты — предыдущей задачи.

*Решение.* Так как в данном случае глубина верхнего грунта значительно меньше половины всей глубины погружения столба, то в эпюру для верхней части столба необходимо ввести разность между пассивным и активным



Фиг. 121, 121a.



Фиг. 122, 122a.

давлениями и нижележащего грунта (помимо верхнего), как это указано на фиг. 122a.

Уравнения равновесия:

$$\sum X = 0; \quad Q + (q_1 - p_1) \frac{h_1^2}{2} + [(q_2 - p_2) h_0 + (q_2 - p_2) (h_0 + h_2)] \frac{h_2}{2} - [\sigma + (q_2 - p_2) (h_0 + h_2)] \frac{h_1 + h_2 - y}{2} = 0;$$

$$\sum M_B = 0; \quad -Q(H + h_1 + h_2) + (q_1 - p_1) \frac{h_1^2}{2} \left( h_2 + \frac{1}{3} h_1 \right) + (q_2 - p_2) h_0 \frac{h_2}{2} \frac{2}{3} h_2 + (q_2 - p_2) (h_0 + h_2) \frac{h_2}{2} \frac{h_2}{3} - [\sigma + (q_2 - p_2) (h_0 + h_2)] \frac{(h_1 + h_2 - y)^2}{6} = 0.$$

Наибольшее допускаемое

$$\sigma_{\max} = (q_2 - p_2) (h_0 + h_2),$$

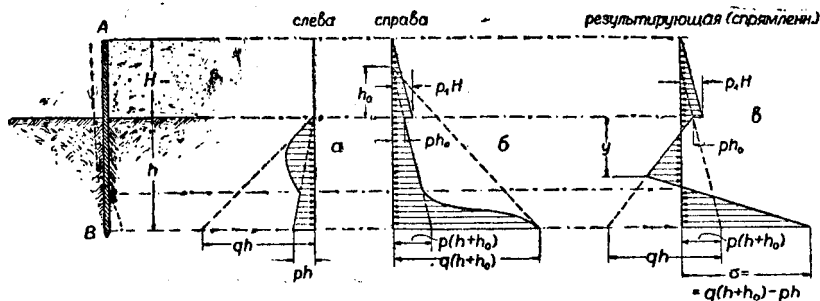
где

$$h_0 = h_1 \frac{\gamma_1}{\gamma_2}.$$

**Пример 116\*.** Определить необходимую глубину забивки сплошного частокола, предназначенного для поддержания насыпного грунта высотой  $H = 2 \text{ м}$ , как это указано на фиг. 123. Веса грунта  $\gamma = 1,8 \text{ т/м}^3$  и засыпки  $\gamma_1 = 1,5 \text{ т/м}^3$ . Углы естественного откоса грунта  $\varphi = 35^\circ$  и засыпки  $\varphi_1 = 30^\circ$ .

**Решение.** Эпюры напряжений грунта на левую и правую поверхности столба указаны на фиг. 123а и б; фиг. 123в представляет результирующую эпюру. При таковой условия равновесия представляются в виде:

$$\sum X = 0; -p_1 \frac{H^2}{2} - [ph_0 + p(h+h_0)] \frac{h}{2} + qh \frac{h}{2} - [\sigma + qh - p(h+h_0)] \frac{h-y}{2} = 0;$$



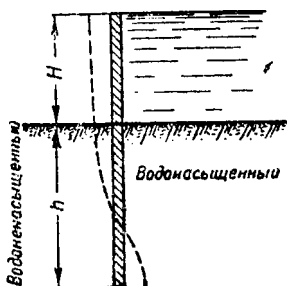
Фиг. 123.

$$\sum M_B = 0; -p_1 \frac{H^2}{2} \left( h + \frac{H}{3} \right) - ph_0 \frac{h}{2} \cdot \frac{2}{3} h - p(h+h_0) \frac{h}{2} \cdot \frac{h}{3} + q \frac{h^2}{2} \cdot \frac{h}{3} - [\sigma + qh - p(h+h_0)] \frac{(h-y)^2}{6} = 0,$$

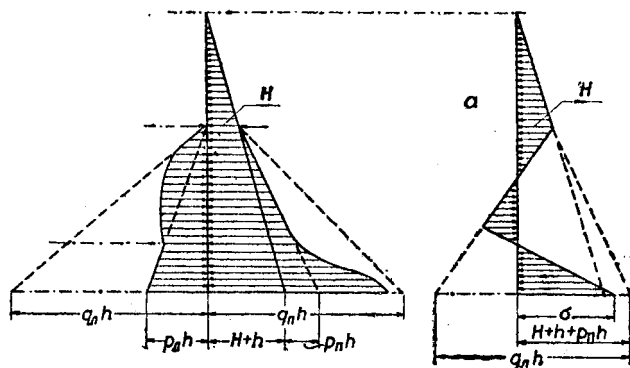
где:

$$p = \gamma \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right); \quad q = \gamma \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right); \quad h_0 = H \frac{\gamma_1}{\gamma}.$$

$$p_1 = \gamma_1 \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{\varphi_1}{2} \right); \quad q_1 = \gamma_1 \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ + \frac{\varphi_1}{2} \right);$$



Фиг. 124.



Фиг. 125, 125а.

**Пример 117\*.** Определить необходимую глубину забивки шпунтового ряда, поддерживающего горизонт воды  $H = 2$  м, как указано на фиг. 124. Грунт со стороны воды считать водонасыщенным, для которого  $\gamma = 1,8 \text{ т/м}^3$ ,  $\varphi = 25^\circ$ , и с противоположной стороны грунт водоненасыщенный, для которого  $\gamma_1 = 1,6 \text{ т/м}^3$ ,  $\varphi_1 = 35^\circ$ .

**Указание.** На фиг. 125 представлены эпюры напряжений грунта на левую и правую поверхности шпунтовой стенки, на фиг. 125а представлена спрямленная результирующая эпюра.

Ввиду того что грунт с правой стороны водопроницаемый, гидростатическое давление воды продолжено до самого низа стенки. Для давлений земли с правой стороны (активного и пассивного) влияние воды как временной нагрузки уже не учитывается:

$$q_{лев} = \gamma_1 \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ + \frac{\varphi_1}{2} \right); \quad q_{пр} = (\gamma - \alpha) \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right);$$

$$p_{лев} = \gamma_1 \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{\varphi_1}{2} \right); \quad p_{пр} = (\gamma - \alpha) \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right),$$

где  $\alpha$  — коэффициент пустотности водопроницаемого грунта (принимаемый обычно 0,55 — 0,70).

## § 2. Случай идеального сцепления (отсутствие трения)

**Пример 118.** Сплошной щит высотой  $h = 5$  м (фиг. 126) имеет внизу шарнирное присоединение к фундаменту и против вращения удерживается специальной тягой в верхней части. Устойчивость тяги может быть обеспечена надлежащими размерами специальной плиты, к которой приделана тяга. Определить высоту плиты. Данные: сцепление  $k = 1,8$  т/м<sup>2</sup>,  $\gamma = 1,8$  т/м<sup>3</sup>, плиты расположены друг от друга (в плане) через 2 м и ширина их по 1 м.

Центр давления и центр отпора с плиты считать на одной трети соответствующих высот.

**Решение.** Давление на щит с 2 м ширины:

$$R_0 = 2 \left[ \frac{1}{2} \gamma h^2 - 2kh \right] = 9 \text{ т.}$$

Момент относительно нижнего шарнира:

$$M_0 = 9 \cdot \frac{5}{3} = 15 \text{ тм.}$$

Необходимое усилие в тяге (при запасе 2) определится из выражения:

$$P \left( 5 - \frac{2}{3} x \right) = 2 \cdot M_0,$$

$$P = \frac{2 \cdot 15}{10 - \frac{2}{3} x} = \frac{45}{15 - x}.$$

С другой стороны, для силы отпора с высоты  $x$  и ширины 1 м имеем выражение:

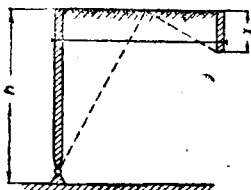
$$P = \frac{1}{2} \gamma x^2 + 2 kx = 0,9 x^2 + 1,6 x.$$

Приравнявая

$$\frac{45}{15 - x} = 0,9 x^2 + 1,6 x,$$

находим

$$x = 1,28 \text{ м.}$$



Фиг. 126.

**Пример 119.** Определить необходимую глубину погружения фундамента так, чтобы не произошло симметричного выпирания грунта из-под подошвы фундамента. Поверхности сползания и выпирания полагать плоскими (фиг. 127).

*Решение.* Напор по плоскости  $ab$  (пренебрегая сцеплением по плоскости  $ab$ ):

$$R_0 = \frac{1}{2} \gamma h_1 + n h_1 - 2k h_1, \quad (51)$$

где  $n$  — интенсивность временной нагрузки на плоскости  $ca$ , т. е. вес сооружения, отнесенный к единице площади (напряжения грунта на сжатие).

Отпор с той же высоты  $\overline{ab}$ , учитывая вес грунта, расположенного выше плоскости  $ad$  (высота  $h$ ):

$$Q_0 = \frac{1}{2} \gamma h_1 + (\gamma h_1) h_1 + 2k h_1.$$

Устойчивость будет обеспечена, если

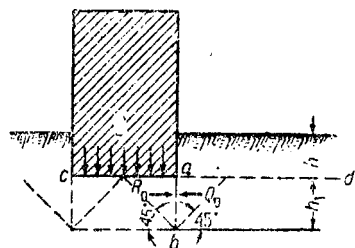
$$Q_0 \geq R_0,$$

откуда

$$h \gamma + 2k \geq n - 2k,$$

окончательно

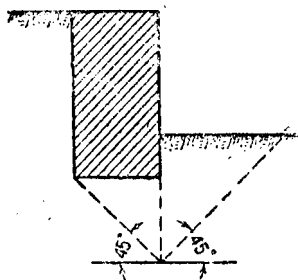
$$h \geq \frac{n}{\gamma} - \frac{4k}{\gamma} \quad (52)$$



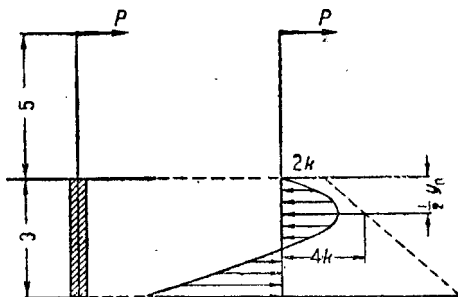
Фиг. 127.

**Вопрос.** Изменится ли выражение для потребной глубины заложения, если исходить из одностороннего несимметричного выпирания, показанного на фиг. 128.

*Указание.* В случае учета сил трения формулы для потребной глубины заложения получаются отличными в зависимости от того, исходим ли из симметричного или одностороннего выпирания.



Фиг. 128.



Фиг. 129 и 129а.

**Пример 120.** Проверить достаточность глубины погружения столба, разобранный в примере 103 (там предполагалось идеальное сыпучее тело), предполагая здесь (как и во всех задачах настоящего параграфа) земляное тело, лишенное трения (фиг. 129).

*Ответ.* Расчетной формулой для суждения о степени устойчивости может служить прежняя формула:

$$m = \frac{24 M}{b h^3} + \frac{18 P}{b h^2} < m_{\max}.$$



Для  $m_{\text{max}}$  считать следующее выражение (ср. фиг. 746 с фиг. 61):

$$\frac{\gamma h + 4k_0}{h} - \frac{\gamma h - 4k_0}{h} = \frac{8k_0}{h}.$$

Первое слагаемое представляет собою тангенс угла наклона эпюры пассивного сопротивления грунта, и второе слагаемое — тангенс наклона в эпюре напора.

Указанные выражения справедливы в том случае, если сцепление  $k$  по высоте изменяется по закону прямой линии и  $k_0$  — сцепление на глубине  $h$ .

Если сцепление  $k$  постоянно или близко к этому, то эпюра предельных напряжений (разность между отпором и напором) будет представляться более сложной; в таком случае для суждения о степени устойчивости удобнее исходить из величины развивающегося напряжения (фиг. 129а) на глубине  $y = \frac{1}{2}y_0$ , установить для него пределом величину при  $y = \frac{1}{2}y_0$

$$[(\gamma y + 2k) - (\gamma y - 2k)] = 4k.$$

Для  $n_y$  имели выражение:

$$n_y = \frac{my}{y_0}(y_0 - y).$$

Таким образом на высоте  $\frac{1}{2}y_0$ :

$$n_y = \frac{my_0}{4}.$$

Таким образом условие устойчивости тогда заменяется в виде:

$$\left( \frac{24M}{bh^3} + \frac{18P}{bh^2} \right) \frac{y_0}{4} \leq 4k,$$

где для  $y_0$  имели выражение:

$$y_0 = \frac{4H + 3h}{6H + 4h} \cdot h.$$

Также необходимо проверить напряжение и на нижнем конце, которое здесь может в некоторых случаях превзойти допустимое.

**Пример 121\*.** Определить, каким сцеплением должен обладать грунт, чтобы подпорная стенка, показанная на фиг. 130, не могла потерять устойчивости, повернувшись относительно точки  $O$  вместе с частью грунта, заштрихованной на фиг. 130.

Поверхность скольжения — круглоцилиндрическая.

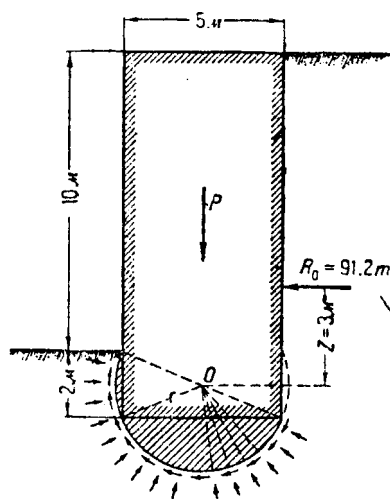
Такая форма потери устойчивости, если она вообще может иметь место, является самой опасной, так как в этом случае происходит обрушение сооружения без всякого участия так называемого отпора земли.

*Решение.* Момент опрокидывающий:

$$M_0 = R_0 z.$$

Момент удерживающий:

$$M_v = (k\pi r) \cdot r = k\pi r^2.$$



Фиг. 130.

Устойчивость будет обеспечена, если

$$k\pi r^2 \geq R_0 z,$$

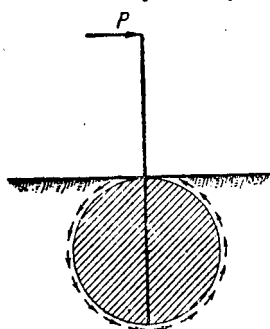
откуда

$$k \geq \frac{R_0 z}{\pi r^2}.$$

В нашем случае  $R_0 = 91,2 \text{ м}$ ;  $z = 3 \text{ м}$ ,  $r = 2,69 \text{ м}$ .

Таким образом необходимое сцепление должно быть не менее

$$\frac{91,2 \cdot 3}{\pi \cdot 2,69^2} \approx 1,2 \text{ т/м}^2.$$



Фиг. 131.

**Пример 122\*.** Определить, каким сцеплением должен обладать грунт, чтобы столб с размерами и нагрузкой, указанными в примере 103, не мог потерять устойчивости при следующей предполагаемой форме обрушения (при недостаточном сцеплении), показанной на фиг. 131, а именно: в пределах погруженной части под влиянием вращающей силы произошло вращение земляного шара диаметром  $h = 3 \text{ м}$ .

*Решение.* Опрокидывающий момент относительно центра шара:

$$M_0 = P \left( H + \frac{h}{2} \right) = 0,2 \cdot 6,5 = 1,3 \text{ тм}.$$

Момент сопротивляющихся сил сцепления:

$$M_y = k \cdot F \cdot r = k \cdot F \cdot 1,5,$$

где  $F$  — поверхность шара вращения:

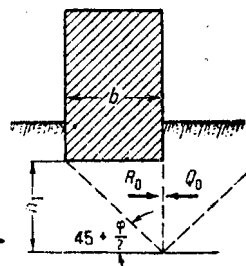
$$F = 4\pi \cdot r^2 = 28,16 \text{ м}^2.$$

Необходимое сцепление:

$$k = \frac{M_0}{1,5 F} = \frac{1,3}{1,5 \cdot 28,16} = 0,031 \text{ т/м}^2,$$

т. е. требуется весьма незначительное сцепление, чтобы задержать осуществление предположенной формы потери устойчивости.

Следовательно нет оснований предполагать в данной задаче шаровую картину обрушения



Фиг. 132.

### § 3. Совместное действие трения и сцепления

**Пример 123.** Установить расчетное выражение для потребной глубины заложения фундамента, несущего только вертикальную нагрузку (фиг. 132). При выводе исходить из одностороннего выпирания, заменяя поверхности сползания и выпирания плоскостями.

*Решение.* При обозначениях фиг. 132 имеем напор с высоты  $h_1$ :

$$R_0 = \left( \frac{1}{2} \gamma h_1^2 + n h_1 \right) \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) - 2k h_1 \operatorname{tg} \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right),$$

где  $n$  — напряжение грунта в основании;  
отпор

$$Q_0 = \left( \frac{1}{2} \gamma h_1^2 + \gamma h h_1 \right) \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right) + 2k h_1 \operatorname{tg} \left( 45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right).$$

Условие устойчивости:  $Q_0 \geq R_0$ , откуда по замене  $h_1 = b \cdot \text{tg} \left( 45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right)$  имеем:

$$h \geq \frac{n}{\gamma} \cdot \text{tg}^4 \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) - \frac{b \left[ 1 - \text{tg}^4 \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) \right]}{2 \text{tg} \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right)} - \frac{2k}{\gamma} \text{tg} \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) \left[ 1 + \text{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) \right]. \quad (53)$$

**Пример 124.** Для мостового быка, разобранныго (по Паукеру) в примере 90, требуется проверить достаточность глубины заложения фундамента по трем формулам:

- исходя из формулы (53), т. е. учитывая трение и сцепление;
- исходя из формулы Белзецкого (43) (со стр. 66), т. е. учитывая только трение, и
- исходя из формулы (52), т. е. учитывая только сцепление.

Данные: угол внутреннего трения грунта  $10^\circ$ , сцепление  $k = 0,3 \text{ м/м}^2$ , угол естественного откоса  $\varphi_1 = 35^\circ$ , плотность  $\gamma = 1,6 \text{ м/м}^3$ .

**Ответ.** При напряжении на грунт  $\sigma = 47,56 \text{ м/м}^2$  (см. пример 90) имеем:

по формуле (53):

$$h \geq \frac{47,56}{1,6} \cdot \text{tg}^4 \left( 45^\circ - \frac{10^\circ}{2} \right) - \frac{2,5 \left[ 1 - \text{tg}^4 \left( 45^\circ - \frac{10^\circ}{2} \right) \right]}{2 \cdot \text{tg} \left( 45^\circ - \frac{10^\circ}{2} \right)} - \frac{2 \cdot 0,3}{1,6} \cdot \text{tg} \left( 45^\circ - \frac{10^\circ}{2} \right) \left[ 1 + \text{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{10^\circ}{2} \right) \right] = 14,67 - 0,75 - 0,53 = 13,39 \text{ м}$$

по формуле (43):

$$h \geq \frac{47,56}{1,6} \text{tg}^4 \left( 45^\circ - \frac{35^\circ}{2} \right) - \frac{2,5 \left[ 1 - \text{tg}^4 \left( 45^\circ - \frac{35^\circ}{2} \right) \right]}{2 \text{tg} \left( 45^\circ - \frac{35^\circ}{2} \right)} = 2,20 - 2,20 = 0 \text{ м};$$

по формуле (52):

$$h \geq \frac{47,56}{1,6} - \frac{4 \cdot 0,3}{1,6} = 29,70 - 0,75 = 28,95 \text{ м}.$$

**Пример 125\*1.** Наметьте схему поверочного расчета глубины заложения фундамента каменной опоры, подверженной действию вертикальных и горизонтальных сил (пример 135), но с учетом одновременного наличия сил трения и сцепления в грунте.

**Ответ.** Схема поверочного расчета та же, что приведена в примере 135; для допускаемого  $m_{\max}$  формула принимает вид (при наличии сцепления  $k$ , переменного, изменяющегося пропорционально высоте):

$$m_{\max} = \frac{\gamma h \text{tg}^2 \left( 45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right) + 4k_0 \text{tg} \left( 45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right)}{h} - \frac{\gamma h \text{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) - 4k_0 \text{tg} \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right)}{h} = \gamma \left[ \text{tg}^2 \left( 45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right) - \text{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) \right] + \frac{4k_0}{h} \left[ \text{tg} \left( 45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right) - \text{tg} \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) \right]. \quad (54)$$

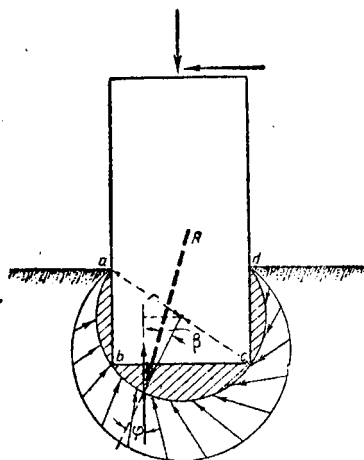
Примеры 125 и 126 читателю надлежит проработать позже примеров 128—136.

В случае постоянного по высоте (или близкого к этому) сцепления  $k$  целесообразно исходить (пример 120) из горизонтального напряжения на высоте  $y = \frac{1}{2} y_0$ , а именно:

$$n_{\frac{1}{2}y} \leq \left[ \gamma y \cdot \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right) + 2k \operatorname{tg} \left( 45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right) \right] - \left[ \gamma y \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) - 2k \operatorname{tg} \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) \right]$$

или в виде:

$$\frac{m y_0}{4} \leq \frac{\gamma y_0}{2} \left[ \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right) - \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) \right] + 2k \left[ \operatorname{tg} \left( 45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right) + \operatorname{tg} \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) \right].$$



Фиг. 133.

**Пример 126\*.** Определить, каким сцеплением должен обладать грунт, чтобы каменная опора, разобранный в примере 128, не могла потерять устойчивости, повернувшись относительно точки  $O$  вместе с частью грунта, заштрихованного на фиг. 133. Поверхность скольжения — круглоцилиндрическая.

Данные: угол внутреннего трения грунта  $\varphi = 15^\circ$ .

*Решение.* При вычислении удерживающего момента от сил трения (фиг. 133) приближенно поступим следующим образом: нормальная сила  $N = R \cos \beta$ ; сила трения  $T = N \cdot f = R \cos \beta \operatorname{tg} \varphi$ .

Тогда момент удерживающий:

$$M_y = \left[ k \cdot \overline{abcd} \right] \cdot r + \left[ (R \cdot \cos \beta) \operatorname{tg} \varphi \right] r;$$

условие устойчивости

$$M_0 \leq M_y,$$

откуда необходимое минимальное сцепление

$$k \geq \frac{M_0 - R \cdot \cos \beta \cdot \operatorname{tg} \varphi \cdot r}{r \cdot \overline{abcd}}$$

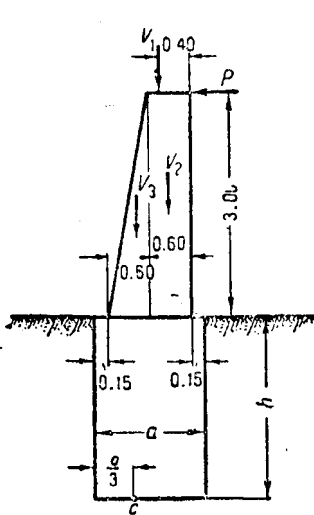
В нашем случае  $\beta = 18^\circ 50'$  (графически), длина дуги  $\overline{abcd} = 33,9 \text{ м}$ ,  $r = 6,93 \text{ м}$ ,  $R \approx 566 \text{ м}$ ,  $M_0 = 50 \cdot 28,60 - 18 \cdot 3,50 = 1367 \text{ тм}$ ,  $\operatorname{tg} \varphi = 0,268$ , а потому:

$$k \geq \frac{1367 - 566 \cdot 0,946 \cdot 0,268 \cdot 6,93}{6,93 \cdot 33,9} \approx 1,6 \text{ т/м}^2$$

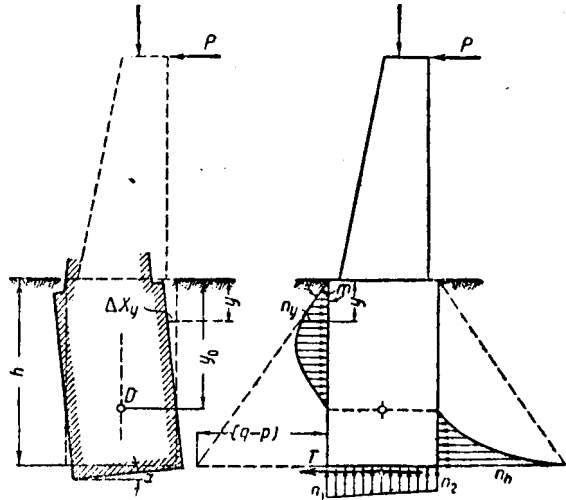
## ГЛАВА IV

### РАСЧЕТ ГЛУБИНЫ ЗАЛОЖЕНИЯ ФУНДАМЕНТОВ КАМЕННЫХ ОПОР, ПОДВЕРЖЕННЫХ ДЕЙСТВИЮ ВЕРТИКАЛЬНЫХ И ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ СИЛ

**Пример 127.** Составить уравнения равновесия для каменной опоры, погруженной в сыпучее тело и подверженной в общем случае действию вертикальных и горизонтальных сил (фиг. 134).



Фиг. 134.



Фиг. 135.

*Решение.* Под влиянием опрокидывающих усилий фундамент имеет стремление повернуться относительно некоторой точки  $D$ .

Положение точки  $D$  зависит от соотношения размеров (толщины и глубины) фундамента.

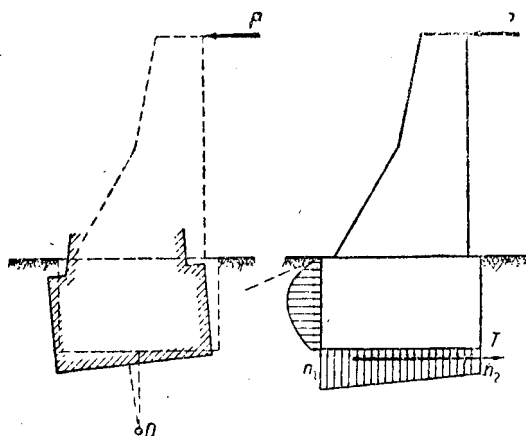
Так, для неглубоких, но широких фундаментов точка  $D$  находится ниже подошвы фундамента (фиг. 136), а для нешироких и глубоких фундаментов (фиг. 135) точка  $D$  находится в пределах глубины фундамента.

В соответствии с тем или иным положением точки  $D$  сила трения, развиваемая по подошве фундамента, будет направлена в сторону, обратную действующим горизонтальным силам (фиг. 136) или совпадающую с их направлением (фиг. 135). Указанному повороту фундамента будут противодействовать: сопротивление земли, развиваемое по передней и

задней граням фундамента, сопротивление земли, распространяющееся по основанию фундамента в виде неравномерного сжатия грунта, и наконец сила трения по основанию.

При неглубоких широких фундаментах большая часть сопротивления ложится на силы, развиваемые по основанию (неравномерное сжатие грунта с силой трения), и меньшая доля—на сопротивление грунта по боковым граням.

При глубоких тонких фундаментах, наоборот, большая часть сопротивления повороту ложится на силы, развиваемые по боковым граням.



Фиг. 136.

Обозначая интенсивность горизонтальных сил сопротивления на глубине  $y$  от поверхности через  $n_y$ , напряжения сжатия грунта у левого ребра через  $n_1$ , а у правого через  $n_2$ , силу трения в подошве через  $T$ , имеем уравнения равновесия ( $\Sigma X = 0$ ,  $\Sigma Y = 0$ ,  $\Sigma M = 0$ ; последнее берем относительно центра подошвы) в виде (игнорируя силы сопротивления повороту по боковым граням, т. е. перпендикулярные к передней или задней граням):

$$(P + T) - b \int_0^h n_y \cdot dy = 0; \quad (a)$$

$$P(H + h) + M_0 - b \int_0^h n_y (h - y) dy - \frac{b(n_1 - n_2) a^2}{12} = 0; \quad (б)$$

$$V - \frac{1}{2} (n_1 + n_2) a \cdot b = 0, \quad (в)$$

где  $V$ —полная вертикальная слагающая в плоскости основания и  $M_0$ —момент от собственного веса опоры, взятый относительно центра тяжести подошвы.

Уравнения (а—в) написаны применительно к фиг. 135. Очевидно, эти уравнения применимы и к фиг. 136, если у силы трения  $T$  переменить знак на обратный.

Для того чтобы раскрыть интегралы написанных уравнений равновесия, необходимо знать зависимость напряжения  $n_y$  от высоты.

Ввиду отсутствия достаточного количества опытных данных примем для  $n_y$  зависимость, установленную в примере 102, а именно

$$n_y = \frac{m}{y_0} \cdot y (y_0 - y).$$

Для последующего потребуется знать разность краевых вертикальных напряжений сжатия грунта в подошве.

Для этой цели введем допущения:

$$n_1 = C_1 \cdot \Delta y_1; \quad n_2 = C_1 \cdot \Delta y_2,$$

т. е. допущение, аналогичное принятому в примере 102 для  $n_y$  (прямая пропорциональность между напряжением и податливостью на сыпучее тело).

Коэффициент  $C_1$  следовало бы считать отличным от  $C$  ( $C$ —был коэффициент бокового сопротивления грунта на высоте  $h$ , а под  $C_1$  следует подразумевать на той же высоте коэффициент вертикального сопротивления, и следовательно заведомо  $C_1 > C$ .) Однако за неизученностью этого вопроса обычно полагают  $C_1 = C$  (учет разных значений  $C$  и  $C_1$ —см. пример 135):

$$(n_1 - n_2) = C_1 (\Delta y_1 - \Delta y_2) \frac{a}{a} = \frac{C_1}{C} \cdot Ca \operatorname{tg} \alpha = \beta \frac{mha}{y_0},$$

так как  $C \cdot \operatorname{tg} \alpha = \frac{mh}{y_0}$  (пример 102), где  $\beta = \frac{C_1}{C}$  принято в дальнейшем за единицу.

После интегрирования и подстановки найденных выражений уравнения равновесия принимают вид:

$$6 [P + T] - b \frac{mh^3}{y_0} (3y_0 - 2h) = 0; \quad (55)$$

$$12 [P(H + h) + M_0] - \frac{bmh^3}{y_0} (2y_0 - h) - \beta \frac{bmh^2 a^3}{y_0} = 0. \quad (56)$$

Написанные два уравнения содержат три неизвестные величины, а именно: силу трения  $T$ , расстояние  $y_0$  и тангенс угла, обозначенный через  $m$ . Присоединение к ним уравнения (в) не решает задачи, так как последнее содержит в себе еще новую неизвестную а именно сумму краевых напряжений в подошве:

$$(n_1 + n_2).$$

Таким образом решение уравнений без новых условий невозможно. Дополнительных же условий строго обоснованных нет, а потому для разрешения неопределенности необходимо, так же как это было при составлении уравнений (стр. 73), прибегнуть к допущениям и предположениям.

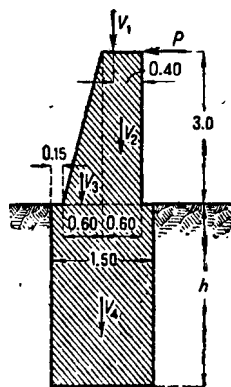
Таких вариантов несколько.

Последующие примеры (128—136) имеют целью показать читателю различные варианты решения подобных задач, применяемые в практике.

Единодушного мнения в смысле оценки того или другого варианта нет, это заставляет читателя познакомиться со всеми способами на конкретном примере, провести сравнение и дать оценку им.

Особое внимание читателя обращаем на вопросы, указанные на стр. 101—102; ответы на них в большей степени помогают разобраться в критической оценке различных предположений.

**Пример 128.** Определить необходимую глубину заложения подпорной стенки, показанной на фиг. 137, несущей вертикальную нагрузку  $V_1 = 1,2 \text{ т}$  и горизонтальную  $P = 2 \text{ т}$ , приходящиеся на 1 м длины стенки. Вес бетонной кладки  $\Delta = 2 \text{ т/м}^3$ . Вес земли  $\gamma = 1,6 \text{ т/м}^3$ . Угол трения грунта  $\varphi = 30^\circ$ . Решение провести, пренебрегая силами трения в плоскости основания<sup>1</sup>.



Фиг. 137.

<sup>1</sup> Таково предложение проф. Прокофьева И. П. (см. проф. Прокофьев И. П., Теория сооружений, ч. II, Москва 1928). Как видно дальше, им можно пользоваться лишь при очень тонких опорах и глубинах, имеющих малый собственный вес.

**Решение.**  $V_2 = 3,6 \text{ т}$ ,  $V_3 = 1,8 \text{ т}$ ,  $V_4 = 3h \text{ т}$ . Момент внецентренности относительно центра фундамента на уровне земли:

$$M_0 = V_1(0,6 - 0,4) + V_2(0,6 - 0,3) + V_3\left(0,6 - 0,6 - \frac{1}{3} \cdot 0,6\right) = 1,36 \text{ т.м.}$$

Уравнения равновесия, указанные на стр. 94, при  $T = 0$  примут вид:

$$P - \frac{b m h^2}{6 y_0} (3 y_0 - 2 h) = 0;$$

$$[P(H + h) + M_0] - \frac{b m h}{12 y_0} (2 y_0 - h) - \frac{b m h a^3}{12 y_0} = 0;$$

$$\Sigma V - \frac{1}{2} (n_1 + n_2) a \cdot b = 0,$$

где  $n_1$  и  $n_2$  — напряжения сжатия грунта в подошве,  $a$  — толщина и  $b$  — ширина фундамента.

Решая указанные уравнения, имеем:

$$m = \frac{6P}{b h^2} \left( \frac{a^3 - h^3 + 4 \lambda h^2}{3 a^3 + h^3} \right);$$

$$y_0 = \frac{a^3 - h^3 + 4 \lambda h^2}{6 \lambda h - 2 h^3},$$

где

$$\lambda = (H + h) + \frac{M_0}{P}.$$

Задаваясь для  $m$  наибольшим значением

$$m_{\max} = \gamma \left[ \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right) - \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) \right] = 4,8 \text{ т/м}^3,$$

можно из выражения для  $m$  определить  $h$ .

Решая, имеем  $h \approx 3,45 \text{ м}$ ;  $y_0 = 2,48 \text{ м}$ .

Далее переходим к проверке напряжений на грунт.

Имеем уравнение:

$$n_1 - n_2 = \frac{m h a}{y_0} = \frac{4,8 \cdot 3,45 \cdot 1,5}{2,48} = 10 \text{ т/м}^2.$$

Полная вертикальная составляющая:

$$V = V_1 + V_2 + V_3 + V_4 = 19 \text{ т},$$

а потому

$$n_1 = \frac{1}{2} \left[ \frac{2 \cdot 19}{1,5} + 10 \right] = 17,6 \text{ т/м}^2 = 1,76 \text{ кг/см}^2,$$

$$n_2 = \frac{1}{2} \left[ \frac{2 \cdot 19}{1,5} - 10 \right] = 7,6 \text{ т/м}^2 = 0,76 \text{ кг/см}^2.$$

Следует заметить, что допускаемая возможность неравномерного сжатия (т. е.  $n_2 = 0$ ) здесь не используется.

**Пример 129** (вариант решения примера 128). Определить размеры фундамента для подпорной стенки предыдущего примера, передавая все действующие усилия на стенку исключительно через подошву фундамента, игнорируя сопротивление земли по боковым граням стенки (фиг. 138) (но зато считая наличие сил трения в плоскости основания).



*Решение.* В данном случае задача сводится главным образом к определению необходимой ширины фундамента, так как глубина в этом случае имеет меньшее значение. Задавшись глубиной заложения  $h = 2,0$  м как минимальной и взяв момент внешних сил относительно левой точки ядра сечения, имеем:

$$M_k = V_1 \left( \frac{2}{3} a - 0,55 \right) + V_2 \left( \frac{2}{3} a - 0,45 \right) + V_3 \left( \frac{2}{3} a - 0,95 \right) + 0,5 \cdot \Delta_1 a h \frac{a}{6} - P \cdot 5 = 0,$$

откуда

$$a = 2,10 \text{ м.}$$

Наибольшее напряжение грунта на сжатие:

$$n_1 = \frac{2V}{F} = \frac{2 \cdot 17,0}{2,1} = 16,2 \text{ т/м}^2 = 1,62 \text{ кг/см}^2,$$

что менее допускаемого. Остается проверить принятую вначале глубину заложения на отсутствие выпирания:

$$h > \frac{n_1}{\gamma} \operatorname{tg}^4 \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) = \frac{16,2}{1,6} \cdot \frac{1}{9} = 1,12 \text{ м,}$$

что также удовлетворяется.

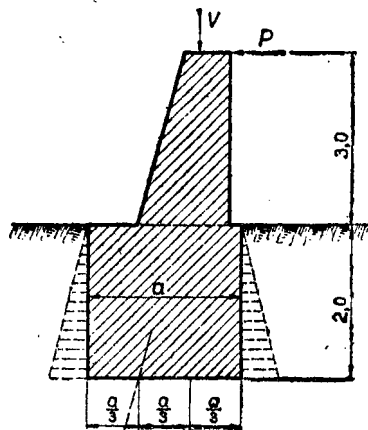
Количество кладки фундамента по указанному варианту решения требуется меньше, чем по первому варианту решения (пример 128). Оба варианта расчета определяют размеры фундамента с запасами, а потому для разобранного примера выгоднее остановиться на последних размерах (пример 129). Таким образом способ примера 128 является в данном случае явно невыгодным, так как старые приближенные расчеты определяют меньшие размеры фундамента.

**Вопрос.** В каких случаях при определении глубины заложения выгоднее все действующие усилия на стенку передать исключительно через подошву фундамента, не считаясь (в запас устойчивости) с развивающимися пассивными сопротивлениями грунта по боковым граням фундамента, и когда, наоборот, выгоднее использовать сопротивление грунта по боковым граням, но за упрощением задачи не принимать во внимание (в запас устойчивости) силы трения, имеющиеся в плоскости основания?

**Пример 130 (обратный пример).** Для примера 128 проверить глубину залегания подошвы  $h = 3,0$  м при ширине  $a = 2,0$  м; надфундаментное строение и нагрузки — прежние. Силами трения в основании пренебречь.

*Решение.* В данном случае, как и в примере 103, неизвестными являются величины  $y_0$  и  $m$ , уравнения равновесия остаются прежние;

$$m = \frac{6P}{bh^2} \left[ \frac{a^3 - h^3 + 4\lambda h^2}{3a^2 + h^2} \right].$$



Фиг. 138.

При новых данных ( $h = 3,0$  м и  $a = 2,0$  м):

$$\lambda = (H + h) + \frac{M_0}{P} = (3 + 3) - \frac{1,36}{2} = 5,32 \text{ м},$$

$$m = \frac{6 \cdot 2}{9} \cdot \left( \frac{8 - 27 + 4 \cdot 5,32 \cdot 9}{3 \cdot 8 + 27} \right) = 4,5 < 4,8 \text{ т/м}^3,$$

т. е. глубина достаточная:

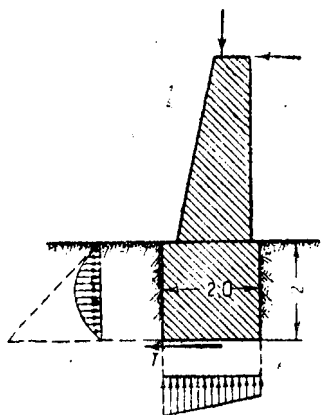
$$y_0 = \frac{8 - 27 + 4 \cdot 5,32 \cdot 9}{6 \cdot 5,32 \cdot 3 - 2 \cdot 9} = 2,21 \text{ м},$$

$$n_1 - n_2 = \frac{mha}{y_0} = 12,23; \quad V = 8,6 + 3h = 17,6 \text{ т};$$

напряжения грунта на сжатие:

$$n_1 = \frac{1}{2} \left( \frac{2 \cdot 17,6}{2} + \frac{4,5 \cdot 2}{0,736} \right) = 14,91 \text{ т/м}^2,$$

$$n_2 = \frac{1}{2} \left( \frac{2 \cdot 17,6}{2} - \frac{4,5 \cdot 2}{0,736} \right) = 2,66 \text{ т/м}^2.$$



Фиг. 139.

**Вопрос.** Как влияет сила трения в плоскости основания на положение центра вращения опоры (точки  $D$ ) и на величину необходимой глубины заложения?

**Ответ.** Наличие силы трения понижает центр вращения опоры, приближая его к основанию, и поэтому необходимая глубина заложения опоры при учете силы трения по основанию получается меньше.

**Пример 131.** Для столба примера 128 проверить размеры фундамента, указанные на фиг. 139, исходя из предположения, что центр вращения опоры совпадает с центром подошвы фундамента (что весьма близко к действительности для неглубоких и широких фундаментов), т. е. полагая  $y_0 = h$ , а также учитывая повышение сопротивляемости за счет сил трения по боковым плоскостям призмы выгибания.

**Решение.** Такое предположение дает возможность учесть силы трения в плоскости основания, а не пренебрегать ими, как это было вынужденно сделано (за большим числом неизвестных) в примере 128.

Полагая в уравнении моментов  $y_0 = h$ , имеем:

$$m = \frac{12[P(H + h) + M_0]}{b(h^3 + a^3)} = \frac{12M}{b(h^3 + a^3)},$$

где через  $M$  обозначен момент всех опрокидывающих усилий (действующих выше обреза фундамента и удерживающих полностью все вертикальные силы) относительно центра подошвы фундамента:

$$M = 2 \cdot (3 + 2) - 1,36 = 8,64 \text{ тм},$$

$$m = \frac{12 \cdot 8,64}{1,0 \cdot (2^3 + 2^3)} = 4,78 \text{ т/м}^3,$$

что меньше

$$m_{\max} = 4,8 \text{ т/м}^3.$$

Переходим к проверке напряжений на грунт.

Полная вертикальная составляющая  $V = 8,6 + 4h = 16,6 \text{ м}$ ;

$$n_1 - n_2 = \frac{mha}{y_0} = m \cdot a = 4,78 \cdot 2,0 = 9,56 \text{ м/м}^2;$$

$$n_1 + n_2 = \frac{2V}{F} = \frac{2 \cdot 16,6}{2} \approx 16,6 \text{ м/м}^2.$$

Таким образом

$$n_1 = \frac{1}{2} \cdot (16,6 + 9,56) = 13,08 \text{ м/м}^2 = 1,3 \text{ кг/см}^2;$$

$$n_2 = \frac{1}{2} \cdot (16,6 - 9,56) = 3,52 \text{ м/м}^2 = 0,35 \text{ кг/см}^2.$$

Остается проверить силу трения. Эта проверка и покажет, насколько вероятно сделанное допущение о положении центра вращения.

Условие  $\Sigma X = 0$  напишется в виде (с учетом силы трения):

$$(P + T) - \frac{bmh^2}{6y_0} (3y_0 - 2h) = 0$$

или

$$(P + T) - \frac{bmh^2}{6} = 0,$$

откуда

$$T = \frac{bmh^2}{6} - P = \frac{1 \cdot 4,78 \cdot 2^2}{6} - 2 = 1,18 \text{ т}.$$

Возможное значение силы трения

$$T_{\max} = Vf = 16,6 \cdot 0,4 = 6,64 \text{ т}.$$

Знак плюс при  $T$  показывает, что сила трения будет направлена в сторону действия силы  $P$ , т. е. нижний конец столба имеет стремление сдвинуться вправо. Площадь эпюры сопротивления земли оказывается большей, чем сама сила  $P$ .

В случае, если возможная сила трения  $T_{\max}$  будет менее определенной из условия равновесия, то это заведомо говорит о том, что сила трения не удержит подошвы от смещения и подошва фундамента сместится, т. е. центр вращения эпюры не совпадает с центром подошвы, а лежит выше. В таком случае расчет можно производить, считая  $y_0 < h$  и притом неизвестным (как это в примере 128), но силу трения в плоскости основания учесть, приняв ее наибольшее значение, равное  $V \cdot f$ .

Читателю. Предлагается сопоставить между собой три варианта решения одной задачи (примеры 128, 129 и 131) и дать заключение, в каких случаях фундаментов выгодно, не делая ущерба устойчивости, применить то или иное решение.

**Вопрос.** Первый и второй варианты решения проделанной задачи (примеры 128 и 129а) заведомо определяют размеры фундамента более достаточно необходимых. Относится ли это всегда к третьему варианту (центр вращения в центре подошвы)?

**Вопрос.** Что служит указателем на невозможность согласиться с третьим вариантом (пример 131), когда расчет по этому варианту будет доведен до конца?

**Пример 132.** Для подпорной стенки, разобранный в примере 128, определить размеры фундамента, не делая допущения, что  $y_0 = h$  или  $T = 0$ , а для недостающего уравнения использовать следующее допущение: из всех

возможных центров вращения опоры истинный центр вращения располагается таким образом, что при этом работа сил сопротивления грунта, препятствующих повороту, будет минимальная<sup>1</sup>.

*Указание.* Обозначая работу сил сопротивления через  $W$ , упомянутое в условиях настоящей задачи допущение математически запишется

$$\frac{\partial W}{\partial y_0} = 0. \quad (57)$$

В выражение работы  $W$  автор этого предложения (инж. Ковельман) включает боковые силы сопротивления ( $n_y$ ) и силы сжатия грунта в основании. Силы трения в выражение работы он не вводит, предполагая, что сила трения не может считаться упругой (?), а потому якобы и не имеет права (?) быть включенной в работу сил сопротивления.

В итоге решения условия (57) Ковельман дает следующие формулы:

$$y_0 = \frac{3h^3 + a^3}{4h^2}, \quad (58)$$

$$m = \frac{12y_0 [Ph + M_0]}{bh [h^2 (2y_0 - h) + a^3]}. \quad (59)$$

В результате решения по этому способу имеем необходимую глубину заложения  $h = 3,6$  м (при ширине фундамента, как и в примере 128, в 1,5 м). Таким образом решение Ковельмана потребовало еще больших размеров, чем это даже требуется по способу проф. Прокофьева (1928 г.).

Напряжения грунта на сжатие получаются:

$$n_1 = 1,76 \text{ кг/см}^2;$$

$$n_2 = 0,83 \text{ кг/см}^2.$$

**Пример 133.** Для подпорной стенки из предыдущего примера определить размеры фундамента, исходя из предположения (пятый вариант), что сила трения в основании есть сила упругая<sup>2</sup>.

*Указание.* Допускаем существование следующей зависимости для силы трения в основании:

$$T = \mu \cdot V \cdot \Delta_0, \quad (60)$$

где:  $\mu$  — модуль трения;  $\Delta_0$  — величина сдвижки подошвы;  $V$  — давление на основание.

При этом предположении уравнение запишется:

$$6P + 6\mu V(h - y_0) \operatorname{tg} \alpha - \frac{bmh^2}{y_0} (3y_0 - 2h) = 0.$$

На основании выражения со стр. 95 имеем:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{mh}{Cy_0};$$

вводя обозначение  $\frac{\mu}{C} = D$ , имеем уравнение в виде:

$$6P + 6V \cdot D \cdot (h - y_0) - \frac{bmh^2}{y_0} (3y_0 - 2h) = 0.$$

<sup>1</sup> Предложение инж. Ковельмана. См. „Строительная промышленность“ за 1933 г., см. проф. Прокофьев И. П., Теория сооружений, часть II, изд. второе.

<sup>2</sup> Предложение проф. И. Е. Скрябина, см. „Труды, МИИТ“, вып. XXIII за 1932 г.

Указанное уравнение в совокупности с уравнением (6) (стр. 94) дает возможность определить  $m$  и  $y_0$ .

Задаемся размерами фундамента  $h = 3,00$  м,  $a = 1,5$  м.

Коэффициент  $D$  принимаем равным 0,15 (на основании опытных данных, полученных при постройке моста через р. Оку в Горьком).

Указанные выше уравнения (решаем пробами) удовлетворяются при  $y_0 = 2,85$  м и дают  $m = 4,96$  т/м<sup>3</sup>, что можно считать в пределах допустимого перенапряжения.

Разность напряжений сжатия грунта под подошвой:

$$n_1 - n_2 = \frac{mha}{y_0} = \frac{4,96 \cdot 3 \cdot 1,5}{2,85} = 7,83 \text{ т/м}^2.$$

Сумма напряжений:

$$n_1 + n_2 = \frac{2V}{a} = \frac{2 \cdot 17,6}{1,5} = 23,47 \text{ т/м}^2.$$

Наибольшее краевое напряжение:

$$n_1 = \frac{1}{2} \cdot (23,47 + 7,83) = 15,6 \text{ т/м}^2 = 1,56 \text{ кг/см}^2.$$

Наименьшее:

$$n_2 = \frac{1}{2} \cdot (23,47 - 7,83) = 7,8 \text{ т/м}^2 = 0,78 \text{ кг/см}^2.$$

Действительная сила трения:

$$T = V \cdot D (h - y_0) = 17,6 \cdot 0,15 \cdot 0,15 = 0,38 \text{ т},$$

что значительно менее предельной:

$$T_{\max} = V \cdot f = 17,6 \cdot 0,4 = 7,04 \text{ т}.$$

По степени выгодности в разобранный пример варианты расчета расположились в следующем порядке:

- 1) Каншин;
- 2) старый способ;
- 3) Скрябин;
- 4) Прокофьев (1928 г.);
- 5) Прокофьев плюс Ковельман.

**Вопрос.** Зависит ли в какой-либо степени от качества грунта положение центра вращения опоры в способе проф. Прокофьева и в способе Прокофьева плюс Ковельмана?

**Вопрос.** Может ли положение центра вращения опоры не зависеть от качества грунта (представить случай упругого грунта в основании и случай грунта, оказывающего большое сопротивление сдвигу)?

**Вопрос.** В каком из приведенных пяти вариантов расчета отображено влияние физических характеристик грунта в основании на положение центра вращения опоры?

**Вопрос.** В каких случаях грунтов, оказывающих большое или, наоборот, малое сопротивление сдвигу подошвы, способ Каншина будет с меньшей погрешностью описывать явления?

**Вопрос.** Можно ли для практических целей зависимость силы трения в основании от величины сдвижки принять прямолинейной? Возможно ли по предложению проф. И. Е. Скрябина существование силы трения в основании, когда подошва фундамента не смещается (случай массивных подпорных стенок)?

**Вопрос.** Большое или малое влияние на устойчивость опоры оказывает и следовательно весьма благоприятно или незначительно отражается сила трения в основании на искомым размерах фундамента?

**Вопрос.** Является ли порядок выгодности применения различных методов расчета в разобранным примере (примеры 128—132), указанный на стр. 101, неизменным для всех задач (в частности для рассмотренной задачи)?

**Ответ.** Конечно нет. В других задачах порядок выгодности может и изменяться (с тенденцией способу Каншина сохранить первое место, а способу, где сила трения полагается равной нулю, — последнее место).

В разобранным примере при одних и тех же внешних силах и надфундаментном строении порядок выгодности может получиться иным, если исходить из других отношений размеров фундамента (более широких и неглубоких или, наоборот, тонких и глубоких).

**Вопрос.** Так как все рассмотренные варианты расчета в той или иной степени несовершенны, то можно ли ставить вопрос о выделении из них наиболее практичного (отвечающего ближе действительности) для всех случаев грунтов (грунт в основании оказывает большое сопротивление сдвигу, грунт упругий и т. д.)?

**Ответ.** Нет. До создания более совершенного метода расчета применение существующих методов расчета должно выбираться в зависимости от размеров (ожидаемых) фундамента и от свойств грунта (главным образом в основании).

Так, при широких неглубоких фундаментах (ширина значительно превосходит глубину, которая выбрана минимальной из условия непромерзания), встречаемых в массивных каменных подпорных стенках устоев мостов, набережных и т. п., близким к действительности будет старый способ расчета (передача на грунт всех усилий через подошву); более экономным будет способ Каншина; невыгодными — все другие и в особенности вариант расчета при  $T=0$ .

При глубоких тонких фундаментах, когда низкая отметка оснований выбирается вынужденно из условия низкого расположения материка, невыгодным будет старый способ; близок к действительности, но возможно с некоторым, хотя и небольшим, риском способ Каншина.

При наличии грунта в основании, по своим свойствам близкого к упругим грунтам (упругость при действии сдвигающих усилий), уместно будет применить способ И. Е. Скрыбина.

При грунтах, оказывающих большое сопротивление сдвигу подошвы, наиболее удачным, а вместе с тем и наиболее простым будет способ Каншина.

**Вопрос.** Определение центра вращения опоры из условия минимума работы пассивных сил сопротивления является ли безусловным принципом (железной необходимостью) или гипотезой?

**Ответ.** Даже при точном вычислении работы всех сил сопротивления условие минимума работы пассивных сил пока остается гипотезой. При расчете статически неопределимых систем эта идея (начало наименьшей работы) вытекала как следствие опытом установленных закономерностей (закон Гука, принцип независимости и др.) и то лишь в определенных пределах.

Если применение этой идеи к расчету опор в формуле для положения центра вращения опоры не отразило свойств грунта в основании (его со-

противления сдвигу), то нужно предполагать, что или идея оформлена неправильно с недоучетом, или с неправильным учетом работы сил сопротивления (по форме и по количеству сил), или в данном случае она неприемлива.

**Пример 134.** Опыт<sup>1</sup> в большинстве случаев устанавливается следующая закономерность в изменениях силы трения в зависимости от сдвига (фиг. 140), а именно при некоторых силах трения (небольших) сдвиг камня по грунту не происходит. Обозначим этот предел силы трения  $T_0$ .

Как только сдвигающая сила (в описываемом опыте одновременно и сила трения) переходит некоторый предел ( $T_0$ ), то при дальнейшем увеличении сдвигающей силы (и соответствующем росте силы трения) появляется сдвиг, причем связь величины сдвига с величиной силы трения близка к прямолинейной, а удаление нагрузки влечет за собою возвращение тела в старое положение (явление упругости).

Указанное явление имеет место до определенной величины сдвижки. Обозначим этот предел сдвига  $\Delta_1$ .

За указанной величиной сдвижки связь величины сдвига и силы хотя и остается близка к прямолинейной, но модуль трения значительно падает, т. е. увеличению силы трения соответствует более быстрый рост в перемещениях.

Когда смещение подошвы дойдет до некоторого значения (второй предел, обозначим его  $\Delta_2$ ), то происходит «срыв» подошвы и всякое дальнейшее перемещение уже не вызывает увеличения силы трения.

Не исключена возможность, что некоторые из четырех видов закономерности могут и отсутствовать.

Как следует в таких случаях производить расчет опоры в целях максимального отражения действительных условий работы?

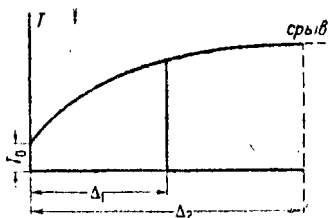
**Ответ.** Можно сначала предположить, что  $y_0 = h$  (подошва не смещается) и в соответствии с правилами расчета при таком предположении определить возникающую силу трения в основании. Если она получится порядка тех величин, о которых упомянуто в первом предположении, т. е. меньше  $T_0$ , то можно считать, что предположение о центре вращения опоры оправдалось:

Если же сила трения получится более такого предела, то следует вести расчет на упругую силу трения (т. е. считать, что происходит сдвиг подошвы) и в уравнения равновесия на место силы трения  $T$  вводить выражение:

$$T = T_0 + \mu_1 V \Delta = T_0 + \mu_1 V (h - y_0) \operatorname{tg} \alpha. \quad (61)$$

Заметим, что  $T_0$  должно быть введено в выражение силы трения, так как смещение  $\Delta$  влечет за собой дальнейший прирост силы трения к силе  $T_0$ . Под  $\mu_1$  подразумевается первый модуль трения.

Если по указанному расчету смещение подошвы не превосходит предела  $\Delta_1$ , то расчет можно считать окончанным.



Фиг. 140.

<sup>1</sup> Опыт ЦИС НКПС; в журн. „Транспортное строительство“ за 1933 г. опубликованы данные, полученные над перемещением массивного камня по грунту.

Если же обнаружится, что  $\Delta > \Delta_1$ , то надлежит сделать пересчет и для силы трения ввести выражение:

$$T = T_1 + \mu_2 V (\Delta - \Delta_1), \quad (62)$$

где

$$T_1 = T_0 + \mu_1 V \Delta_1,$$

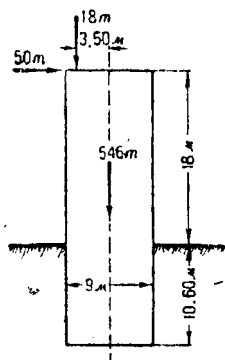
что представляет собою ту силу трения, которая имеет место при сдвиге на  $\Delta_1$ .

Если по такому расчету получится  $\Delta < \Delta_2$ , то предположение о том, что имеет силу применение модуль  $\mu_2$ , оправдалось и расчет можно считать оконченным.

Если же обнаружится, что  $\Delta > \Delta_2$ , то надлежит сделать перерасчет (последний), вводя на место силы трения выражение:

$$T = Vf,$$

где  $f$  — коэффициент трения при движении, а  $V$  — вертикальное давление на основание.



Фиг. 141.

**Пример 135.** Проверить устойчивость каменного быка моста, изображенного на фиг. 141 (данные размеров и нагрузки взяты из проекта моста через р. Оку в Горьком).

Расчет выполнить в условиях, целью которых является возможно полнее произвести учет всех факторов, оказывающих заметное влияние на устойчивость.

Коэффициент вертикального сопротивления грунта на уровне подошвы фундамента  $C_1 = 10\,000 \text{ т/м}^3$ , на том же уровне коэффициент горизонтального сопротивления  $C = 3000 \text{ т/м}^3$  (получены опытом).

Что касается свойств грунта на основании (на сопротивление сдвигу подошвы), то из опыта известно, что при незначительных силах трения в основании порядка около  $1 \text{ т}$  на  $1 \text{ м}^2$  основания грунт фактически держит подошву фундамента на месте; при больших силах трения грунт сдает и начинает вести себя как упругий (на сдвиг), причем модуль трения  $\mu_1 = 3000 \text{ м}^{-1}$ , но такой модуль трения справедлив лишь до тех пор, пока подошва не сдвинулась более  $10^{-5} \text{ м}$ .

Если сдвиг подошвы переходит через указанное ограничение, то модуль трения резко падает и становится равным  $\mu_2 = 400 \text{ м}^{-1}$ , каковой в свою очередь справедлив до момента „срыва“ подошвы, что может иметь место при смещении подошвы на  $1 \text{ см}$ .

После указанного срыва дальнейшее перемещение подошвы происходит при постоянной силе трения в основании, определяемой по условию  $T = V \cdot f$ , где  $V$  — давление на основание и  $f$  — коэффициент трения.

**Решение.** а) Вначале предполагаем, что центр вращения опоры совпадает с центром подошвы (подошва не смещается), т. е.  $y_0 = h$ .

<sup>1</sup> Такая ничтожно малая ограничительная цифра взята условно из методических целей, чтобы иметь возможность на одном числовом примере проследить все стадии работы опоры и все соответствующие им расчеты.



В таком случае расчет дает следующее значение для силы трения:

$$T = 35 \text{ т}$$

(прочие данные расчета, интересные для сопоставлений с другими расчетами:

$$n_1 = 130,57 \text{ т/м}^2, \quad n_2 \approx 0, \quad \text{tg } \alpha = 0,001513);$$

на единицу площади:

$$\frac{T}{F} = \frac{35}{9} = 3,88 \text{ т/м}^2,$$

что более заданного значения  $T_0 = 1 \text{ т/м}^2$ ; следовательно предположение не оправдалось.

б) Делаем перерасчет, вводя на место силы трения  $T$  в уравнения равновесия (стр. 103) выраженные:

$$T = T_0 + \mu_1 V \Delta = 1 + 3000 \cdot 564 \cdot (h - y_0) \text{ tg } \alpha.$$

Решение уравнений равновесия дает:

$$y_0 = 10,586 \text{ м}; \quad \text{tg } \alpha = 0,00155; \quad T = 36,72 \text{ т}; \quad n_1 = 132,2 \text{ т/м}^2; \quad n_2 \approx 0.$$

Величина сдвижки подошвы равна

$$\Delta = (h - y_0) \text{ tg } \alpha = 0,014 \cdot 0,00155 = 0,0217 \text{ мм},$$

что более заданного предела  $\Delta_1 = 10^{-5} \text{ м}$ .

в) Делаем перерасчет, вводя в уравнения равновесия на место силы трения выражение:

$$T = T_0 + \mu_1 V \Delta_1 + \mu_2 V (\Delta - \Delta_1) = 1 + 3000 \cdot 564 \cdot 10^{-5} + \\ + 400 \cdot 564 [(h - y_0) \text{ tg } \alpha - 10^{-5}].$$

В итоге перерасчета получаем:

$$y_0 = 10,545 \text{ м}; \quad \text{tg } \alpha = 0,00150; \quad n_1 = 130,0 \text{ т/м}^2; \quad n_2 \approx 0; \quad T = 32,71 \text{ т}.$$

Величина сдвижки:

$$\Delta = (h - y_0) \text{ tg } \alpha = 0,055 \cdot 0,00150 = 0,0000825 \text{ м} = 0,0825 \text{ мм},$$

что менее предельного

$$\Delta_2 = 1 \text{ см} = 10 \text{ мм}.$$

Таким образом положенные в основу последнего расчета предположения оправдались. Расчет можно считать оконченным.

Формально осталась проверка тангенса наклона касательной, проведенной к эпюре горизонтальных сопротивлений грунта.

При решении тех же уравнений равновесия (стр. 94) для  $m$  получаем значение

$$m = 4,47 \text{ т/м}^2,$$

что менее

$$m_{\max} = \gamma \left[ \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right) - \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) \right] = \\ = 1,8 \left[ \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ + \frac{30^\circ}{2} \right) - \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{30^\circ}{2} \right) \right] = 4,8 \text{ т/м}^2.$$

Формальной она названа потому, что если  $m$  и получится более  $m_{\max}$ , то в этом, возможно, ничего существенного и не будет, так как наличие сил сцепления грунта, а также малое влияние на окончательный результат срезки эпюры горизонтальных сопротивлений грунта дают право условный  $m_{\max}$  значительно повысить.

**Пример 136.** Решить предыдущую задачу при условии, что коэффициенты вертикального и бокового сопротивления на уровне подошвы фундамента одинаковы, т. е.  $C = C_1 = 10\,000 \text{ т/м}^2$ .

**Ответ.** В данном случае попрежнему справедливым оказывается третий расчет (при втором модуле трения). Интересно сравнить, насколько сравнительно мало изменяются напряжения грунта на сжатие, несмотря на значительное изменение в коэффициентах сопротивления.

Так, расчет по Каншину дает (в скобках повторены результаты из предыдущей задачи):

$$n_1 = 101,1 \text{ т/м}^2 (130,57); \quad n_2 = 24,2 \text{ т/м}^2 (0).$$

Расчет при  $\mu = 3000 \text{ м}^{-1}$  дает:

$$n_1 = 101,5 \text{ т/м}^2 (132,2); \quad n_2 = 23,8 \text{ т/м}^2 (0).$$

Расчет при  $\mu = 400 \text{ м}^{-1}$  дает:

$$n_1 = 100,7 \text{ т/м}^2 (130,0); \quad n_2 = 24,5 \text{ т/м}^2 (0).$$

Разница в угле наклона опоры, сдвижки подошвы и силы трения значительна; так, по Каншину

$$\operatorname{tg} \alpha = 0,000854 (0,001513);$$

$$T = 110 \text{ т} (35,0);$$

при  $\mu = 3000 \text{ м}^{-1}$ :

$$\operatorname{tg} \alpha = 0,000864 (0,00155);$$

$$T = 130,3 \text{ т} (36,82);$$

$$\Delta = 0,077 \text{ мм} (0,0217);$$

при  $\mu = 400 \text{ м}^{-1}$ :

$$\operatorname{tg} \alpha = 0,000845 (0,00150);$$

$$T = -4,4 \text{ т} (+32,71);$$

$$\Delta = -0,084 \text{ мм} (+0,0825).$$

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие к третьему изданию . . . . . Стр. 3

### Глава I

Давление и сопротивление сыпучих и землистых тел . . . . .	5
§ 1. Случай идеального сыпучего тела (отсутствие сцепления) . . . . .	7
§ 2. Случай идеального сцепления (отсутствие трения) . . . . .	37
§ 3. Совместное действие трения и сцепления . . . . .	47

### Глава II

Применение теории сыпучих тел к расчету стенок (над-  
фундаментное строение подпорных стенок) . . . . . 52

### Глава III

Расчет глубины заложения фундаментов подпорных стен, шпунтовых стенок и т. п. . . . .	63
§ 1. Случай идеального сыпучего тела (отсутствие сцепления) . . . . .	63
§ 2. Случай идеального сцепления (отсутствие трения) . . . . .	87
§ 3. Совместное действие трения и сцепления . . . . .	90

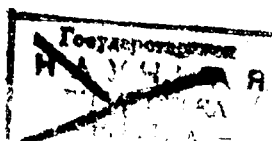
### Глава IV

Расчет глубины заложения фундаментов каменных опор,  
подверженных действию вертикальных и горизон-  
тальных сил . . . . . 98

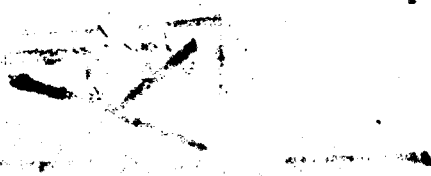
Редактор Д. В. Харитонов.

Техн. редактор Д. М. Судан.

Госстройиздат № 555. Индекс С-30-5-2. Тираж 10.000. Сдано в набор 1/IV 1934 г.  
Подп. в печ. 14/V 1934 г. Формат бумаги 62 × 94. Авторск. лист. 9,4. Бум.  
лист. 3<sup>3</sup>/<sub>8</sub>. Печ. зн. в бум. листе 110.400. Заказ № 485. Ленгорлит № 11788.



1-40



1  
12260